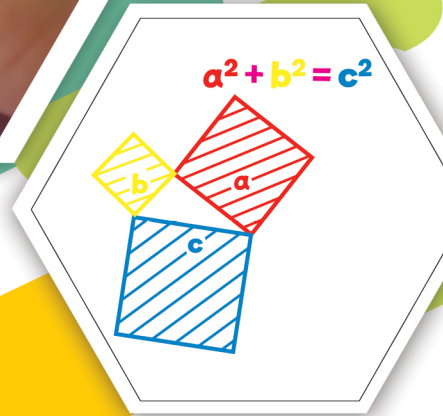
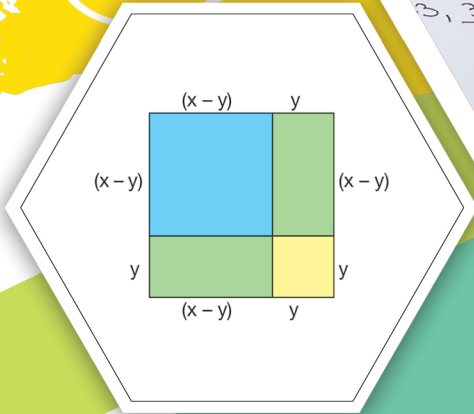


Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu

MATEMATİK

DERS KİTABI 8



ORTAOKUL VE İMAM HATİP
ORTAOKULU

MATEMATİK

Ders Kitabı

8. Sınıf

Yazar

Ufuk ÖZÇELİK

Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 18.04.2019 tarihli ve 8 sayılı kararıyla 2019-2020 Öğretim Yılından itibaren 5 (beş) yıl süreyle ders kitabı olarak kabul edilmiştir.



İvedik Organize Sanayi Bölgesi 1532. Cadde No.: 9/4 Yenimahalle / ANKARA
tel.: (0312) 342 51 51 - (0312) 342 51 91 • Faks: (0312) 342 51 56

Bu kitabın basım ve yayım hakkı BERKAY YAYINCILIK'a aittir. Fikir ve Sanat Eseri Yasası uyarınca yazılı izin alınmaksızın alıntı yapılamaz, basılamaz, CD, video, fotokopi vb. ile çoğaltılıp kullanılamaz.

Dil Uzmanı

Melis Kübra ÖZOĞLU

Görsel Tasarım

Erman BİLİNGEN



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlähî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlähî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'sım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

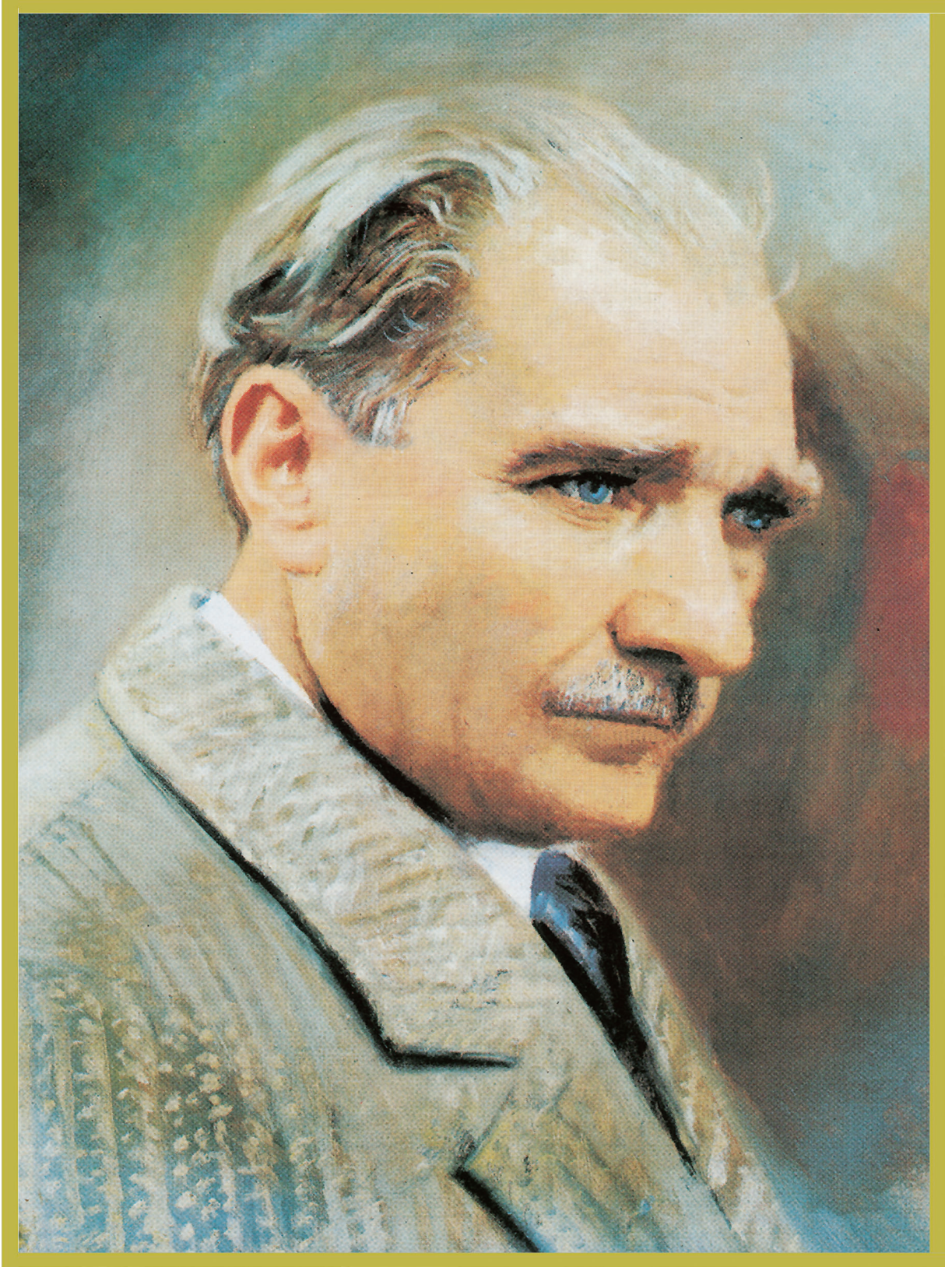
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsaît bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

KİTABIMIZI TANIYALIM	9
----------------------------	---

1. ÜNİTE

SAYILAR VE İŞLEMLER 13

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları ve Pozitif Tam Sayıların Çarpanlarını, Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma	14
İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı	18
Aralarında Asal Olan Doğal Sayılar	26
Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri	29
Üslü İfadelerle İlgili Temel Kurallar	36
Sayıların Ondalık Gösterimlerini Çözümleme	45
Sayıları 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme	47
Bilimsel Gösterim	50

1. Ünite Değerlendirmesi	53
--------------------------------	----

2. ÜNİTE

SAYILAR VE İŞLEMLER, VERİ İŞLEME..... 55

Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ile Bu Sayıların Karekökleri Arasındaki İlişki.....	56
Tam Kare Olmayan Sayıların Karekök Değerlerinin Aralıkları	58
Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Karekökün İçine Alma.....	61
Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri	64
Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri	69
Kareköklü Bir İfade ile Çarpıldığında Sonucu Bir Doğal Sayı Yapan Çarpanlar	74
Ondalık İfadelerin Karekökleri	76
Gerçek Sayılar	78
Çizgi ve Sütun Grafiği.....	81
Verilerin Farklı Gösterimleri	85

2. Ünite Değerlendirmesi	92
--------------------------------	----

3. ÜNİTE**OLASILIK VE CEBİR 95**

Bir Olaya Ait Olası Durumlar, Eşit Şansa Sahip Olan ve Olmayan Olaylar	96
Kesin ve İmkânsız Olaylar ile Basit Bir Olayın Olma Olasılığı	103
Basit Cebirsel İfadeleri Anlama ve Farklı Biçimlerde Yazma	110
Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi	113
Özdeşlikler.....	118
Cebirsel İfadeleri Çarpanlara Ayırma.....	123

3. Ünite Değerlendirmesi 131**4. ÜNİTE****CEBİR 135**

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	136
Koordinat Sistemi.....	142
Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan Değişkenler.....	146
Doğrusal Denklemlerin Grafikleri.....	149
Doğrusal İlişki İçeren Durumlar	156
Eğim	161
Eşitsizlikler.....	167

4. Ünite Değerlendirmesi 174**5. ÜNİTE****GEOMETRİ VE ÖLÇME 179**

Üçgende Kenarortay, Açıortay ve Yükseklik	180
Üçgenlerin Kenarları Arasındaki İlişkiler	188
Üçgenlerin Kenarları ile Açıları Arasındaki İlişkiler.....	192
Yeterli Sayıda Elemanın Ölçüleri Verilen Bir Üçgeni Çizme	197
Pisagor Bağıntısı	203
Eşlik ve Benzerlik.....	211

5. Ünite Değerlendirmesi 220

Öteleme	226
Yansıma.....	232
Ardışık Ötelemeler ve Yansımalar.....	239
Dik Prizmalar	244
Dik Dairesel Silindir	249
Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı	254
Dik Dairesel Silindirin Hacmi	259
Dik Piramitler	265
Dik Koniler	270
6. Ünite Değerlendirmesi	276
CEVAP ANAHTARI	280
EKLER (İzometrik ve Noktalı Kâğıtlar)	285
SÖZLÜK.....	286
KISALTMA VE SEMBOLLER.....	287
KAYNAKÇA	288

KİTABIMIZI TANIYALIM

Kitabımızla matematiği öğrenmek daha ilginç ve zevkli hâle gelecektir. Matematiği yaşayarak ve keşfederek öğreneceksiniz. Aynı zamanda matematiğin hayatınızdaki yerini fark edeceksiniz.

Kitabımızda yer alan bölümler ve içerikleri hakkındaki açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ünitenin giriş sayfasıdır. Üniteye yer alan konu başlıkları bu sayfada yer almaktadır.

Üniteye yer alan konularla ilgili günlük hayattan örnekler, bilimsel ve tarihî bilgiler yer almaktadır.

Konu başlıklarını gösterir.

1. ÜNİTE

SAYILAR VE İŞLEMLER

KONULAR

ÇARPANLAR VE KATLAR

- Pozitif Tam Sayıların Çarpanları ve Tam Sayıları, Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma
- İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı
- Aralarında Asal Olan Doğal Sayılar

ÜSLÜ İFADELER

- Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri
- Üslü İfadelerle İlgili Temel Kurallar
- Sayıların Ondaklı Gösterimlerini Çözümleme
- Sayıların 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme
- Bilimsel Gösterim

Terimler

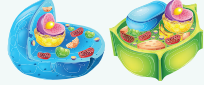
- en büyük ortak bölen (EBOB)
- en küçük ortak kat (EKOK)
- çok büyük sayılar ve çok küçük sayılar
- bilimsel gösterim



John Napier

John Napier (Con Neypir), 1614 yılında üslü sayılarla ilgili bir eser yayınlamaya kadar, üslü olarak verilen bazı ifadelerin gerçek değerlerini bulmak matematik yönünden yapılması zor bir işlemdi. Ancak, John Napier'in çalışmalarından sonra üslü ifadelerin değerlerini bulmak çok daha kolaylaştı.

[http://www.academias.edu/6957234/Üslü_Sayılar_Tarihçesi_\(Leyla_Kıroğlu_makalesi\)](http://www.academias.edu/6957234/Üslü_Sayılar_Tarihçesi_(Leyla_Kıroğlu_makalesi))



Erişkin bir insanda özelleşmiş bazı işlevlere sahip 200 farklı tipte, yaklaşık 10^{13} (100 trilyon) hücre bulunur. Bu hücrelere dokular, organlar, sistemleri ve organizmayı oluşturur.

Hücrelerin pek çoğunun hacmi, 1 - 1000 mikrometre küp; çapları ise 12 - 12 mikrometre arasında olur.

En küçük hücre 0,05 mikrometre çapa sahip mikoplazmadır.

Konu başlığını belirtir.

Konu ile ilgili ön bilgileri ortaya çıkaracak soruların sorulduğu, günlük hayat ilişkilendirmelerinin yapıldığı bölümdür.

Konu ile ilgili önceki bilgilerin hatırlatıldığı bölümdür.

Konu ile ilgili anlatımın yapıldığı bölümdür.

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları ve Pozitif Tam Sayıların Çarpanlarını Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma

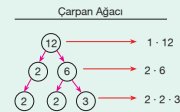
Öğretmeni, Ahmet'ten panoda kullanmak üzere alanı 20 cm^2 olan bir dikdörtgen oluşturmaya istiyor. Ahmet, kenar uzunlukları birbirinden farklı doğal sayı ve birimi cm olmak koşuluyla kaç farklı dikdörtgen oluşturabilir? Arkadaşlarınızla paylaşınız.



Hatırlatma

- Bir doğal sayının çarpanları aynı zamanda o sayının kalansız bölenleridir.
- 1 ve kendisinden başka çarpanı (böleni) olmayan, 1'den büyük doğal sayılara asal sayı denir. En küçük asal sayı 2'dir.
- Bir doğal sayının asal sayı olan tüm çarpanlarına asal çarpan denir.
- Bir doğal sayının çarpanları, çarpan ağacı oluşturularak ya da asal çarpanlar algoritması yöntemiyle bulunabilir.

12 sayısının çarpanları aşağıdaki gibi bulunabilir.



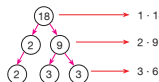
12 sayısının çarpanları: 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir.

12 sayısının asal çarpanları, 2 ve 3'tür.

Asal Çarpanlar Algoritması

12 | 2
6 | 2
3 | 3
1 |

18 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını (bölenlerini), çarpan ağacından yararlanarak bulalım. 18 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.



18 sayısının çarpanları: 1, 2, 3, 6, 9 ve 18'dir. Bu pozitif tam sayılar, aynı zamanda 18 sayısının bölenleridir.

18 sayısının asal çarpanları: 2, 3 ve 3'tür.

18 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

$18 = 2^1 \cdot 3^2$

18 sayısının çarpanları: 1, 2, 3, 6, 9 ve 18'dir. Bu pozitif tam sayılar, aynı zamanda 18 sayısının bölenleridir.

18 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

$18 = 2^1 \cdot 3^2$

Konunun keşfedilerek öğrenilmesini sağlayan etkinliklerin bulunduğu bölümdür.

Öğrencilerin grup çalışması yaparak veya bireysel olarak uygulayacağı etkinliklerin adımlarını gösterir.

Etkinlikte çıkarımların yapılacağı, etkinliğin sonuca bağlandığı adımı gösterir.

Konu ile ilgili önemli bilgi ve tanımların yer aldığı bölümdür.

Üslü İfadelerle İlgili Temel Kurallar

Dünya ile Güneş arasındaki mesafe yaklaşık olarak 149 675 000 km'dir. Bir uzay aracı, Dünya ile Güneş arasındaki mesafenin 10^3 te 1'ini gittiğinde kaç km'lik mesafe katetmiş olur?
Uzay aracının katettiği mesafe hesaplanırken nasıl bir yol izlenebilir? Nedenini açıklayınız.



Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kalem.

- Kişerli gruplar oluşturalım.
- Her gruptan bir öğrenci, tabanları aynı ve kuvvetleri (üsleri) pozitif tam sayı olan iki farklı üslü ifadeyi bir kâğıda yazarken gruptaki diğer öğrenci, üslü ifadeleri çarpma işlemi şeklinde yazsın.
- Üslü ifadeleri öncelikle tekrarlı çarpımlar şeklinde yazıp çarpalım ve sonucu üslü ifade şeklinde yazalım.
- Çarpma işlemindeki çarpanlar ve çarpımın tabanlarını karşılaştıralım.
- Çarpma işlemindeki çarpanların kuvvetleri ile çarpımın kuvveti arasında nasıl bir ilişki vardır? Belirlediğiniz ilişkiyi arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Şimdi de ilk olarak belirlediğimiz iki üslü ifadeyi bölme işlemi şeklinde yazalım.
- Üslü ifadeleri tekrarlı çarpımlar şeklinde yazıp birbirine bölelim ve sonucu üslü ifade şeklinde yazalım.
- Bölme işlemindeki üslü ifadeler ile sonucun tabanlarını karşılaştıralım.
- Bölme işlemindeki üslü ifadelerin kuvvetleri ile sonucun kuvveti arasındaki ilişkiyi belirleyiniz. Belirlediğiniz ilişkiyi arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Belirlediğiniz ilişkilerden yararlanarak tabanları aynı olan üslü ifadelerle çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili birer kural geliştiriniz.

Tabanları aynı olan üslü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken taban aynen yazılır, üsler toplanır tabanın üssü olarak yazılır.
a, n ve m birer tam sayı ve a sıfırdan farklı olmak üzere;
 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ olarak yazılır.

36

Konu ile ilgili çözümlü ve açıklamalı örneklerin bulunduğu bölümdür.

Konu ile ilgili öğrenilenlerin pekiştirilmesini sağlayacak alıştırma soruları ve problemlerin bulunduğu bölümdür.

- 39'un çarpanları: 1, 3, 13 ve 39'dur.
38'in çarpanları: 1, 2, 19 ve 38'dir.
39 ile 38 sayılarının 1'den başka ortak çarpanı yoktur. Bu durumda 39 ile 38 sayıları, aralarında asaldır.

Örnek

0'dan büyük hangi rakamlar ile 10 sayısı aralarında asaldır?

Çözüm

10 sayısının çarpanları: 1, 2, 5 ve 10'dur. 0'dan büyük rakamların çarpanlarını yazalım.

1'in çarpanı: 1 4'ün çarpanları: 1, 2 ve 4 7'nin çarpanları: 1, 7
2'nin çarpanları: 1, 2 5'in çarpanları: 1, 5 8'in çarpanları: 1, 2, 4 ve 8
3'ün çarpanları: 1, 3 6'nın çarpanları: 1, 2, 3 ve 6 9'un çarpanları: 1, 3 ve 9

1 ile her doğal sayı aralarında asaldır. 3, 7 ve 9 rakamlarının 10 sayısıyla ortak çarpanı yoktur. Bu durumda 10 sayısı ile 1, 3, 7 ve 9 rakamları aralarında asaldır.

Alıştırmalar

1. Verilen sayı çiftlerinin aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

- a. 32 ile 128 b. 11 ile 121 c. 132 ile 85
ç. 14 ile 51 d. 40 ile 60 e. 1 ile 22
f. 91 ile 26 g. 62 ile 45 h. 25 ile 27

2. İki basamaklı en büyük doğal sayı ile 77 sayısının aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

3. 12 sayısı ile 12'den küçük hangi doğal sayılar aralarında asaldır?

4. Melike'nin tahtaya yazdığı 45 ile 70 sayıları aralarında asaldır. Buna göre 70'e yazılabilecek 70'ten küçük olan en büyük doğal sayı kaçtır?



28

Problem

Yatılı okulda görev yapan Burcu Öğretmen 10 günde bir, Esra Öğretmen 15 günde bir nöbet tutuyor. İlk gün birlikte nöbet tutan Burcu ve Esra Öğretmen, kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutar?



Çözüm

Problemde Burcu ve Esra Öğretmen'in kaç günde bir nöbet tuttukları belirtilmektedir. İlk gün birlikte nöbet tutan Burcu ve Esra Öğretmen'in kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutacaklarını bulabilmek için 10 ile 15 sayılarının EKOK değeri hesaplanmalıdır.

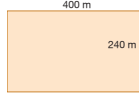
$$\text{EKOK} (10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Burcu ve Esra Öğretmen ilk gün nöbet tuttuktan 30 gün sonra tekrar birlikte nöbet tutar.

10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

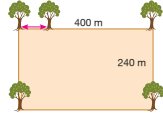
Problem

Kenar uzunlukları 240 m ve 400 m olan dikdörtgen şeklindeki arsanın çevresine, her köşede bir ağaç olmak üzere eş aralıklarla ağaç dikilecektir. Buna göre arsanın çevresine en az kaç ağaç dikilebilir?



Çözüm

Problemde, dikdörtgen şeklindeki arsanın kenar uzunlukları ve arsanın çevresine, her köşede bir ağaç olmak üzere eş aralıklarla ağaç dikileceği belirtilmektedir. Arsayı yandaki gibi modelleyelim.



Arsanın çevresine en az sayıda ağaç dikilemek için ağaçlar arasındaki eşit aralıkların mümkün olduğu kadar büyük olması gerekir. Ağaçlar arasındaki eşit aralıkların olabilecek en büyük değeri bulunurken 240 ile 400 sayılarının EBOB değeri hesaplanmalıdır.

$$\text{EBOB} (240, 400) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80$$

İki ağaç arasındaki olabilecek en uzun mesafe 80 m'dir.

Arsanın çevresine en az kaç ağaç dikilebileceğini bulmak için arsanın çevre uzunluğunu, 240 ile 400 sayılarının EBOB değerine bölelim.

$$\text{Arsanın çevre uzunluğu} = 2 \cdot (240 + 400) = 1280 \text{ m}$$

$$\text{Arsanın çevresine en az, } \frac{1280}{80} = 16 \text{ ağaç dikilebilir.}$$

240	400	2
120	200	2
60	100	2
30	50	2
15	25	3
5	25	5
1	5	5
1		

Problem

Burak, torbasındaki bilyelerini on beşer ve yirmişer olarak sayabiliyor. Torbada 100'den az bilye olduğuna göre Burak'ın en çok kaç bilyesi vardır?

24

Çözümlü problemlerin bulunduğu bölümdür.

1.

Ünite Değerlendirmesi

1. Verilen sayıları, bu sayıların üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazılmış halleriyle eşleştiriniz.

60
48
56
144
160

$2^3 \cdot 7^1$
$2^4 \cdot 3^1$
$2^5 \cdot 5^1$
$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

2. "184 sayısının asal çarpanları Δ ve $\square$ ise, $\Delta + \square$ toplamı doğal sayısına eşittir." ifadesindeki noktalı yere uygun sayıyı yazınız.

3. "8'den küçük pozitif tam sayılardan tanesi 8 ile aralarında asaldır." ifadesindeki noktalı yere uygun sayıyı yazınız.

4. Serpil Hanım, çiftliğinde beslediği köpekleri, üçerli ve dörderli gruplandırabilmektedir. Buna göre Serpil Hanım'ın çiftliğinde en az kaç köpek vardır?

5. 21 kg ve 35 kg'lık iki farklı kalitedeki pirinç, eşit büyüklükteki torbalara; artmayacak ve birbirlerine karışmayacak şekilde doldurulmak isteniyor. Buna göre en az kaç torba kullanılabilir?

6. Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. EKOK (25, 125)

b. EBOB (60, 44)

c. EKOK (55, 100)

ç. EBOB (48, 24)

d. EKOK (50, 40)

e. EBOB (600, 42)

7. Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini noktalı yerlere yazınız.

a. $(-3)^{-2} = \dots\dots\dots$

b. $(-5)^{-4} = \dots\dots\dots$

c. $(-2)^4 = \dots\dots\dots$

ç. $(-3)^3 = \dots\dots\dots$

d. $5^{-1} = \dots\dots\dots$

e. $(-4)^5 = \dots\dots\dots$

f. $1^{-6} = \dots\dots\dots$

g. $(-1)^7 = \dots\dots\dots$

53

Öğrenilen bilgilerin ünite sonlarında uygulanabileceği soru ve problemlerin bulunduğu bölümdür.

“Ünite Değerlendirmesi” sorularının cevaplarının bulunduğu bölümdür.

CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE

1. Ünite Değerlendirmesi (53. Sayfa)

1. $\begin{matrix} 60 \\ 48 \\ 56 \\ 144 \\ 160 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 2^3 \cdot 7^1 \\ 2^4 \cdot 3^1 \\ 2^2 \cdot 5^1 \\ 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \end{matrix}$ 2. 25 3. 4
6. a. 125 b. 4 c. 1100 ç. 24 d. 200 e. 6
7. a. $\frac{1}{9}$ b. $\frac{1}{625}$ c. 16 ç. -3 d. $\frac{1}{5}$ e. -1024 f. 1 g. -1
8. a. $0,024 = 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$ b. $3,402 = 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$ 9. A
c. $79,43 = 7 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$ ç. $0,005 = 5 \cdot 10^{-3}$
10. a. $\frac{9}{2}$ b. -4 c. 125 ç. $\frac{1}{625}$ d. -4 e. 0,0000108
11. a. 1000 b. $(\frac{2}{5})^6$ c. 20 ç. $\frac{1}{243}$ d. 5^{32} e. 3^{-6}
12. Cevaplar farklılık gösterebilir.
 $0,00000048 = 0,0000048 \cdot 10^{-1}$
 $= 0,000048 \cdot 10^{-2}$
 $= 0,00048 \cdot 10^{-3}$
 $= 0,0048 \cdot 10^{-4}$
 $= 0,048 \cdot 10^{-5}$
 $176\,000\,000 = 176 \cdot 10^6$
 $= 1760 \cdot 10^5$
 $= 17\,600 \cdot 10^4$
 $= 176\,000 \cdot 10^3$
 $= 1\,760\,000 \cdot 10^2$
13. a. $5,618 \cdot 10^{-17}$ b. $6,1238 \cdot 10^{-3}$ c. $1,613 \cdot 10^6$ ç. $4 \cdot 10^5$ d. $4,8 \cdot 10^{-27}$ e. $5,28 \cdot 10^2$
14. a. $5,03 \cdot 10^{-6} < 5,3 \cdot 10^{-6}$ b. $1,3 \cdot 10^8 < 9,48 \cdot 10^{10}$ c. $3,8 \cdot 10^{-22} < 3,8 \cdot 10^{-20}$

2. ÜNİTE

2. Ünite Değerlendirmesi (92. Sayfa)

1. a. 12 b. 21 c. 19 ç. 16
2. a. (4) ve 5 b. (1) ve 12 c. 14 ve (15) ç. 17 ve (18) d. (3) ve 4 e. (7) ve 8 3. 16
4. $\frac{x}{\sqrt{3}}$ $\frac{x}{(\sqrt{2}-\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2}+\sqrt{5})}$ 5. 15 6. a. irrasyonel b. rasyonel c. irrasyonel
7. a. $C = 16\sqrt{2}$ cm, $A = 30$ cm² b. $C = 3\sqrt{3} + \sqrt{15}$ cm, $A = 3$ cm² c. $C = 12\sqrt{5}$ cm, $A = 45$ cm²
8. $\sqrt{216}$ 9. $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ $7\sqrt{10} = \sqrt{490}$ $6\sqrt{3} = \sqrt{108}$ $3\sqrt{12} = \sqrt{108}$
10. $3\sqrt{6} - 4\sqrt{5}$ 11. 16,7 12. Öğrenci yorumuna bağlıdır.
13. Öğrenci yorumuna bağlıdır. 14. Öğrenci yorumuna bağlıdır. 15. Öğrenci yorumuna bağlıdır.

1. ÜNİTE



SAYILAR VE İŞLEMLER

KONULAR

ÇARPANLAR VE KATLAR

- Pozitif Tam Sayıların Çarpanları ve Tam Sayıları, Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma
- İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı
- Aralarında Asal Olan Doğal Sayılar

ÜSLÜ İFADELER

- Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri
- Üslü İfadelerle İlgili Temel Kurallar
- Sayıların Ondalık Gösterimlerini Çözümleme
- Sayıları 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme
- Bilimsel Gösterim

Terimler

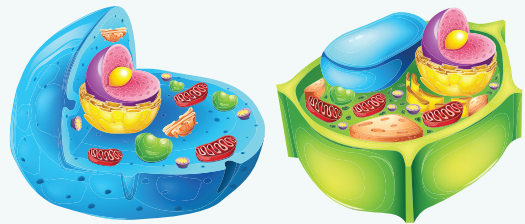
- en büyük ortak bölen (EBOB)
- en küçük ortak kat (EKOK)
- çok büyük sayılar ve çok küçük sayılar
- bilimsel gösterim



John Napier

John Napier (Con Neypir), 1614 yılında üslü sayılarla ilgili bir eser yayınlamaya kadar, üslü olarak verilen bazı ifadelerin gerçek değerlerini bulmak matematik yönünden yapılması zor bir işlemdi. Ancak, John Napier'in çalışmalarından sonra üslü ifadelerin değerlerini bulmak çok daha kolaylaştı.

http://www.academia.edu/6957234/Üslü_Sayılar_Tarihçesi (Leyla Köroğlu makalesi)



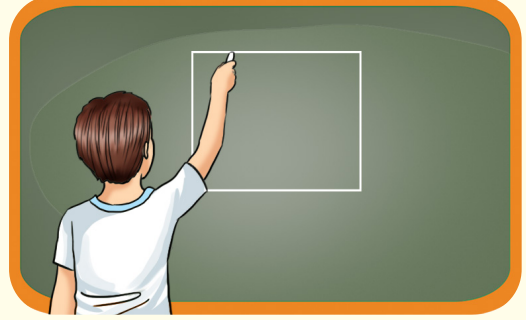
Erişkin bir insanda özelleşmiş bazı işlevlere sahip 200 farklı tipte, yaklaşık 10^{14} (100 trilyon) hücre bulunur. Bu hücreler dokuları, organları, sistemleri ve organizmayı oluşturur.

Hücrelerin pek çoğunun hacmi, 1 - 1000 mikrometreküp; çapları ise 1,2 - 12 mikrometre arasında olur.

En küçük hücre 0,05 mikrometre çapa sahip mikoplazmadır.

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları ve Pozitif Tam Sayıların Çarpanlarını Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma

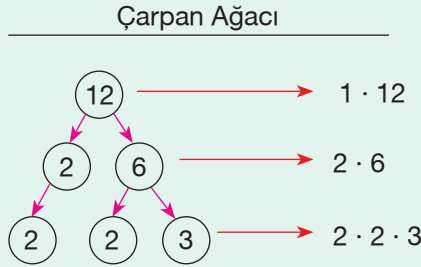
Öğretmeni, Ahmet'ten panoda kullanmak üzere alanı 20 cm^2 olan bir dikdörtgen oluşturmasını istiyor. Ahmet, kenar uzunlukları birbirinden farklı doğal sayı ve birimi cm olmak koşuluyla kaç farklı dikdörtgen oluşturabilir? Arkadaşlarınızla paylaşınız.



Hatırlatma

- Bir doğal sayının çarpanları aynı zamanda o sayının kalansız bölenleridir.
- 1 ve kendisinden başka çarpanı (böleni) olmayan, 1'den büyük doğal sayılara asal sayı denir. En küçük asal sayı 2'dir.
- Bir doğal sayının asal sayı olan tüm çarpanlarına asal çarpan denir.
- Bir doğal sayının çarpanları, çarpan ağacı oluşturularak ya da asal çarpanlar algoritması yöntemiyle bulunabilir.

12 sayısının çarpanları aşağıdaki gibi bulunabilir.



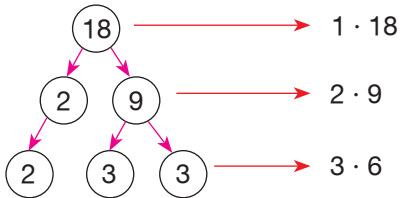
Asal Çarpanlar Algoritması

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

12 sayısının çarpanları; 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir.

12 sayısının asal çarpanları, 2 ve 3'tür.

18 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını (bölenlerini), çarpan ağacından yararlanarak bulalım. 18 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.



18 sayısının çarpanları; 1, 2, 3, 6, 9 ve 18'dir. Bu pozitif tam sayılar, aynı zamanda 18 sayısının bölenleridir.

18 sayısı; 1 · 18, 2 · 9 veya 3 · 6 şeklinde iki sayının çarpımı olarak yazılabilir.

18 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$18 = 2^1 \cdot 3^2$$

Örnek

110 sayısının asal çarpanlarını ve asal çarpanlarından yararlanarak çarpanlarını bulunuz. Sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

Çözüm

110 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

110 | 2 → 110 sayısını en küçük asal sayı olan 2'ye bölelim.

55 | 5 → 55 sayısı, 2'den büyük en küçük asal sayı olan 3'e kalansız bölünmez. 55 sayısını 5'e bölelim.

11 | 11 → 11 sayısını asal sayı olduğundan 11'e bölelim.

1 |

110 sayısının asal çarpanları; 2, 5 ve 11'dir.

Asal çarpanlarından yararlanarak 110 sayısının çarpanlarını bulalım.

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$2 \cdot 11 = 22$$

$$5 \cdot 11 = 55$$

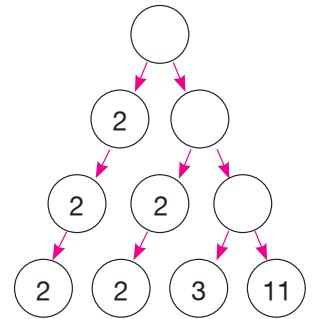
$$2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$$

110 sayısının çarpanları (bölenleri); 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55 ve 110'dur. 1 sayısı her doğal sayının çarpanı olduğundan 110 sayısının da çarpanlarından biridir. 110 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.

$$110 = 2^1 \cdot 5^1 \cdot 11^1$$

Örnek

Yanda verilen çarpan ağacından yararlanılarak çarpanlarına ayrılan pozitif tam sayıyı bulup üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız. Pozitif tam sayının asal çarpanlarını belirleyiniz.



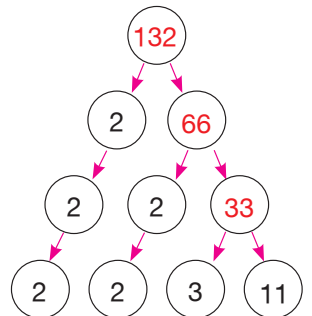
Çözüm

Çarpan ağacından yararlanılarak çarpanlarına ayrılan sayı 132'dir. 132 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.

$$132 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$132 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 11^1$$

132 sayısının asal çarpanları; 2, 3 ve 11'dir.



Örnek

Bir kuş sürüsünde 288 kuş vardır. Sürüdeki kuş sayısını, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız. Kuş sayısının asal çarpanlarını bulunuz.

Çözüm

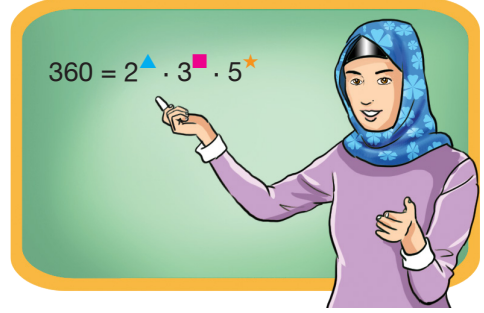
288 sayısının asal çarpanlarını, asal çarpanlar algoritması yöntemiyle bulalım.

288	2	$288 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
144	2	$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ adet}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{2 \text{ adet}}$
72	2	
36	2	$288 = 2^5 \cdot 3^2$
18	2	288 sayısının asal çarpanları, 2 ve 3'tür.
9	3	
3	3	
1		

Örnek

Meltem Öğretmen, öğrencilerine 360 sayısının üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazılışını soruyor. Öğrencilerine yardımcı olması için de 360 sayısını tahtaya yandaki gibi yazıyor.

Buna göre, $\blacktriangle + \blacksquare + \star$ toplamı kaçtır?



Çözüm

Asal çarpanlar algoritması yöntemini kullanarak 360 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

360	2	} 3 adet
180	2	
90	2	
45	3	} 2 adet
15	3	
5	5	} 1 adet
1		

360 sayısı, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$ olarak yazılır.

O hâlde tahtadaki $2^{\blacktriangle} \cdot 3^{\blacksquare} \cdot 5^{\star}$ ifadesindeki $\blacktriangle$ yerine 3, $\blacksquare$ yerine 2, $\star$ yerine 1 yazılmalıdır.

$\blacktriangle + \blacksquare + \star$ toplamı, $3 + 2 + 1 = 6$ 'dır.

Örnek

$$7^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2$$

Bir bölgede ihtiyacı olanlara erzaklar, kolilere konularak dağıtılmaktadır. Dağıtılan koli sayısı, yukarıdaki gibi üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazılmıştır. Buna göre ihtiyacı olanlara kaç koli erzak dağıtılmaktadır?

Çözüm

Verilen çarpma işlemindeki üslü ifadelerin değerlerini ayrı ayrı bularak yerlerine yazalım ve ihtiyacı olanlara dağıtılan koli sayısını bulalım.

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$7^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2 = 49 \cdot 8 \cdot 9 = 3528$$

İhtiyacı olanlara, 3528 koli erzak dağıtılmıştır.

Örnek

216 sayısının asal çarpanlarını ve pozitif tam sayı çarpanlarını bulunuz. Sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

Çözüm

216 sayısının asal çarpanlarını ve pozitif tam sayı çarpanlarını belirleyelim.

$$216 \mid 2 \quad 216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$108 \mid 2 \quad 216 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$54 \mid 2$$

$$27 \mid 3$$

$$9 \mid 3$$

$$3 \mid 3$$

$$1 \mid$$

2 ve 3 sayıları, 216 sayısının asal çarpanlarıdır.

216 sayısının pozitif tam sayı çarpanları; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 27, 36, 54,

72, 108 ve 216'dır.

Alıştırmalar

1. Verilen pozitif tam sayıların asal çarpanlarını bulunuz.

a. 6

b. 18

c. 26

ç. 112

d. 165

2. Verilen pozitif tam sayıların çarpanlarını bulunuz.

a. 28

b. 30

c. 42

ç. 52

d. 85

3. Verilen pozitif tam sayıları üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

a. 54

b. 78

c. 104

ç. 242

d. 250

4. Bir beldede 544 adet araba vardır. Beldedeki araba sayısının asal çarpanlarını bulunuz. Sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

5. $(-2)^3 \cdot (-5)^2 \cdot 3 \cdot (-1)^7$ işleminin sonucunu üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

6. 2250 sayısı $\blacktriangle \cdot 5^{\blacksquare} \cdot 3^{\star}$ olarak üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazılıyor. Buna göre $\blacktriangle \cdot (\blacksquare + \star)$ işleminin sonucu kaçtır?

İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı

Ağaçlandırmanın önemini farkında olan Zeliha Hanım, kenar uzunlukları 60 m ve 150 m olan dikdörtgen şeklindeki bahçesinin etrafını, köşelerinde de ağaç bulunacak ve ardışık ağaçlar arasındaki mesafe eşit olacak şekilde ağaçlandırmak istiyor. Buna göre Zeliha Hanım, dikeceği ağaç fidanları arasındaki mesafeyi belirlerken nelere dikkat etmelidir? Nedenleriyle açıklayınız.



Hatırlatma

İki doğal sayının ortak bölenleri ve ortak katları belirlenirken doğal sayılar aynı asal çarpan algoritması üzerinde asal çarpanlarına ayrılır. Örneğin, 12 ve 20 sayılarının ortak bölenleri ve ortak katları aşağıdaki gibi belirlenebilir:

- 12'nin bölenleri 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir.
 - 20'nin bölenleri 1, 2, 4, 5, 10 ve 20'dir.
 - 12 ve 20 sayılarının ortak bölenleri; 1, 2 ve 4'tür. 1 sayısı her doğal sayının bölenidir.
 - 12'nin katları 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, ... olarak devam eder.
 - 20'nin katları 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, ... olarak devam eder.
- Bu durumda 12 ve 20'nin ortak katları; 60, 120, 180, 240, ... şeklinde 60 artarak devam eder.

En Büyük Ortak Bölen

İki doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne, bu sayıların **en büyük ortak böleni** adı verilir. En büyük ortak bölen, **EBOB** şeklinde kısaltılır.

36 ile 45 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

36 ile 45 sayılarının bölenlerini ayrı ayrı bularak ortak olanları belirleyelim.

36 sayısının bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

45 sayısının bölenleri: 1, 3, 5, 9, 15, 45

36 ile 45 sayılarının ortak bölenleri; 1, 3 ve 9'dur. Ortak bölenlerinin en büyüğü 9'dur.

36 ile 45 sayılarının en büyük ortak bölenini, asal çarpanlar algoritması yöntemini kullanarak da bulabiliriz.

36	45	2
18	45	2
9	45	3 → Ortak bölen
3	15	3 → Ortak bölen
1	5	5
1	1	

36 ile 45'ten her ikisini de tam bölen asal sayıları yuvarlak içine aldık. Yuvarlak içine aldığımız asal sayıları çarparak 36 ile 45'in en büyük ortak bölenini bulalım.

$$\text{EBOB}(36, 45) = 3 \cdot 3 = 9$$

a ile b sayılarının en büyük ortak böleni, EBOB(a, b) şeklinde gösterilir.

Örnek

40 ile 60 sayılarının en büyük ortak bölenini bulunuz.

Çözüm

40 ile 60 sayılarının en büyük ortak bölenini, sayıları asal çarpanlarına ayırarak bulalım.

40	60	2	→ Ortak bölen
20	30	2	→ Ortak bölen
10	15	2	
5	15	3	
5	5	5	→ Ortak bölen
1	1		

40 ile 60'ın ortak bölenleri olan asal sayıları yuvarlak içine aldık. Yuvarlak içine aldığımız asal sayıları çarparak 40 ile 60'ın en büyük ortak bölenini bulalım.

$$\text{EBOB}(40, 60) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

Örnek

$$A = 2 \cdot 5 \cdot 6$$

$$B = 14 \cdot 2 \cdot 3$$

Yukarıda belirtilen A ile B doğal sayılarının en büyük ortak bölenini bulunuz.

Çözüm

A ile B sayılarının en büyük ortak bölenini iki farklı yolla bulalım.

I. Yol

Önce A ile B doğal sayılarının değerlerini bulalım.

$$A = 2 \cdot 5 \cdot 6 = 60$$

$$B = 14 \cdot 2 \cdot 3 = 84$$

Sonra 60 ile 84 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

60	84	2	→ Ortak bölen
30	42	2	→ Ortak bölen
15	21	3	→ Ortak bölen
5	7	5	
1	7	7	
	1		

$$\text{EBOB}(60, 84) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

II. Yol

A ile B doğal sayılarının EBOB değerini, sayıların çarpanlarından yararlanarak da bulabiliriz.

$$A = 2 \cdot 5 \cdot 6 = 2 \cdot 5 \cdot \underbrace{2 \cdot 3}_{12} = (2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 5 = 12 \cdot 5$$

$$B = 14 \cdot 2 \cdot 3 = \underbrace{2 \cdot 7}_{14} \cdot 2 \cdot 3 = (2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 7 = 12 \cdot 7$$

A ile B doğal sayılarının en büyük ortak böleni 12'dir.

1'den başka ortak çarpanı (böleni) bulunmayan iki doğal sayının en büyük ortak böleni 1'dir.

Örnek

16 ile 35 sayılarının en büyük ortak bölenini bulunuz.

Çözüm

16	35	2
8	35	2
4	35	2
2	35	2
1	35	5
	7	7
	1	

16 ile 35 sayılarının ortak böleni sadece 1'dir. O hâlde; 16 ile 35'in en büyük ortak böleni 1'dir.
EBOB (16, 35) = 1'dir.

Sıfırdan farklı iki doğal sayıdan biri, diğ erinin katı ise bu iki sayının en büyük ortak böleni küçük olan doğal sayıya eşittir.

Örnek

$$\text{EBOB}(A, 15) = A$$

Kutucukta verilen eşitliğ e göre A yerine hangi doğal say ıların yaz ılabileceğini bulunuz.

Çözüm

A sayısı ile 15'in EBOB değ eri, A sayısına eşittir. Buna göre A yerine yaz ılacak doğal say ı, 15'in bir çarpan ı olmalıdır.

15'in çarpanları; 1, 3, 5 ve 15 say ılarıdır. O hâlde A yerine 1, 3, 5 veya 15 say ıları yaz ılabilir.

Örnek

Ahmet 24 kg, Zeynep 18 kg'dır. Ahmet ile Zeynep'in kütlelerini belirten doğal say ıların EBOB değ erini bulunuz.

Çözüm

24 ile 18 say ılarının EBOB değ erini bulalım.

$$\text{EBOB}(24, 18) = 2 \cdot 3 = 6$$

Ahmet ile Zeynep'in kütlelerini belirten doğal say ıların EBOB değ eri 6'dır.

24	18	2	→ Ortak bölen
12	9	2	
6	9	2	
3	9	3	→ Ortak bölen
1	3	3	
	1		

En Küçük Ortak Kat

İki doğal sayının ortak katlarının en küçüğüne, bu sayıların **en küçük ortak katı** adı verilir. En küçük ortak kat, **EKOK** şeklinde kısaltılır.

12 ile 16 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

12 ile 16 sayılarının katlarını ayrı ayrı bularak ortak olanları belirleyelim.

12 sayısının katları; 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, ...

16 sayısının katları; 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144, ...

12 ve 16 sayılarının ortak katları; 48, 96, 144, ... şeklinde 48 artarak devam eder. 12 ve 16 sayılarının ortak katlarının en küçüğü 48'dir.

12 ve 16 sayılarının en küçük ortak katını, asal çarpanlar algoritması yöntemini kullanarak da bulabiliriz. 12 ile 16 sayıları asal çarpanlara ayrıldığında çizginin sağ tarafında elde ettiğimiz asal sayıları çarparak 12 ile 16'nın en küçük ortak katını bulalım.

$$\text{EKOK}(12, 16) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48$$

12	16	2
6	8	2
3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

a ile b doğal sayılarının en küçük ortak katı, EKOK (a, b) şeklinde gösterilir.

Örnek

Aşağıda verilen eşitlikler doğru ise eşitliğin başındaki kutucuğa "D", yanlış ise "Y" yazınız.

☐ EKOK (20, 15) = 120

☐ EKOK (33, 22) = 66

☐ EKOK (12, 18) = 48

☐ EKOK (21, 105) = 105

Çözüm

İfadelerin değerlerini bulalım.

$$\text{EKOK}(20, 15) = ?$$

20	15	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

$$\text{EKOK}(20, 15) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Verilen eşitlik yanlıştır.

$$\text{EKOK}(33, 22) = ?$$

33	22	2
33	11	3
11	11	11
1	1	

$$\text{EKOK}(33, 22) = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$$

Verilen eşitlik doğrudur.

$$\text{EKOK} (12, 18) = ?$$

12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
	1	

$$\text{EKOK} (12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Verilen eşitlik yanlıştır.

$$\text{EKOK} (21, 105) = ?$$

21	105	3
7	35	5
7	7	7
1	1	

$$\text{EKOK} (21, 105) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$$

Verilen eşitlik doğrudur.

Bulunan değerlere göre boş kutucuklara “D” ile “Y” harflerinden uygun olanı yazalım.

Y $\text{EKOK} (20, 15) = 120$

D $\text{EKOK} (33, 22) = 66$

Y $\text{EKOK} (12, 18) = 48$

D $\text{EKOK} (21, 105) = 105$

Sıfırdan farklı iki doğal sayıdan biri, diğerinin katı ise bu iki sayının en küçük ortak katı büyük olan doğal sayıya eşittir.

Örnek

$$\text{EKOK} (A, 22) = B$$

Kutucuktaki eşitlikte verilen A doğal sayısı 22'nin bir çarpanı ve EBOB $(A, 22) = 2$ 'dir. O hâlde $A + B$ toplamını bulunuz.

Çözüm

Eşitlikteki A sayısı, 22'nin bir çarpanı ve EBOB $(A, 22) = 2$ ise A yerine 2 yazılmalıdır. 22'nin çarpanları 1, 2, 11 ve 22'dir.

Böylece kutucukta verilen eşitlik $\text{EKOK} (2, 22) = B$ olur. 2 ile 22 sayılarının EKOK değerini bulalım. Algoritmadan elde ettiğimiz 2 ile 11 sayılarını çarparak 2 ile 22 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

$$\text{EKOK} (2, 22) = 2 \cdot 11 = 22$$

B yerine 22 yazılmalıdır.

$A + B$ toplamını bulalım.

$$A + B = 2 + 22 = 24$$

Örnek

Çevre düzenlemesine çok önem veren Sinem Hanım, bahçesine 125 gül ve 100 lale fidanı dikti. Sinem Hanım'ın bahçesine diktiği gül ve lale fidanı sayılarının EBOB ve EKOK değerlerini bulunuz.

Çözüm

Sinem Hanım, bahçesine 125 gül ve 100 lale fidanı dikmiştir. 125 ile 100 sayılarının EBOB ve EKOK değerlerini bulalım.

$$\text{EBOB} (125, 100) = 5 \cdot 5 = 25$$

$$\text{EKOK} (125, 100) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$$

125	100	2	
125	50	2	
125	25	5	Ortak bölen
25	5	5	Ortak bölen
5	1	5	
1			

Sıfırdan farklı iki doğal sayının çarpımı, EBOB ile EKOK değerlerinin çarpımına eşittir.

Örnek

A ile 75 doğal sayılarının EBOB değeri 15, EKOK değeri 300'dür. Buna göre A doğal sayısı kaçtır?

Çözüm

A ile 75 doğal sayılarının çarpımı, EBOB ve EKOK değerlerinin çarpımına eşittir.

$EBOB(A, 75) = 15$ ve $EKOK(A, 75) = 300$ olduğuna göre A doğal sayısını bulalım.

$$A \cdot 75 = EBOB(A, 75) \cdot EKOK(A, 75)$$

$$A \cdot 75 = 15 \cdot 300$$

$$A \cdot 75 = 4500$$

$$A = \frac{4500}{75} = 60$$

Örnek

Yandaki tabloda bazı ifadeler ve bu ifadelerin değerleri belirtilmiştir. Buna göre tabloda verilmeyen EBOB ve EKOK değerlerini bularak renkli bölgelere yazınız.

Tablo: EBOB ve EKOK Değerleri

İfade	Değeri
EBOB (12, 15)	3
EKOK (8, 40)	40
EBOB (33, 25)	
EKOK (20, 24)	
EBOB (50, 70)	

Çözüm

- EBOB (33, 25) değerini bulalım.

33	25	3
11	25	5
11	5	5
11	1	11
1		

$EBOB(33, 25) = 1$ 'dir.

Turuncu bölgeye 1 yazılmalıdır.

- EKOK (20, 24) değerini bulalım.

20	24	2
10	12	2
5	6	2
5	3	3
5	1	5
1		

$EKOK(20, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Yeşil bölgeye 120 yazılmalıdır.

- EBOB (50, 70) değerini bulalım.

50	70	②
25	35	⑤
5	7	5
1	7	7
1		

$EBOB(50, 70) = 2 \cdot 5 = 10$

Sarı bölgeye 10 yazılmalıdır.

Tablo: EBOB ve EKOK Değerleri

İfade	Değeri
EBOB (12, 15)	3
EKOK (8, 40)	40
EBOB (33, 25)	1
EKOK (20, 24)	120
EBOB (50, 70)	10

Problem

Yatılı okulda görev yapan Burcu Öğretmen 10 günde bir, Esra Öğretmen 15 günde bir nöbet tutuyor. İlk gün birlikte nöbet tutan Burcu ve Esra Öğretmen, kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutar?

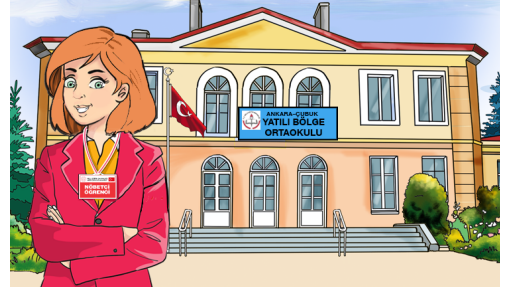
Çözüm

Problemde Burcu ve Esra Öğretmen'in kaç günde bir nöbet tuttıkları belirtilmektedir. İlk gün birlikte nöbet tutan Burcu ve Esra Öğretmen'in kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutacaklarını bulabilmek için 10 ile 15 sayılarının EKOK değeri hesaplanmalıdır.

$$\text{EKOK}(10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Burcu ve Esra Öğretmen ilk gün nöbet tuttuktan 30 gün sonra tekrar birlikte nöbet tutar.

10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	



Problem

Kenar uzunlukları 240 m ve 400 m olan dikdörtgen şeklindeki arsanın çevresine, her köşede bir ağaç olmak üzere eş aralıklarla ağaç dikilecektir. Buna göre arsanın çevresine en az kaç ağaç dikilebilir?

400 m

240 m

Çözüm

Problemde, dikdörtgen şeklindeki arsanın kenar uzunlukları ve arsanın çevresine, her köşede bir ağaç olmak üzere eş aralıklarla ağaç dikileceği belirtilmektedir. Arsayı yandaki gibi modelleyelim.

Arsanın çevresine en az sayıda ağaç dikebilmek için ağaçlar arasındaki eşit aralıkların mümkün olduğu kadar büyük olması gerekir. Ağaçlar arasındaki eşit aralıkların olabilecek en büyük değeri bulunurken 240 ile 400 sayılarının EBOB değeri hesaplanmalıdır.

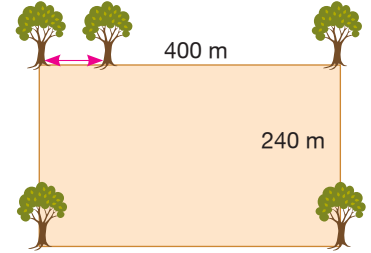
$$\text{EBOB}(240, 400) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80$$

İki ağaç arasındaki olabilecek en uzun mesafe 80 m'dir.

Arsanın çevresine en az kaç ağaç dikilebileceğini bulmak için arsanın çevre uzunluğunu, 240 ile 400 sayılarının EBOB değerine bölelim.

$$\text{Arsanın çevre uzunluğu} = 2 \cdot (240 + 400) = 1280 \text{ m}$$

$$\text{Arsanın çevresine en az, } \frac{1280}{80} = 16 \text{ ağaç dikilebilir.}$$



240	400	2
120	200	2
60	100	2
30	50	2
15	25	3
5	25	5
1	5	5
	1	

Problem

Burak, torbasındaki bilyelerini on beşer ve yirmişer olarak sayabiliyor. Torbada 100'den az bilye olduğuna göre Burak'ın en çok kaç bilyesi vardır?

Çözüm

Problemde, bir torbadaki bilyelerin kaçar kaçar sayılabildiği belirtilmektedir.

Torbada en az kaç bilye olduğu bulunurken 15 ile 20 sayılarının EKOK değeri hesaplanmalıdır.

$$\text{EKOK}(15, 20) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Burak'ın bilyelerinin sayısı 100'den az olduğuna göre 60 bilyesi vardır.

15	20	2
15	10	2
15	5	3
5	5	5
1	1	

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. EBOB (30, 80)

b. EBOB (26, 13)

c. EBOB (27, 16)

ç. EKOK (12, 48)

d. EKOK (36, 54)

e. EKOK (14, 15)

2. Kutucuklarda verilen doğal sayılara göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. A ile I kutucuklarındaki doğal sayıların EBOB değeri kaçtır?

b. C ile D kutucuklarındaki doğal sayıların EKOK değeri kaçtır?

c. B ile E kutucuklarındaki doğal sayıların EBOB değerinden kaç çıkarılırsa F ile H kutucuklarındaki doğal sayıların EBOB değeri elde edilir?

ç. G kutucuğundaki doğal sayı ile 60 sayısının EKOK değeri kaçtır?

11	A	18	B	24	C
40	D	36	E	42	F
68	G	70	H	88	I

3. K ile 28 doğal sayılarının EBOB değeri 4, EKOK değeri 168 ise K doğal sayısı kaçtır?

4. Bir fabrikanın ürettiği sarı lambalar 8 saniyede bir kez, mor lambalar 14 saniyede bir kez yanıp sönmektedir. Lambalar aynı anda yandıktan kaç saniye sonra tekrar birlikte yanar?

5. Ahmet Bey, birinin içinde 60 kg nohut, diğerinin içinde 110 kg fasulye bulunan çuvallardaki baklagilleri birbirlerine karıştırmadan ve hiç artmayacak şekilde eş kütleli paketler hâline getirmiştir. Buna göre Ahmet Bey, en az kaç paket baklagil elde etmiştir?

Aralarında Asal Olan Doğal Sayılar

Ahmet ile Ayşe, 17 ve 31 doğal sayılarının ortak çarpanlarını bulmak istiyorlar. 17 ve 31 sayılarının 1'den başka ortak çarpanı olup olmadığını tartışıyorlar.

Sizce iki asal sayının 1'den başka ortak çarpanı olabilir mi? Nedenini açıklayınız.



Hatırlatma

100'den küçük olan asal sayılar, aşağıda verilmiştir:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

1 sayısından başka ortak çarpanı (böleni) olmayan doğal sayılara, **aralarında asal sayılar** denir.

34 ile 25 sayılarının aralarında asal olup olmadığını belirleyelim.

34 ile 25 sayılarının çarpanlarını bularak 1 sayısından başka ortak çarpanlarının olup olmadığını belirleyelim.

34'ün çarpanları; 1, 2, 17 ve 34'tür.

25'in çarpanları; 1, 5 ve 25'tir.

34 ile 25 sayılarının, 1'den başka ortak çarpanı (böleni) olmadığından 34 ile 25 sayıları, aralarında asal sayılardır.

Örnek

18 ile 27 sayılarının aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

18 ile 27 sayılarının çarpanlarını bulalım.

18 sayısının çarpanları; 1, 2, 3, 6, 9 ve 18'dir.

27 sayısının çarpanları; 1, 3, 9 ve 27'dir.

18 ile 27'nin ortak çarpanları; 1, 3 ve 9'dur. 18 ile 27 sayılarının 1'den başka ortak çarpanları olduğundan aralarında asal değildir.

Örnek

Melek'in tahtada belirttiği doğal sayılar aralarında asaldır ve $\triangle$ yerine yazılması gereken doğal sayı, 80 ile 90 arasındadır. Buna göre $\triangle$ yerine en fazla kaç yazılabilir?



Çözüm

30 ile $\triangle$ doğal sayıları, aralarında asaldır. O hâlde 30 ile $\triangle$ sayılarının 1'den başka ortak çarpanı bulunmamalıdır.

30 sayısının çarpanları; 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ve 30'dur.

Bu durumda $\triangle$ yerine yazılması gereken sayının çarpanları;

2, 3, 5, 6, 10, 15 ve 30 sayıları olmamalıdır.

80 ile 90 arasındaki doğal sayıları inceleyelim.

82, 84, 86 ve 88 sayılarının çarpanlarından biri 2'dir. O hâlde $\triangle$ sayısı, bu sayılardan biri olamaz. 80 ile 90 arasındaki tek doğal sayıları inceleyelim.

81 sayısının çarpanları; 1, 3, 9, 27 ve 81'dir.

83 sayısının çarpanları; 1 ve 83'tür.

85 sayısının çarpanları; 1, 5, 17 ve 85'tir.

87 sayısının çarpanları; 1, 3, 29 ve 87'dir.

89 sayısının çarpanları; 1 ve 89'dur.

80 ile 90 arasındaki sayılardan 83 ile 89 sayıları, 30 ile aralarında asaldır. Bu durumda $\triangle$ yerine en fazla 89 yazılabilir.

1 sayısı ile her doğal sayı, aralarında asaldır. Asal sayıların 1'den başka ortak çarpanı (bölenleri) olamayacağından asal sayılar, aralarında asaldır.

Örnek

3 ile 71

1 ile 28

5 ile 55

39 ile 38

Yukarıdaki kutucuklarda verilen sayıların aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

- 3 ile 71 sayıları, asal sayıdır. O hâlde 1'den başka ortak çarpanları yoktur. Bu durumda 3 ile 71 sayıları, aralarında asaldır.
- 1 ile her doğal sayı aralarında asaldır. Bu durumda 1 ile 28 sayıları, aralarında asaldır.
- 5, asal sayıdır. Ancak 55, asal sayı değildir.
5'in çarpanları; 1 ve 5'tir.
55'in çarpanları; 1, 5, 11 ve 55'tir.
5 ile 55 sayılarının 1'den başka ortak çarpanı vardır. Bu durumda 5 ile 55 sayıları, aralarında asal değildir.

- 39'un çarpanları; 1, 3, 13 ve 39'dur.

38'in çarpanları; 1, 2, 19 ve 38'dir.

39 ile 38 sayılarının 1'den başka ortak çarpanı yoktur. Bu durumda 39 ile 38 sayıları, aralarında asaldır.

Örnek

0'dan büyük hangi rakamlar ile 10 sayısı aralarında asaldır?

Çözüm

10 sayısının çarpanları; 1, 2, 5 ve 10'dur. 0'dan büyük rakamların çarpanlarını yazalım.

1'in çarpanı: 1

4'ün çarpanları: 1, 2 ve 4

7'nin çarpanları: 1, 7

2'nin çarpanları: 1, 2

5'in çarpanları: 1, 5

8'in çarpanları: 1, 2, 4 ve 8

3'ün çarpanları: 1, 3

6'nın çarpanları: 1, 2, 3 ve 6

9'un çarpanları: 1, 3 ve 9

1 ile her doğal sayı aralarında asaldır. 3, 7 ve 9 rakamlarının 10 sayısı ile ortak çarpanı yoktur.

Bu durumda 10 sayısı ile 1, 3, 7 ve 9 rakamları aralarında asaldır.

Alıştırmalar

1. Verilen sayı çiftlerinin aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

a. 32 ile 128

b. 11 ile 121

c. 132 ile 85

ç. 14 ile 51

d. 40 ile 60

e. 1 ile 22

f. 91 ile 26

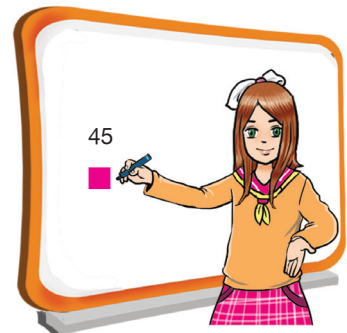
g. 62 ile 45

ğ. 25 ile 27

2. İki basamaklı en büyük doğal sayı ile 77 sayısının aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

3. 12 sayısı ile 12'den küçük hangi doğal sayılar aralarında asaldır?

4. Melike'nin tahtaya yazdığı 45 ile ■ sayıları aralarında asaldır. Buna göre ■ yerine yazılabilecek 70'ten küçük olan en büyük doğal sayı kaçtır?



Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri

Serpil, yaptığı deney için bahçesindeki fidanı her gün suluyor. Serpil, fidana ilk gün 5 mL, sonraki günler ise bir önceki gün verdiği su miktarının 5 katı kadar su veriyor.

Serpil'in 5. gün fidana verdiği su miktarı nasıl bulunabilir? 5. gün Serpil'in verdiği su miktarı, üslü ifade biçiminde nasıl yazılabilir? Açıklayınız.



Hatırlatma

$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$ şeklindeki ifadelere üslü ifade denir.
n tane

a^n üslü ifadesindeki a'ya taban, kaç tane a'nın çarpılacağını belirten n'ye de kuvvet (üs) adı verilir.

Tam sayıların doğal sayı olan kuvvetlerinin değeri bulunurken tam sayı, kuvvet kadar yan yana yazılıp çarpılır.

Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Kuvvetleri

5 sayısının 1, 2, 3 ve 4. kuvvetlerinin değerini bulalım.

- $5^1 = 5$
- $5^2 = \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ adet}} = 25$
- $5^3 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{3 \text{ adet}} = 125$
- $5^4 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ adet}} = 625$

- Sıfırdan farklı her tam sayının 0. kuvvetinin değeri 1'dir.

$$\checkmark 2^0 = 1, \quad \checkmark 5^0 = 1, \quad \checkmark 10^0 = 1$$

- Sıfırın, sıfırdan farklı her doğal sayı kuvvetinin değeri 0'dır.

$$\checkmark 0^2 = 0, \quad \checkmark 0^5 = 0, \quad \checkmark 0^1 = 0$$

Örnek

(-3) tam sayısının 0, 1, 2, 3, 4 ve 5. kuvvetlerinin değerini bulunuz.

- $(-3)^0 = 1$
- $(-3)^1 = -3$
- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$
- $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$
- $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$
- $(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

Örnek

$$0^{20}$$

$$(-2)^3$$

$$2^5$$

$$(-3)^4$$

$$1^{104}$$

$$(-1)^5$$

Kutucuklarda verilen ifadelerin değerleri toplamını bulunuz.

Çözüm

İfadelerin değerlerini ayrı ayrı bulalım.

$$\bullet 0^{20} = 0$$

$$\bullet 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$\bullet 1^{104} = 1$$

$$\bullet (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$\bullet (-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$$

$$\bullet (-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

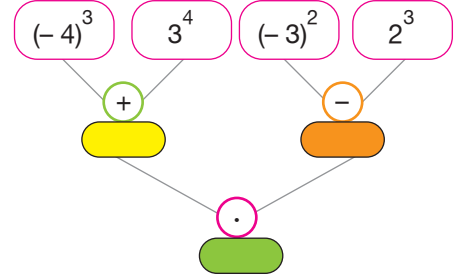
İfadelerin değerleri toplamı; $0 + (-8) + 32 + 81 + 1 + (-1) = 105$ 'tir.

• 1 sayısının tüm tam sayı kuvvetlerinin değeri 1'dir.

• (-1) sayısının tek tam sayı olan kuvvetlerinin değeri (-1) , çift tam sayı olan kuvvetlerinin değeri 1'dir.

Örnek

Şemada belirtilen işlemler yapıldığında şemadaki yeşil kutucuğa hangi sayı yazılır?



Çözüm

• Sarı kutucuğa yazılması gereken sayıyı bulmak için $(-4)^3$ ile 3^4 üslü ifadelerinin değerlerini toplayalım.

$$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$$

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

$$(-4)^3 + 3^4 = (-64) + 81 = 17$$

Şemadaki sarı kutucuğa, 17 yazılmalıdır.

• Turuncu kutucuğa $(-3)^2 - 2^3$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

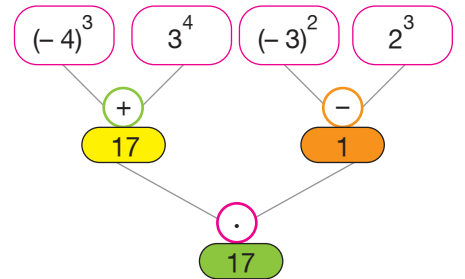
$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$(-3)^2 - 2^3 = 9 - 8 = 1$$

Şemadaki turuncu kutucuğa, 1 yazılmalıdır.

Şemadaki yeşil kutucuğa, $17 \cdot 1 = 17$ yazılmalıdır.



Tam Sayıların Negatif Tam Sayı Kuvvetleri

Bir tam sayının negatif kuvvetinin değerini bulmak için önce tabanın çarpma işlemine göre tersi alınır. Sonra kuvvetin işareti değiştirilir.

a, sıfırdan farklı bir tam sayı ve b bir pozitif tam sayı olmak üzere;

$$a^{-b} = \left(\frac{1}{a}\right)^b = \frac{1}{a^b} \text{ 'dir.}$$

2 sayısının $-1, -2, -3, -4$ ve -5 . kuvvetlerinin değerini bulalım.

$$\bullet 2^{-1} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\bullet 2^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\bullet 2^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$\bullet 2^{-4} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$\bullet 2^{-5} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

Örnek

(-5) sayısının $-1, -2, -3, -4$ ve -5 . kuvvetlerinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$(-5)^{-1} = \left(\frac{-5}{1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{-5}\right)^{+1} = \frac{1}{(-5)^1} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5} = -0,2$$

$$(-5)^{-2} = \left(\frac{-5}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{-5}\right)^{+2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$(-5)^{-3} = \left(\frac{-5}{1}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{-5}\right)^{+3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = -\frac{1}{125} = -0,008$$

$$(-5)^{-4} = \left(\frac{-5}{1}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{-5}\right)^{+4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$$

$$(-5)^{-5} = \left(\frac{-5}{1}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{-5}\right)^{+5} = \frac{1}{(-5)^5} = \frac{1}{-3125} = -\frac{1}{3125} = -0,00032$$

Örnek

$(-2)^{-3}$ ile $(-3)^2$ üslü sayılarının toplamını bulunuz.

Çözüm: Önce $(-2)^{-3}$ ile $(-3)^2$ üslü sayılarının değerlerini bulalım.

$$(-2)^{-3} = \left(\frac{-2}{1}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{-2}\right)^{+3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$$

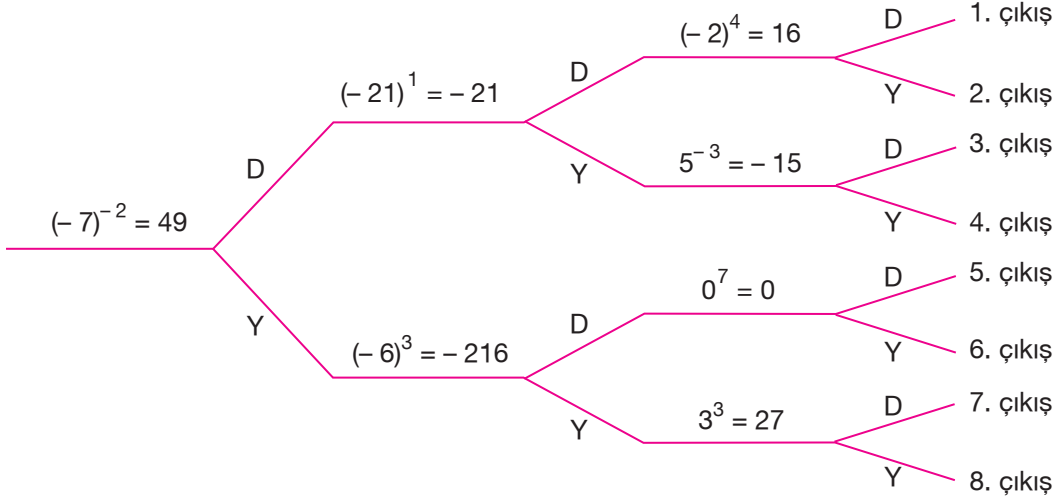
$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$$

Şimdi, üslü sayıların değerlerini toplayalım.

$$(-2)^{-3} + (-3)^2 = -\frac{1}{8} + 9 = -\frac{1}{8} + \frac{9}{1} = -\frac{1}{8} + \frac{72}{8} = \frac{71}{8}$$

(8)

Örnek



Şemanın en solundaki ifadeden başlayarak ifadeler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolunu takip ediniz. Ulaştığınız çıkışı işaretleyiniz.

Çözüm

Önce $(-7)^{-2}$ üslü ifadesinin değerini bulalım.

$$(-7)^{-2} = \left(\frac{-7}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{-7}\right)^{+2} = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{49}$$

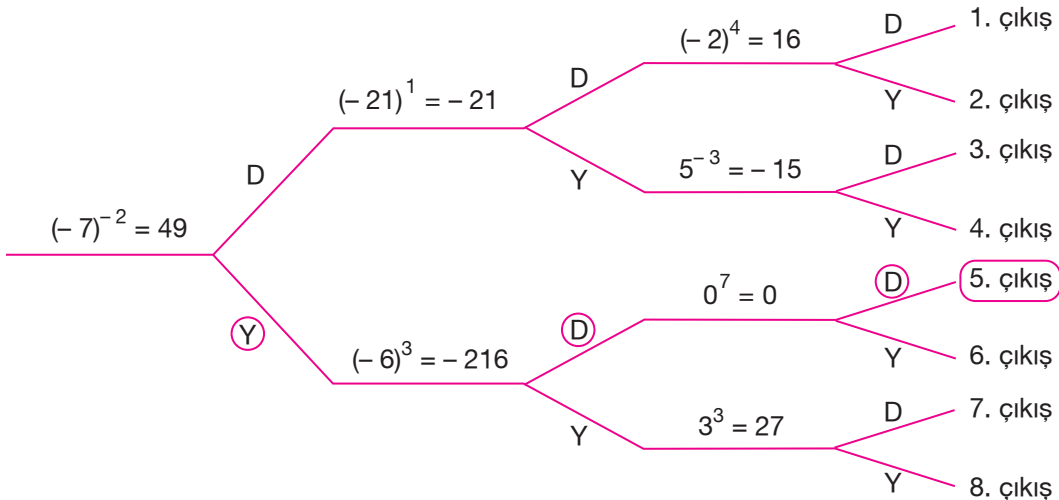
Şemada verilen $(-7)^{-2} = 49$ ifadesi yanlış olduğundan Y yolunu takip ederek $(-6)^3$ üslü ifadesinin değerini bulalım.

$$(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$$

Şemada verilen $(-6)^3 = -216$ ifadesi doğru olduğundan D yolunu takip ederek 0^{-4} üslü ifadesinin değerini bulalım.

$$0^7 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

Şemada verilen $0^7 = 0$ ifadesi doğru olduğundan D yolunu takip ederek ulaştığımız çıkışı işaretleyelim.



Örnek

$(-1)^{43} + (-1)^{-60} + 1^{-25} + 1^{-40}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

İşlemdeki her bir üslü ifadenin değerini ayrı ayrı bulalım.

$$(-1)^{43} = -1 \quad (-1\text{'in tek sayı olan kuvvetlerinin değeri } -1\text{'dir.})$$

$$(-1)^{-60} = 1 \quad (-1\text{'in çift sayı olan kuvvetlerinin değeri } 1\text{'dir.})$$

$$1^{-25} = 1 \quad (1\text{'in tüm kuvvetlerinin değeri } 1\text{'dir.})$$

$$1^{-40} = 1 \quad (1\text{'in tüm kuvvetlerinin değeri } 1\text{'dir.})$$

Bulduğumuz değerleri işlemde yerlerine yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned} (-1)^{43} + (-1)^{-60} + 1^{-25} + 1^{-40} &= (-1) + 1 + 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Örnek

$(-6)^{\blacksquare} = \frac{1}{36}$ ise $\blacksquare$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

36 sayısını asal çarpanlarına ayırarak üslü ifade şeklinde yazalım.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{aligned} 36 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ &= (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \\ &= 6 \cdot 6 = 6^2 \end{aligned}$$

2 sayısı çift kuvvet olduğundan $6^2 = (-6)^2 = 36$ 'dır.

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{(-6)^2} = (-6)^{-2} \text{ olduğuna göre } \blacksquare \text{ yerine } -2 \text{ yazılmalıdır.}$$

Örnek

Yandaki tabloda, bazı üslü ifadeler ve bu üslü ifadelerin değerleri belirtilmiştir. Tabloya göre renkli bölgelere uygun sayıları yazınız.

Çözüm

- Tablodaki pembe bölgeye -5^{-3} ifadesinin değeri yazılmalıdır.

$$-5^{-3} = -\left(\frac{5}{1}\right)^{-3} = -\left(\frac{1}{5}\right)^{+3} = -\frac{1}{5^3} = -\frac{1}{125}$$

Pembe bölgeye $-\frac{1}{125}$ yazılmalıdır.

Tablo: Üslü İfadeler ve Değerleri

Üslü İfade	Değeri
$(-2)^5$	- 32
-5^{-3}	
-2^{10}	
$(-3)^4$	
4^{-1}	

- Sarı bölgeye -2^{10} ifadesinin değeri yazılmalıdır.
 $-2^{10} = -1024$

Sarı bölgeye -1024 yazılmalıdır.

- Yeşil bölgeye $(-3)^4$ ifadesinin değeri yazılmalıdır.

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

Yeşil bölgeye 81 yazılmalıdır.

- Turuncu bölgeye 4^{-1} ifadesinin değeri yazılmalıdır.

$$4^{-1} = \left(\frac{4}{1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{+1} = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4}$$

Turuncu bölgeye $\frac{1}{4}$ yazılmalıdır.

Tablo: Üslü İfadeler ve Değerleri

Üslü İfade	Değeri
$(-2)^5$	-32
-5^{-3}	$-\frac{1}{125}$
-2^{10}	-1024
$(-3)^4$	81
4^{-1}	$\frac{1}{4}$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki üslü ifadeler ile üslü ifadelerin değerleri eşleştirildiğinde hangi sayı açığa kalır?

$(-4)^2$	1	-1^2
$(-2)^5$	-16	4^2
$(-1)^{16}$	-8	$(-1)^4$
$(-1)^{13}$	16	$(-32)^1$
$(-2)^3$	-1	-2^3

2. Kutucuklarda verilen üslü ifadelere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Hangi kutucuklardaki üslü ifadelerin değeri pozitifdir?
- Hangi kutucuklardaki üslü ifadelerin değeri negatiftir?
- E kutucuğundaki üslü ifadenin değeri kaçtır?
- B kutucuğundaki üslü ifadenin değeri kaçtır?
- Değeri, diğerlerinden büyük olan üslü ifade, hangi kutucukta?

$(-4)^3$ A	$(-2)^{-5}$ B
$(-1)^{-14}$ C	14^{-2} D
2^{-6} E	$(-11)^2$ F

3. Aşağıdaki eşitliklerden doğru olanların başındaki kutucuğa “D”, yanlış olanların başındaki kutucuğa “Y” yazınız.

☐ $(-2)^5 = -\frac{1}{2^5}$

☐ $18^{-1} = \frac{1}{18}$

☐ $2^5 = 32$

☐ $(-1)^{18} = 1$

☐ $(-3)^2 = 9$

☐ $(-2)^4 = -16$

☐ $(-1)^{17} = -17$

☐ $(-4)^{-2} = \frac{1}{16}$

☐ $(-5)^3 = -125$

☐ $(-10)^{-1} = -\frac{1}{10}$

☐ $4^{-2} = -16$

☐ $(-2)^2 = -4$

☐ $4^{-1} = -\frac{1}{4}$

☐ $1^{-13} = 1$

☐ $(-4)^{-1} = 4$

4. Aşağıda verilen noktalı yerlere uygun sayıları veya üslü ifadeleri yazınız.

a. $(-2)^4 = \dots\dots\dots$

b. $14^{-1} = \dots\dots\dots$

c. $49 = \dots\dots\dots$

ç. $(-1)^5 = \dots\dots\dots$

d. $(-12)^{-2} = \dots\dots\dots$

e. $100 = \dots\dots\dots$

f. $(-3)^{-2} = \dots\dots\dots$

g. $(-4)^{-3} = \dots\dots\dots$

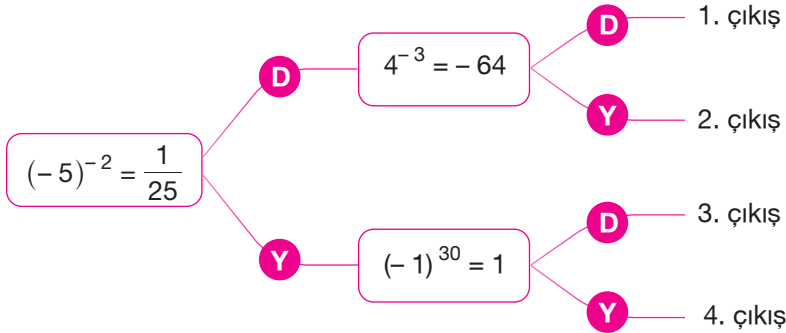
ğ. $\frac{1}{12} = \dots\dots\dots$

h. $5^{-1} = \dots\dots\dots$

ı. $25 = \dots\dots\dots$

i. $\frac{1}{9} = \dots\dots\dots$

5. Soldaki işlemten başlayıp şemadaki işlemler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolunu takip ederek ulaştığınız çıkışı yuvarlak içine alınız.



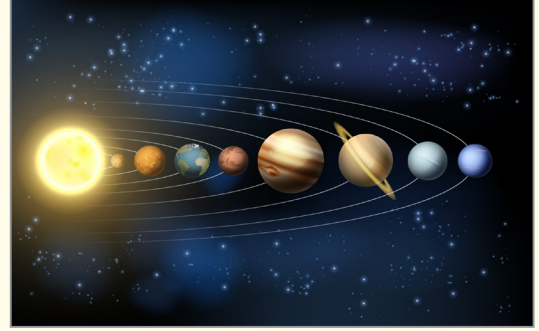
6. $(-7)^2 + (-3)^3 - (-1)^7 - (-2)^3$ işleminin sonucu kaçtır?

7. $(-\Delta)^4 = 16$ eşitliğindeki Δ yerine hangi tam sayılar yazılabilir?

Üslü İfadelerle İlgili Temel Kurallar

Dünya ile Güneş arasındaki mesafe yaklaşık olarak 149 675 000 km'dir. Bir uzay aracı, Dünya ile Güneş arasındaki mesafenin 10^3 te 1'ini gittiğinde kaç km'lik mesafe katetmiş olur?

Uzay aracının katettiği mesafe hesaplanırken nasıl bir yol izlenebilir? Nedenini açıklayınız.



Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kalem.

- İkişerli gruplar oluşturalım.
- Her gruptan bir öğrenci, tabanları aynı ve kuvvetleri (üsleri) pozitif tam sayı olan iki farklı üslü ifadeyi bir kâğıda yazarken gruptaki diğer öğrenci, üslü ifadeleri çarpma işlemi şeklinde yazsın.
- Üslü ifadeleri öncelikle tekrarlı çarpımlar şeklinde yazıp çarpalım ve sonucu üslü ifade şeklinde yazalım.
- ➔ Çarpma işlemindeki çarpanlar ve çarpımın tabanlarını karşılaştırınız.
- ➔ Çarpma işlemindeki çarpanların kuvvetleri ile çarpımın kuvveti arasında nasıl bir ilişki vardır? Belirlediğiniz ilişkiyi arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Şimdi de ilk olarak belirlediğimiz iki üslü ifadeyi bölme işlemi şeklinde yazalım.
- Üslü ifadeleri tekrarlı çarpımlar şeklinde yazıp birbirine bölelim ve sonucu üslü ifade şeklinde yazalım.
- ➔ Bölme işlemindeki üslü ifadeler ile sonucun tabanlarını karşılaştırınız.
- ➔ Bölme işlemindeki üslü ifadelerin kuvvetleri ile sonucun kuvveti arasındaki ilişkiyi belirleyiniz. Belirlediğiniz ilişkiyi arkadaşlarınızla paylaşınız.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkilerden yararlanarak tabanları aynı olan üslü ifadelerle çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili birer kural geliştiriniz.

Tabanları aynı olan üslü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken taban aynen yazılır, üsler toplanır tabanın üssü olarak yazılır.

a, n ve m birer tam sayı ve a sıfırdan farklı olmak üzere;

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \text{ olarak yazılır.}$$

Tabanları aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken taban aynen yazılır, payın üssünden paydanın üssü çıkarılıp ortak tabanın üssü olarak yazılır.

a, n ve m birer tam sayı ve a sıfırdan farklı olmak üzere;

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ olarak yazılır.}$$

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a. $3^7 \cdot 3^2$

b. $5^{-3} \cdot 5^{18}$

c. $7^{12} \cdot (7^4 \cdot 7^{-2})$

ç. $(-10)^6 \div 10^2$

d. $\frac{11^{-4}}{11^5 \cdot 11^{-13}}$

a. İşlemin sonucunu iki farklı yolla bulalım.

I. Yol: $3^7 \cdot 3^2 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{7 \text{ tane}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{2 \text{ tane}} = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{9 \text{ tane}} = 3^9$

II. Yol: $3^7 \cdot 3^2 = 3^{7+2} = 3^9$

b. $5^{-3} \cdot 5^{18} = 5^{-3+18} = 5^{15}$

c. Önce ayraç içindeki çarpma işlemi yapalım. Sonra sonucu bulalım.

$$\begin{aligned} 7^{12} \cdot (7^4 \cdot 7^{-2}) &= 7^{12} \cdot (7^{4+(-2)}) \\ &= 7^{12} \cdot (7^{4-2}) \\ &= 7^{12} \cdot 7^2 = 7^{12+2} = 7^{14} \end{aligned}$$

ç. İşlemin sonucunu iki farklı yolla bulalım.

I. Yol: $(-10)^6 \div 10^2 = \frac{10^6}{10^2}$

$$\begin{aligned} \frac{10^6}{10^2} &= \frac{\overbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}^{6 \text{ tane}}}{\underbrace{10 \cdot 10}_{2 \text{ tane}}} \quad (\text{Üslü ifadeleri tekrarlı çarpımlar şeklinde yazalım.}) \\ &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \\ &= 10^4 \end{aligned}$$

II. Yol: $(-10)^6 \div 10^2 = \frac{10^6}{10^2} = 10^{6-2} = 10^4$

d. $\frac{11^{-4}}{11^5 \cdot 11^{-13}} = \frac{11^{-4}}{11^{5+(-13)}} = \frac{11^{-4}}{11^{5-13}} = \frac{11^{-4}}{11^{-8}} = 11^{-4-(-8)} = 11^{-4+8} = 11^4$

Örnek

$\frac{3^{12} \cdot 3^5}{3^{10}}$ işleminin sonucu $3^{\blacktriangle}$ ifadesine eşittir. Buna göre $\blacktriangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

Üslü ifadelerle çarpma ve bölme işlemlerini yaparak işlemin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned}\frac{3^{12} \cdot 3^5}{3^{10}} &= \frac{3^{12+5}}{3^{10}} = \frac{3^{17}}{3^{10}} \\ &= 3^{17-10} \\ &= 3^7\end{aligned}$$

$3^7 = 3^{\blacktriangle}$ olduğundan $\blacktriangle$ yerine 7 yazılmalıdır.

Örnek

$$\star \div \square \cdot \blacktriangle$$

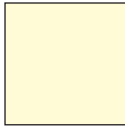
Yukarıda verilen işlemdeki $\star$ yerine 2^{18} , $\square$ yerine 512 ve $\blacktriangle$ yerine $\frac{1}{8}$ sayısını yazarak işlemin sonucunu bulunuz.

Çözüm

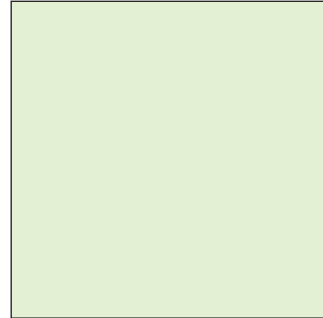
İşlemdeki $\star$ yerine 2^{18} , $\square$ yerine 512 ve $\blacktriangle$ yerine $\frac{1}{8}$ sayılarını yazalım.

$$\begin{aligned}2^{18} \div 512 \cdot \frac{1}{8} &= \frac{2^{18}}{512} \cdot \frac{1}{8} \\ &= \frac{2^{18}}{2^9} \cdot \frac{1}{8} && (512 \text{ yerine } 2^9 \text{ ifadesini yazalım.)} \\ &= 2^{18-9} \cdot \frac{1}{8} && (\text{Üslü ifadelerle bölme işlemini yapalım.}) \\ &= 2^9 \cdot \frac{1}{8} \\ &= \frac{2^9}{8} = \frac{2^9}{2^3} = 2^{9-3} && (8 \text{ yerine } 2^3 \text{ ifadesini yazalım ve üslü ifadelerle bölme işlemini yapalım.)} \\ &= 2^6\end{aligned}$$

Örnek



7^{18} br



7^{20} br

Yukarıda bir kenar uzunluğu 7^{18} br olan sarı karenin alanının, bir kenar uzunluğu 7^{20} br olan yeşil karenin alanına oranını bulunuz.

Çözüm

Sarı ve yeşil karelerin alanlarını bulalım.

$$\begin{aligned}\text{Sarı karenin alanı} &= 7^{18} \cdot 7^{18} \\ &= 7^{18+18} = 7^{36} \text{ br}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Yeşil karenin alanı} &= 7^{20} \cdot 7^{20} \\ &= 7^{20+20} = 7^{40} \text{ br}^2\end{aligned}$$

Sarı ve yeşil karelerin alanlarının oranını bulalım.

$$\frac{\text{Sarı karenin alanı}}{\text{Yeşil karenin alanı}} = \frac{7^{36}}{7^{40}} = 7^{36-40} = 7^{-4} = \frac{1}{7^4}$$

a ve n birer tam sayı ve a sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ ve $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ olarak yazılır.

Örnek

$$(-5)^{-3}$$

$$\frac{1}{5^{-3}}$$

$$3^{-2}$$

$$\frac{1}{(-3)^{-2}}$$

Kutucuklarda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

Çözüm

İfadelerin değerlerini bulalım.

$$\bullet (-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = -\frac{1}{125}$$

$$\bullet \frac{1}{5^{-3}} = 5^3 = 125$$

$$\bullet 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\bullet \frac{1}{(-3)^{-2}} = (-3)^2 = 9$$

n ve m sıfırdan farklı birer tam sayı olmak üzere $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ olarak yazılır.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. $(3^2)^3$

b. $(2^4)^2$

Çözüm

İfadelerin değerlerini iki farklı yolla bulalım.

a.

I. Yol: • $(3^2)^3 = \underbrace{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}_{3 \text{ tane}} = 3^{2+2+2} = 3^6 = 729$

II. Yol: • $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = 729$

b.

I. Yol • $(2^4)^2 = \underbrace{2^4 \cdot 2^4}_{2 \text{ tane}} = 2^{4+4} = 2^8 = 256$

II. Yol • $(2^4)^2 = 2^{4 \cdot 2} = 2^8 = 256$

Örnek

Yandaki tabloda, bazı üslü ifadeler ve bu üslü ifadelerin değerleri belirtilmiştir. Buna göre tablodaki renkli bölgelere uygun sayıları yazınız.

Tablo: Üslü İfadeler ve Değerleri

Üslü İfade	Değeri
$(3^{-1})^{-2}$	9
$[(-4)^2]^{-1}$	
$(5^2)^2$	
$(2^{-3})^{-2}$	
$[(-1)^{-3}]^{-6}$	

Çözüm

Üslü ifadelerin değerlerini bularak tablodaki renkli bölgelere uygun sayıları yazalım.

• $[(-4)^2]^{-1} = (-4)^{2 \cdot (-1)} = (-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

Tablodaki sarı bölgeye $\frac{1}{16}$ yazılmalıdır.

• $(5^2)^2 = 5^{2 \cdot 2} = 5^4 = 625$

Tablodaki pembe bölgeye 625 yazılmalıdır.

• $(2^{-3})^{-2} = 2^{(-3) \cdot (-2)} = 2^6 = 64$

Tablodaki yeşil bölgeye 64 yazılmalıdır.

• $[(-1)^{-3}]^{-6} = (-1)^{(-3) \cdot (-6)} = (-1)^{18} = 1$

Tablodaki mavi bölgeye 1 yazılmalıdır.

Tablo: Üslü İfadeler ve Değerleri

Üslü İfade	Değeri
$(3^{-1})^{-2}$	9
$[(-4)^2]^{-1}$	$\frac{1}{16}$
$(5^2)^2$	625
$(2^{-3})^{-2}$	64
$[(-1)^{-3}]^{-6}$	1

Örnek

$\frac{9^4}{25^3} \cdot \frac{5^9}{3^7}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

İşlemdeki 9 sayısını 3^2 , 25 sayısını 5^2 şeklinde yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned}\frac{9^4}{25^3} \cdot \frac{5^9}{3^7} &= \frac{(3^2)^4}{(5^2)^3} \cdot \frac{5^9}{3^7} = \frac{3^{2 \cdot 4}}{5^{2 \cdot 3}} \cdot \frac{5^9}{3^7} \\ &= \frac{3^8 \cdot 5^9}{5^6 \cdot 3^7} = 3^{8-7} \cdot 5^{9-6} \\ &= 3^1 \cdot 5^3 = 3 \cdot 125 = 375\end{aligned}$$

- Bir çarpma işleminin kuvvetinin değeri hesaplanırken, çarpanların üsleri ayrı ayrı alınır ve çarpma işlemi şeklinde yazılır.
a, b, k birer tam sayı ve a ile b sıfırdan farklı olmak üzere;
 $(a \cdot b)^k = a^k \cdot b^k$ olarak yazılır.
- Üsleri aynı olan üslü ifadeler bölünürken üs aynen yazılır, tabanların bölümü sonuca taban olarak yazılır.
a, b, k birer tam sayı ve a ile b sıfırdan farklı olmak üzere;
 $\frac{a^k}{b^k} = \left(\frac{a}{b}\right)^k$ olarak yazılır.
- Sıfır hariç her sayının 0. kuvveti 1'dir.
a, sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere; $a^0 = 1$ olarak yazılır.

Örnek

$$7^8 \cdot 2^8 =$$

$$\frac{9^6}{3^6} =$$

$$128 \cdot 2^{-2} \cdot 3^5 =$$

$$\frac{10^{40}}{2^{26} \cdot 2^{14}} =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^0 \cdot \frac{4^6}{2^{12}} =$$

Kutucuklarda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

- $7^8 \cdot 2^8 = (7 \cdot 2)^8 = 14^8$
- $\frac{9^6}{3^6} = \left(\frac{9}{3}\right)^6 = 3^6$
- $128 \cdot 2^{-2} \cdot 3^5 = 2^7 \cdot 2^{-2} \cdot 3^5$
 $= 2^{7+(-2)} \cdot 3^5 = 2^5 \cdot 3^5 = (2 \cdot 3)^5 = 6^5$
- $\frac{10^{40}}{2^{26} \cdot 2^{14}} = \frac{10^{40}}{2^{26+14}} = \frac{10^{40}}{2^{40}} = \left(\frac{10}{2}\right)^{40} = 5^{40}$
- $\left(\frac{5}{2}\right)^0 \cdot \frac{4^6}{2^{12}} = 1 \cdot \frac{(2^2)^6}{2^{12}}$
 $= \frac{2^{2 \cdot 6}}{2^{12}}$
 $= \frac{2^{12}}{2^{12}} = \left(\frac{2}{2}\right)^{12} = 1^{12} = 1$

Örnek

Bir dikdörtgenin uzun ve kısa kenar uzunlukları sırasıyla 25^2 br ve 2^4 br'dir. Buna göre dikdörtgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm

Dikdörtgenin alanı, uzun ve kısa kenar uzunluğunun çarpımına eşittir. Buna göre dikdörtgenin alanını bulalım.

$$\begin{aligned}\text{Alan} &= 25^2 \cdot 2^4 = (5^2)^2 \cdot 2^4 \\ &= 5^2 \cdot 2 \cdot 2^4 \\ &= 5^4 \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^4 = 10^4 \text{ br}^2\end{aligned}$$

Dikdörtgenin alanı 10^4 br^2 dir.

Örnek

$$\frac{15^{15} \cdot 15^{-5}}{3^8 \cdot 9} = 5^{\Delta}$$

Kutucukta verilen işleme göre Δ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{15^{15} \cdot 15^{-5}}{3^8 \cdot 9} &= \frac{15^{15} \cdot 15^{-5}}{3^8 \cdot 3^2} \quad (9 \text{ yerine } 3^2 \text{ ifadesini yazalım.}) \\ &= \frac{15^{15+(-5)}}{3^{8+2}} \quad (\text{Üslü ifadelerle çarpma işlemlerini yapalım.}) \\ &= \frac{15^{10}}{3^{10}} \\ &= \left(\frac{15}{3}\right)^{10} = 5^{10} \quad (\text{Üslü ifadelerle bölme işlemini yapalım ve sonucu bulalım.})\end{aligned}$$

$5^{10} = 5^{\Delta}$ olduğuna göre Δ yerine 10 yazılmalıdır.

Örnek

$625 \cdot 256 \cdot 5^7 \cdot 8 \cdot 3^2$ işleminin sonucu kaç basamaklıdır?

Çözüm

625, 256 ve 8 sayılarının üslü ifade şeklinde yazılışlarını bularak işlemde yerine yazalım.

$$\bullet 625 = 5^4 \quad \bullet 256 = 2^8 \quad \bullet 8 = 2^3$$

$$\begin{aligned}625 \cdot 256 \cdot 5^7 \cdot 8 \cdot 3^2 &= 5^4 \cdot 2^8 \cdot 5^7 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \\ &= (5^4 \cdot 5^7) \cdot (2^8 \cdot 2^3) \cdot 3^2 \quad (\text{Tabanları aynı olan üslü ifadeleri gruplandırılalım.}) \\ &= 5^{4+7} \cdot 2^{8+3} \cdot 3^2 \quad (\text{Üslü ifadelerle çarpma işlemlerini yapalım.}) \\ &= 5^{11} \cdot 2^{11} \cdot 3^2 \quad (\text{Tabanları farklı, üsleri aynı olan üslü ifadeleri çarpalım.}) \\ &= 10^{11} \cdot 3^2 \\ &= 9 \cdot 10^{11}\end{aligned}$$

$9 \cdot 10^{11} = 900 \dots\dots 0$ olduğundan işlemin sonucu 12 basamaklıdır.

11 tane

Örnek

$\frac{9^7 \cdot 3^{18}}{5^{32}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{9^7 \cdot 3^{18}}{5^{32}} = \frac{(3^2)^7 \cdot 3^{18}}{5^{32}} = \frac{3^{14} \cdot 3^{18}}{5^{32}} = \frac{3^{14+18}}{5^{32}} = \frac{3^{32}}{5^{32}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{32}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemler ile işlemlerin sonuçlarını eşleştiriniz. Açıkta kalan sonucu yuvarlak içine alınız.

İşlem	Sonuç	İşlem
$\frac{1}{2^{-4}} \cdot 4^{-2} \cdot 2^4 =$	8	$\frac{2^{-8} \cdot 2^{24}}{2^{14}} =$
$\frac{2^8 \cdot 2^{-4}}{2^4} =$	12	$\frac{3^7 \cdot (-1)^7 \cdot 2^{10}}{(-1)^{13} \cdot 6^7} =$
$\frac{12 \cdot 4^4}{3 \cdot 2^8} =$	16	$\frac{7^2 \cdot 49}{7^4} =$
$\frac{(-1)^{22} \cdot 2^{43}}{2^{16} \cdot 2^{24}} =$	4	$\frac{256 \cdot 1024}{2^{14}} =$
	1	

2. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını noktalı yerlere yazınız.

a. $\frac{6 \cdot (5^2)^2}{3 \cdot 25} = \dots\dots\dots$

b. $5^4 \cdot 25 \cdot 5^3 = \dots\dots\dots$

c. $\frac{22 \cdot 10^{-40}}{11 \cdot (10^5)^8} = \dots\dots\dots$

ç. $3^8 \cdot 3^{-16} \cdot 9 = \dots\dots\dots$

d. $\frac{10^4 \cdot 2^{-3}}{5^4} = \dots\dots\dots$

e. $\frac{42 \cdot 7^{14}}{7^4 \div 7^{-10}} = \dots\dots\dots$

f. $\frac{10^5 \cdot (25)^2 \cdot 10^{-2}}{5^{-3}} = \dots\dots\dots$

g. $400\,000 \cdot 10^{-7} = \dots\dots\dots$

ğ. $\frac{\left(\frac{5}{10}\right)^2 \cdot 3^2}{\left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot 5^2} = \dots\dots\dots$

h. $\frac{1}{10^{-8}} \cdot \frac{(10^{10})^0}{10^{-8}} = \dots\dots\dots$

3. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\frac{25^2 \cdot 5^8}{625} \div 5^3 =$

b. $\frac{81 \cdot 3^{20}}{3^{10}} \div 243 =$

c. $\frac{128 \cdot 2^{15}}{2^{13}} \div 32 =$

ç. $\frac{9 \cdot 27^2}{3^4} =$

4. $\frac{27 \cdot 3^{-8}}{9^2} = \Delta$ eşitliğinde Δ yerine 3 sayısı yazılırsa $\square$ yerine hangi sayı yazılmalıdır?

5. $\Delta = (-4)^3$ değeri için $\frac{\Delta^{-1} \cdot \Delta^3}{\Delta}$ işleminin sonucu kaçtır?

6. $-2 \cdot 10^{-2}$ $4 \cdot 10^{-4}$ $-8 \cdot 10^{-6}$

Yukarıdaki sayı örüntüsünde verilen pembe ile sarı kutucuklara yazılması gereken sayıların oranı kaçtır?

7. Yandaki tabloda, üslü sayılarla bazı işlemler belirtilmiştir. İşlemlerin sonuçlarını, tablodaki uygun bölgelere yazınız.

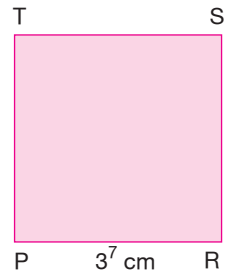
Tablo: İşlemler ve Sonuçları

İşlem	Sonuç
$2^{-2} \cdot (-4)^4 =$	
$(-1)^8 \cdot 3^{-3} =$	
$\frac{2^{40} \cdot 4^{-4}}{2^{16}} =$	
$\left(\frac{256}{2^{10}}\right)^0 =$	
$\frac{10^{-8} \cdot 100 \cdot 10^2}{2^{-4}} =$	

8. $3^{-8} = \frac{1}{3^\Delta}$ ise Δ yerine kaç yazılmalıdır?

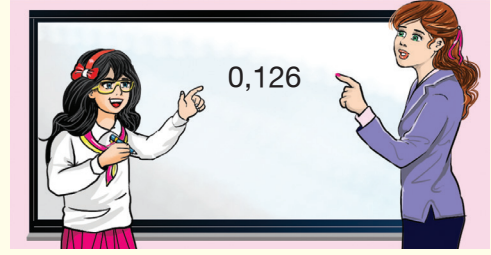
9. $[(5^{108})^{-7}]^0$ işleminin sonucu kaçtır?

10. Yandaki PRST karesinin kenar uzunluğu 3^7 cm'dir. Buna göre alanı kaç cm^2 'dir?



Sayıların Ondalık Gösterimlerini Çözümleme

Öğretmeni, Nisa'dan tahtaya yazdığı ondalık gösterimi çözülmesini istedi. Nisa, ondalık gösterimi çözümlerken üslü sayıları kullanmak isterse nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Ondalık gösterimler çözümlenirken ondalık gösterimde bulunan her bir rakam, bulunduğu basamağın değeri ile çarpılır ve çarpımlar, toplama işlemi şeklinde yazılır.

12,37 ondalık gösterimi aşağıdaki gibi çözümlenebilir:

$$12,37 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100}$$

$$12,37 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,01$$

Bir ondalık gösterim 10'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak çözümlenirken ondalık gösterimin çözümlenmiş hâlinde bulunan rakamların basamak değerleri 10'un kuvveti olacak şekilde üslü ifade biçiminde yazılır.

46,362 ondalık gösterimini çözümlayelim.

46,362 ondalık gösterimini, önce rakamlar ile rakamların bulunduğu basamak değerlerini çarparak çözümlayelim. Sonra basamak değerlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazalım.

$$46,362 = 4 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 6 \cdot \frac{1}{100} + 2 \cdot \frac{1}{1000}$$

$$46,362 = 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$$

Örnek

Gülsüm Hanım'ın, en yakın arkadaşına almak istediği kazağın fiyatı 85,99 TL'dir. Gülsüm Hanım'ın almak istediği kazağın fiyatını belirten ondalık gösterimi çözümlayiniz.

Çözüm

85,99 ondalık gösterimini çözümlayelim.

$$85,99 = 8 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100}$$

$$85,99 = 8 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 9 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,01$$

$$85,99 = 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2}$$



Örnek

$$1,608 = 1 \cdot 10^0 + \triangle \cdot 10^{-1} + \blacksquare \cdot 10^{-3}$$

Kutucukta verilen çözümlemeye göre $\triangle$ ve $\blacksquare$ yerine hangi rakamlar yazılmalıdır?

Çözüm

Kutucukta 1,608 ondalık gösterimi, 10 'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak çözümlenmiştir. O hâlde 1,608 ondalık gösterimini çözümleyerek $\triangle$ ve $\blacksquare$ yerine yazılması gereken rakamları bulalım.

$$1,608 = 1 \cdot 1 + 6 \cdot \frac{1}{10} + 0 \cdot \frac{1}{100} + 8 \cdot \frac{1}{1000}$$

$$1,608 = 1 \cdot 1 + 6 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,001$$

$$1,608 = 1 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-3}$$

$1,608 = 1 \cdot 10^0 + \triangle \cdot 10^{-1} + \blacksquare \cdot 10^{-3}$ olduğuna göre $\triangle$ yerine 6, $\blacksquare$ yerine 8 yazılmalıdır.

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen ondalık gösterimleri çözümleyiniz.

a. 0,146

b. 1,61

c. 4,6

ç. 32,04

d. 63,4

e. 26,248

f. 6,003

g. 2,026

2. Yandaki kutucuklarda verilen ondalık gösterimlere göre aşağıda istenenleri yapınız.

a. B kutucuğundaki ondalık gösterimi verilen sayıyı çözümleyiniz.

b. A ile F kutucuklarındaki ondalık gösterimi verilen sayıların toplamını çözümleyiniz.

c. C ile D kutucuklarındaki ondalık gösterimi verilen sayıların farkını çözümleyiniz.

ç. E kutucuğundaki ondalık gösterim verilen sayı çözümlendiğinde 10^{-3} ile hangi rakamın çarpılacağını bulunuz.

A	B	C
14,26	0,061	6,248
D	E	F
3,04	59,008	21,1

3.

$$25,049 = 2 \cdot 10^{\triangle} + 5 \cdot 10^0 + \blacksquare \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$$

Çözümlemesi verilen sayıya göre $\triangle$ ve $\blacksquare$ yerine hangi sayılar yazılmalıdır?

4. Aşağıda çözümlenmiş hâlleri verilen ondalık gösterimleri noktalı yerlere yazınız.

a. $1 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-3} = \dots\dots\dots$

b. $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-3} = \dots\dots\dots$

c. $6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-2} = \dots\dots\dots$

ç. $5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} = \dots\dots\dots$

Sayıları 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme

Dünya'mızın uydusu olan Ay'ın Dünya'ya olan uzaklığı 384 400 km, Güneş'in Dünya'ya olan uzaklığı, 149 675 000 km'dir.

Dünya'nın Ay'a ve Güneş'e olan uzaklıkları üslü ifade şeklinde nasıl gösterilebilir? Açıklayınız.



248 000 000 sayısını, 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade edelim.

$$\begin{aligned} 248\,000\,000 &= 24\,800\,000 \cdot 10 &= 24\,800\,000 \cdot 10^1 \\ &= 2\,480\,000 \cdot 100 &= 2\,480\,000 \cdot 10^2 \\ &= 248\,000 \cdot 1\,000 &= 248\,000 \cdot 10^3 \\ &= 24\,800 \cdot 10\,000 &= 24\,800 \cdot 10^4 \\ &= 2\,480 \cdot 100\,000 &= 2\,480 \cdot 10^5 \\ &= 248 \cdot 1\,000\,000 &= 248 \cdot 10^6 \\ &= 24,8 \cdot 10\,000\,000 &= 24,8 \cdot 10^7 \\ &= 2,48 \cdot 100\,000\,000 &= 2,48 \cdot 10^8 \\ &= 0,248 \cdot 1\,000\,000\,000 &= 0,248 \cdot 10^9 \end{aligned}$$

Çok büyük ve çok küçük sayılar, 10'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak yazılabilir. Ondalık gösterimin yazılış şekline göre 10'un kuvveti belirlenir.

Çok büyük sayılar, 10'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak ifade edilirken önce sayı sırasıyla 10, 100, 1000, ... ile çarpımlar şeklinde gösterilebilir. Sonra sayı 10'un farklı kuvvetleri kullanılarak ifade edilir.

Örnek

46 500 000 sayısını 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade ediniz. 46 500 000 sayısını üslü ifade ile çarpılacak sayı 0,465 olacak şekilde 10'un kuvvetini kullanarak ifade ediniz.

Çözüm

$$46\,500\,000 = 4\,650\,000 \cdot 10 = 4\,650\,000 \cdot 10^1$$

(Sayıdan 1 sıfır eksiltildiğinde sayıya ulaşmak için, o sayıyı 10 ile çarpmak gerekir. Yani 10'un kuvvetini 1 artırmalıyız.)

$$46\,500\,000 = 465\,000 \cdot 100 = 465\,000 \cdot 10^2$$

(Sayıdan 2 sıfır eksiltildiğinde sayıya ulaşmak için, o sayıyı 10^2 ile çarpmak gerekir. Yani 10'un kuvvetini 2 artırmalıyız.)

$$46\,500\,000 = 46\,500 \cdot 1\,000 = 46\,500 \cdot 10^3$$

(Sayıdan 3 sıfır eksiltildiğinde sayıya ulaşmak için, o sayıyı 10^3 ile çarpmak gerekir. Yani 10'un kuvvetini 3 artırmalıyız.)

$$46\,500\,000 = 4\,650 \cdot 10\,000 = 4\,650 \cdot 10^4$$

(Sayıdan 4 sıfır eksiltildiğinde sayıya ulaşmak için, o sayıyı 10^4 ile çarpmak gerekir. Yani 10'un kuvvetini 4 artırmalıyız.)

$$46\ 500\ 000 = 465 \cdot 100\ 000 = 465 \cdot 10^5$$

(Sayıdan 5 sıfır eksiltildiğinde sayıya ulaşmak için, o sayıyı 10^5 ile çarpmak gerekir. Yani 10 'un kuvvetini 5 artırmalıyız.)

⋮

$$46\ 500\ 000 = 4\ 650\ 000 \cdot 10^1 = 465\ 000 \cdot 10^2 = 46\ 500 \cdot 10^3 = 4650 \cdot 10^4 = 465 \cdot 10^5$$

$46\ 500\ 000$ sayısını, tabanı 10 olan üslü ifade ile çarpılacak sayı $0,465$ olacak şekilde 10 'un kuvvetini kullanarak ifade edelim.

$$465\ 000\ 000 = 465 \cdot 10^5 \text{ eşitliğini ele alalım.}$$

$465 \cdot 10^5$ sayısındaki 465 çarpanı $0,465$ olarak yazılırken virgöl 3 basamak sola kaydırılır. Bunun için sayı, 10^3 ile çarpılır ve bölünür.

$465 \cdot 10^5$ ifadesini 10^3 ile çarpalım ve bölelim.

$$465 \cdot 10^5 \cdot \frac{10^3}{10^3} = \frac{465}{10^3} \cdot 10^{5+3} = (0,465) \cdot 10^8$$

Çok küçük sayılar 10 'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak ifade edilirken önce sayı sırasıyla 10 'un istenilen basamak sayısını belirten negatif tam sayı kuvvetleri ile çarpılıp bölünebilir. Sonra sayı 10 'un farklı kuvvetleri kullanılarak ifade edilebilir.

Örnek

Bir mikroskopik canlının uzunluğu $0,0000000001$ cm'dir. Bu canlının uzunluğunu, tabanı 10 olan üslü ifade ile çarpılacak sayı sırasıyla $0,01$; $0,1$; 1 ; 10 ve 100 olacak şekilde cm biriminde ifade ediniz.

Çözüm

$0,0000000001$ sayısı; $0,01$ olarak yazılırken virgöl 8 basamak sağa kaydırılır. Bunun için sayı 10^{-8} ile çarpılır ve bölünür.

I. Yol:

$$\begin{aligned} \bullet 0,0000000001 \cdot \frac{10^{-8}}{10^{-8}} &= (0,0000000001 \cdot 10^8) \cdot 10^{-8} \\ &= 0,01 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

II. Yol:

$$\bullet \underbrace{0,0000000001}_{8 \text{ basamak sağa}} = 0,01 \cdot 10^{-8}$$

Şimdi, tabanı 10 olan üslü ifade ile çarpılacak sayı sırasıyla $0,1$; 1 ; 10 ve 100 olacak şekilde $0,0000000001$ sayısını ifade edelim.

$$\bullet \underbrace{0,0000000001}_{9 \text{ basamak sağa}} = 0,1 \cdot 10^{-9}$$

$$\bullet \underbrace{0,00000000010}_{11 \text{ basamak sağa}} = 10 \cdot 10^{-11}$$

$$\bullet \underbrace{0,0000000001}_{10 \text{ basamak sağa}} = 1 \cdot 10^{-10}$$

$$\bullet \underbrace{0,000000000100}_{12 \text{ basamak sağa}} = 100 \cdot 10^{-12}$$

Örnek

$2,43 \cdot 10^{-4}$ sayısı, 10 'un farklı tam sayı kuvveti kullanılarak $24\ 300 \cdot 10^{\blacktriangle}$ olarak ifade edilmiştir. Buna göre $\blacktriangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

$2,43 \cdot 10^{-4}$ sayısındaki 2,43 sayısı 24 300 olarak yazılırken virgöl 2 basamak sağa kaydırılıp sayının sağına 2 adet 0 yazılır. Bunun için sayı 10^{-4} ile çarpılır ve bölünür.

$$\begin{aligned} 2,43 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{10^{-4}}{10^{-4}} &= \frac{2,43}{10^{-4}} \cdot 10^{-4-4} \\ &= (2,43 \cdot 10^4) \cdot 10^{-8} \\ &= 24\,300 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

2,43 sayısında virgöl 4 basamak sağa kaydırılırken 10^{-4} sayısının kuvvetinden 4 çıkarılır ve aynı sayıya ulaşılır.

$$2,43 \cdot 10^{-4} = 24\,300 \cdot 10^{-4-4} = 24\,300 \cdot 10^{-8}$$

$24\,300 \cdot 10^{\blacktriangle}$ ifadesindeki $\blacktriangle$ yerine -8 yazılmalıdır.

Örnek

I. $0,328 \cdot 10^{-2} = 32,8$

II. $114 \cdot 10^{-7} = 1,14 \cdot 10^{-5}$

III. $146\,000\,000 = 14,6 \cdot 10^6$

Yukarıda verilen eşitliklerin doğru olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

Eşitliklerin doğru olup olmadığını belirleyelim.

I. $0,328 \cdot 10^{-2} = 32,8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2} = 32,8 \cdot 10^{-4}$ ($0,328 \cdot 10^{-2} = 32,8$ eşitliği yanlıştır.)

II. $114 \cdot 10^{-7} = 1,14 \cdot 10^2 \cdot 10^{-7} = 1,14 \cdot 10^{-5}$ ($114 \cdot 10^{-7} = 1,14 \cdot 10^{-5}$ eşitliği doğrudur.)

III. $146\,000\,000 = 14,6 \cdot 10^7$ ($146\,000\,000 = 14,6 \cdot 10^6$ eşitliği yanlıştır.)

Alıştırmalar

1. Verilen sayıları, 10'un iki farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade ediniz.

a. 0,000346

b. 0,0000006

c. $8,44 \cdot 10^{-32}$

ç. $513 \cdot 10^{-63}$

d. 512 000 000

e. 2 618 300 000

f. $246,53 \cdot 10^7$

g. $14\,300 \cdot 10^{17}$

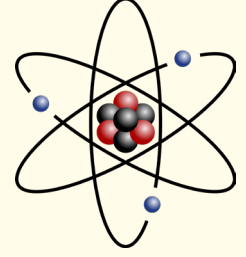
2. $5613 \cdot 10^{-340}$ sayısı, 10'un farklı kuvveti kullanılarak $5,613 \cdot 10^{\blacktriangle}$ olarak ifade edilmiştir. Buna göre $\blacktriangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

Bilimsel Gösterim

Bir atom çekirdeğinin çap uzunluğu 0,000000000000001 metredir.

Bilim insanları, bu şekilde yazılan çok küçük veya çok büyük sayıları üslü ifade biçiminde yazarak kullanırlar.

Çok büyük uzaklıklara örnek olarak uzaydaki gök cisimlerinin aralarındaki mesafe verilebilir mi? Nedenini açıklayınız.



Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kalem.

- Yandaki tabloda verilen bazı üslü ifadeleri ve bu ifadelerin bilimsel gösterimlerini inceleyelim.
- Üslü ifadeler ile bilimsel gösterimler arasındaki ilişkiyi açıklayalım.
- ➔ Yandaki tabloya benzer bir tabloyu kâğıdımıza çizerek tablonun ilk sütunundaki boşluklara 10'un farklı kuvvetleri ile çarpılmış dört farklı sayı yazınız.
- ➔ Oluşan ifadelerin karşısındaki boş kutucuklara, üslü ifade ile çarpılan sayı 1 ile 10 (1 dâhil) arasında olacak şekilde ifadeleri dönüştürerek yazınız.
- ➔ İfadeleri yazarken kullandığınız yöntem ile tabloda bulunan "Bilimsel Gösterim" sütunundaki ifadeler yazılırken kullanılan yöntem arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
- ➔ Bir üslü ifadenin bilimsel gösterimini yazarken kullandığınız yöntem ile ilgili bir kural geliştiriniz. Geliştirdiğiniz kuralı arkadaşlarınızla paylaşınız.

Tablo: Bilimsel Gösterimler

İfadeler	Bilimsel Gösterim
$156\,000 \cdot 10^3$	$1,56 \cdot 10^8$
$14\,300 \cdot 10^2$	$1,43 \cdot 10^6$
$0,12 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
$2800 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-1}$

lal, 1 veya 1'den büyük, 10'dan küçük bir gerçek sayı ve n bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ gösterimine **bilimsel gösterim** adı verilir.

5 600 000

0,00000000146

$3480 \cdot 10^{-8}$

$612 \cdot 10^4$

$0,0028 \cdot 10^{-40}$

$0,00001618 \cdot 10^{56}$

$2\,760\,000 \cdot 10^8$

$638\,000 \cdot 10^{-70}$

Kutucuklarda verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade edelim.

Bir sayı bilimsel gösterimle ifade edilirken tabanı 10 olan üslü ifade ile çarpılan sayının tam kısmı 1 ile 10 (1 dâhil) arasında olacak şekilde virgöl sağa veya sola kaydırılır. Kaydırılan basamak sayısı 10 'a üs olarak yazılır ve üslü ifade, sayının son hâli ile çarpılır.

$$\bullet 5 \underbrace{600\ 000}_{\substack{6 \text{ basamak} \\ \text{sola}}} = 5,6 \cdot 10^6$$

$$\bullet 0,\underbrace{000000001}_{\substack{9 \text{ basamak} \\ \text{sağa}}}46 = 1,46 \cdot 10^{-9}$$

$$\bullet \underbrace{3480}_{\substack{3 \text{ basamak} \\ \text{sola}}} \cdot 10^{-8} = 3,48 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8} = 3,48 \cdot 10^{3+(-8)} = 3,48 \cdot 10^{-5}$$

$$\bullet \underbrace{612}_{\substack{2 \text{ basamak} \\ \text{sola}}} \cdot 10^4 = 6,12 \cdot 10^2 \cdot 10^4 = 6,12 \cdot 10^{2+4} = 6,12 \cdot 10^6$$

$$\bullet 0,\underbrace{0028}_{\substack{3 \text{ basamak} \\ \text{sağa}}} \cdot 10^{-40} = 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-40} = 2,8 \cdot 10^{(-3)+(-40)} = 2,8 \cdot 10^{-43}$$

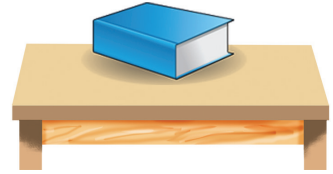
$$\bullet 0,\underbrace{00001618}_{\substack{5 \text{ basamak} \\ \text{sağa}}} \cdot 10^{56} = 1,618 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{56} = 1,618 \cdot 10^{(-5)+56} = 1,618 \cdot 10^{51}$$

$$\bullet \underbrace{2\ 760\ 000}_{\substack{6 \text{ basamak} \\ \text{sola}}} \cdot 10^8 = 2,76 \cdot 10^6 \cdot 10^8 = 2,76 \cdot 10^{6+8} = 2,76 \cdot 10^{14}$$

$$\bullet \underbrace{638\ 000}_{\substack{5 \text{ basamak} \\ \text{sola}}} \cdot 10^{-70} = 6,38 \cdot 10^5 \cdot 10^{-70} = 6,38 \cdot 10^{5+(-70)} = 6,38 \cdot 10^{-65}$$

Örnek

Yandaki kitabın bir yaprağının kalınlığı $\frac{10^{-1}}{6}$ cm'dir. Kitap 300 sayfa olduğuna göre, kitabın sayfalarının toplam kalınlığını "mm" biriminde bilimsel gösterimle ifade ediniz.



Çözüm

Kitabın bir yaprağının kalınlığını, milimetre birimine dönüştürelim.

$$\frac{10^{-1}}{6} \cdot 10 = \frac{5 \cdot 10^{-1}}{3} \text{ mm'dir.}$$

Kitap 300 sayfa yani $\frac{300}{2} = 150$ yaprak olduğuna göre kitabın sayfalarının toplam kalınlığı;

$$\frac{5 \cdot 10^{-1}}{3} \cdot 150 = 250 \cdot 10^{-1} \text{ mm'dir.}$$

$250 \cdot 10^{-1}$ sayısını, bilimsel gösterimle ifade edelim.

$$\underbrace{250}_{\substack{2 \text{ basamak} \\ \text{sola}}} \cdot 10^{-1} = 2,5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-1} = 2,5 \cdot 10^{2+(-1)} = 2,5 \cdot 10^1 \text{ mm}$$

Kitabın sayfalarının toplam kalınlığı bilimsel gösterimle $2,5 \cdot 10^1$ mm olarak ifade edilir.

Örnek

I	II	III
$6,4 \cdot 10^{-12}$	$6,04 \cdot 10^{-12}$	$1,3 \cdot 10^{-10}$

Kutucuklarda verilen bilimsel gösterimleri birbirleriyle karşılaştırınız.

Çözüm

- I ve II numaralı kutucuklardaki bilimsel gösterimleri karşılaştıralım.
 $6,4 \cdot 10^{-12}$ ile $6,04 \cdot 10^{-12}$ bilimsel gösterimlerindeki 10 'un kuvvetleri eşittir. Bu durumda bilimsel gösterimlerdeki 10^{-12} ile çarpılan sayılara bakılır.
 $6,04 < 6,4$ olduğundan $6,04 \cdot 10^{-12} < 6,4 \cdot 10^{-12}$ olarak karşılaştırma yapılır.
- I ve III numaralı kutucuklardaki bilimsel gösterimleri karşılaştıralım.
 $6,4 \cdot 10^{-12}$ ile $1,3 \cdot 10^{-10}$ bilimsel gösterimlerindeki 10 'un kuvvetleri karşılaştırılır.
 $-12 < -10$ olduğundan $6,4 \cdot 10^{-12} < 1,3 \cdot 10^{-10}$ olarak karşılaştırma yapılır.
- II ve III numaralı kutucuklardaki bilimsel gösterimleri karşılaştıralım.
 $6,04 \cdot 10^{-12}$ ile $1,3 \cdot 10^{-10}$ bilimsel gösterimlerindeki 10 'un kuvvetleri karşılaştırılır.
 $-12 < -10$ olduğundan $6,04 \cdot 10^{-12} < 1,3 \cdot 10^{-10}$ olarak karşılaştırma yapılır.

Örnek

$1,4 \cdot 10^{-5}$ ile $3,2 \cdot 10^{-5}$ bilimsel gösterimlerini karşılaştırınız.

Çözüm

- $1,4 \cdot 10^{-5}$ ile $3,2 \cdot 10^{-5}$ bilimsel gösterimlerindeki 10 'un kuvvetleri eşittir. Bu durumda bilimsel gösterimlerdeki 10^{-5} ile çarpılan sayılar karşılaştırılır.
 $1,4 < 3,2$ olduğundan $1,4 \cdot 10^{-5} < 3,2 \cdot 10^{-5}$ olarak karşılaştırma yapılır.

Alıştırmalar

1. Yandaki tabloda verilen ifadelerin bilimsel gösterimlerini yanlarındaki boşluklara yazınız.

Tablo: Bilimsel Gösterimler

İfadeler	Bilimsel Gösterim
$613 \cdot 10^{-8}$	$6,13 \cdot 10^{-6}$
$0,03 \cdot 10^{18}$	
$21 \cdot 10^8$	
$12,37 \cdot 10^{-4}$	
$1000 \cdot 100^4$	

2. Aşağıda, Güneş sistemindeki gezegenlerden bazılarının Güneş'e olan yaklaşık uzaklıkları km birimi ile verilmiştir.

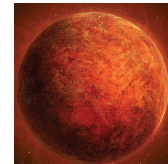
Merkür: $58 \cdot 10^6$ km

Dünya: $150 \cdot 10^6$ km

Mars: $22,7 \cdot 10^7$ km

Satürn: $14,3 \cdot 10^8$ km

Uzaklıkları, "km" biriminde bilimsel gösterimle ifade ediniz ve Güneş'e olan uzaklıklarını karşılaştırınız.



Merkür



Dünya



Mars



Satürn

1. Verilen sayıları, bu sayıların üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazılmış halleriyle eşleştiriniz.

60	$2^3 \cdot 7^1$
48	$2^4 \cdot 3^1$
56	$2^5 \cdot 5^1$
144	$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$
160	

2. “184 sayısının asal çarpanları Δ ve $\square$ ise, $\Delta + \square$ toplamı doğal sayısına eşittir.” ifadesindeki noktalı yere uygun sayıyı yazınız.
3. “8’den küçük pozitif tam sayılardan tanesi 8 ile aralarında asaldır.” ifadesindeki noktalı yere uygun sayıyı yazınız.
4. Serpil Hanım, çiftliğinde beslediği köpekleri, üçerli ve dörderli gruplandırabilmektedir. Buna göre Serpil Hanım’ın çiftliğinde en az kaç köpek vardır?
5. 21 kg ve 35 kg’lık iki farklı kalitedeki pirinç, eşit büyüklükteki torbalara; artmayacak ve birbirlerine karışmayacak şekilde doldurulmak isteniyor. Buna göre en az kaç torba kullanılabilir?
6. Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. EKOK (25, 125)

b. EBOB (60, 44)

c. EKOK (55, 100)

ç. EBOB (48, 24)

d. EKOK (50, 40)

e. EBOB (600, 42)

7. Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini noktalı yerlere yazınız.

a. $(-3)^{-2} = \dots\dots\dots$

b. $(-5)^{-4} = \dots\dots\dots$

c. $(-2)^4 = \dots\dots\dots$

ç. $(-3)^1 = \dots\dots\dots$

d. $5^{-1} = \dots\dots\dots$

e. $(-4)^5 = \dots\dots\dots$

f. $1^{-6} = \dots\dots\dots$

g. $(-1)^7 = \dots\dots\dots$

8. Aşağıdaki ondalık gösterimleri, 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyiniz.

a. 0,024

b. 3,402

c. 79,43

ç. 0,005

9. $\frac{1}{2^{-5}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A. 32

B. $\frac{1}{32}$

C. $-\frac{1}{32}$

D. - 32

10. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\frac{(-1)^{14} \cdot 3^{22} \cdot 2^{-10}}{3^{20} \cdot 2^{-9}} =$

b. $2^{-2} \cdot (-1)^{11} \cdot 2^4 =$

c. $\frac{25 \cdot 5^4}{125} =$

ç. $\frac{10^{-4}}{2^{-4}} =$

d. $\frac{2^4 \cdot 4^2}{-2^6} =$

e. $1,08 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} =$

11. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını noktalı yerlere yazınız.

a. $\frac{500 \cdot 10^{-4} \cdot 2^3}{40 \cdot 10^{-5}} = \dots\dots\dots$

b. $(-0,4)^{2+3-(-1)} = \dots\dots\dots$

c. $\frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot (2 \cdot 10^{-8})^0}{10^{-9}} = \dots\dots\dots$

ç. $\frac{27 \cdot 3^{-4}}{9^2} = \dots\dots\dots$

d. $\frac{5^{20} \cdot 5^{20} \cdot 5^{20}}{(5^{10})^3} = \dots\dots\dots$

e. $\frac{1}{3^8 \cdot 5^{-8}} \cdot (5^2)^{-4} \cdot \frac{1}{3^{-2}} = \dots\dots\dots$

12. 0,00000048 ve 176 000 000 sayılarını, 10'un beş farklı kuvvetini kullanarak ifade ediniz.

13. Aşağıda verilen sayıların bilimsel gösterimlerini noktalı yerlere yazınız.

a. $5618 \cdot 10^{-20} = \dots\dots\dots$

b. $61,238 \cdot 10^{-4} = \dots\dots\dots$

c. 1 613 000 = $\dots\dots\dots$

ç. 400 000 = $\dots\dots\dots$

d. $48 \cdot 10^{-28} = \dots\dots\dots$

e. $0,0528 \cdot 10^4 = \dots\dots\dots$

14. Aşağıda verilen bilimsel gösterimleri karşılaştırınız.

a. $5,03 \cdot 10^{-6}$ ile $5,3 \cdot 10^{-6}$

b. $9,48 \cdot 10^{10}$ ile $1,3 \cdot 10^9$

c. $3,8 \cdot 10^{-20}$ ile $3,8 \cdot 10^{-22}$

2. ÜNİTE



SAYILAR VE İŞLEMLER, VERİ İŞLEME

KONULAR

KAREKÖKLÜ İFADELER

- ➔ Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ile Bu Sayıların Karekökleri Arasındaki İlişki
- ➔ Tam Kare Olmayan Sayıların Karekök Değerlerinin Aralıkları
- ➔ Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Karekökün İçine Alma
- ➔ Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri
- ➔ Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri
- ➔ Kareköklü Bir İfade ile Çarpıldığında Sonucu Bir Doğal Sayı Yapan Çarpanlar
- ➔ Ondalık İfadelerin Karekökleri
- ➔ Gerçek Sayılar

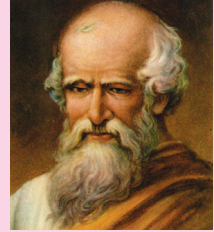
VERİ ANALİZİ

- ➔ Çizgi ve Sütun Grafiği
- ➔ Verilerin Farklı Gösterimleri

Terimler ve Semboller

- tam kare pozitif tam sayılar
- karekök
- gerçek sayı
- irrasyonel sayı
- $\sqrt{\quad}$
- R

Milattan önce 287 – 212 yılları arasında yaşayan Archimedes (Arşimet); zamanının en iyi matematikçisi, fizikçisi, astronomu ve filozofu olarak gösterilmekteydi. Günümüzde Archimedes'in yaptığı çalışmalar arasında en ünlüsü suyun kaldırma kuvvetine yönelik çalışması olsa da Archimedes'in matematik alanında yapmış olduğu birçok çalışma bulunmaktadır. Archimedes'in "Çemberin Ölçümü" adlı çalışmasında $\sqrt{3}$ sayısının yaklaşık değerini bulduğu bilinmektedir.



<http://www.bilimteknik.tubitak.gov.tr/system/files/bilimsiteleri3.pdf> sayfasından düzenlenmiştir.



TÜİK, ülkemiz ile ilgili sosyal, ekonomik, kültürel, teknolojik ve diğer birçok alandaki çeşitli bilgileri düzenlemek ve bu bilgilere dayalı istatistikleri Resmî İstatistik Programına göre, programda yer alan kurum/kuruluşlar ile iş birliği içinde üretmekle görevlidir.

TÜİK, ülkemizin sosyal, ekonomik, kültürel ve benzeri alanlarda güncel durumunu belirler ve meydana gelen değişimi izler. Bunun için ilgili alanlarda verileri düzenler, değerlendirmeler yapar, verileri analiz eder, elde ettiği istatistiksel bilgileri yayımlar, çıkan sonuçları ve bu sonuçların bilimsel ve teknik açıklamalarını kamuoyu ile paylaşır.

Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ile Bu Sayıların Karekökleri Arasındaki İlişki

Mehmet Bey'in 3600 m^2 ve 1600 m^2 lik kare şeklinde iki tarlası vardır. Tarlalarının etrafına çit çekmek isteyen Mehmet Bey'in kaç metre çite ihtiyacı olduğu nasıl bulunabilir? Açıklayınız.



Alan = 3600 m^2



Alan = 1600 m^2

Etkinlik

Araç Gereçler: Kareli kâğıt, cetvel, kalem.

- Kareli kâğıdımıza, kenar uzunlukları 5 br ve 6 br olan birer kareyi cetvel yardımıyla çizelim.
- Her iki karenin kenar uzunluklarını kullanarak alanlarını belirten eşitlikleri yazınız.
- Kareli kâğıdımıza, alanları 9 br^2 ve 16 br^2 olan kareler çizelim.
- Çizdiğiniz karelerin kenar uzunluklarını nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.

Alanı 36 m^2 olan kare şeklindeki bir bahçenin kenar uzunluğunu bulalım.

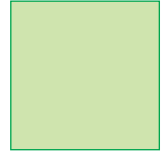
Bahçeyi yandaki gibi modelleyelim. Karenin bir kenar uzunluğu x metre olsun.

“Hangi sayının kendisi ile çarpımı 36 eder?” sorusunun cevabı, karenin bir kenar uzunluğunu belirtir.

$$\text{Alan} = x^2 = x \cdot x$$

$$36 = x \cdot x$$

6 sayısının kendisi ile çarpımı 36'ya eşit olduğuna göre, karenin bir kenar uzunluğu $x = 6 \text{ m}$ olarak bulunur.



$x \text{ m}$

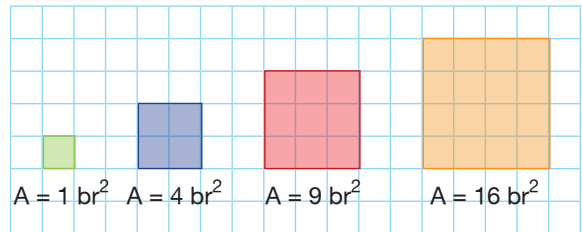
Verilen tam kare pozitif bir tam sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulmak için **karekök alma işlemi** yapılabilir. Karekök alma işleminde “ $\sqrt{\quad}$ ” sembolü kullanılır.

Karekökün değeri negatif bir sayı olamaz.

Tam kare pozitif tam sayılar; 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... şeklinde devam eder.

Örnek

Kareli kâğıtta verilen alanları sırasıyla 1 br^2 , 4 br^2 , 9 br^2 ve 16 br^2 olan karelerin her birinin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkiyi belirleyiniz. Karelerin birer kenar uzunluklarını bulunuz.



Çözüm

Bir karenin alanı, kenar uzunluğunun karesine eşittir.

Kenar Uzunluğu	Alanı
1 br	$1^2 = 1 \text{ br}^2$
2 br	$2^2 = 4 \text{ br}^2$
3 br	$3^2 = 9 \text{ br}^2$
4 br	$4^2 = 16 \text{ br}^2$

Bir karenin kenar uzunluğu, alanının kareköküne eşittir.

Alanı	Kenar Uzunluğu
1 br^2	$\sqrt{1} = \sqrt{1 \cdot 1} = 1 \text{ br}$
4 br^2	$\sqrt{4} = \sqrt{2 \cdot 2} = 2 \text{ br}$
9 br^2	$\sqrt{9} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3 \text{ br}$
16 br^2	$\sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4 \text{ br}$

-1 , -2 , -3 ve -4 tam sayılarının kareleri de sırasıyla 1, 4, 9 ve 16 olduğu hâlde kenar uzunlukları negatif bir değer olamayacağından karekök değerleri pozitif olarak alınmıştır.

Örnek

$\sqrt{64}$, $\sqrt{400}$, $-\sqrt{121}$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

Çözüm

- $\sqrt{64} = \sqrt{8 \cdot 8} = 8$
- $\sqrt{400} = \sqrt{20 \cdot 20} = 20$
- $-\sqrt{121} = -\sqrt{11 \cdot 11} = -11$

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. $-\sqrt{81}$

b. $\sqrt{196}$

c. $-\sqrt{4}$

ç. $\sqrt{25}$

d. $\sqrt{1}$

e. $\sqrt{49}$

2. Yandaki karelerin alanları oranı 36'dır. Küçük karenin alanı 4 cm^2 ise büyük karenin kenar uzunluğu kaç cm'dir?



3. Bir masanın kare şeklindeki üst yüzünün alanı $10\,000 \text{ cm}^2$ dir. Buna göre masanın üst yüzünün kenar uzunluğu kaç m'dir?

4. Bazı karelerin alanları ile kenar uzunlukları aşağıda verilmiştir. Aynı kareye ait olan alan ile kenar uzunluklarını eşleştiriniz.

Alan = 144 cm^2

Alan = 225 cm^2

Alan = 196 cm^2

Alan = 100 cm^2

a = 10 cm

a = 11 cm

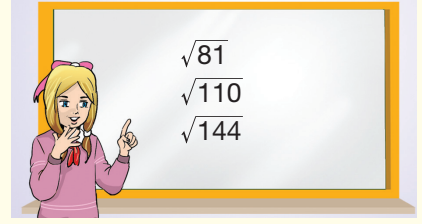
a = 12 cm

a = 14 cm

a = 15 cm

Tam Kare Olmayan Sayıların Karekök Değerlerinin Aralıkları

Öğretmeni tahtaya üç farklı kareköklü ifade yazarak Betül'e bu ifadelerin değerlerinin tam sayı olup olmadığını sordu. Betül, öğretmenine nasıl bir cevap vermelidir? Açıklayınız.



Betül

Etkinlik

Araç Gereç: Hesap makinesi.

- Tam kare olmayan bir pozitif tam sayı belirleyelim.
 - Sayı, tam kare sayıların birinden büyük, diğerinden küçük olacak şekilde sayıya en yakın olan iki tam kare sayıyı belirleyelim.
 - Bu üç sayıyı, küçükten büyüğe doğru sıralayalım.
 - Her bir sayının karekökünün değerini hesap makinesi yardımıyla bulalım ve kareköklerinin değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.
- ➔ Yaptığınız iki sıralamanın arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Tam kare olmayan sayıya en yakın olan tam kare sayıyı belirleyiniz.
- ➔ Tam kare olmayan sayının karekökünün değerine en yakın olan doğal sayıyı belirleyiniz.
- ➔ Tam kare olmayan bir sayının karekökünün değerine en yakın olan doğal sayıyı bulmaya yönelik yapılacak işlemleri belirten bir ifade yazınız. Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.



Kareköklü ifadelerin değerleri küçükten büyüğe doğru sıralanırken önce karekökün içindeki sayılar sıralanır. Sonra sayılar karekök içine yazılarak sıralama yapılır.

18 sayısının karekök değerinin hangi ardışık iki doğal sayı arasında olduğunu ve hangi doğal sayıya daha yakın olduğunu belirleyelim.

18 sayısına en yakın olan kendisinden küçük ve büyük tam kare sayılar, 16 ve 25'tir. 16 ve 25 sayılarının kareköklerinin değerlerini bulalım.

$$\sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

$$\sqrt{25} = \sqrt{5 \cdot 5} = 5$$

Önce 18, 16 ve 25 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım:

$$16 < 18 < 25$$

Sonra sayıların karekök değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım:

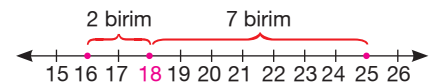
$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{18} < 5$$

Sıralamaya göre $\sqrt{18}$, 4 ile 5 doğal sayılarının arasındadır.

18 sayısı, 16'ya 25'ten daha yakın olduğundan $\sqrt{18}$ sayısı,

$\sqrt{16}$ 'ya yani 4'e $\sqrt{25}$ 'ten yani 5'ten daha yakındır.



Örnek

Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa “D”, yanlış olanların başındaki kutucuğa “Y” yazınız.

- ☐ I. $\sqrt{10}$ sayısı, 9 ile 16 sayılarının arasındadır.
- ☐ II. $\sqrt{20}$ sayısı, 4 ile 5 sayılarının arasındadır.
- ☐ III. $\sqrt{80}$ sayısı, 10 ile 11 sayılarının arasındadır.
- ☐ IV. $\sqrt{30}$ sayısı, 5 ile 6 sayılarının arasındadır.
- ☐ V. $\sqrt{60}$ sayısı, 7 ile 8 sayılarının arasındadır.

Çözüm

- 10 sayısına en yakın olan tam kare sayılar, 9 ile 16’dır. Sayıları ve karekök değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$9 < 10 < 16 \rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \rightarrow 3 < \sqrt{10} < 4$$

$\sqrt{10}$ sayısı, 3 ile 4 sayılarının arasındadır. I numaralı ifadenin başındaki kutucuğa “Y” yazılmalıdır.

- 20 sayısına en yakın olan tam kare sayılar, 16 ve 25’tir. Sayıları ve karekök değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$16 < 20 < 25 \rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25} \rightarrow 4 < \sqrt{20} < 5$$

$\sqrt{20}$ sayısı, 4 ile 5 sayılarının arasındadır. II numaralı ifadenin başındaki kutucuğa “D” yazılmalıdır.

- 80 sayısına en yakın olan tam kare sayılar, 64 ve 81’dir. Sayıları ve karekök değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$64 < 80 < 81 \rightarrow \sqrt{64} < \sqrt{80} < \sqrt{81} \rightarrow 8 < \sqrt{80} < 9$$

$\sqrt{80}$ sayısı, 8 ile 9 sayılarının arasındadır. III numaralı ifadenin başındaki kutucuğa “Y” yazılmalıdır.

- 30 sayısına en yakın olan tam kare sayılar, 25 ve 36’dır. Sayıları ve karekök değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$25 < 30 < 36 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36} \rightarrow 5 < \sqrt{30} < 6$$

$\sqrt{30}$ sayısı, 5 ile 6 sayılarının arasındadır. IV numaralı ifadenin başındaki kutucuğa “D” yazılmalıdır.

- 60 sayısına en yakın olan tam kare sayılar, 49 ve 64’tür. Sayıları ve karekök değerlerini sıralayalım.

$$49 < 60 < 64 \rightarrow \sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64} \rightarrow 7 < \sqrt{60} < 8$$

$\sqrt{60}$ sayısı, 7 ile 8 sayılarının arasındadır. V numaralı ifadenin başındaki kutucuğa “D” yazılmalıdır.

- ☒ Y I. $\sqrt{10}$ sayısı, 9 ile 16 sayılarının arasındadır.
- ☒ D II. $\sqrt{20}$ sayısı, 4 ile 5 sayılarının arasındadır.
- ☒ Y III. $\sqrt{80}$ sayısı, 10 ile 11 sayılarının arasındadır.
- ☒ D IV. $\sqrt{30}$ sayısı, 5 ile 6 sayılarının arasındadır.
- ☒ D V. $\sqrt{60}$ sayısı, 7 ile 8 sayılarının arasındadır.

Örnek

$$\triangle < \sqrt{26} < \square$$

Kutucuktaki sıralamada verilen $\triangle$ yerine yazılabilecek en büyük ve $\square$ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayıyı bulunuz. $\sqrt{26}$ sayısının hangi doğal sayıya daha yakın olduğunu belirleyiniz.

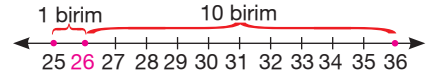
Çözüm

26 sayısına en yakın olan tam kare sayılar, 25 ve 36'dır.

$$25 < 26 < 36 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{36} \rightarrow 5 < \sqrt{26} < 6$$

$\sqrt{26}$ sayısı, 5 ile 6 sayılarının arasındadır. Buna göre $\triangle$ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı 5 ve $\square$ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayı 6'dır.

Yandaki sayı doğrusuna göre $\sqrt{26}$ sayısı, 5 sayısına, 6'dan daha yakındır.



Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen kareköklü ifadelerin değerlerinin hangi ardışık iki doğal sayı arasında olduğunu belirleyiniz.

a. $\sqrt{7}$

b. $\sqrt{23}$

c. $\sqrt{53}$

ç. $\sqrt{27}$

d. $\sqrt{90}$

e. $\sqrt{104}$

2. Aşağıda verilen kareköklü ifadelerin değerlerinin hangi ardışık iki doğal sayı arasında olduğunu bularak noktalı yerlere yazınız. Verilen kareköklü ifadenin değeri hangi doğal sayıya daha yakınsa o sayıyı yuvarlak içine alınız.

a. < $\sqrt{252}$ <

b. < $\sqrt{30}$ <

c. < $\sqrt{5}$ <

ç. < $\sqrt{7}$ <

3. Kareköklü ifadeler ile bu ifadelerin değerlerinin en yakın olduğu doğal sayılar eşleştirildiğinde hangi doğal sayı açıkta kalır?

$\sqrt{12}$

3

$\sqrt{42}$

4

$\sqrt{30}$

5

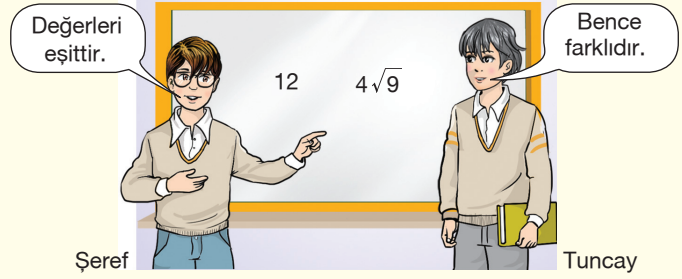
$\sqrt{18}$

6

7

Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Karekökün İçine Alma

Şeref ile Tuncay'ın, tahtadaki ifadelerin değerleri ile ilgili yorumlarından hangisi doğrudur? Nedenini açıklayınız.



Hatırlatma

Tam kare pozitif tam sayıların kareköklerinin değeri, pozitif tam sayıdır.

$$\bullet \sqrt{81} = 9$$

$$\bullet \sqrt{100} = 10$$

$$\bullet \sqrt{64} = 8$$

$$\bullet \sqrt{16} = 4$$

Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kalem.

- $\sqrt{45}$ sayısını kâğıdımıza yazalım.
- Karekökün içindeki 45 sayısını, sayılardan biri 1'den büyük bir tam kare sayı olmak üzere iki doğal sayının çarpımı şeklinde yazalım.
- Tam kare sayının karekökünü alarak karekök sembolünün dışına çıkaralım ve karekök içinde kalan sayı ile çarpım şeklinde yazalım.
- ➔ Elde ettiğiniz çarpma işlemi ile $\sqrt{45}$ sayısının değeri arasındaki ilişkiyi arkadaşlarınızla tartışınız.
- ➔ Çarpanlarından biri tam kare olan başka bir pozitif tam sayıyı belirleyerek etkinliği tekrarlayınız.

Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmak için sayı, önce çarpanlardan biri tam kare olmak üzere çarpanlarına ayrılır. Sonra çarpanlardan tam kare olan sayının karekökü alınır, karekök sembolünün dışına çıkarılır ve katsayı olarak yazılır. Tam kare olarak yazılamayan sayılar ise karekökün içinde kalır.

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$$

$\sqrt{50}$ ve $\sqrt{72}$ sayılarını $a\sqrt{b}$ ($a \neq 1$) şeklinde yazalım.

- 50 sayısı, bir tam kare sayı değildir. 50 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$50 = 5^2 \cdot 2$$

5^2 ifadesi tam kare sayı olduğu için karekök dışına çıkarılabilir.

$$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

- 72 sayısı bir tam kare sayı değildir. 72 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

72	2	$72 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 2$
36	2	
18	2	
9	3	
3	3	
1		

3^2 ve 2^2 ifadeleri tam kare sayılar olduğu için karekök dışına çıkarılabilir.

$\sqrt{72} = \sqrt{3^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

$a\sqrt{b}$ şeklindeki bir ifadede katsayı karekökün içine alınırken katsayının (a) karesi bulunur ve karekökün içindeki b sayısına çarpan olarak yazılır.

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$$

Örnek

Aşağıda verilen kareköklü sayıların katsayılarını karekök içine alınız.

a. $3\sqrt{5}$

b. $5\sqrt{6}$

Çözüm

a. Katsayı olan 3, karekökün içine 3^2 çarpanı olarak yazılır. $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$

b. Katsayı olan 5, karekökün içine 5^2 çarpanı olarak yazılır. $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2 \cdot 6} = \sqrt{25 \cdot 6} = \sqrt{150}$

Örnek

$$\sqrt{32} = \Delta \sqrt{\square}$$

Yukarıda verilen eşitlikteki Δ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı değeri için $\square$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

$\sqrt{32}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmak için 32 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

32	2	$32 = 2^4 \cdot 2 = 16 \cdot 2 \rightarrow \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{4^2 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$
16	2	
8	2	
4	2	
2	2	
1		

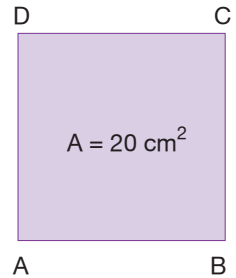
$32 = 2^2 \cdot 2^3 = 4 \cdot 8 \rightarrow \sqrt{32} = \sqrt{4 \cdot 8} = \sqrt{2^2 \cdot 8} = 2\sqrt{8}$

$32 = 1 \cdot 2^5 = 1 \cdot 32 \rightarrow \sqrt{32} = \sqrt{1 \cdot 32} = \sqrt{1^2 \cdot 32} = 1\sqrt{32}$

$\Delta \sqrt{\square}$ ifadesinde Δ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı 4'tür. Bu durumda $\square$ yerine 2 yazılır.

Örnek

Yandaki ABCD karesinin alanı 20 cm^2 , kenar uzunluğu $\Delta \sqrt{5} \text{ cm}$ 'dir. Buna göre Δ yerine kaç yazılmalıdır?



Çözüm

ABCD karesinin “cm” biriminde kenar uzunluğunu $a\sqrt{b}$ ($a \neq 1$) şeklinde yazalım.

ABCD karesinin alanı 20 cm^2 ise kenar uzunluğu $\sqrt{20} \text{ cm}$ 'dir.

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

ABCD karesinin kenar uzunluğu $2\sqrt{5} \text{ cm} = \Delta \sqrt{5} \text{ cm}$ 'dir. Δ yerine 2 yazılmalıdır.

Örnek

I

$$3\sqrt{11} = \sqrt{\Delta}$$

II

$$\sqrt{27} = \square \sqrt{3}$$

III

$$10\sqrt{2} = \sqrt{\star}$$

Kutucuklarda verilen eşitliklere göre Δ , $\square$ ve $\star$ yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Çözüm

- I numaralı kutucukta verilen $3\sqrt{11}$ sayısının katsayısını karekök içine alalım.

$$3\sqrt{11} = \sqrt{3^2 \cdot 11} = \sqrt{9 \cdot 11} = \sqrt{99}$$

$$\sqrt{99} = \sqrt{\Delta} \text{ ise } \Delta \text{ yerine 99 yazılmalıdır.}$$

- II numaralı kutucukta verilen $\sqrt{27}$ sayısını $a\sqrt{b}$ ($a \neq 1$) şeklinde yazalım.

$$\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} = \square \sqrt{3} \text{ ise } \square \text{ yerine 3 yazılmalıdır.}$$

- III numaralı kutucukta verilen $10\sqrt{2}$ sayısının katsayısını karekök içine alalım.

$$10\sqrt{2} = \sqrt{10^2 \cdot 2} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{200}$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{\star} \text{ ise } \star \text{ yerine 200 yazılmalıdır.}$$

Alıştırımlar

1. Aşağıda verilen ifadeleri $a\sqrt{b}$ ($a \neq 1$) şeklinde yazınız.

a. $\sqrt{18}$

b. $\sqrt{80}$

c. $\sqrt{512}$

ç. $\sqrt{98}$

d. $\sqrt{75}$

e. $\sqrt{44}$

f. $\sqrt{175}$

g. $\sqrt{200}$

ğ. $\sqrt{117}$

h. $\sqrt{45}$

2. Aşağıda verilen ifadelerin katsayılarını karekök içine alınız.

a. $3\sqrt{7}$

b. $6\sqrt{2}$

c. $12\sqrt{5}$

ç. $7\sqrt{2}$

d. $13\sqrt{2}$

e. $4\sqrt{5}$

f. $5\sqrt{3}$

g. $6\sqrt{3}$

ğ. $3\sqrt{10}$

h. $9\sqrt{6}$

- 3.

$$\sqrt{128} = \Delta \sqrt{\square}$$

Kutucuktaki eşitlikte bulunan Δ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı değeri için “ $\Delta + \square$ ” toplamını bulunuz.

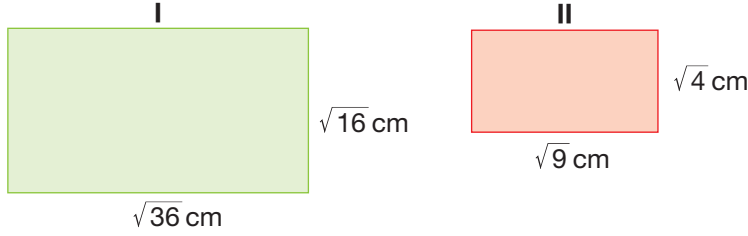
Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri

Yiğit, alanı $6 br^2$ olan yandaki karenin çevre uzunluğunu hesaplamak istiyor. Ancak bunun için nasıl bir yol izleyeceğini bilmiyor.

Alanı verilen bir karenin çevre uzunluğu bulunurken hangi yöntem kullanılabilir? Nedenini açıklayınız.

$$A = 6 br^2$$

Etkinlik

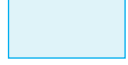


- Yukarıdaki I numaralı dikdörtgenin alanını, kenar uzunluklarının doğal sayı değerlerini kullanarak bulalım.
- Şimdi, aynı dikdörtgenin alanını; karekökün içindeki sayıları çarpıp, çarpımı karekökün içine yazarak ve değerini kullanarak bulalım.
- ➔ I numaralı dikdörtgenin alanını bulurken kullandığınız iki farklı yöntem arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
- ➔ Dikdörtgenin alanını hesaplamak için hangi yöntemi tercih edersiniz? Neden?
- ➔ Hesapladığınız alanlara göre kareköklü ifadelerde çarpma işlemi ile ilgili genel bir ifade yazınız. Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.
- ➔ II numaralı dikdörtgen için etkinliği tekrarlayınız.

Kareköklü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken önce karekök içindeki sayılar çarpılarak karekökün içine yazılır. Sonra varsa katsayılar çarpılarak kareköklü ifadenin önüne katsayı olarak yazılır.

Aşağıdaki kare ve dikdörtgenlerin alanlarını bulalım.

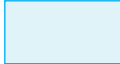
a.  $\sqrt{2} br$
 $\sqrt{2} br$

b.  $2 br$
 $\sqrt{7} br$

c.  $4\sqrt{2} br$
 $3\sqrt{5} br$

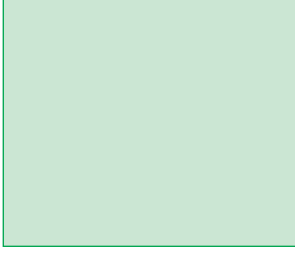
a.  $\sqrt{2} br$
 $\sqrt{2} br$

$$\text{Karenin alanı} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{4} = 2 br^2$$

b.  $2 br$
 $\sqrt{7} br$

$$\text{Dikdörtgenin alanı} = 2 \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7} br^2$$

c.

 $3\sqrt{5}$ br $4\sqrt{2}$ brDikdörtgenin alanı $= 3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{2} = (3 \cdot 4) \cdot \sqrt{5 \cdot 2} = 12\sqrt{10}$ br²

Kareköklü ifadelerde bölme işlemi yapılırken önce karekök içindeki sayılar bölünerek karekökün içine yazılır. Sonra varsa katsayılar bölünerek kareköklü ifadenin önüne katsayı olarak yazılır.

Örnek

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{8\sqrt{6}}{4\sqrt{2}}$

c. $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

ç. $\frac{\sqrt{18}}{3\sqrt{2}}$

Çözüm

a. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6}$

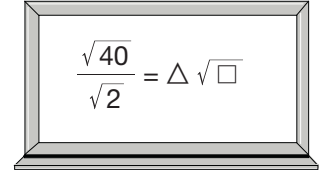
b. $\frac{8\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \frac{8}{4} \sqrt{\frac{6}{2}} = 2\sqrt{3}$

c. $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{\frac{10}{5}} = 3\sqrt{2}$

ç. $\frac{\sqrt{18}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{18}{2}} = \frac{1}{3} \sqrt{9} = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$

Örnek

Tahtadaki işlemde verilen Δ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı değeri için $\Delta + \square$ toplamını bulunuz.



Çözüm

$$\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{40}{2}} = \sqrt{20}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$2\sqrt{5} = \Delta \sqrt{\square}$ olduğuna göre, Δ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı değeri 2 iken $\square$ yerine 5 yazılabilir.

$$\Delta + \square = 2 + 5 = 7$$

Örnek

Şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara sonuçları yazınız.

Çözüm

- $2\sqrt{7} \cdot 9\sqrt{2}$ işleminin sonucunu bulalım.

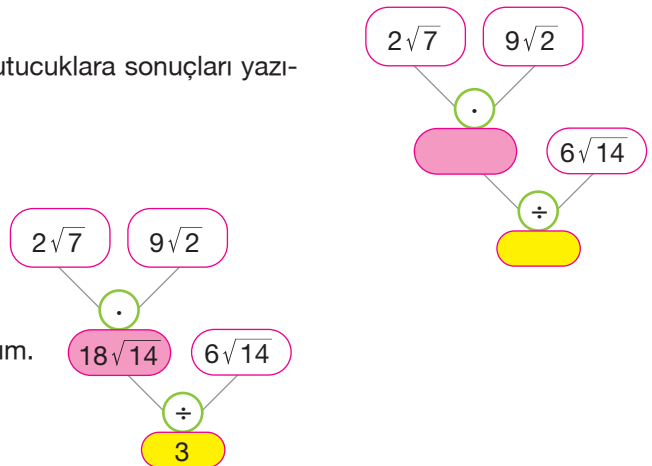
$$2\sqrt{7} \cdot 9\sqrt{2} = (2 \cdot 9) \cdot \sqrt{7 \cdot 2} = 18\sqrt{14}$$

Pembe kutucuğa $18\sqrt{14}$ yazılmalıdır.

- $18\sqrt{14} \div 6\sqrt{14}$ işleminin sonucunu bulalım.

$$\frac{18\sqrt{14}}{6\sqrt{14}} = \frac{18}{6} \sqrt{\frac{14}{14}} = 3\sqrt{1} = 3 \cdot 1 = 3$$

Sarı kutucuğa 3 yazılmalıdır.



Örnek

Aşağıdaki işlemler ile işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi sayı açıkta kalır?

$$\frac{2\sqrt{75}}{\sqrt{3}} =$$

$$\frac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} =$$

$$\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{30}} =$$

$$10$$

$$2$$

$$\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{2}$$

$$5$$

Çözüm

Kutucuklarda verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

$$\bullet \frac{2\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{75}{3}} = 2\sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\bullet \frac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} = \frac{8}{2}\sqrt{\frac{10}{5}} = 4\sqrt{2}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\bullet \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{30}} = \sqrt{\frac{90}{30}} = \sqrt{3}$$

İşlemler ile işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde 5 sayısı açıkta kalır.

Örnek

$\Delta = 2\sqrt{5}$ eşitliğine göre $\frac{\sqrt{5} \cdot \Delta - \Delta^2}{\sqrt{5} \cdot \Delta}$ işleminin sonucu kaçtır?

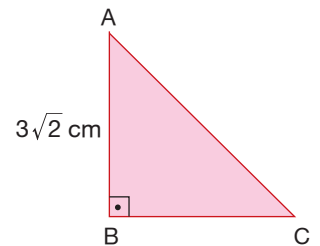
Çözüm

$\frac{\sqrt{5} \cdot \Delta - \Delta^2}{\sqrt{5} \cdot \Delta}$ işlemindeki Δ yerine $2\sqrt{5}$ yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5} \cdot \Delta - \Delta^2}{\sqrt{5} \cdot \Delta} &= \frac{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} - (2\sqrt{5})^2}{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}} = \frac{1\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{1\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}} \\ &= \frac{(1 \cdot 2) \cdot \sqrt{5} \cdot 5 - (2 \cdot 2) \cdot \sqrt{5} \cdot 5}{(1 \cdot 2) \cdot \sqrt{5} \cdot 5} \\ &= \frac{2\sqrt{25} - 4\sqrt{25}}{2\sqrt{25}} = \frac{2 \cdot 5 - 4 \cdot 5}{2 \cdot 5} \\ &= \frac{10 - 20}{10} = \frac{-10}{10} = -1 \end{aligned}$$

Örnek

Yandaki ABC ikizkenar dik üçgeninde, $|\text{AB}| = 3\sqrt{2}$ cm ise ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 'dir?

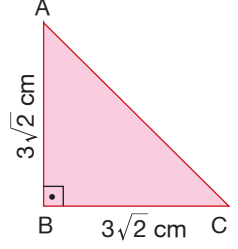


Çözüm

ABC üçgeni, ikizkenar dik üçgen olduğuna göre $IBC = IAB = 3\sqrt{2}$ cm'dir. İkizkenar dik üçgenin alanı, dik kenar uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \frac{IAB \cdot IBC}{2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{(3 \cdot 3) \cdot \sqrt{2 \cdot 2}}{2} \\ &= \frac{9 \cdot 2}{2} = 9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

ABC ikizkenar dik üçgeninin alanı 9 cm^2 dir.



Örnek

Yandaki ABCD paralelkenarında $[AH] \perp [CD]$ ve $IAHI = 4\sqrt{5}$ cm'dir. Paralelkenarın alanı $8\sqrt{10} \text{ cm}^2$ olduğuna göre, IAB kaç cm'dir?

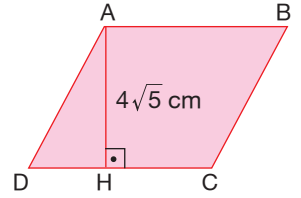
Çözüm

Paralelkenarın alanı, bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$\text{Alan} = IAH \cdot ICD$$

$$8\sqrt{10} = 4\sqrt{5} \cdot ICD \rightarrow ICD = \frac{8\sqrt{10}}{4\sqrt{5}} = \frac{8}{4} \sqrt{\frac{10}{5}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Paralelkenarın karşılıklı kenarları eş olduğundan $IAI = ICD = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ dir.



Örnek

Mehmet, $40\sqrt{3}$ cm ve $20\sqrt{3}$ cm uzunluğundaki çıtalari hiç artmayacak şekilde kullanarak yanda verilen eşkenar dörtgen biçimindeki uçurtmayı yapıyor. Çıtalar eşkenar dörtgenin köşegenleri olacak şekilde uçurtmanın üst yüzünü naylonla kaplıyor. Buna göre Mehmet, yaptığı uçurtmanın üst yüzü için en az kaç cm^2 lik naylon kullanmıştır?

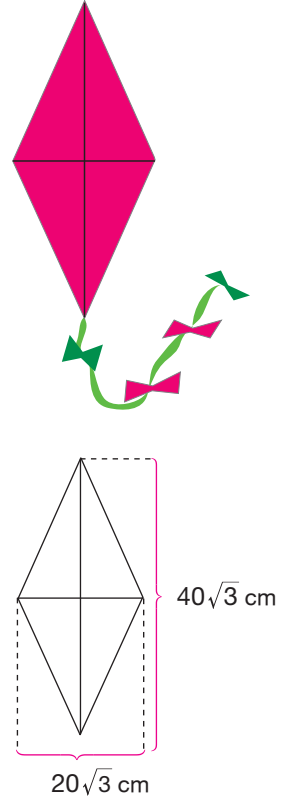
Çözüm

Mehmet'in yaptığı uçurtmanın üst yüzünü, yandaki gibi modelleyelim. Mehmet'in uçurtma yaparken kullandığı ve uzunlukları $40\sqrt{3}$ cm ve $20\sqrt{3}$ cm olan çıtalar, eşkenar dörtgenin köşegenlerini oluşturmaktadır. Buna göre Mehmet'in yaptığı uçurtmanın üst yüzü için en az kullandığı naylonun alanı, modellenen eşkenar dörtgenin alanına eşittir.

Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

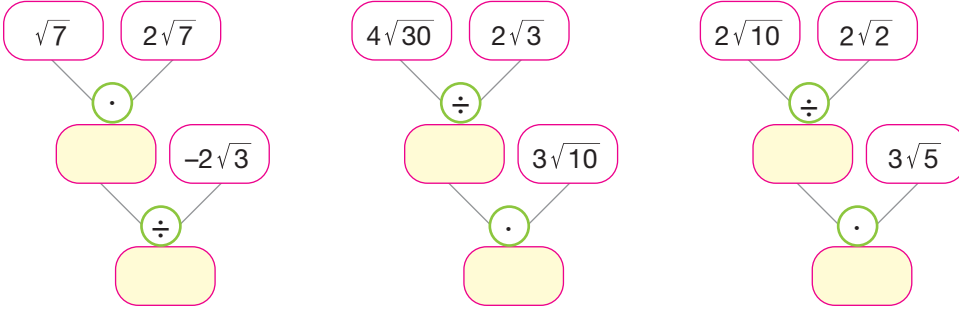
$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \frac{40\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3}}{2} \\ \text{Alan} &= \frac{(40 \cdot 20) \cdot \sqrt{3 \cdot 3}}{2} = \frac{800 \cdot \sqrt{9}}{2} = 400 \cdot 3 = 1200 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Mehmet yaptığı uçurtmanın üst yüzü için en az 1200 cm^2 lik naylon kullanmıştır.



Alıştırımlar

1. Şemalarda belirtilen işlemlere göre renkli kutucuklara yazılması gereken sayıları bulunuz.



2. Kısa kenarının uzunluğu $\sqrt{2}$ cm olan dikdörtgenin alanı $\sqrt{6}$ cm² ise uzun kenarı kaç cm uzunluğundadır?
3. Aşağıdaki tablolarda belirtilen işlemlerin sonuçlarını bularak tablolardaki boşluklara örneklerdeki gibi yazınız. (Bölme tablosunda sütunda verilen sayılar bölünen, satırda verilen sayılar bölenidir.)

Tablo: Çarpma İşlemleri

$\cdot$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{5}$	2
$-\sqrt{2}$	-2			
$-\sqrt{3}$				
$3\sqrt{5}$				
2				

Örnek: $-\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2 \cdot 2} = -\sqrt{4} = -2$

Tablo: Bölme İşlemleri

$\div$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$-\sqrt{5}$	$2\sqrt{10}$
$\sqrt{40}$				
$3\sqrt{10}$				
$4\sqrt{20}$				$2\sqrt{2}$
$\sqrt{90}$				

Örnek: $\frac{4\sqrt{20}}{2\sqrt{10}} = \frac{4}{2} \sqrt{\frac{20}{10}} = 2\sqrt{2}$

4. Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarının hangi iki ardışık doğal sayı arasında olduğunu bulunuz.

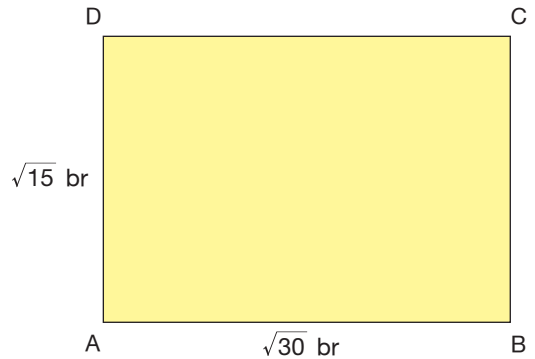
a. $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{2}}$

b. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

c. $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{6}}$

ç. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$

5. Yandaki ABCD dikdörtgeninin kenar uzunlukları $\sqrt{15}$ br ve $\sqrt{30}$ br'dir. Buna göre ABCD dikdörtgeninin alanı kaç br²dir?



Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Yandaki tahtaya yazılan örüntüde, her bir kareköklü ifadenin değeri ayrı ayrı hesaplanarak toplama işlemleri yapılmıştır. Buna göre örüntünün 3. satırındaki noktalı yere hangi işlemin ve sonucun yazılması gerekir? Nedenini açıklayınız.

$$\begin{aligned}\sqrt{16} + \sqrt{16} &= 4 + 4 = 8 \\ \sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} &= 4 + 4 + 4 = 12 \\ \sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kalem.

- Dörderli gruplar oluşturalım.
- Grubun bir üyesi, tam kare olan bir pozitif tam sayı söylesin. Grubun diğer üyeleri bu sayıyı, defterlerine yazsınlar ve sayıyı karekök içine alsınlar.
- Yazılan üç kareköklü sayıyı kullanarak üç toplananlı bir toplama işlemi yazalım.
- ➔ İşlemin sonucu, yazılan kareköklü sayının değerinin kaç katı olur? Nedenini açıklayınız.
- Gruptaki iki öğrencinin yazdığı kareköklü sayıları toplayalım ve toplamdan, grubun üçüncü üyesinin yazdığı kareköklü ifadeyi çıkaralım.
- ➔ İşlem sonucu ile ilk söylenen kareköklü sayı arasında nasıl bir ilişki vardır? Arkadaşlarınızla tartışınız.
- ➔ Grubun üyesi tam kare olmayan bir sayı söyleseydi etkinlik adımları nasıl yapılabilirdi? Arkadaşlarınızla tartışınız.

Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapılırken;

- Karekök içindeki sayılar aynı ise karekökün önündeki sayılar arasında toplama veya çıkarma işlemi yapılır, işlem sonucu ortak karekökün önüne yazılır.
- Karekök içindeki sayılar aynı değilse bu ifadeler toplanamaz veya çıkarılamaz. Bu durumda karekökün içindeki sayılar (yapılabiliyorsa) aynı hâle getirilir, sonra toplama veya çıkarma işlemleri yapılır.

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a. $3\sqrt{3} - \sqrt{3} =$ b. $3\sqrt{2} + \sqrt{2} =$ c. $\sqrt{6} - \sqrt{5} =$
ç. $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} =$ d. $\sqrt{11} - 8\sqrt{11} =$

a. $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = (3 - 1) \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

b. $3\sqrt{2} + \sqrt{2} = (3 + 1) \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

c. $\sqrt{6} - \sqrt{5}$ ifadesinde kareköklerin içindeki sayılar farklı olduğu için çıkarma işlemi yapılamaz.

ç. $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = (5 - 2) \cdot \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

d. $\sqrt{11} - 8\sqrt{11} = (1 - 8) \cdot \sqrt{11} = -7\sqrt{11}$

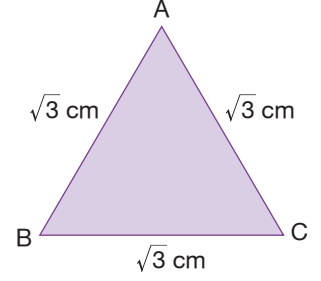
Örnek

Bir kenar uzunluğu $\sqrt{3}$ cm olan eşkenar üçgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

Çözüm

Eşkenar üçgenin çevre uzunluğu, birbirine eşit olan kenar uzunluklarının toplamına eşittir. Yandaki ABC eşkenar üçgeninin çevre uzunluğunu bulalım.

$$\begin{aligned}\text{Çevre uzunluğu} &= \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} \text{ cm}\end{aligned}$$



Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $7\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} =$

b. $\sqrt{24} - \sqrt{54} =$

c. $5\sqrt{2} - 1 =$

ç. $3\sqrt{7} + \sqrt{28} - \sqrt{343} =$

d. $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{500} =$

e. $\sqrt{44} + \sqrt{99} - \sqrt{11} =$

Çözüm

a. İşlemin sonucunun bulunabilmesi için kareköklerin içindeki sayıların aynı olması gerekir.

$$7\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (7 + 4 - 2)\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

b. $\sqrt{24} - \sqrt{54} = \sqrt{4 \cdot 6} - \sqrt{9 \cdot 6} = 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = (2 - 3) \cdot \sqrt{6} = -\sqrt{6}$

c. $5\sqrt{2} - 1$ ifadesindeki kareköklü ifade ile tam sayı arasında çıkarma işlemi yapılamaz. Çünkü kareköklü ifadelerde çıkarma işleminin yapılabilmesi için karekökün içindeki sayılar aynı olmalıdır.

ç. İşlemin sonucunun bulunabilmesi için kareköklerin içindeki sayıların aynı olması gerekir. Bundan dolayı işlemdeki her bir terimi, karekökün içindeki sayı 7 olacak şekilde düzenleyelim.

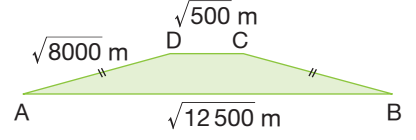
$$\begin{aligned}3\sqrt{7} + \sqrt{28} - \sqrt{343} &= 3\sqrt{7} + \sqrt{2^2 \cdot 7} - \sqrt{7^2 \cdot 7} \\ &= 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 7\sqrt{7} \\ &= (3 + 2 - 7) \cdot \sqrt{7} = -2\sqrt{7}\end{aligned}$$

d. $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{500} = \sqrt{9 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{100 \cdot 5}$
 $= \sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{10^2 \cdot 5}$
 $= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$
 $= (3 - 2 + 10) \cdot \sqrt{5}$
 $= 11\sqrt{5}$

e. $\sqrt{44} + \sqrt{99} - \sqrt{11} = \sqrt{4 \cdot 11} + \sqrt{9 \cdot 11} - \sqrt{11}$
 $= 2\sqrt{11} + 3\sqrt{11} - \sqrt{11}$
 $= (2 + 3 - 1) \cdot \sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

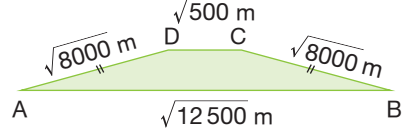
Örnek

Selma Hanım, yanda ölçüleri verilen ikizkenar yamuk biçimindeki bahçesinin çevresine 2 sıra tel çektirmek istiyor. Buna göre, Selma Hanım'ın en az kaç metre tele ihtiyacı vardır?



Çözüm

Selma Hanım'ın ikizkenar yamuk biçimindeki bahçesinin çevre uzunluğunu bulalım.



$$\Ç = IABI + IBCI + ICDI + IDAI$$

$$= \sqrt{12500} + \sqrt{8000} + \sqrt{500} + \sqrt{8000}$$

$$= \sqrt{2500 \cdot 5} + \sqrt{1600 \cdot 5} + \sqrt{100 \cdot 5} + \sqrt{1600 \cdot 5}$$

$$= \sqrt{50^2 \cdot 5} + \sqrt{40^2 \cdot 5} + \sqrt{10^2 \cdot 5} + \sqrt{40^2 \cdot 5}$$

$$= 50\sqrt{5} + 40\sqrt{5} + 10\sqrt{5} + 40\sqrt{5}$$

$$= 140\sqrt{5} \text{ m}$$

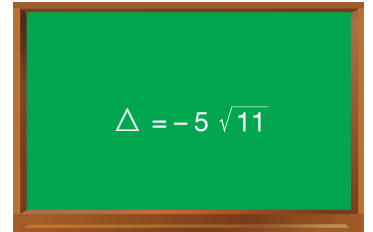
Selma Hanım, bahçesinin çevresine 2 sıra tel çektirmek istediğine göre çevre uzunluğunu 2 ile çarpmalıyız.

$$2 \cdot 140\sqrt{5} = 280\sqrt{5} \text{ m}$$

Selma Hanım'ın en az $280\sqrt{5}$ m tele ihtiyacı vardır.

Örnek

Yandaki tahtada yazılı olan eşitliğe göre " $\Delta - (-\Delta)$ " işleminin sonucu kaçtır?



Çözüm

İşlemdeki Δ yerine $-5\sqrt{11}$ yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\Delta - (-\Delta) = \Delta + \Delta = -5\sqrt{11} + (-5\sqrt{11})$$

$$= -5\sqrt{11} - 5\sqrt{11}$$

$$= -10\sqrt{11}$$

Örnek

Aşağıdaki işlemlerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazılmak isteniyor. Buna göre hangi kutucuklara "D", hangilerine "Y" yazılmalıdır?

☐ $3\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = \sqrt{2} + 3\sqrt{6}$

☐ $\sqrt{45} - 4\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{180} = 5\sqrt{5}$

☐ $\sqrt{40} - \sqrt{10} + \sqrt{7} - \sqrt{10} = 2\sqrt{7}$

☐ $5\sqrt{13} + \sqrt{52} - 4\sqrt{13} - \sqrt{13} = 2\sqrt{13}$

Çözüm

İşlemlerin sonuçlarını bulalım.

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{6}+2\sqrt{6} &= 3\sqrt{2}-\sqrt{4\cdot 2}+3\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{6} \\ &= \sqrt{2}+3\sqrt{6} \end{aligned}$$

İşlemin başındaki kutucuğa “D” yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} \sqrt{45}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{180} &= \sqrt{9\cdot 5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{36\cdot 5} \\ &= 3\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}+6\sqrt{5} \\ &= (3-4+1+6)\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

İşlemin sonucu $5\sqrt{5}$ olarak verildiği için başındaki kutucuğa “Y” yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} \sqrt{40}-\sqrt{10}+\sqrt{7}-\sqrt{10} &= \sqrt{4\cdot 10}-2\sqrt{10}+\sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{10}-2\sqrt{10}+\sqrt{7} \\ &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

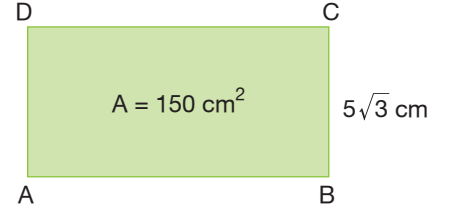
İşlemin sonucu $2\sqrt{7}$ olarak verildiği için başındaki kutucuğa “Y” yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} 5\sqrt{13}+\sqrt{52}-4\sqrt{13}-\sqrt{13} &= 5\sqrt{13}+\sqrt{4\cdot 13}-4\sqrt{13}-\sqrt{13} \\ &= 5\sqrt{13}+2\sqrt{13}-4\sqrt{13}-\sqrt{13} \\ &= 7\sqrt{13}-5\sqrt{13} \\ &= 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

İşlemin başındaki kutucuğa “D” yazılmalıdır.

Örnek

ABCD dikdörtgeninin kısa kenar uzunluğu $5\sqrt{3}$ cm, alanı $90\sqrt{3}$ cm² ise çevre uzunluğu kaç cm’dir?



Çözüm

ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğunu bulmak için önce-likle uzun kenarının uzunluğunu bulalım. ABCD dikdörtgeninin alanı; birer uzun ve kısa kenar uzunluğunun çarpımına eşittir.

$$\text{Alan} = |ABI| \cdot |BCI|$$

$$90\sqrt{3} = |ABI| \cdot 5\sqrt{3} \rightarrow |ABI| = \frac{90\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$$

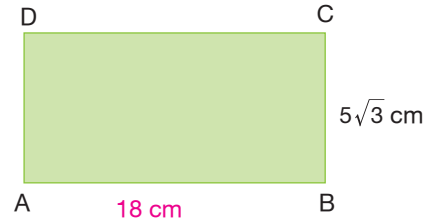
$$|ABI| = \frac{90}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{90}{5} = 18 \text{ cm}$$

ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğunu, kenar uzunluklarını toplayarak bulalım.

$$\text{Ç} = |ABI| + |BCI| + |CDI| + |DAI|$$

$$\text{Ç} = 18 + 5\sqrt{3} + 18 + 5\sqrt{3} = 36 + 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu $36 + 10\sqrt{3}$ cm’dir.



Alıştırımlar

1.

I

$$\sqrt{7}$$

II

$$-\sqrt{7}$$

III

$$2\sqrt{7}$$

IV

$$-3\sqrt{7}$$

$7 - 3\sqrt{7} - \sqrt{49}$ işleminin sonucu, yukarıdaki kutucukların hangisinde verilmiştir?

2. Yandaki tabloda verilen işlemlerin sonuçlarını, karşılarındaki boşluklara yazınız.

Tablo: İşlemler

İşlem	Sonuç
$\sqrt{5} - \sqrt{125} + \sqrt{25} =$	$-4\sqrt{5} + 5$
$\sqrt{45} + \sqrt{5} - 4 =$	
$5 - 3\sqrt{2} - \sqrt{5} =$	
$3 + \sqrt{7} + \sqrt{175} =$	

3. Aşağıdaki işlemlerde verilen noktalı yerlere uygun sayıları yazınız.

a. $\sqrt{5} - \dots = 4\sqrt{5}$

b. $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \dots = \sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

c. $\sqrt{36} + \dots - 4\sqrt{6} = 6$

ç. $5 - \sqrt{25} + 3\sqrt{5} = \dots$

d. $8\sqrt{2} - \sqrt{2} + 10 - 2\sqrt{25} = \dots$

e. $1 - \sqrt{9} - \dots = -11$

f. $\sqrt{72} + \dots = 0$

g. $\sqrt{64} - \sqrt{3} + \sqrt{3} + \dots = 8 + 4\sqrt{3}$

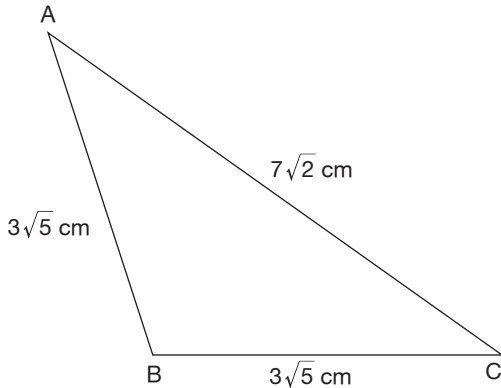
4. Yandaki tabloda verilen işlemleri örnekteki gibi yaparak tabloyu doldurunuz.

Tablo: Toplama İşlemi

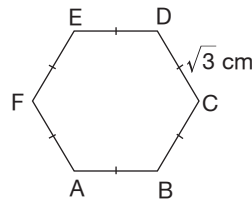
+	$2\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$3\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$
$\sqrt{5}$	$3\sqrt{5}$			
$2\sqrt{5}$				
$-8\sqrt{5}$				
$-\sqrt{20}$				

Örnek: $\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

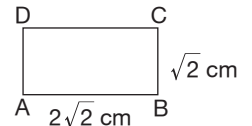
5. Aşağıdaki üçgenin, altıgenin ve dikdörtgenin çevre uzunluklarını bularak noktalı yerlere yazınız.



Ç = cm



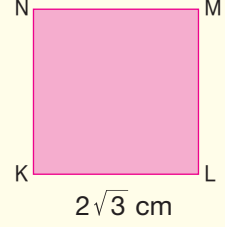
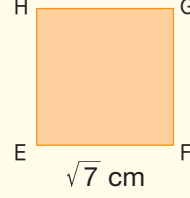
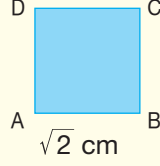
Ç = cm



Ç = cm

Kareköklü Bir İfade ile Çarpıldığında Sonucu Bir Doğal Sayı Yapan Çarpanlar

Yukarıdaki birer kenar uzunluğu verilen karelerin alanları cm^2 biriminde doğal sayı mı, yoksa irrasyonel sayı mıdır? Bir kareköklü ifadenin kendisi ile çarpımı her zaman doğal sayı olur mu? Açıklayınız.



Esra'nın, öğretmeninin sorduğu soruyu cevaplayabilmesi için 27 ile çarpıldığında sonucu tam kare bir sayı yapan doğal sayıları belirleyebilmesi gerekir.

$\sqrt{27}$ ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan çarpanları belirleyelim.

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

$3\sqrt{3}$ ifadesindeki karekökün içinde bulunan sayıyı tam kare yapabilmek için ifadeyi $\sqrt{3}$ ile çarpmak gerekir.

$3\sqrt{3}$ ifadesini $\sqrt{3}$ ile çarpalım.

$$3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3 \cdot 3} = 3 \cdot \sqrt{9} = 3 \cdot 3 = 9$$

$\sqrt{27}$ ifadesini $\sqrt{27}$ ile çarpalım.

$$\sqrt{27} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{27 \cdot 27} = \sqrt{(27)^2} = 27$$

$\sqrt{27}$ sayısı ile çarpıldığında sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara; $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, ... sayıları da örnek olarak verilebilir.

Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında sonucu bir doğal sayı yapan çarpan belirlenirken kareköklerin içindeki sayıların çarpımının bir tam kare doğal sayı olmasına dikkat edilir.

Örnek

$\sqrt{50}$ sayısı ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan sayılara örnek veriniz.

Çözüm

$\sqrt{50}$ sayısını $a\sqrt{b}$ ($a \neq 1$) biçiminde yazalım.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ sayısı ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan çarpandaki karekökün içindeki sayının 2 ile çarpımı bir tam kare sayı olmalıdır.

$5\sqrt{2}$ sayısını sırasıyla; $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $3\sqrt{2}$, $\sqrt{32}$ ve $5\sqrt{2}$ ile çarpalım.

$$5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2 \cdot 2} = 5\sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$$

$$5\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 5\sqrt{2 \cdot 8} = 5\sqrt{16} = 5 \cdot 4 = 20$$

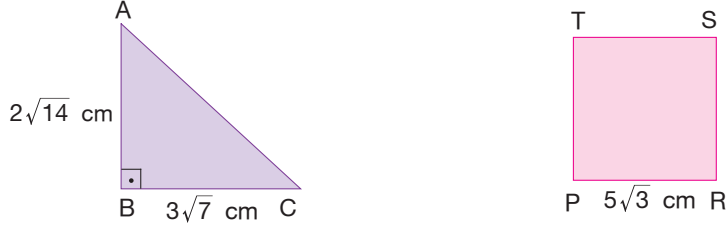
$$5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 5 \cdot 3\sqrt{2 \cdot 2} = 15\sqrt{4} = 15 \cdot 2 = 30$$

$$5\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = 5\sqrt{2 \cdot 32} = 5\sqrt{64} = 5 \cdot 8 = 40$$

$$5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 5 \cdot 5\sqrt{2 \cdot 2} = 25\sqrt{4} = 25 \cdot 2 = 50$$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ sayısı ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan çarpanlara örnek olarak $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $3\sqrt{2}$, $\sqrt{32}$ ve $5\sqrt{2}$ sayıları verilebilir.

Örnek



Yukarıdaki dik üçgen ve kareden hangisinin alanı bir doğal sayı ile belirtilir?

Çözüm

Dik üçgen ve karenin alanlarını bulalım.

- ABC dik üçgeninin alanı, dik kenar uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$$\begin{aligned}\text{Alan} &= \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} = \frac{2\sqrt{14} \cdot 3\sqrt{7}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} \\ &= 3 \cdot 7\sqrt{2} = 21\sqrt{2} \text{ cm}^2\end{aligned}$$

ABC dik üçgeninin alanı bir doğal sayı ile belirtilemez.

- PRST karesinin alanı, kenar uzunluğunun kendisi ile çarpımına eşittir.

$$\begin{aligned}\text{Alan} &= |PR| \cdot |RS| = 5\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 5 \cdot 5\sqrt{3 \cdot 3} \\ &= 25 \cdot 3 = 75 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

PRST karesinin alanı bir doğal sayı ile belirtilir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarının birer doğal sayı olması için her bir seçenekteki sembolün yerine yazılabilecek sıfırdan farklı en küçük doğal sayı değerlerini bulunuz.

a. $\sqrt{\blacktriangle} \cdot 3\sqrt{11}$

b. $\sqrt{60} \cdot 3\sqrt{\star}$

c. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\blacklozenge}$

ç. $\sqrt{120} \cdot 6\sqrt{\blacksquare}$

d. $\sqrt{\blacktriangledown} \cdot 7\sqrt{8}$

e. $\sqrt{\blacklozenge} \cdot \sqrt{27}$

2. $\sqrt{48}$ ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan beş sayı yazınız.

3.

I	II	III	IV
$\sqrt{140}$	$11\sqrt{5}$	$3\sqrt{7}$	$\sqrt{35}$

Yukarıdaki kutucuklardan hangi ikisinde bulunan sayıların çarpımı bir doğal sayıdır?

4. Aşağıdaki çarpma işlemlerinden sonucu doğal sayı olanların başındaki kutucuğa “E”, olmayanların başındaki kutucuğa “H” yazınız.

☐ $\sqrt{56} \cdot \frac{1}{\sqrt{14}} =$

☐ $7\sqrt{7} \cdot \sqrt{49} =$

☐ $21\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$

☐ $\sqrt{40} \cdot 3\sqrt{10} =$

☐ $\frac{5}{\sqrt{243}} \cdot 81\sqrt{5} =$

☐ $\sqrt{75} \cdot 9\sqrt{3} =$

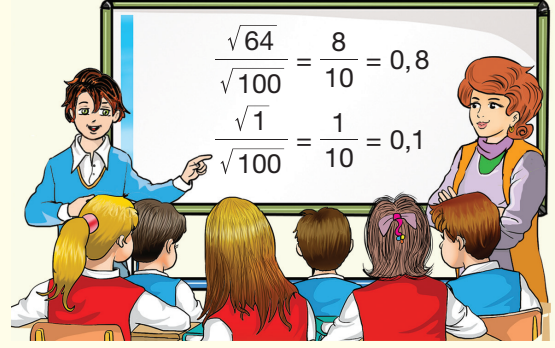
☐ $\sqrt{63} \cdot 7\sqrt{3} =$

☐ $\sqrt{28} \cdot \sqrt{44} =$

Ondalık İfadelerin Karekökleri

Öğretmeni, tahtaya bazı bölme işlemlerini yazdı ve Cihan'dan, tahtadaki bölme işlemlerini yapmasını istedi. Cihan, işlemleri yapınca öğretmeni, Cihan'a bölme işlemlerinin sonucunu kısa yoldan nasıl bulabileceğini sordu.

Cihan, öğretmenine nasıl bir cevap vermeli-dir? Nedenini açıklayınız.



Hatırlatma

Ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak ifade edilirken sayı, virgöl dikkate alınmadan paya yazılır. Paydadaki 1'in yanına virgülden sonraki basamak sayısı kadar 0 yazılır.

$$\bullet 0,9 = \frac{9}{10}$$

$$\bullet 1,21 = \frac{121}{100}$$

$$\bullet 0,343 = \frac{343}{1000}$$

$$\bullet 1,2604 = \frac{12\,604}{10\,000}$$

Etkinlik

- Yandaki tablonun ilk iki satırını inceleyelim.
- Bir ondalık gösterimi, $\frac{a}{b}$ (a, b tam sayı ve $b \neq 0$) şeklinde nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.
- $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade ettiğiniz ondalık gösterimin karekökünün değerini nasıl bulunabileceğini, tablodan yararlanarak açıklayınız.
- Tablonun son satırında verilen ondalık gösterimin karekökünün değerini ilk iki satırda kullanılan yöntemden yararlanarak hesaplayınız.
- Ondalık gösterimin karekökünün değerini bulurken kullandığınız yöntemi arkadaşlarınızla paylaşınız.

Tablo: Kareköklü Sayılar

$$\sqrt{0,16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$\sqrt{0,81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$\sqrt{0,49} = \dots\dots\dots$$

$\sqrt{0,25}$ ve $\sqrt{1,96}$ sayılarının değerlerini bulalım.

Önce karekökün içindeki ondalık gösterimleri $\frac{a}{b}$ (a ile b tam sayı ve $b \neq 0$) şeklinde yazalım. Sonra pay ve paydadaki sayıları karekökün dışına çıkaralım.

$$\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$\sqrt{1,96} = \sqrt{\frac{196}{100}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{100}} = \frac{14}{10} = 1,4$$

Örnek

$\frac{\sqrt{1,21} - \sqrt{0,49}}{\sqrt{0,01}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Kareköklerin içindeki ondalık gösterimleri $\frac{a}{b}$ (a ile b tam sayı ve b $\neq 0$) şeklinde yazarak işlemleri yapalım.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{1,21} - \sqrt{0,49}}{\sqrt{0,01}} &= \frac{\sqrt{\frac{121}{100}} - \sqrt{\frac{49}{100}}}{\sqrt{\frac{1}{100}}} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} - \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}}}{\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}}} = \frac{\frac{11}{10} - \frac{7}{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{4}{10} \cdot \frac{10}{1} = 4\end{aligned}$$

Örnek

$$\sqrt{0,0169} = 0,\Delta\Box$$

Kutucukta verilen eşitlikteki Δ ve $\Box$ yerine hangi rakamlar yazılmalıdır?

Çözüm

$\sqrt{0,0169}$ ifadesinin değerini bulalım.

$$\sqrt{0,0169} = \sqrt{\frac{169}{10\,000}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{10\,000}} = \frac{13}{100} = 0,13$$

0,13 = 0, $\Delta\Box$ ise Δ yerine 1, $\Box$ yerine 3 yazılmalıdır.

Alıştırmalar

1. Değeri 0,3 olan kareköklü ifadenin bulunduğu kutucuğu işaretleyiniz.

$$\sqrt{0,49}$$

☐

$$\sqrt{0,36}$$

☐

$$\sqrt{0,09}$$

☐

$$\sqrt{0,03}$$

☐

$$\sqrt{0,01}$$

☐

- 2.

$$\sqrt{0,09} \quad \sqrt{0,16} \quad \sqrt{0,25} \quad \boxed{} \quad \boxed{}$$

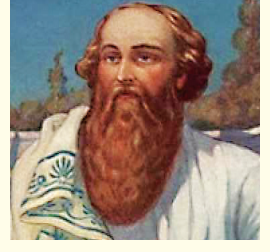
Yukarıdaki kareköklü sayıların değerleri arasında bir ilişki vardır. Bu ilişkiye göre pembe ve mavi kutucuğa yazılması gereken sayıların çarpımı kaçtır?

3. $\frac{\sqrt{0,04} - \sqrt{0,16}}{\sqrt{0,0001}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Gerçek Sayılar

Pisagor, doğadaki her varlığın matematiksel olarak açıklanabileceğini ve yorumlanabileceğini ileri sürmüştür. Pisagor'un görüşüne göre, alanı $2b^2$ olan bir karenin kenar uzunluğunun da aynı şekilde tanımlanabileceğini söylemek mümkündür.

Alanı $2b^2$ olan karenin bir kenar uzunluğunu belirten sayı ile aynı özelliğe sahip başka sayılar olabilir mi? Açıklayınız.

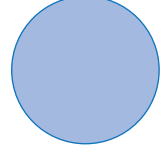
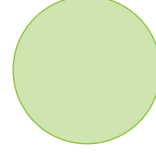


http://ogmmateryal.eba.gov.tr/files/basic_html

Etkinlik

3 0,5 $-\frac{1}{5}$ $\sqrt{25}$ $2\sqrt{3}$ $-\sqrt{7}$ 2 150

- Yukarıda verilen sayılardan rasyonel sayı olanları yandaki yeşil dairenin içine yerleştirelim.
- Sayıları yeşil dairenin içine yerleştirirken nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.
- Yeşil dairenin içine yerleştiremediğimiz sayıları, mavi dairenin içine yerleştirelim.
- Mavi dairenin içine yerleştirdiğiniz sayıların ortak özelliğini yazınız.
- Sayıların tamamını yerleştirebileceğiniz bir daire olabilir mi? Tartışınız.



Hatırlatma

a, b birer tam sayı ve b sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayılar denir.

Rasyonel olmayan, yani $\frac{a}{b}$ (a ile b tam sayı ve $b \neq 0$) şeklinde yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir. Gerçek sayılar kümesi, rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşiminden oluşur. Gerçek sayılar kümesi **R** ile gösterilir.

Aşağıda verilen sayılardan hangilerinin rasyonel, hangilerinin irrasyonel sayı olduğunu belirleyelim.

a. $\sqrt{81}$

b. 2,3654...

c. 1,572

ç. $0,\bar{2}$

d. $\sqrt{10}$

e. π

a. $\sqrt{81} = 9 = \frac{9}{1} \rightarrow \frac{a}{b}$ şeklinde yazılabildiğinden $\sqrt{81}$, bir rasyonel sayıdır.

b. 2,3654... sayısı sonsuza kadar düzensiz olarak devam ettiği için iki tam sayının oranı (rasyonel sayı) şeklinde yazılamaz. O hâlde 2,3654... sayısı bir irrasyonel sayıdır.

c. $1,572 = \frac{1572}{1000} \rightarrow \frac{a}{b}$ şeklinde yazılabildiğinden 1,572 sayısı bir rasyonel sayıdır.

ç. $0,\bar{2} = \frac{2}{9} \rightarrow \frac{a}{b}$ şeklinde yazılabildiğinden $0,\bar{2}$ sayısı bir rasyonel sayıdır.

d. $\sqrt{10}$ sayısının değerini hesap makinesi ile hesapladığımızda, değerinin "3,16227..." şeklinde sonsuza kadar düzensiz olarak devam ettiğini görürüz. Bu nedenle $\sqrt{10}$ ifadesinin değerini rasyonel sayı olarak yazamayız. O hâlde $\sqrt{10}$, bir irrasyonel sayıdır.

Tam kare olmayan pozitif doğal sayıların kareköklerinin değeri, irrasyonel sayıdır.

- e. π sayısı 3,1415926... şeklinde sonsuza kadar devam eder. π sayısının ondalık kısmındaki rakamlar düzensiz olarak devam ettiği için π sayısı, rasyonel sayı değildir. O hâlde π , bir irrasyonel sayıdır.

Örnek

$\sqrt{102 + \Delta}$ ifadesinin bir rasyonel sayı olabilmesi için Δ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayı değeri kaç olur?

Çözüm

$\sqrt{102 + \Delta}$ ifadesinin değerinin rasyonel sayı olabilmesi için karekökün içindeki “ $102 + \Delta$ ” toplamının tam kare doğal sayı olması gerekir.

$11^2 = 11 \cdot 11 = 121$ olduğundan $102 + \Delta$ toplamının alabileceği en küçük tam kare doğal sayı değeri, 121’dir.

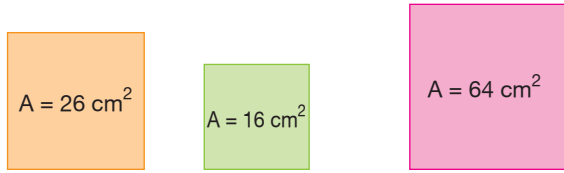
$$102 + \Delta = 121 \rightarrow \Delta = 121 - 102 = 19$$

O hâlde Δ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayı 19’dur.

$\sqrt{102 + \Delta}$ ifadesindeki Δ yerine 19 yazarak kareköklü ifadenin değerinin rasyonel sayı olup olmadığını kontrol edelim.

$$\sqrt{102 + \Delta} \rightarrow \sqrt{102 + 19} = \sqrt{121} = \sqrt{11 \cdot 11} = 11 \rightarrow \text{Rasyonel sayıdır.}$$

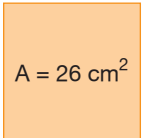
Örnek



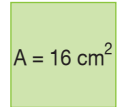
Yukarıdaki karelerden, kenar uzunluğu rasyonel veya irrasyonel sayı olanları belirleyiniz.

Çözüm

Turuncu karenin alanı 26 cm^2 olduğundan bir kenar uzunluğu $\sqrt{26} \text{ cm}$ ’dir. $\sqrt{26}$ ifadesindeki 26 sayısı, bir tam kare doğal sayı olmadığından $\sqrt{26}$ sayısının değeri rasyonel sayı değildir. O hâlde turuncu karenin bir kenar uzunluğu, bir irrasyonel sayıdır.



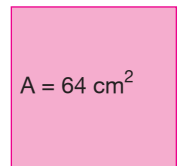
Yeşil karenin alanı 16 cm^2 ’dir. Bu durumda kenar uzunluğu $\sqrt{16} \text{ cm}$ ’dir. $\sqrt{16}$ ifadesindeki 16 sayısı, bir tam kare doğal sayı olduğundan $\sqrt{16}$ sayısının değeri bir rasyonel sayıdır.



$$\sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4 \text{ cm}$$

O hâlde yeşil karenin kenar uzunluğu bir rasyonel sayıdır.

Pembe karenin alanı 64 cm^2 ’dir. Bu durumda kenar uzunluğu $\sqrt{64} = \sqrt{8 \cdot 8} = 8 \text{ cm}$ ’dir. O hâlde pembe karenin kenar uzunluğu, bir rasyonel sayıdır.



Örnek

$\sqrt{22}$

$5,4\bar{8}$

$8,142$

π

316

$-\sqrt{49}$

$6,1286354...$

Kutucuklardaki sayılardan rasyonel, irrasyonel ve gerçekte sayı olanları belirleyiniz.

Çözüm

- Rasyonel sayıları belirleyelim.

$$\checkmark 5,4\bar{8} = \frac{548 - 54}{90} = \frac{494}{90} = \frac{247}{45}$$

$$\checkmark 8,142 = \frac{8142}{1000} = \frac{4071}{500}$$

$$\checkmark 316 = \frac{316}{1}$$

$$\checkmark -\sqrt{49} = -\sqrt{7 \cdot 7} = -7 = -\frac{7}{1}$$

- İrrasyonel sayıları belirleyelim.

$\checkmark \sqrt{22}$ ifadesindeki 22, bir tam kare doğal sayı olmadığından $\sqrt{22}$ sayısı rasyonel sayı değildir.

$\checkmark \pi = 3,1415926...$ sayısı, sonsuza kadar düzensiz olarak devam ettiği için $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz.

$\checkmark 6,1286354...$ sayısı, sonsuza kadar düzensiz olarak devam ettiği için $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz.

$6,1286354...$, $\sqrt{22}$ ve π sayıları, irrasyonel sayıdır. π sayısı irrasyonel bir sayı olmasına rağmen işlemlerde kolaylık sağlaması açısından π sayısı yerine 3; 3,14 veya $\frac{22}{7}$ alınabilir.

- Gerçek sayıları belirleyelim.

Rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar, aynı zamanda gerçekte sayıdır.

$\sqrt{22}$; $5,4\bar{8}$; $8,142$; π ; 316 ; $-\sqrt{49}$ ve $6,1286354...$ sayıları, gerçekte sayıdır.

Alıştırmalar

1.

I
 $A = 900 \text{ cm}^2$

II
 $A = 17 \text{ cm}^2$

III
 $A = 196 \text{ cm}^2$

IV
 $A = 40 \text{ cm}^2$

Kutucuklarda alanları verilen karelerden kenar uzunluğu "cm" birimi ile rasyonel sayı olanları belirleyiniz.

2. Kutucuklarda verilen sayılara göre aşağıda istenenleri yapınız.

a. F kutucuğundaki devirli ondalık gösterimi, rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

b. Rasyonel sayı olanları belirleyiniz.

c. İrrasyonel sayı olanları belirleyiniz.

ç. Gerçekte sayı olanları belirleyiniz.

3,412	24,6 $\bar{8}$	- 27
π	$-\frac{7}{5}$	37,14 $\bar{6}$
0,01867344...	$\sqrt{400}$	$-\sqrt{40}$

Çizgi ve Sütun Grafiği



Grafikler konusuna çok ilgi duyan Gülsüm, matematik dersinden proje aldı. Projesinde farklı grafikleri incelemeye başladı. İncelediği grafiklerin tekli veya ikili çizgi ve sütun grafikleri olduğunu fark etti. Gülsüm, üç veri grubuna ait çizgi ve sütun grafiğinin çizilip çizilemeyeceğini merak etti.

Sizce, üç veri grubuna ait çizgi ve sütun grafikleri çizilebilir ve yorumlanabilir mi? Fikrinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

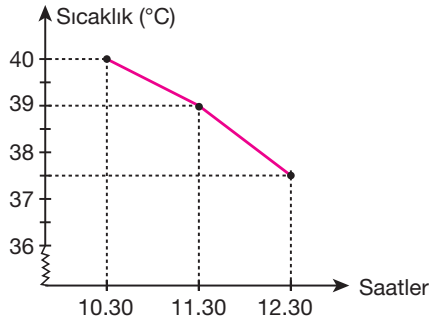
Hatırlatma

Çizgi grafikleri, grafikteki değerleri belirten noktaların bir çizgi ile birleştirilmesiyle elde edilir.

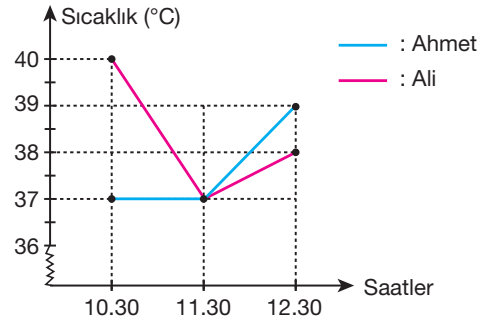
Sütun grafikleri, grafikteki değerlerin sütunlarla belirtildiği grafiklerdir.

Örnek

1. Grafik: Sevil'in Bazı Saatlerdeki Vücut Sıcaklıkları



2. Grafik: Ahmet ile Ali'nin Bazı Saatlerdeki Vücut Sıcaklıkları



Bir hastanenin çocuk acil servisinde tedavi gören Sevil'in, Ahmet'in ve Ali'nin bazı saatlerde ölçülen vücut sıcaklıkları, yukarıdaki çizgi grafiklerinde belirtilmiştir. Çizgi grafiklerini yorumlayınız.

Çözüm

1. grafik, Sevil'in bazı saatlerde ölçülen vücut sıcaklıklarını belirtmektedir. 1. grafiğe göre Sevil'in saat 10.30'da vücut sıcaklığı 40 °C, 11.30'da 39 °C, 12.30'da 37,5 °C olarak ölçülmüştür. 1. grafiğe göre Sevil'in vücut sıcaklığı, belirtilen sürede devamlı düşmüştür.

2. grafik, Ahmet ile Ali'nin bazı saatlerde ölçülen vücut sıcaklıklarını belirtmektedir. 2. grafik yorumlandığında aşağıdaki sonuçlar elde edilebilir.

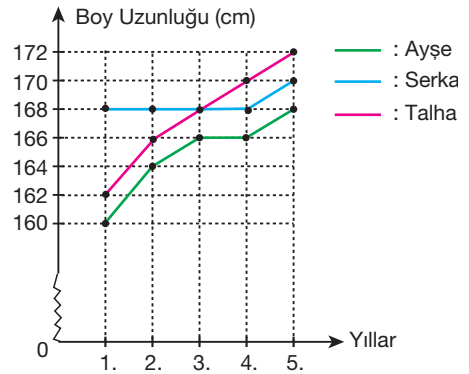
- Ali'nin, saat 10.30'da vücut sıcaklığı 40 °C, 11.30'da 37 °C, 12.30'da 38 °C olarak ölçülmüştür.
- Ahmet'in, saat 10.30'da vücut sıcaklığı 37 °C, 11.30'da 37 °C, 12.30'da 39 °C olarak ölçülmüştür.
- Ali ile Ahmet'in, saat 11.30'da ölçülen vücut sıcaklıkları eşittir.

Üç veri grubuna ait çizgi grafiğinde, her bir veri grubunu belirten çizgiler, farklı renkle gösterilebilir.

Örnek

Ayşe, Serkan ve Talha'nın 5 yıl boyunca her yılın sonundaki boy uzunlukları yandaki çizgi grafiğinde verilmiştir. Çizgi grafiğini yorumlayınız.

Grafik: 5 Yıl Boyunca Her Yılın Sonunda Boy Uzunlukları

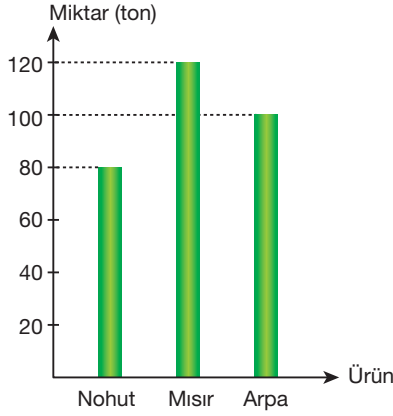


Çözüm

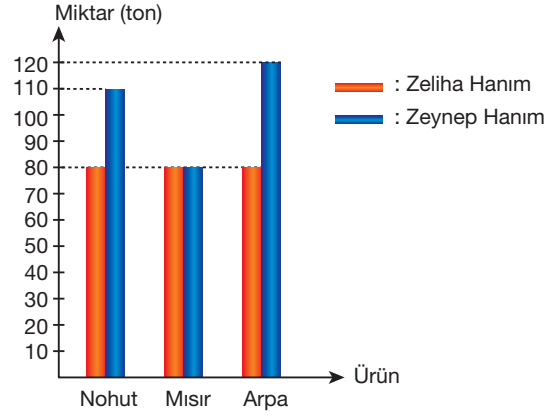
- Ayşe'nin 5 yıl boyunca her yılın sonundaki boy uzunlukları sırasıyla 160 cm, 164 cm, 166 cm ve 168 cm'dir. Ayşe 3. yıl hiç uzamamıştır. Diğer yıllarda boy uzunluğu artmıştır.
- Serkan'ın 5 yıl boyunca her yılın sonundaki boy uzunlukları sırasıyla 168 cm, 168 cm, 168 cm ve 170 cm'dir. Serkan ilk dört yıl hiç uzamamıştır. 4. yıl ise $170 - 168 = 2$ cm uzamıştır.
- Talha'nın 5 yıl boyunca her yılın sonundaki boy uzunlukları sırasıyla 162 cm, 166 cm, 168 cm, 170 cm ve 172 cm'dir. Talha 5 yıl boyunca sürekli uzamıştır.

Örnek

1. Grafik: Mehmet Bey'in Hasat Ettiği Ürünler



2. Grafik: Zeliha Hanım ile Zeynep Hanım'ın Hasat Ettiği Ürünler



Farklı köylerde yaşayan çiftçi Mehmet Bey ve Zeliha Hanım ile Zeynep Hanım'ın aynı yıl hasat ettikleri ürünler yukarıdaki sütun grafiklerinde belirtilmiştir. Sütun grafiklerini yorumlayınız.

Çözüm

1. grafik, Mehmet Bey'in bir yılda hasat ettiği ürünleri belirtmektedir. 1. grafiğe göre Mehmet Bey, bir yılda 80 ton nohut, 120 ton mısır ve 100 ton arpa hasat etmiştir. Mehmet Bey'in en çok hasat ettiği ürün mısır, en az hasat ettiği ürün nohuttur. Mehmet Bey, bir yılda toplam $80 + 120 + 100 = 300$ ton ürün hasat etmiştir.

2. grafik, Zeliha Hanım ile Zeynep Hanım'ın bir yılda hasat ettiği ürünleri belirtmektedir. 2. grafik yorumlandığında aşağıdaki sonuçlar hasat edilebilir.

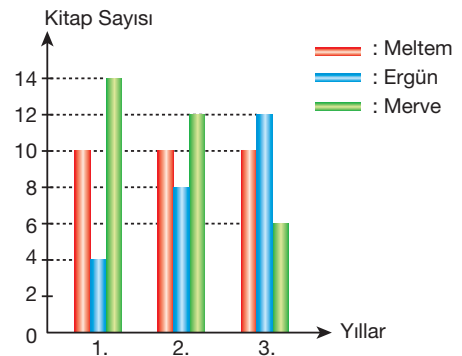
- Zeliha Hanım, bir yıl boyunca 80 ton nohut, 80 ton mısır ve 80 ton arpa hasat etmiştir.
- Zeliha Hanım, bir yıl boyunca toplam, $80 + 80 + 80 = 240$ ton ürün hasat etmiştir.
- Zeynep Hanım, bir yıl boyunca 110 ton nohut, 80 ton mısır ve 120 ton arpa hasat etmiştir.
- Zeynep Hanım, bir yıl boyunca toplam, $110 + 80 + 120 = 310$ ton ürün hasat etmiştir.
- Zeliha Hanım ile Zeynep Hanım, aynı miktarda mısır hasat etmiştir.

Üç veri grubuna ait sütun grafiğinde, her bir veri grubunu belirten sütunlar, farklı renkle gösterilebilir.

Örnek

Meltem, Ergün ve Merve'nin üç yıl boyunca okudukları kitap sayıları yandaki sütun grafiğinde belirtilmiştir. Sütun grafiğini yorumlayınız.

Grafik: Yıllara Göre Okunan Kitap Sayıları



Çözüm

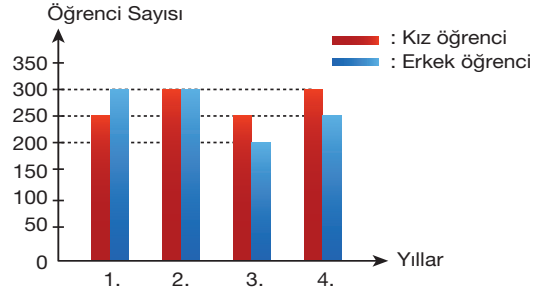
Sütun grafiği yorumlandığında aşağıdaki sonuçlar elde edilebilir.

- Meltem, üç yıl boyunca, yıllık onar kitap okumuştur.
- Meltem, üç yıl boyunca, toplam, $10 + 10 + 10 = 30$ kitap okumuştur.
- Ergün, 1. yıl 4, 2. yıl 8, 3. yıl 12 kitap okumuştur.
- Ergün'ün okuduğu kitap sayısı her yıl artmıştır.
- Ergün, üç yıl boyunca toplam, $4 + 8 + 12 = 24$ kitap okumuştur.
- Merve, 1. yıl 14, 2. yıl 12, 3. yıl 6 kitap okumuştur.
- Merve'nin okuduğu kitap sayısı her yıl azalmıştır.
- Merve, üç yıl boyunca toplam, $14 + 12 + 6 = 32$ kitap okumuştur.
- Üç yıl boyunca en çok sayıda kitap okuyan Merve, en az sayıda kitap okuyan Ergün'dür.

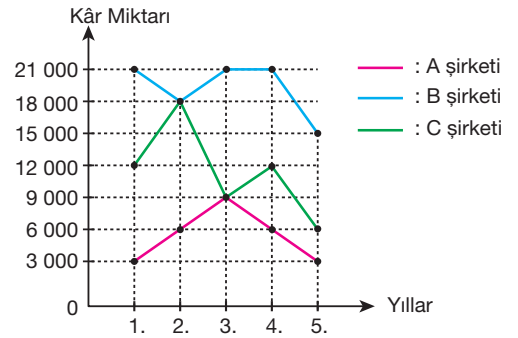
Alıştırmalar

1. Bir okuldan dört yıl boyunca mezun olan erkek ve kız öğrenci sayıları, yandaki sütun grafiğinde belirtilmiştir. Sütun grafiğini yorumlayınız.
2. Üç şirketin elde ettiği kâr miktarının yıllara göre dağılımı, yandaki çizgi grafiğinde belirtilmiştir. Çizgi grafiğini yorumlayınız.
3. Tunç, Aykut ve Fatma'nın üç ay boyunca aylık yaptığı akraba ziyareti sayıları, yandaki sütun grafiğinde belirtilmiştir. Sütun grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.
 - a. Üç arkadaş hangi ay eşit sayıda akraba ziyaretinde bulunmuştur?
 - b. Hangisi, üç ay boyunca diğerlerinden daha fazla akraba ziyaretinde bulunmuştur?
 - c. Hangisi, üç ay boyunca diğerlerinden daha az akraba ziyaretinde bulunmuştur?
 - ç. Üç arkadaş üç ay boyunca toplam kaç kez akraba ziyaretinde bulunmuştur?
 - d. Üç arkadaş şubat ayında toplam kaç kez akraba ziyaretinde bulunmuştur?

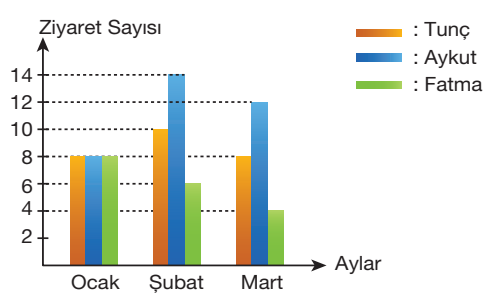
Grafik: Bir Okuldan Yıllara Göre Mezun Olan Öğrenci Sayıları



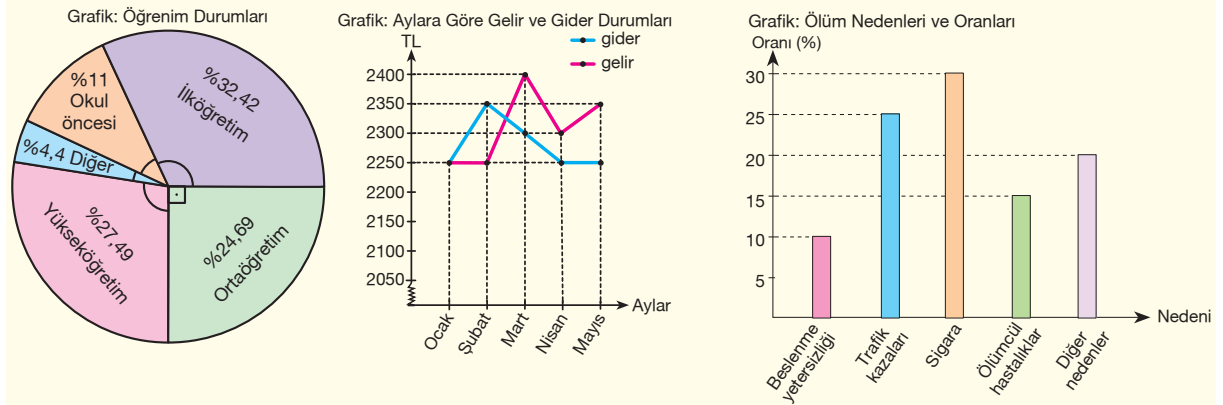
Grafik: Şirketlerin Yıllara Göre Kârları



Grafik: Aylara Göre Yapılan Akraba Ziyaretleri



Verilerin Farklı Gösterimleri



Yapılan araştırmalar sonucunda elde edilen veriler çoğu zaman dergi, gazete, kitap ve İnternet siteleri gibi yerlerde grafiklerle ifade edilebilmektedir.

Verilerin farklı şekillerde ifade edilmesinin sebebi ne olabilir? Bir veri grubu, uygunluğuna göre birden fazla grafik çeşidiyle ifade edilebilir mi? Açıklayınız.

Hatırlatma

Çizgi grafiği, sütun grafiği ve daire grafiği; verilerin farklı temsil biçimleridir.

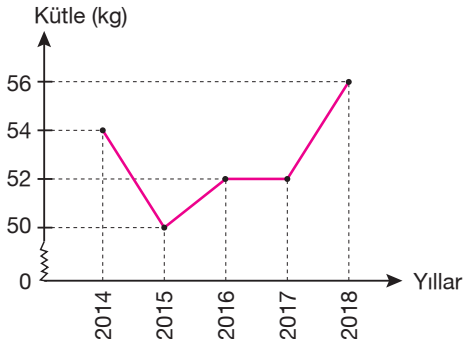
Araştırma sonucu elde edilen veriler, bir değişimi veya gelişimi belirtiyorsa verileri çizgi grafiği ile göstermek uygun olur. Çizgi grafiğindeki verilerin değişimi sürekli olmalıdır.

Can'ın 5 yıl boyunca her yılın ocak ayındaki kütlesi, kg birimi ile yanda verilmiştir. Verileri inceleyerek tablo ve uygun bir grafikte gösterelim.

2014 → 54 kg
2015 → 50 kg
2016 → 52 kg
2017 → 52 kg
2018 → 56 kg

Can'ın 5 yıl boyunca her yılın ocak ayındaki kütlesi (kg) ile yandaki gibi bir sıklık tablosu oluşturulabilir. Tablodaki veriler, belirli bir süre içerisinde Can'ın kütlesindeki değişimi göstermektedir. Bu durumda tablodaki verileri, çizgi grafiği ile göstermek daha uygun olacaktır.

Grafik: Can'ın 5 Yıl Boyunca Ölçülen Kütlesi



Tablo : Can'ın 5 Yıl Boyunca Ölçülen Kütlesi

Yıllar	Kütlesi (kg)
2014	54
2015	50
2016	52
2017	52
2018	56

Tablodaki verilerle yandaki çizgi grafiği oluşturulabilir.

Araştırma sonucu elde edilen veriler, var olan bir durumu belirtiyor ve birbirinden bağımsız ise verileri sütun grafiği ile göstermek uygun olur. Sütun grafiğindeki verilerde anlık değişme olmaz.

Örnek

8/A sınıfındaki öğrenciler, okulun düzenleyeceği geziye katılacaklar. Öğrenciler, gezi için belirlenen şehirler arasından birini seçmeye yönelik hazırlanan ankete katılıyor. Ankete göre öğrencilerden 10'u İstanbul'u, 6'sı Çanakkale'yi, 8'i Mardin'i, 3'ü Ankara'yı ve 4'ü Trabzon'u tercih ediyor. Buna göre, anketten elde edilen verileri sıklık tablosu ve uygun bir grafik ile gösteriniz.

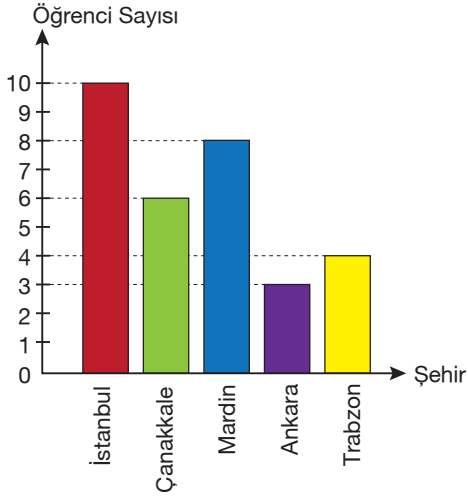
Çözüm

Öğrencilerin 10'u İstanbul'u, 6'sı Çanakkale'yi, 8'i Mardin'i, 3'ü Ankara'yı ve 4'ü Trabzon'u tercih ettiğine göre verilerle yandaki gibi bir sıklık tablosu oluşturulabilir.

Tablo : Öğrencilerin Tercih Ettikleri Şehirler

Şehir	Öğrenci Sayısı
İstanbul	10
Çanakkale	6
Mardin	8
Ankara	3
Trabzon	4

Grafik: Öğrencilerin Tercih Ettikleri Şehirler



Tablodaki veriler, var olan bir durumu göstermektedir. Verilerde anlık değişim olmamıştır. Bu durumda tablodaki verileri, yandaki gibi bir sütun grafiği ile göstermek uygun olacaktır.

Araştırma sonucu elde edilen veriler, bir bütündeki parçaların dağılımını belirtiyorsa verileri daire grafiği ile göstermek uygun olur.

Örnek

Bir köyde üretilen ürünlerin %20'si nohut, %35'i arpa, %30'u mercimek ve %15'i buğdaydır. Köyde üretilen ürünlere ait verileri, sıklık tablosu ve uygun bir grafik ile gösteriniz.

Çözüm

Köyde üretilen ürünlerin %20'si nohut, %35'i arpa, %30'u mercimek ve %15'i buğday olduğuna göre verilerle yandaki sıklık tablosu oluşturulabilir.

Tablodaki veriler, bir köyde üretilen ürünlerin dağılımını yani bir bütünün parçalarını yüzde oranları ile göstermektedir. Bu durumda tablodaki verileri daire grafiği ile göstermek uygun olacaktır.

Daire grafiğinde her bir ürünü belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Tabloya göre ürünlerin tamamını %100 ifadesi temsil etmektedir.

• Ürünlerin %20'si nohuttur. Buna göre, daire grafiğinde nohutu belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü, orantı yardımıyla bulalım.

Ürünlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%20'sini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 20 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{20 \cdot 360^\circ}{100} = 72^\circ$$

Daire grafiğinde nohutu belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 72°dir.

• Ürünlerin %35'i arpadır. Buna göre, daire grafiğinde arpayı belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Ürünlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%35'ini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 35 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{35 \cdot 360^\circ}{100} = 126^\circ$$

Daire grafiğinde arpayı belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 126°dir.

• Ürünlerin %30'u mercimektir. Buna göre, daire grafiğinde mercimeği belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Ürünlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%30'unu x temsil eder.

$$100 \cdot x = 30 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{30 \cdot 360^\circ}{100} = 108^\circ$$

Daire grafiğinde mercimeği belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 108°dir.

• Ürünlerin %15'i buğdaydır. Buna göre, daire grafiğinde buğdayı belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Ürünlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%15'ini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 15 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{15 \cdot 360^\circ}{100} = 54^\circ$$

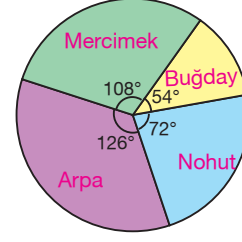
Daire grafiğinde buğdayı belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 54°dir.

Tablo : Bir Köyde Üretilen Ürünlerin Oranları

Ürün	Oranı (%)
Nohut	20
Arpa	35
Mercimek	30
Buğday	15

Belirlenen merkez açı ölçülerine göre veriler, yandaki daire grafiği ile gösterilebilir.

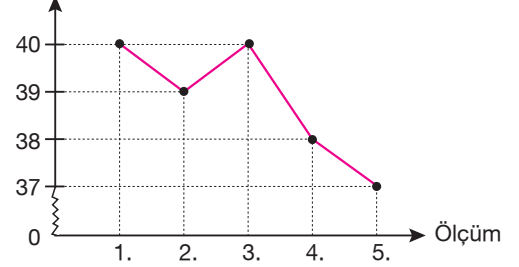
Grafik: Bir Köyde Üretilen Tahıl Ürünlerinin Dağılımı



Örnek

Yandaki çizgi grafiğinde, Selçuk'un beş ölçümdeki vücut sıcaklıkları (°C) belirtilmiştir. Grafikteki verileri uygun bir gösterimle belirtiniz.

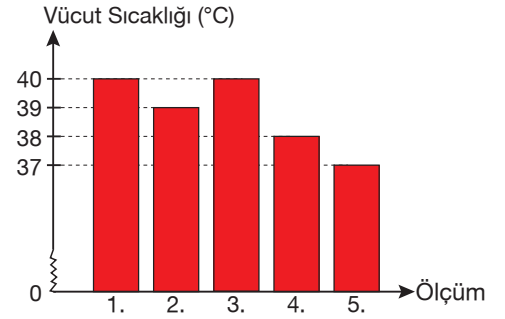
Grafik : Selçuk'un Ölçülen Vücut Sıcaklıkları



Çözüm

Çizgi grafiğinde, Selçuk'un vücut sıcaklığındaki değişime ait veriler gösterilmiştir. Veriler bir bütünün parçalarını belirtmediğinden verileri, daire grafiği ile göstermek uygun değildir. Veriler, yandaki gibi sütun grafiği ile gösterilebilir.

Grafik: Selçuk'un Ölçülen Vücut Sıcaklıkları



Örnek

Yandaki tabloda, bir spor kulübünün yıllık gelirlerinin dağılımı belirtilmiştir. Tablodaki verileri uygun gösterimlerle belirtiniz.

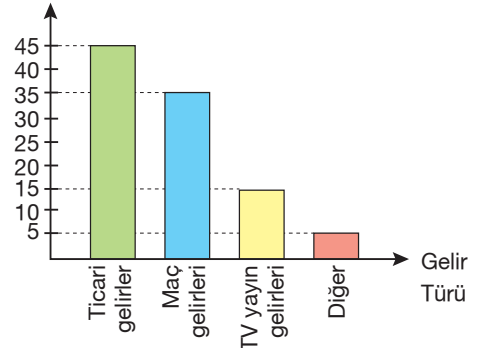
Tablo : Spor Kulübünün Gelirlerinin Dağılımı

Gelir Türü	Oranı (%)
Ticari gelirler	45
Maç gelirleri	35
TV yayın gelirleri	15
Diğer	5

Çözüm

Tablodaki veriler, var olan bir durumu belirtmektedir. Bu durumda tablodaki verilerin yandaki sütun grafiği ile gösterilmesi uygun olur.

Grafik: Spor Kulübünün Gelirlerinin Dağılımı



Tablodaki veriler, spor kulübünün bir yıllık gelirlerinin dağılımını yani bir bütünün parçalarını yüzde oranları ile göstermektedir. Bu durumda tablodaki veriler, daire grafiği ile de gösterilebilir.

Daire grafiğinde her bir gelir türünü belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Gelirlerin tamamını %100 ifadesi temsil etmektedir.

• Gelirlerin %45'i ticari gelirlerdir. Buna göre, daire grafiğinde ticari gelirleri belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Gelirlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%45'ini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 45 \cdot 360^\circ$$
$$x = \frac{45 \cdot 360^\circ}{100} = 162^\circ$$

Daire grafiğinde ticari gelirleri belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 162°'dir.

• Gelirlerin %35'i maç gelirleridir. Buna göre, daire grafiğinde maç gelirlerini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Gelirlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%35'ini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 35 \cdot 360^\circ$$
$$x = \frac{35 \cdot 360^\circ}{100} = 126^\circ$$

Daire grafiğinde maç gelirlerini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 126°'dir.

• Gelirlerin %15'i TV yayın gelirleridir. Buna göre, daire grafiğinde TV yayın gelirlerini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Gelirlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%15'ini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 15 \cdot 360^\circ$$
$$x = \frac{15 \cdot 360^\circ}{100} = 54^\circ$$

Daire grafiğinde TV yayın gelirlerini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 54°'dir.

• Gelirlerin %5'i diğer gelirlerdir. Buna göre, daire grafiğinde diğer gelirleri belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

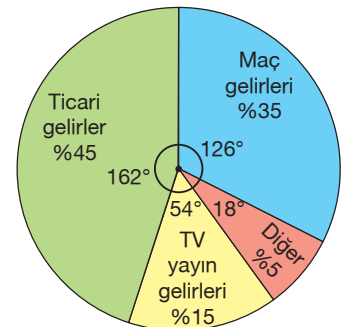
Gelirlerin; %100'ünü 360° temsil ediyorsa
%5'ini x temsil eder.

$$100 \cdot x = 5 \cdot 360^\circ$$
$$x = \frac{5 \cdot 360^\circ}{100} = 18^\circ$$

Daire grafiğinde diğer gelirleri belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 18°'dir.

Belirlenen merkez açı ölçülerine göre veriler, yandaki daire grafiği ile gösterilebilir.

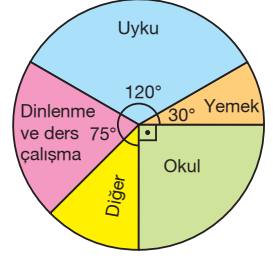
Grafik: Spor Kulübünün Gelirlerinin Dağılımı



Örnek

Yandaki grafikte, Ayşe'nin bir gün boyunca yaptığı etkinlikler belirtilmiştir. Grafikteki verileri uygun gösterimlerle belirtiniz.

Grafik: Ayşe'nin Bir Gün Boyunca Yaptığı Etkinlikler



Çözüm

Grafikte verilen merkez açı ölçülerine göre, yapılan diğer etkinlikleri belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü, $360^\circ - (75^\circ + 120^\circ + 30^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$ olur.

Daire grafiğindeki verileri, sütun grafiği ile göstermek uygun olur. Ayşe'nin etkinliklere kaç saat ayırdığını orantı yardımıyla bulalım.

- Ayşe'nin uykuya ayırdığı süre, daire grafiğinde 120° lik merkez açı ile gösterilmiştir. Buna göre Ayşe'nin günün kaç saatini uykuya ayırdığını bulalım.

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & & 24 \text{ saati temsil ediyorsa} \\ 120^\circ & & x \text{ saati temsil eder.} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 360^\circ \cdot x &= 120^\circ \cdot 24 \\ x &= \frac{120^\circ \cdot 24}{360^\circ} = 8 \end{aligned}$$

Ayşe, günde 8 saat uyumaktadır.

- Ayşe'nin dinlenme ve ders çalışmaya ayırdığı süre, daire grafiğinde 75° lik merkez açı ile gösterilmiştir. Buna göre Ayşe'nin günün kaç saatini dinlenmeye ve ders çalışmaya ayırdığını bulalım.

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & & 24 \text{ saati temsil ediyorsa} \\ 75^\circ & & x \text{ saati temsil eder.} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 360^\circ \cdot x &= 75^\circ \cdot 24 \\ x &= \frac{75^\circ \cdot 24}{360^\circ} = 5 \end{aligned}$$

Ayşe, günün 5 saatini dinlenmeye ve ders çalışmaya ayırmaktadır.

- Ayşe'nin yemeğe ayırdığı süre, daire grafiğinde 30° lik merkez açı ile gösterilmiştir. Buna göre Ayşe'nin günün kaç saatini yemek yemeğe ayırdığını bulalım.

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & & 24 \text{ saati temsil ediyorsa} \\ 30^\circ & & x \text{ saati temsil eder.} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 360^\circ \cdot x &= 30^\circ \cdot 24 \\ x &= \frac{30^\circ \cdot 24}{360^\circ} = 2 \end{aligned}$$

Ayşe, günün 2 saatini yemek yemeğe ayırmıştır.

- Ayşe'nin okulda geçirdiği süre, daire grafiğinde 90° lik merkez açı ile gösterilmiştir. Buna göre Ayşe'nin okulda kaç saat geçirdiğini bulalım.

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & & 24 \text{ saati temsil ediyorsa} \\ 90^\circ & & x \text{ saati temsil eder.} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 360^\circ \cdot x &= 90^\circ \cdot 24 \\ x &= \frac{90^\circ \cdot 24}{360^\circ} = 6 \end{aligned}$$

Ayşe, günde 6 saat okulda bulunmaktadır.

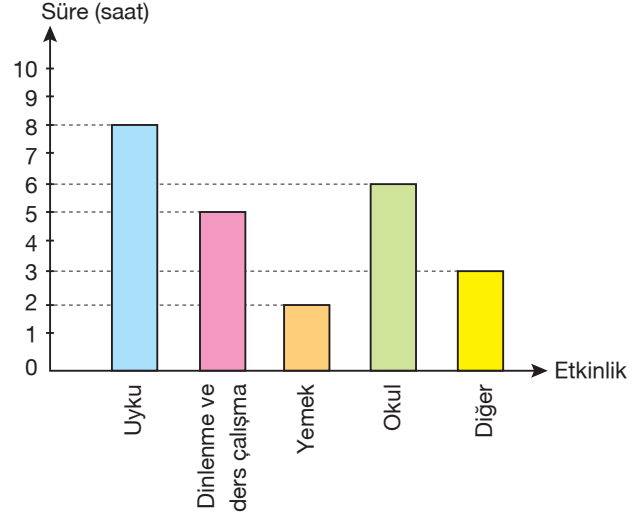
• Ayşe'nin diğer etkinliklere ayırdığı süre, daire grafiğinde 45°lik merkez açı ile gösterilmiştir. Buna göre Ayşe'nin günde kaç saatini diğer etkinliklere ayırdığını bulalım.

$$\begin{array}{rcl} 360^\circ & & 24 \text{ saati temsil ediyorsa} \\ 45^\circ & & x \text{ saati temsil eder.} \\ \hline 360^\circ \cdot x = 45^\circ \cdot 24 \\ x = \frac{45^\circ \cdot 24}{360^\circ} = 3 \end{array}$$

Ayşe, diğer etkinliklere 3 saatini ayırmaktadır.

Belirlenen etkinlik saatlerine göre yandaki sütun grafiği oluşturulabilir.

Grafik: Ayşe'nin Bir Gün Boyunca Yaptığı Etkinlikler



Alıştırmalar

1. Bir yerleşim yerinde yaşanan trafik kazalarının sayıları 2014 yılında 20, 2015 yılında 30, 2016 yılında 35, 2017 yılında 25 ve 2018 yılında 40'tır. Buna göre yerleşim yerinde yaşanan kaza sayılarını uygun gösterimlerle belirtiniz.
2. Çiftlik sahibi Fatma Hanım, çiftliğindeki bir inekten bir hafta boyunca sırasıyla günlük 25, 30, 25, 35, 30, 30 ve 35 L süt sağdı. Fatma Hanım'ın, günlük elde ettiği süt miktarlarını uygun gösterimlerle belirtiniz.
3. Ezgi'nin doğumundan 6 yaşına kadar her yılın mart ayında ölçülen boy uzunluğu (cm) yandaki tabloda belirtilmiştir. Tablodaki verileri, uygun bir grafikte gösteriniz.

Tablo : Ezgi'nin 6 Yıl Boyunca Ölçülen Boyu

Yaş	Boy Uzunluğu (cm)
Doğum (0)	46
1	55
2	63
3	70
4	80
5	90
6	100

1. Aşağıda verilen kareköklü ifadelerin değerlerini noktalı yerlere yazınız.

a. $\sqrt{144} = \dots\dots\dots$

b. $\sqrt{441} = \dots\dots\dots$

c. $\sqrt{361} = \dots\dots\dots$

ç. $\sqrt{256} = \dots\dots\dots$

2. Aşağıda verilen kareköklü ifadelerin hangi ardışık iki doğal sayı arasında olduğunu ve hangi doğal sayıya daha yakın olduğunu bulunuz.

a. $\sqrt{20}$

b. $\sqrt{130}$

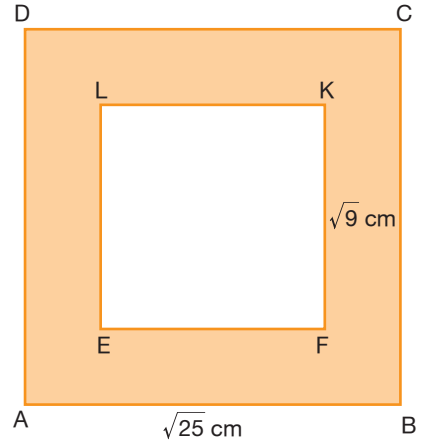
c. $\sqrt{220}$

ç. $\sqrt{310}$

d. $\sqrt{12}$

e. $\sqrt{50}$

3. Yanda verilen şekildeki ABCD ve EFKL karedir. Şekilde verilenlere göre turuncu bölgenin alanı kaç cm^2 'dir?



4. Aşağıdaki işlemlerden sonuçları aynı olanları işaretleyiniz.

☐ $\sqrt{0,16} + \sqrt{0,25} =$

☐ $\frac{-\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$

☐ $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{20}}{\sqrt{25}} =$

☐ $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5}) =$

☐ $\sqrt{75} - \sqrt{20} =$

☐ $\sqrt{125} + 2\sqrt{5} =$

- 5.

13

14

15

16

$\sqrt{231}$ sayısı, yukarıdaki doğal sayılardan hangisine, diğerlerinden daha yakındır?

6. Kutucuklarda verilen sayılara göre aşağıdaki ifadelerde bulunan noktalı yerlere, “rasyonel” veya “irrasyonel” kavramlarından uygun olanı yazınız.

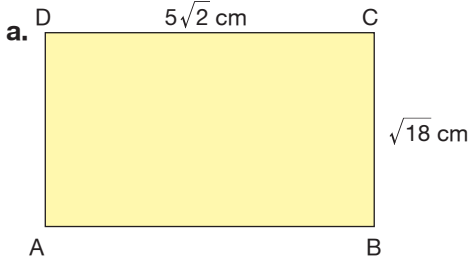
$\sqrt{3}$	A	1	B	$\sqrt{16}$	C
$\sqrt{13}$	D	5	E	$\sqrt{25}$	F

a. A ile B kutucuklarındaki sayıların toplamı, sayıdır.

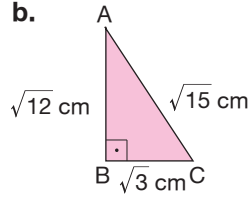
b. C kutucuğundaki sayının F kutucuğundaki sayıya oranı, sayıdır.

c. E ile D kutucuklarındaki sayıların çarpımı, sayıdır.

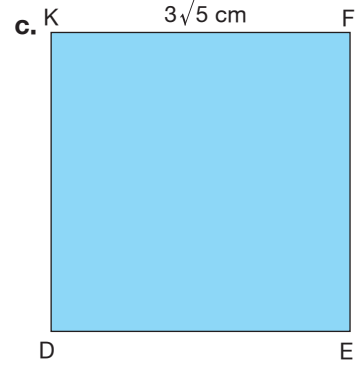
7. Aşağıdaki dikdörtgen, dik üçgen ve karenin alanları ile çevre uzunluklarını kullanarak noktalı yerlere yazınız.



Ç = cm
A = cm²



Ç = cm
A = cm²



Ç = cm
A = cm²

8.

$\sqrt{224}$

$\sqrt{210}$

$\sqrt{125}$

$\sqrt{216}$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen kareköklü ifadelerden hangisi $\sqrt{6}$ ile çarpıldığında işlem sonucu bir doğal sayı olur?

9.

$3\sqrt{5} = \dots\dots\dots$

$7\sqrt{10} = \dots\dots\dots$

$6\sqrt{3} = \dots\dots\dots$

$3\sqrt{12} = \dots\dots\dots$

Kutucuklarda verilen kareköklü ifadelerin katsayılarını karekök içine alınız.

10. Aşağıdaki mavi kutucuklarda bazı işlemler verilmiştir. İşlemler ile işlemlerin turuncu kutucuklarda verilen sonuçları eşleştirildiğinde hangi sonucun bulunduğu kutucuk açıkta kalır?

$\sqrt{45} + \sqrt{175} - \sqrt{245} =$

$\sqrt{150} - 2\sqrt{81} + 7\sqrt{1} =$

$\sqrt{10} + \sqrt{40} - \sqrt{90} =$

$11 + \sqrt{216} - \sqrt{24} =$

$5\sqrt{6} - 11$

$4\sqrt{6} + 11$

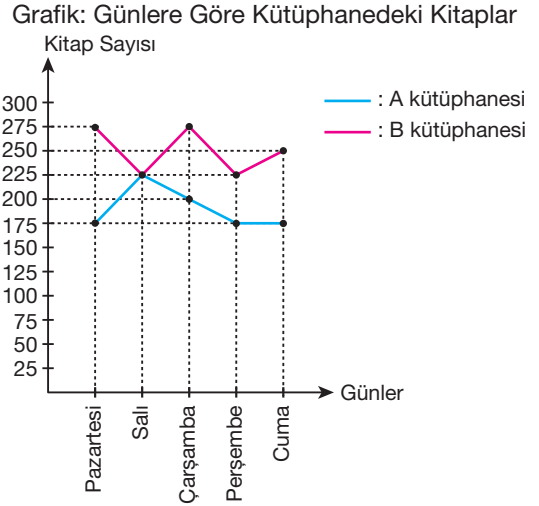
0

$5\sqrt{7} - 4\sqrt{5}$

$3\sqrt{6} - 4\sqrt{5}$

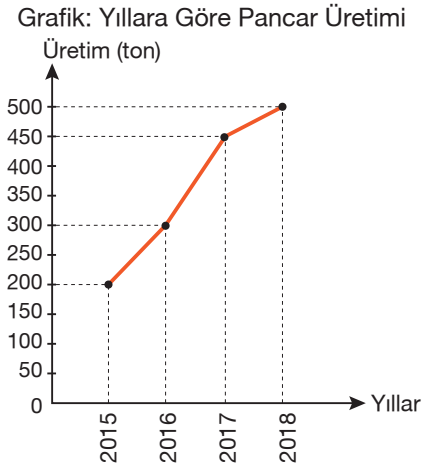
11. $\frac{\sqrt{0,0016} + \sqrt{0,0169}}{\sqrt{0,0001}} - \sqrt{0,09}$ işleminin sonucu kaçtır?

12. İki farklı kütüphanede, beş gün boyunca bulunan kitapların sayıları yandaki çizgi grafiğinde belirtilmiştir. Çizgi grafiğini yorumlayınız.



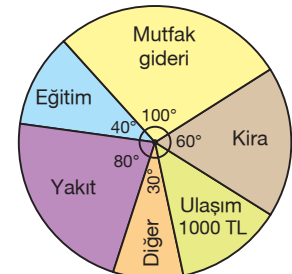
13. Nurgül, çözdüğü 120 matematik, 240 Türkçe, 60 fen bilimleri, 180 sosyal bilgiler ve 300 İngilizce sorusunun doğruluğunu kontrol etti. Nurgül'ün kontrol ettiği soru sayılarını, uygun tablo ve grafiklerle belirtiniz.

14. Yandaki çizgi grafiğinde, bir köydeki pancar üretiminin yıllara göre dağılımı verilmiştir. Grafikteki verileri uygun bir gösterimle belirtiniz.



15. Bir ailenin aylık giderleri yandaki daire grafiğinde belirtilmiştir. Grafikteki verileri uygun gösterimlerle belirtiniz.

Grafik: Aylık Giderlerin Dağılımı



3. ÜNİTE



OLASILIK VE CEBİR

KONULAR

BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI

- Bir Olaya Ait Olası Durumlar, Eşit Şansa Sahip Olan ve Olmayan Olaylar
- Kesin ve İmkânsız Olaylar ile Basit Bir Olayın Olma Olasılığı

CEBİRSEL İFADELER VE ÖZDEŞLİKLER

- Basit Cebirsel İfadeleri Anlama ve Farklı Biçimlerde Yazma
- Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi
- Özdeşlikler
- Cebirsel İfadeleri Çarpanlara Ayırma

Terimler

- olasılık
- çıktı
- olay
- eş olasılık
- imkânsız olay
- kesin olay
- özdeşlik
- çarpanlara ayırma



Blaise Pascal

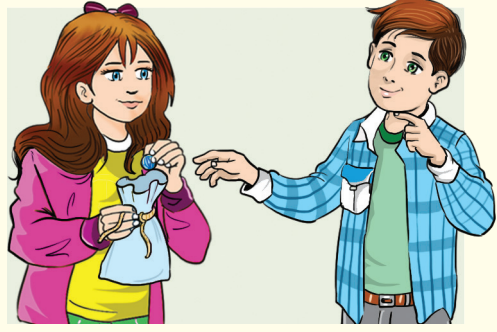
Matematiğin bir dalı olarak olasılık kuramının doğuşu 17. yüzyılın ortalarına kadar gecikmiştir. Bu yıllarda Blaise Pascal (Bleis Paskal) belirtene kadar matematik dünyası, şans oyunlarının matematik ile bir ilişkisi olduğunu bilmiyordu. Blaise Pascal ile arkadaşları şans oyunlarından yola çıkıp senelerce üzerinde çalışarak olasılık kuramını geliştirmişlerdir.

[http://www.baskent.edu.tr/olasilik_tarihi_sayfasından düzenlenmiştir.](http://www.baskent.edu.tr/olasilik_tarihi_sayfasından_düzenlenmiştir)

Bir Olaya Ait Olası Durumlar, Eşit Şansa Sahip Olan ve Olmayan Olaylar

Derya, bir torbanın içine eş büyüklükte 5 mavi, 5 sarı bilye koyuyor ve Deniz'e torbadan bir bilye çektirip bilyeyi ona hediye etmek istiyor.

Sizce, Deniz'in torbadan çekeceği bilyenin rengi ne olabilir? Deniz bu konuda nasıl bir yorum yapabilir?



Bir olasılık deneyinde, gerçekleşmesi beklenen olası durumlara **olay** denir. Olasılık deneyinin her bir sonucuna ise **çıktı** denir. Olasılık deneyinin sonucundan elde edilen tüm çıktılar deneyin olası durumlarıdır.

Bir Olaya Ait Olası Durumlar

Bir madenî paranın havaya atılma deneyine ait olası durumları belirleyelim.

Madenî paraların 2 yüzü vardır. Bu yüzler yazı ve tura olarak belirtilir. Bu durumda bir madenî paranın havaya atılma deneyine ait olası durumlar, paranın üste gelen yüzünün yazı olma durumu ve tura olma durumudur. Bu deneye ait olası durum sayısı, 2'dir.



Örnek

Hilesiz bir zarın atılma deneyinde zarın üst yüzünde bulunan nokta sayısını belirten rakamın hangisi olacağı ile ilgili olası durumları belirleyiniz.



Çözüm

Bir zarın 6 yüzü vardır ve zarın yüzlerindeki noktalar 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarını belirtmektedir. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısını belirten rakam 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 olabilir. Öyleyse zar atıldığında zarın üst yüzündeki rakamı belirleme deneyine ait olası durumlar, rakamın 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 olmasıdır. Bu deneye ait olası durum sayısı, 6'dır.

Örnek

Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa
1 2 3 4 5 6	1 2 3	1 2 3	1 2 3 4 5 6 7	1 2 3 4 5	1 2
7 8 9 10 11 12 13	4 5 6 7 8 9 10	4 5 6 7 8 9 10	8 9 10 11 12 13 14	6 7 8 9 10 11 12	3 4 5 6 7 8 9
14 15 16 17 18 19 20	11 12 13 14 15 16 17	11 12 13 14 15 16 17	15 16 17 18 19 20 21	13 14 15 16 17 18 19	10 11 12 13 14 15 16
21 22 23 24 25 26 27	18 19 20 21 22 23 24	18 19 20 21 22 23 24	22 23 24 25 26 27 28	20 21 22 23 24 25 26	17 18 19 20 21 22 23
28 29 30 31	25 26 27 28	25 26 27 28 29 30 31	29 30	27 28 29 30 31	24 25 26 27 28 29 30
Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim	Kasım	Aralık
Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa	Pt Sa Ça Pe Cu Ct Pa
1 2 3 4 5 6 7	1 2 3 4	1	1 2 3 4 5 6	1 2 3	1
8 9 10 11 12 13 14	5 6 7 8 9 10 11	2 3 4 5 6 7 8	7 8 9 10 11 12 13	4 5 6 7 8 9 10	2 3 4 5 6 7 8
15 16 17 18 19 20 21	12 13 14 15 16 17 18	9 10 11 12 13 14 15	14 15 16 17 18 19 20	11 12 13 14 15 16 17	9 10 11 12 13 14 15
22 23 24 25 26 27 28	19 20 21 22 23 24 25	16 17 18 19 20 21 22	21 22 23 24 25 26 27	18 19 20 21 22 23 24	16 17 18 19 20 21 22
29 30 31	26 27 28 29 30 31	23 ₃₀ 24 25 26 27 28 29	28 29 30 31	25 26 27 28 29 30	23 ₃₀ 24 ₃₁ 25 26 27 28 29

Yukarıda görseli verilen takvimden rastgele bir ay seçilme deneyine ait olası durumları belirleyiniz.

Çözüm

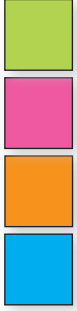
Görseldeki takvimde 2019 yılının Ocak, Şubat, Mart, Nisan, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül, Ekim, Kasım, Aralık aylarını belirten bölümler yer almaktadır. Öyleyse takvimden bir ay seçilme deneyine ait olası durumlar, ayın Ocak, Şubat, Mart, Nisan, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül, Ekim, Kasım ve Aralık aylarından biri olmasıdır. Bu deneye ait olası durum sayısı, 12'dir.

Örnek

Yandaki eş kartlar bir kutuya atılıyor. Kutudan rastgele bir kart çekilme deneyine ait olası durumları belirleyiniz.

Çözüm

1'i mavi, 1'i turuncu, 1'i pembe ve 1'i yeşil olmak üzere toplam 4 eş kart kutuya atılıyor. Öyleyse kutudan rastgele bir kart çekilme deneyine ait olası durumlar kartın mavi, turuncu, pembe ve yeşil olma durumlarıdır. Bu deneye ait olası durum sayısı, 4'tür.



Örnek

"ATİK" kelimesinin harfleri eşit büyüklükteki kartlara yazılarak bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartın üstünde yazan harfin sessiz harf olma durumuna ait olayı ve çıktıları yazınız.

Çözüm

Olay, torbadan çekilen kartın üzerinde sessiz harf yazmasıdır. Olayın çıktıları ise T ve K olur.

Daha Fazla, Eşit ve Daha Az Olasılıklı Olaylar

Yandaki çark 8 eş bölüme ayrılmış ve bölümlerden 4'ü pembeye, 2'si mora, 1'i yeşile, 1'i maviye boyanmıştır. Çark çevrildiğinde ibrenin;

- Hangi rengi gösterme olasılığı diğerlerinden daha fazladır?
- Hangi rengi gösterme olasılığı diğerlerinden daha azdır?
- Hangi renkleri gösterme olasılıkları eşittir? Açıklayalım.

Çark çevrildiğinde ibrenin pembe, mor, yeşil ve mavi bölümü gösterme olasılıklarını "daha fazla", "eşit", "daha az" ifadelerini kullanarak karşılaştıralım.

Çarktaki eş bölümlerden;

- Pembe bölüm sayısı, diğerlerinin sayısından daha fazla olduğundan çark çevrildiğinde ibrenin pembe bölümü gösterme olasılığı; mor, yeşil ve mavi bölümü gösterme olasılığından daha fazladır.



- Mor bölüm sayısı; pembe bölüm sayısından daha az, yeşil ve mavi bölüm sayısından daha fazladır. Buna göre çark çevrildiğinde ibrenin mor bölümü gösterme olasılığı; pembe bölümü gösterme olasılığından daha az, yeşil ve mavi bölümü gösterme olasılığından daha fazladır.

- Yeşil bölüm sayısı; pembe ve mor bölüm sayısından daha az, mavi bölüm sayısına eşittir. Buna göre çark çevrildiğinde ibrenin yeşil bölümü gösterme olasılığı; pembe ve mor bölümü gösterme olasılığından daha azdır, mavi bölümü gösterme olasılığına eşittir.

- Mavi bölüm sayısı; pembe ve mor bölüm sayısından daha az, yeşil bölüm sayısına eşittir. Buna göre çark çevrildiğinde ibrenin mavi bölümü gösterme olasılığı; pembe ve mor bölümü gösterme olasılığından daha azdır, yeşil bölümü gösterme olasılığına eşittir.

Örnek

Bir sirkte 1000 seyirci ve 25 akrobat vardır. Akrobatlar, yapacakları bir gösteri için tüm akrobat ve seyircilerin isimleri ile bir liste oluşturuyor. Listedeki rastgele seçilen kişinin akrobat veya seyirci olma olasılıklarından hangisinin diğerinden daha fazla, hangisinin diğerinden daha az olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

Sirkteki seyirci sayısı olan 1000, akrobat sayısı olan 25'ten daha büyüktür. Bu durumda akrobat ve seyircilerin isimlerinin yazılı olduğu bir listedeki seyirci sayısı, akrobat sayısından fazla olur. Öyleyse listeden rastgele seçilen kişinin seyirci olma olasılığı, akrobat olma olasılığından daha fazladır. Başka bir deyişle listeden rastgele seçilen kişinin akrobat olma olasılığı, seyirci olma olasılığından daha azdır.

Örnek

Melek Hanım, hafta sonunu bir tiyatro oyununa giderek değerlendirmek istiyor. Tiyatro bileti almaya gittiğinde gişe görevlisi, Melek Hanım'a, salonda 1'den 100'e kadar (1 ile 100 dâhil) numaralandırılmış 100 koltuk olduğunu ve bunlardan istediği numaraya ait bileti verebileceğini söylüyor. Buna göre Melek Hanım'ın rastgele seçeceği bir koltuk numarasının tek sayı olma olasılığı ile çift sayı olma olasılığını "daha az", "eşit" veya "daha fazla" ifadelerinden uygun olanı kullanarak karşılaştırınız.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Çözüm

Koltuk numaralarının 1'den 100'e kadar (1 ile 100 dâhil) olduğu salonda 50 adet tek numaralı koltuk, 50 adet çift numaralı koltuk vardır. Bu durumda salondaki tek ve çift numaralı koltuk sayıları eşittir. Melek Hanım'ın rastgele seçeceği bir koltuk numarasının tek sayı olma olasılığı ile çift sayı olma olasılığı eşittir.

Örnek

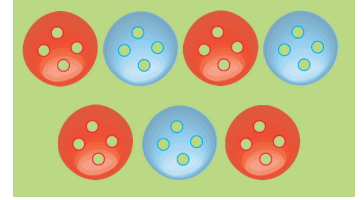
Bir torbada 3 mavi, 4 kırmızı, 1 sarı ve 3 siyah eş düğme vardır. Buna göre torbadan rastgele çekilen bir düğmenin;

- Mavi olma olasılığı ile kırmızı olma olasılığını,
- Mavi olma olasılığı ile siyah olma olasılığını,
- Sarı olma olasılığı ile kırmızı olma olasılığını,
- Sarı olma olasılığı ile mavi olma olasılığını,
- Kırmızı olma olasılığı ile siyah olma olasılığını,
- Siyah olma olasılığı ile sarı olma olasılığını karşılaştırınız.

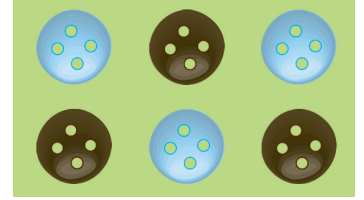


Çözüm

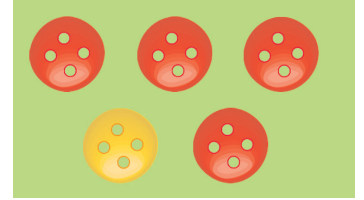
a. Torbada 3 mavi, 4 kırmızı eş düğme vardır. Torbadaki mavi düğme sayısı, kırmızı düğme sayısından daha az olduğundan torbadan rastgele çekilen bir düğmenin mavi olma olasılığı, kırmızı olma olasılığından daha azdır.



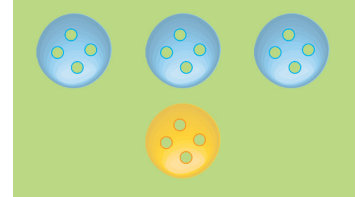
b. Torbada 3 mavi, 3 siyah eş düğme vardır. Torbadaki mavi ve siyah düğme sayıları eşit olduğundan torbadan rastgele çekilen bir düğmenin mavi olma olasılığı ile siyah olma olasılığı eşittir.



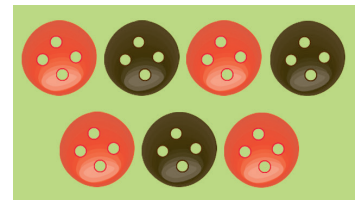
c. Torbada 1 sarı, 4 kırmızı eş düğme vardır. Torbadaki sarı düğme sayısı, kırmızı düğme sayısından daha az olduğundan torbadan rastgele çekilen bir düğmenin sarı olma olasılığı, kırmızı olma olasılığından daha azdır.



ç. Torbada 1 sarı, 3 mavi eş düğme vardır. Torbadaki sarı düğme sayısı, mavi düğme sayısından daha az olduğundan torbadan rastgele çekilen bir düğmenin sarı olma olasılığı, mavi olma olasılığından daha azdır.



d. Torbada 4 kırmızı, 3 siyah eş düğme vardır. Torbadaki kırmızı düğme sayısı, siyah düğme sayısından daha fazla olduğundan torbadan rastgele çekilen bir düğmenin kırmızı olma olasılığı, siyah olma olasılığından daha fazladır.



e. Torbada 3 siyah, 1 sarı eş düğme vardır. Torbadaki siyah düğme sayısı, sarı düğme sayısından fazla olduğundan torbadan rastgele çekilen bir düğmenin siyah olma olasılığı, sarı olma olasılığından daha fazladır.



Eşit Şansa Sahip Olayların Olma Olasılıkları

Olasılık, bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçümdür. Olma olasılıkları eşit olan olaylar, eşit şansa sahip olaylardır.

Her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğu olayların olma olasılığı; n, olası durum sayısı olmak üzere $\frac{1}{n}$ değerine eşittir.

Hilesiz bir zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının;

- a. 1 olma olasılığını,
- b. 2 olma olasılığını,
- c. 3 olma olasılığını,
- ç. 4 olma olasılığını,
- d. 5 olma olasılığını,
- e. 6 olma olasılığını bulalım.



Zarın altı yüzü vardır ve her bir yüzünde 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 tane nokta bulunmaktadır. Bu durumda bir zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısı 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 sayılarından biri olabilir.

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 1 olma olayı, 2 olma olayı, 3 olma olayı, 4 olma olayı, 5 olma olayı ve 6 olma olayı; olma olasılıkları eşit olan olaylardır. Dolayısıyla bu olaylar eşit şansa sahiptir.

Bir zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısını belirleme olayına ait olası durum sayısı, 6'dır. Buna göre;

a. Zar atıldığında, zarın üst yüzündeki nokta sayısının 1 olma olasılığı, olası durum sayısı (n) 6 olmak üzere $\frac{1}{n} = \frac{1}{6}$ 'dir.

b. Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 2 olma olasılığı, n = 6 olmak üzere $\frac{1}{n} = \frac{1}{6}$ 'dir.

c. Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 3 olma olasılığı, n = 6 olmak üzere $\frac{1}{n} = \frac{1}{6}$ 'dir.

ç. Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 4 olma olasılığı, n = 6 olmak üzere $\frac{1}{6}$ 'dir.

d. Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 5 olma olasılığı, n = 6 olmak üzere $\frac{1}{6}$ 'dir.

e. Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 6 olma olasılığı, n = 6 olmak üzere $\frac{1}{6}$ 'dir.

Örnek

Yanda 2019 yılının Şubat ayını gösteren bir takvim görseli verilmiştir. Verilen takvimdeki günleri belirten sayılardan rastgele biri seçildiğinde seçilen sayının; hafta içi bir günü belirtme olayı ile hafta sonu bir günü belirtme olayının eşit şansa sahip olan olaylar olup olmadığını belirleyiniz.

Şubat

2019

Pt	Sa	Ça	Pe	Cu	Ct	Pa
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28			

Çözüm

2019 yılının Şubat ayında 28 gün vardır. Hafta içi günleri; pazartesi, salı, çarşamba, perşembe ve cumadır. Takvimde bu günleri belirten 20 adet sayı bulunmaktadır. Hafta sonu günleri ise cumartesi ve pazardır. Takvimde bu günleri belirten 8 adet sayı bulunmaktadır.

Takvimde hafta içi ve hafta sonu günlerini belirten sayı adedi eşit olmadığından takvimden rastgele seçilen, günleri belirten bir sayının hafta içi bir günü belirtme olayı ile hafta sonu bir günü belirtme olayı, eşit şansa sahip olmayan olaylardır.

Örnek

Bir seminere katılan 5 kişiden 1'i doktor, 1'i öğretmen, 1'i mühendis, 1'i mimar ve 1'i müfettiştir. Seminere katılanların arasından seçilecek bir kişinin;

- Doktor olma olasılığı,
- Öğretmen olma olasılığı,
- Mühendis olma olasılığı,
- Mimar olma olasılığı,
- Müfettiş olma olasılığı kaçtır?



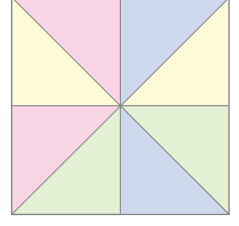
Çözüm

Seminere; 1'i doktor, 1'i öğretmen, 1'i mühendis, 1'i mimar ve 1'i müfettiş olan 5 kişi katılmıştır. Seminere katılanlardan beş farklı meslek grubuna ait kişi sayıları eşittir. Öyleyse seminere katılanların arasından rastgele seçilecek bir kişinin doktor olma olayı, öğretmen olma olayı, mühendis olma olayı, mimar olma olayı ve müfettiş olma olayı, eşit şansa sahip olaylardır. Bu olaylardaki her bir çıktının olasılık değeri eşittir. Seminere katılanların arasından rastgele bir kişinin seçilme olayına ait olası durumlar; kişinin doktor, öğretmen, mühendis, mimar ve müfettiş olması olmak üzere 5 adettir. Buna göre olası durum sayısı $n = 5$ olmak üzere seminere katılanlar arasından rastgele seçilecek bir kişinin;

- Doktor olma olasılığı, $\frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ 'tir.
- Öğretmen olma olasılığı, $\frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ 'tir.
- Mühendis olma olasılığı, $\frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ 'tir.
- Mimar olma olasılığı, $\frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ 'tir.
- Müfettiş olma olasılığı, $\frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ 'tir.

Alıştırmalar

1. Yandaki eş bölümlere ayrılıp boyanmış hedef tahtasına atılan bir okun renkli bölgelerden birine isabet ettiği biliniyor. Buna göre okun hedef tahtasındaki hangi renkli bölgeye isabet ettiğiyle ilgili olası durumları belirleyiniz.



2. Bir bilgisayar klavyesindeki Türkçe’de bulunan harfleri belirten eş tuşlardan birine rastgele basılıyor. Buna göre bilgisayar ekranına yazılan harfin sesli harf olma olasılığı ile sessiz harf olma olasılığını “daha fazla”, “eşit” ve “daha az” ifadelerinden uygun olanı kullanarak karşılaştırınız.



3. Çiftlik sahibi Şirin Hanım, çiftliğindeki 18 atı ile 20 kümes, 40 küçükbaş, 40 büyükbaş hayvanını numaralandırarak listeliyor. Şirin Hanım, listeden rastgele bir hayvanı seçtiğinde seçilen hayvanın; kümes hayvanı olma olasılığını, küçükbaş hayvan olma olasılığını, büyükbaş hayvan olma olasılığını ve at olma olasılığını “daha fazla”, “eşit” ve “daha az” ifadelerini kullanarak karşılaştırınız.
4. Burcu'nun kalem kutusunda her biri farklı renkte olan 12 boya kalemi vardır. Bu boya kalemlerinden birer tanesi mavi ve sarı renklidir. Burcu kalem kutusundan rastgele bir boya kalemini seçerek çizeceği resimde kullanmak istiyor. Buna göre, seçilen bir boya kaleminin mavi olma ve sarı olma olaylarının eşit şansa sahip olan olaylar olup olmadığını belirleyiniz.
5. Türkiye’ye bir etkinlik için 3’ü Azerbaycan’dan, 3’ü Çeçenistan’dan, 3’ü Yunanistan’dan ve 3’ü Bosna Hersek’ten olmak üzere toplam 12 halk oyunu grubu gelmiştir. Gruplardan biri seçilerek ödül verilecektir. Bunun için, gelen halk oyunu grupları numaralandırılarak bir liste hazırlanıyor. Listedten seçilen bir halk oyunu grubunun;
- Azerbaycan,
 - Çeçenistan,
 - Kazakistan,
 - Bosna Hersek halk oyunu grubu olma olasılığını bulunuz.

Kesin ve İmkânsız Olaylar ile Basit Bir Olayın Olma Olasılığı

Muhammed, mavi kâğıtta listelenen olayları; Deniz ise turuncu kâğıtta listelenen olayları inceliyor.

Muhammed'in incelediği olayların benzer özelliği ne olabilir? Açıklayınız.

Aynı şekilde Deniz'in incelediği olayların benzer özelliği ne olabilir? Açıklayınız.

Her ikisinin incelediği olayların olasılık değerleri bulunurken nasıl bir yol izlenmelidir?

- Mavi kalemler arasından seçilen bir kalemin mavi olması
- Bir tas suya dökülen kırmızı boyanın suyun rengini değiştirmesi

- Bir filin uçuşması
- Denize atılan bir kâğıdın yanması

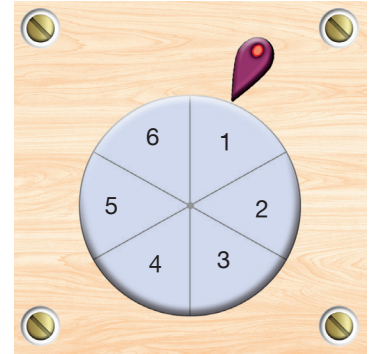
Kesin ve İmkânsız Olaylar

Her durumda gerçekleşen olaylara **kesin olay**, gerçekleşmesi mümkün olmayan olaylara **imkânsız olay** denir. Kesin olayların olma olasılığı 1, imkânsız olayların olma olasılığı 0'dır.

Bir olayın olma olasılığının değeri 0 ile 1 doğal sayılarının arasındadır. Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı 1'dir.

Yanda verilen eş bölümlere ayrılmış ve numaralandırılmış çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde;

- 1 rakamının olma,
- 2 rakamının olma,
- 3 rakamının olma,
- 7'den küçük bir rakamın olma,
- 7'den büyük bir rakamın olma olasılığını bulalım.



Çark, altı eş bölüme ayrılmış ve eş bölümlere sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları yazılmıştır. Bu durumda çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde; 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamının olma olayları, eşit şansa sahip olaylardır. Bu olayların çıktıkları; 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarıdır ve bu çıktıkların olasılık değerleri eşittir.

a. Çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde hangi rakamın olacağını belirten olaya ait olası durum sayısı, 6'dır. Bu durumda çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde 1 rakamının olma olasılığı, $\frac{1}{6}$ 'dir.

b. Eş olasılıklı çıktılara sahip olayda, olası durum sayısı 6 olduğundan çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde 2 rakamının olma olasılığı, $\frac{1}{6}$ 'dir.

c. Çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde 3 rakamının olma olasılığı, $\frac{1}{6}$ 'dir.

ç. Çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamı olabilir. Bu rakamların her biri 7'den küçüktür. Bu durumda çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde 7'den küçük bir rakamın olması kesin olaydır. Bu olayın olma olasılığı, 1'dir.

d. Çarktaki bölümlerde 7'den büyük bir rakam bulunmadığından çark çevrildiğinde ibrenin gösterdiği bölümde 7'den büyük bir rakamın olması imkânsız olaydır. Bu olayın olma olasılığı, 0'dır.

Örnek

Bir cep telefonundaki 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarının yazılı olduğu tuşlar eşit büyüklüktedir. Buna göre cep telefonunun, rakamları belirten tuşlarından birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın;

- a. 2 olma,
- b. 2 olmama,
- c. Bir basamaklı olma,
- ç. İki basamaklı olma olasılığını bulunuz.
- d. Bulduğunuz olasılık değerlerini yorumlayınız.



Çözüm

Cep telefonunun, rakamları belirten ve üzerlerinde 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamları bulunan tuşları eşit büyüklüktedir. Bu durumda tuşlardan birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 veya 9 olma olayları, eşit şansa sahip olaylardır ve olayların çıktılarının olasılık değerleri eşittir.

a. Cep telefonunda 10 adet rakam olduğundan rakamları belirten tuşlardan birine rastgele basılma olayına ait olası durum sayısı 10'dur. Bu durumda cep telefonunun, rakamları belirten tuşlarından birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın 2 olma olasılığı, $\frac{1}{10}$ 'dur.

b. Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı 1'dir. Cep telefonunun, rakamları belirten tuşlarından birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın 2 olma olasılığı $\frac{1}{10}$ ise 2 olmama olasılığı bulunurken 1'den $\frac{1}{10}$ çıkarılır.

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Cep telefonunun, rakamları belirten tuşlarından birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın 2 olmama olasılığı $\frac{9}{10}$ 'dur.

c. Cep telefonunun, rakamları belirten tuşlarının tamamında bir basamaklı sayılar yani rakamlar bulunmaktadır. Bu durumda bu tuşlardan birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın bir basamaklı sayı olma olayı kesin olaydır ve bu olayın olma olasılığı, 1'dir.

ç. Cep telefonunun, rakamları belirten tuşlarından birine rastgele basıldığında tuşun üzerindeki rakamın iki basamaklı sayı olma olayı imkânsız olaydır ve bu olayın olma olasılığı, 0'dır.

d. Bulunan olasılık değerlerinden kesin olaya ait olanlar 1'e, imkânsız olaya ait olanlar 0'a eşittir. Diğer olaylara ait olasılık değeri ise 0 ile 1 doğal sayılarının arasındadır.

Örnek

Yanda, 2019 yılının mart ayına ait bir takvim sayfası verilmiştir. Buna göre Mart ayının günlerini belirten sayılardan biri rastgele seçildiğinde sayının;

- a. 32 olma olasılığını,
- b. 32'den küçük bir sayı olma olasılığını bulunuz.

Mart						2019
Pt	Sa	Ça	Pe	Cu	Ct	Pa
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Çözüm

a. Mart ayını belirten takvim sayfası incelendiğinde günleri belirten sayılardan hiç birinin 32 olmadığı görülür. Bu durumda takvim sayfasından rastgele seçilen bir sayının 32 olma olayı imkânsız olaydır ve bu olayın olma olasılığı, 0'dır.

b. Takvim sayfasındaki günleri belirten sayıların tamamı 32'den küçüktür. Bu durumda takvim sayfasından rastgele seçilen bir sayının 32'den küçük olma olayı kesin olaydır ve bu olayın olma olasılığı, 1'dir.

Basit Bir Olayın Olma Olasılığı

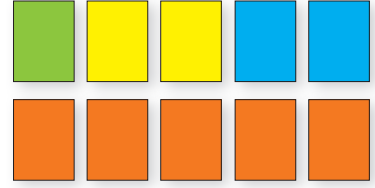
Basit bir olayın olma olasılığı hesaplanırken olaydaki istenen çıktı sayısının mümkün olan tüm çıktıların sayısına oranı bulunur.

$$\text{Basit bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}}$$

Örnek

Yanda verilen farklı renklerdeki eş kartlar bir torbaya atılıp içlerinden biri rastgele çekiliyor. Buna göre çekilen kartın;

- a. Yeşil olma,
- b. Sarı olma,
- c. Mavi olma,
- ç. Turuncu olma,
- d. Sarı olmama olasılığını bulunuz.



Çözüm

Torbada 1'i yeşil, 2'si sarı, 2'si mavi ve 5'i turuncu olmak üzere 10 eş kart vardır. Buna göre torbadan bir kart çekildiğinde, oluşan basit olayın olma olasılığı hesaplanırken mümkün olan tüm çıktıların sayısı, 10 olarak alınmalıdır.

a. Torbada 1 yeşil kart vardır. Buna göre torbadan çekilen kartın yeşil olma olayında istenen çıktı sayısı, 1'dir. Torbadan rastgele çekilen kartın yeşil olma olasılığını bulalım.

$$\text{Çekilen kartın yeşil olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{1}{10}$$

Torbada rastgele çekilen bir kartın yeşil olma olasılığı, $\frac{1}{10}$ 'dur.

b. Torbada 2 sarı kart vardır. Buna göre torbadan rastgele çekilen kartın sarı olma olayında istenen çıktı sayısı 2'dir. Torbadan rastgele çekilen kartın sarı olma olasılığını bulalım.

$$\text{Çekilen kartın sarı olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

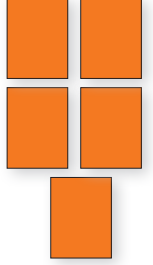
Torbada rastgele çekilen kartın sarı olma olasılığı, $\frac{1}{5}$ 'tir.



c. Torbada 2 mavi kart vardır. Buna göre torbadan rastgele çekilen kartın mavi olma olasılığı, sarı olma olasılığına eşittir. Yani torbadan rastgele çekilen kartın mavi olma olasılığı, $\frac{1}{5}$ 'tir.



ç. Torbada 5 turuncu kart vardır. Buna göre torbadan rastgele çekilen kartın turuncu olma olayında istenen çıktı sayısı, 5'tir. Torbadan rastgele çekilen kartın turuncu olma olasılığını bulalım.



$$\text{Çekilen kartın turuncu olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Torbada rastgele çekilen kartın turuncu olma olasılığı, $\frac{1}{2}$ 'dir.

d. Torbada 1'i yeşil, 2'si mavi ve 5'i turuncu olmak üzere sarı olmayan 8 kart vardır. Buna göre torbadan rastgele çekilen kartın sarı olmama olayında istenen çıktı sayısı 8'dir. Torbadan rastgele çekilen kartın sarı olmama olasılığını bulalım.

$$\text{Çekilen kartın sarı olmama olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Torbada rastgele çekilen kartın sarı olmama olasılığı, $\frac{4}{5}$ 'tir.

Örnek

Hilesiz bir zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının;

- a. 3 olma,
- b. Tek sayı olma,
- c. Çift sayı olma,
- ç. Asal sayı olma,
- d. 2'den büyük olma,
- e. 10'dan küçük olma olasılığını bulunuz.



Çözüm

Zarın yüzlerinde 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 adet nokta vardır. Buna göre zar atıldığında oluşan basit olayın olma olasılığı hesaplanırken mümkün olan tüm çıktıların sayısı, 6 olarak alınmalıdır.

a. Zarın yüzlerinden yalnızca birinde 3 adet nokta vardır. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 3 olma olayında istenen çıktı sayısı, 1'dir.



$$\text{Zarın üst yüzündeki nokta sayısının 3 olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{1}{6}$$

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 3 olma olasılığı, $\frac{1}{6}$ 'dir.

b. Zarın yüzlerindeki nokta sayılarından 1, 3 ve 5 olmak üzere üçü tek sayıdır. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının tek sayı olma olayında istenen çıktı sayısı, 3'tür.



$$\text{Zarın üst yüzündeki nokta sayısının tek sayı olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının tek sayı olma olasılığı, $\frac{1}{2}$ 'dir.

c. Zarın yüzlerindeki nokta sayılarından 2, 4 ve 6 olmak üzere üçü çift sayıdır. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının çift sayı olma olayında istenen çıktı sayısı, 3'tür.



$$\text{Zarın üst yüzündeki nokta sayısının çift sayı olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının çift sayı olma olasılığı, $\frac{1}{2}$ 'dir.

ç. Zarın yüzlerindeki nokta sayılarından 2, 3 ve 5 olmak üzere üçü asal sayıdır. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının asal sayı olma olayında istenen çıktı sayısı, 3'tür.



$$\text{Zarın üst yüzündeki nokta sayısının asal sayı olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının asal sayı olma olasılığı, $\frac{1}{2}$ 'dir.

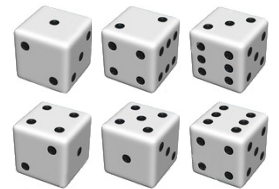
d. Zarın yüzlerindeki nokta sayılarından 3, 4, 5 ve 6 olmak üzere dördü, 2'den büyüktür. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 2'den büyük olma olayında istenen çıktı sayısı, 4'tür.



$$\text{Sayının 2'den büyük olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 2'den büyük olma olasılığı, $\frac{2}{3}$ 'tür.

e. Zarın yüzlerindeki nokta sayılarının tamamı 10'dan küçüktür. Bu durumda zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 10'dan küçük olma olayında istenen çıktı sayısı, 6'dır.



$$\begin{aligned} \text{Sayının 10'dan küçük olma olasılığı} &= \frac{\text{İstenen çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}} \\ &= \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

Zar atıldığında zarın üst yüzündeki nokta sayısının 10'dan küçük olma olayı kesin olay olduğundan, olayın olma olasılığı işlem yapılmadan da 1 olarak bulunabilir.

Örnek

Ferhat Bey bir kutudaki 30 eş pinpon topunun 5'ini sarıya, 2'sini mora, 6'sını yeşile, 3'ünü turuncuya, 10'unu maviye ve kalanını beyaza boyuyor. Buna göre kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun;

- a. Sarı olma,
- b. Mor olma,
- c. Yeşil olmama,
- ç. Turuncu olma,
- d. Mavi olma,
- e. Beyaz olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

Kutuda 5'i sarı, 2'si mor, 6'sı yeşil, 3'ü turuncu, 10'u mavi ve $30 - (5 + 2 + 6 + 3 + 10) = 4$ 'ü beyaz olmak üzere toplam 30 eş pinpon topu vardır. Buna göre kutudan rastgele bir pinpon topunun seçilme olayında mümkün olan tüm çıktıların sayısı, 30 olarak alınmalıdır.

a. Kutuda 5 sarı pinpon topu vardır. Bu durumda kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun sarı olma olasılığı, $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ 'dir.

b. Kutuda 2 mor pinpon topu vardır. Bu durumda kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun mor olma olasılığı, $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ 'tir.

c. Kutuda yeşil olmayan $30 - 6 = 24$ pinpon topu vardır. Bu durumda kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun yeşil olmama olasılığı, $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ 'tir.

ç. Kutuda 3 turuncu pinpon topu vardır. Bu durumda kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun turuncu olma olasılığı, $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ 'dur.

d. Kutuda 10 mavi pinpon topu vardır. Bu durumda kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun mavi olma olasılığı, $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ 'tür.

e. Kutuda 4 beyaz pinpon topu vardır. Bu durumda kutudan rastgele seçilen bir pinpon topunun beyaz olma olasılığı, $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ 'tir.

Alıştırmalar

1. Bir sınıfta 5'i gözlüklü olan 15 erkek, 3'ü gözlüklü olan 12 kız öğrenci vardır. Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüksüz kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

2. Manav Serkan Bey, bir müşteriye 1 sepet elma sattı. Sepetteki 40 eş elmanın 5'i çürük çıktı. Müşteri bu durumu Serkan Bey'e söylediğinde Serkan Bey, bu durumdan dolayı özür diledi. Çürük elmaların yerine sağlam elma vermek istediğini söyledi. Buna göre sepetten rastgele bir elma seçen Serkan Bey'in çürük olmayan elmayı seçme olasılığı kaçtır?



3.

Aslan	Aslan	Serçe	Serçe	Zürafa	Zürafa	Kartal	Kartal	At	At	Balina	Balina
-------	-------	-------	-------	--------	--------	--------	--------	----	----	--------	--------

Hayvan isimlerinin yazılı olduğu yukarıda verilen eş kartlar, bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen kartta yazılı olan hayvan isminin;

- a. Aslan olma,
 - b. Zürafa olma,
 - c. Uçabilen bir hayvan olma,
 - ç. Denizde yaşayan bir hayvan olma,
 - d. At olma olasılığını bulunuz.
4. Ana sınıfı öğretmeni olan Cengiz Bey, 2'si tren, 4'ü bebek, 5'i uçak ve diğerleri araba olan 20 oyuncacı, 20 eş kutuya koyarak her bir öğrencisine bir kutuyu hediye olarak verdi. Cengiz Bey'in öğrencisi olan Sinan'ın, kendisine verilen paketi açtığında paketten oyuncak araba çıkma olasılığı kaçtır?

- 5.

Nevin Hanım, görseldeki 12 eş saksının sarı olanlarına sümbül, mavi olanına orkide, yeşil olanlarına lale, beyaz olanlarına papatya ve kahverengi olanlarına gül tohumu ekti. Buna göre rastgele seçilen bir saksının içinde;

- a. Sümbül tohumu olma,
 - b. Orkide tohumu olma,
 - c. Lale tohumu olma,
 - ç. Papatya tohumu olma,
 - d. Gül tohumu olma,
 - e. Orkide tohumu olmama,
 - f. Sümbül tohumu olmama olasılığını bulunuz.
6. Bir mağazada, aynı markaya ait 40 beyaz telefon vardır. Telefonlar 40 müşteriye verilmek üzere eş paketlere konuluyor. Bir müşteri için rastgele bir paket seçildiğinde paketteki telefonun;
- a. Beyaz olma,
 - b. Siyah olma olasılığını bulunuz.

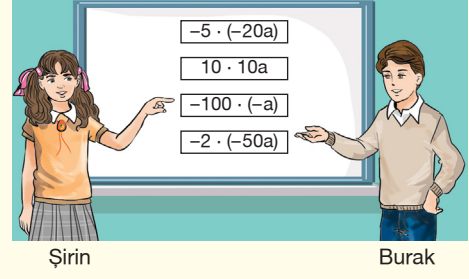
7. Olasılık değerleri 0 ve 1 olan ikişer olay yazınız.

Basit Cebirsel İfadeleri Anlama ve Farklı Biçimlerde Yazma

Burak, tahtaya yazdığı çarpımların eşit olduğunu savunuyor. Şirin ise eşit olmadığını söylüyor.

Sizce hangi öğrenci söylediklerinde haklıdır? Nedenini açıklayınız.

Bir cebirsel ifade, Burak'ın belirttiği gibi farklı çarpımlar biçiminde yazılabilir mi?



Hatırlatma

- Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifade çarpılırken doğal sayı cebirsel ifadenin her terimi ile çarpılır.

$$3 \cdot 5x^2 = 15x^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8a = 4a$$

$$2 \cdot (3 + 2d) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2d = 6 + 4d$$

- Bir cebirsel ifadedeki her bir bilinmeyeni belirten harfe **değişken**, değişken ile çarpım durumunda olan sayıya **katsayı**, “+” veya “-” işaretleri ile ayrılan her bir ifadeye **terim** adı verilir. İçinde değişken bulunmayan terime **sabit terim** adı verilir. Cebirsel ifadedeki sabit terim de aynı zamanda bir katsayıdır.

$$2x^2$$

$$5c^3 - 6$$

$$13a + 20a^2 - b^3$$

Kutucuklardaki cebirsel ifadelerin terimlerini, terim sayılarını, katsayılarını ve değişkenlerini belirleyelim.

- $2x^2$ cebirsel ifadesinde bir terim vardır. $2x^2$ terimindeki değişken x ve katsayı 2'dir.
- $5c^3 - 6$ cebirsel ifadesinde $5c^3$ ve -6 olmak üzere iki terim vardır. $5c^3$ terimindeki değişken c ve katsayı 5'tir. -6 terimi katsayıdır ve sabit terim olarak da adlandırılır.
- $13a + 20a^2 - b^3$ cebirsel ifadesinde $13a$, $20a^2$ ve $-b^3$ olmak üzere üç terim vardır. $13a$ terimindeki değişken a ve katsayı 13'tür. $20a^2$ terimindeki değişken a ve katsayı 20'dir. $-b^3$ terimindeki değişken b ve katsayı -1 'dir.

Örnek

$8 \cdot (5c - 4)$ çarpımının belirttiği cebirsel ifadedeki terim, değişken ve katsayıları belirleyiniz.

Çözüm

Çarpımı bulalım.

$$8 \cdot (5c - 4) = 8 \cdot 5c - 8 \cdot 4 = 40c - 32$$

$40c - 32$ cebirsel ifadesinde $40c$ ve -32 olmak üzere iki terim vardır. Cebirsel ifadedeki değişken c ve katsayılar + 40 ile -32 'dir. -32 sayısı, sabit terim olarak da adlandırılır.

Örnek

$y^2 - 15x + 3yx^2 + 6x^2$ cebirsel ifadesindeki terim, değişken ve katsayıları belirleyiniz. Her bir terimi farklı biçimlerde yazınız.

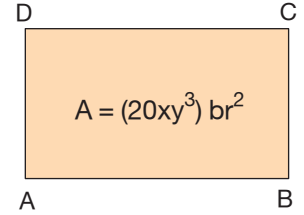
Çözüm

$y^2 - 15x + 3yx^2 + 6x^2$ cebirsel ifadesinde y^2 , $-15x$, $3yx^2$ ve $6x^2$ olmak üzere dört terim vardır. İfade-deki değişkenler x ve y ; katsayılar 1 , -15 , 3 ve 6 'dır. Cebirsel ifadedeki her bir terimi farklı biçimlerde yazalım.

- $y^2 = y \cdot y$
- $-15x = -5 \cdot 3x$
 $= -3 \cdot 5x = 3 \cdot (-5) \cdot x = 5 \cdot (-3) \cdot x$
- $3yx^2 = 3 \cdot y \cdot x \cdot x$
- $6x^2 = 6x \cdot x$
 $= 3x \cdot 2x = (-2x) \cdot (-3x)$
 $= 2x \cdot 3x$
 $= (-3x) \cdot (-2x)$

Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninin alanı $(20xy^3)$ br²dir. Cebirsel ifadedeki x ile y değişkenleri pozitif tam sayıları temsil ettiğine göre dikdörtgenin ola-bilecek kenar uzunluklarından üçünü belirleyiniz.



Çözüm

Dikdörtgenin alanı, uzun ve kısa kenar uzunluklarının çarpımına eşittir. O hâlde alanı belirten $20xy^3$ cebirsel ifadesini iki cebirsel ifadenin çarpımı biçiminde yazalım.

$$20xy^3 = 4x \cdot 5y^3 \rightarrow \text{Dikdörtgenin kenar uzunlukları } (4x) \text{ br ve } (5y^3) \text{ br olabilir.}$$

$$20xy^3 = 2x \cdot 10y^3 \rightarrow \text{Dikdörtgenin kenar uzunlukları } (2x) \text{ br ve } (10y^3) \text{ br olabilir.}$$

$$20xy^3 = 10x \cdot 2y^3 \rightarrow \text{Dikdörtgenin kenar uzunlukları } (10x) \text{ br ve } (2y^3) \text{ br olabilir.}$$

Örnek

Fıncı Özlem Hanım, her gün x^2z adet ekmeği akrabalarına dağıtmaktadır. Cebirsel ifadedeki x ile z değişkenleri pozitif tam sayıları temsil ettiğine göre Özlem Hanım'ın 6 haftada akrabalarına dağıttığı ekmeğin sayısını belirten cebirsel ifadeyi bulunuz ve üç farklı biçimde yazınız.

Çözüm

Fıncı Özlem Hanım her gün x^2z adet ekmeği akrabalarına dağıtmaktadır. Buna göre 6 haftada yani $6 \cdot 7 = 42$ günde, $42x^2z$ adet ekmeği akrabalarına dağıtmıştır. $42x^2z$ cebirsel ifadesini üç farklı biçimde yazalım.

$$\begin{aligned} 42x^2z &= 2x^2 \cdot 21z \\ &= 6x^2 \cdot 7z \\ &= x^2 \cdot 42z \end{aligned}$$

Örnek

$$15a \cdot 4b^3$$

$$(-2b^3) \cdot (-30a)$$

$$30a \cdot 2b^3$$

$$-a \cdot (-60b^3)$$

Bir cebirsel ifadenin farklı biçimlerde yazılışları yukarıdaki kutucuklarda verilmiştir. Buna göre cebirsel ifadeyi belirleyiniz.

Çözüm

Kutucuklardaki çarpımları bulalım.

$$\bullet 15a \cdot 4b^3 = (15 \cdot 4) \cdot ab^3 = 60ab^3$$

$$\bullet (-2b^3) \cdot (-30a) = (-2) \cdot (-30) \cdot ab^3 = 60ab^3$$

$$\bullet 30a \cdot 2b^3 = (30 \cdot 2) \cdot ab^3 = 60ab^3$$

$$\bullet -a \cdot (-60b^3) = (-1) \cdot (-60) \cdot ab^3 = 60ab^3$$

Kutucuklarda verilen cebirsel ifadeler, $60ab^3$ cebirsel ifadesinin farklı biçimlerde yazılışlarıdır.

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerdeki terim, katsayı ve değişkenleri belirleyiniz.

a. $13c^2 + 10$

b. $20x^2 - 4xy$

c. $5x^2 - 4x + 2$

ç. $20a^2 - 101$

d. $40a - 7$

e. $162 - 11d$

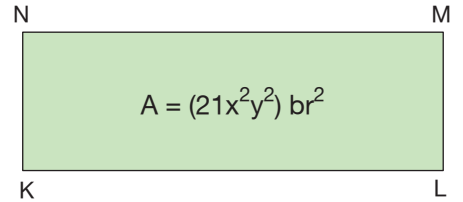
f. $5x^2y - 4xy^2$

g. $16c^2d - 1$

ğ. $11a^2 - 10a + 2$

2. $10b^2 + 8ab - 20a^2b$ cebirsel ifadesindeki terim, katsayı ve değişkenleri belirleyiniz. Her bir terimi farklı biçimlerde yazınız.

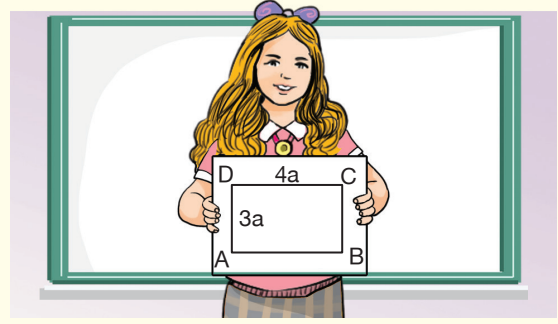
3. Yandaki KLMN dikdörtgeninin alanı $(21x^2y^2) br^2$ 'dir. Cebirsel ifadedeki x ile y değişkenleri pozitif tam sayıları temsil ettiğine göre dikdörtgenin olabilecek kenar uzunluklarından üçünü belirleyiniz.



4. Bir oyuncakçıdaki raflar, her birinde xyz^2 adet oyuncak olacak şekilde düzenlenmiştir. Buna göre oyuncakçıdaki 120 rafta bulunan oyuncak sayısını belirten cebirsel ifadeyi bulunuz ve üç farklı biçimde yazınız.

Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi

Meltem, projesini tamamlayabilmek için karton üzerine çizdiği ABCD dikdörtgeninin alanını hesaplayacaktır. Meltem, dikdörtgenin alanını hesaplarken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.



Hatırlatma

a, b ve c sıfırdan farklı birer tam sayı olmak üzere;

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c \text{ eşitlikleri sağlanır.}$$

Bu eşitlikler, tam sayılarla çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılıma özelliğini belirtir.

İki cebirsel ifade çarpılırken birinci cebirsel ifadenin her bir terimi, ikinci cebirsel ifadenin her bir terimiyle ayrı ayrı çarpılır.

$$y(4y - 2)$$

$$5a(a - 4)$$

$$(b + 3) \cdot (b - 1)$$

$$(2x - 5) \cdot (x + 1)$$

Kutucuklarda verilen çarpımları bulalım.

$$\bullet y(4y - 2) = y \cdot 4y + y \cdot (-2) = 4y^2 - 2y$$

$$\bullet 5a(a - 4) = 5a \cdot a + 5a \cdot (-4) = 5a^2 - 20a$$

$$\begin{aligned} \bullet (b + 3) \cdot (b - 1) &= b \cdot (b - 1) + 3 \cdot (b - 1) = b \cdot b + b \cdot (-1) + 3 \cdot b + 3 \cdot (-1) \\ &= b^2 - b + 3b - 3 \quad (\text{Benzer terimleri toplayalım.}) \\ &= b^2 + 2b - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (2x - 5) \cdot (x + 1) &= 2x \cdot (x + 1) - 5 \cdot (x + 1) = 2x \cdot x + 2x \cdot 1 - 5 \cdot x - 5 \cdot 1 \\ &= 2x^2 + 2x - 5x - 5 \quad (\text{Benzer terimleri toplayalım.}) \\ &= 2x^2 - 3x - 5 \end{aligned}$$

Örnek

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} x \\ \square \\ x \end{array} \rightarrow x^2 & \begin{array}{c} 1 \\ \square \\ x \end{array} \rightarrow x & \begin{array}{c} 1 \\ \square \\ 1 \end{array} \rightarrow +1 \end{array}$$

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini, yukarıdaki cebir karolarıyla modelleyerek yapınız.

a. $x \cdot (2x + 1)$

b. $(x + 2) \cdot (x + 3)$

c. $3x \cdot (x + 4)$

ç. $(2x + 2) \cdot (x + 3)$

Çözüm

a.
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & 2x+1 & \\ \hline x & x^2 & x^2 & x \\ \hline \end{array}$$

$$x \cdot (2x + 1) = x \cdot 2x + x \cdot 1 = 2x^2 + x$$

b.
$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & x+3 & & \\ \hline x+2 & x^2 & x & x & x \\ \hline & x & 1 & 1 & 1 \\ \hline & x & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x+2) \cdot (x+3) &= x \cdot (x+3) + 2 \cdot (x+3) \\ &= x \cdot x + x \cdot 3 + 2 \cdot x + 2 \cdot 3 \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

c.
$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & x+4 & & & \\ \hline 3x & x^2 & x & x & x & x \\ \hline & x^2 & x & x & x & x \\ \hline & x^2 & x & x & x & x \\ \hline \end{array}$$

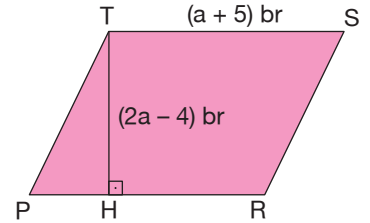
$$3x \cdot (x+4) = 3x \cdot x + 3x \cdot 4 = 3x^2 + 12x$$

ç.
$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & x+3 & & \\ \hline 2x+2 & x^2 & x & x & x \\ \hline & x^2 & x & x & x \\ \hline & x & 1 & 1 & 1 \\ \hline & x & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} (2x+2) \cdot (x+3) &= 2x \cdot (x+3) + 2 \cdot (x+3) \\ &= 2x \cdot x + 2x \cdot 3 + 2 \cdot x + 2 \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 6x + 2x + 6 \\ &= 2x^2 + 8x + 6 \end{aligned}$$

Örnek

Yandaki PRST paralelkenarında ITSI = (a + 5) br ve ITHI = (2a - 4) br olduğuna göre paralelkenarın alanını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

Paralelkenarın alanı, bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$IPRI = ITSI = (a + 5) \text{ br}$$

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= IPRI \cdot ITHI = (a + 5) \cdot (2a - 4) \\ &= a \cdot (2a - 4) + 5 \cdot (2a - 4) \\ &= a \cdot 2a + a \cdot (-4) + 5 \cdot 2a + 5 \cdot (-4) \\ &= 2a^2 - 4a + 10a - 20 \\ &= (2a^2 + 6a - 20) \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Paralelkenarın alanı $(2a^2 + 6a - 20) \text{ br}^2$ dir.

Örnek

Yandaki tabloda, bazı çarpma işlemleri belirtilmiştir. Buna göre tablodaki renkli bölgelere uygun cebirsel ifadeleri yazınız.

Tablo: Çarpma İşlemleri

İşlem	Çarpım
$5x(x - 5) =$	$5x^2 - 25x$
$7a(a + 6) =$	
$(b - 2) \cdot (b + 1) =$	
$(3c + 2) \cdot (2c - 3) =$	

Çözüm

Cebirsel ifadelerle çarpma işlemlerini yapalım ve çarpımları tablodaki renkli bölgelere yazalım.

$$\begin{aligned} \bullet 7a(a + 6) &= 7a \cdot a + 7a \cdot 6 \\ &= 7a^2 + 42a \end{aligned}$$

Pembe bölgeye $7a^2 + 42a$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} \bullet (b - 2) \cdot (b + 1) &= b(b + 1) - 2(b + 1) \\ &= b \cdot b + b \cdot 1 - 2 \cdot b - 2 \cdot 1 \\ &= b^2 + b - 2b - 2 \\ &= b^2 - b - 2 \end{aligned}$$

Yeşil bölgeye $b^2 - b - 2$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} \bullet (3c + 2) \cdot (2c - 3) &= 3c(2c - 3) + 2(2c - 3) \\ &= 3c \cdot 2c + 3c \cdot (-3) + 2 \cdot 2c + 2 \cdot (-3) \\ &= 6c^2 - 9c + 4c - 6 \\ &= 6c^2 - 5c - 6 \end{aligned}$$

Mor bölgeye $6c^2 - 5c - 6$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

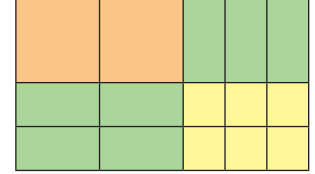
Tablo: Çarpma İşlemleri

İşlem	Çarpım
$5x(x - 5) =$	$5x^2 - 25x$
$7a(a + 6) =$	$7a^2 + 42a$
$(b - 2) \cdot (b + 1) =$	$b^2 - b - 2$
$(3c + 2) \cdot (2c - 3) =$	$6c^2 - 5c - 6$

Örnek

Yanda, cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemini yazınız. Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak çarpımı bulunuz.

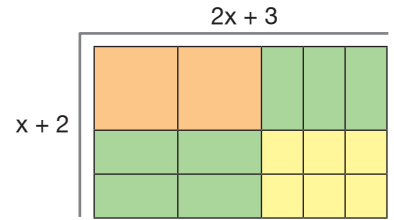
$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} x \\ \text{[Orange Square]} \\ x \end{array} \rightarrow x^2 & \begin{array}{c} 1 \\ \text{[Green Square]} \\ x \end{array} \rightarrow x & \begin{array}{c} 1 \\ \text{[Yellow Square]} \\ 1 \end{array} \rightarrow +1 \end{array}$$



Çözüm

Cebir karoları ile $(x + 2) \cdot (2x + 3)$ işlemi modellenmiştir. Çarpma işlemini yapalım.

$$\begin{aligned} (x + 2) \cdot (2x + 3) &= x(2x + 3) + 2(2x + 3) \\ &= x \cdot 2x + x \cdot 3 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 3x + 4x + 6 \\ &= 2x^2 + 7x + 6 \end{aligned}$$



Örnek

Buse, her gün $(x - 9)$ sayfa kitap okumaktadır. Buna göre Buse'nin, $(3x + 5)$ günde okuduğu sayfa sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Çözüm

Buse'nin $(3x + 5)$ günde okuduğu sayfa sayısını bulmak için $(x - 9)$ ile $(3x + 5)$ cebirsel ifadelerini çarpmalıyız.

$$\begin{aligned} (x - 9) \cdot (3x + 5) &= x(3x + 5) - 9(3x + 5) \\ &= x \cdot 3x + x \cdot 5 - 9 \cdot 3x - 9 \cdot 5 \\ &= 3x^2 + 5x - 27x - 45 \\ &= 3x^2 - 22x - 45 \end{aligned}$$

Buse, $(3x + 5)$ günde $(3x^2 - 22x - 45)$ sayfa kitap okur.

Örnek

$(5y + 1) \cdot (y - 1)$	$y^2 - 4$
$(3y - 2) \cdot (y + 1)$	$y^2 - 6y + 9$
$(y - 2) \cdot (y + 2)$	$3y^2 + y - 2$
$(y - 3) \cdot (y - 3)$	$5y^2 - 4y - 1$
	$y^2 - 4y + 4$

Yukarıda verilen çarpma işlemleri ile çarpımlar eşleştirildiğinde hangi cebirsel ifade açıkta kalır?

Çözüm

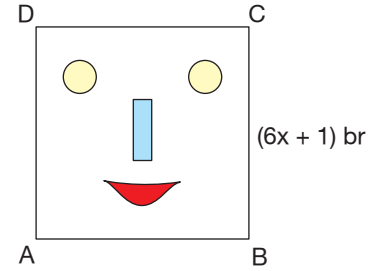
Çarpma işlemlerini yapalım.

- $(5y + 1) \cdot (y - 1) = 5y(y - 1) + 1(y - 1)$
 $= 5y \cdot y + 5y \cdot (-1) + 1 \cdot y + 1 \cdot (-1)$
 $= 5y^2 - 5y + y - 1$
 $= 5y^2 - 4y - 1$
- $(3y - 2) \cdot (y + 1) = 3y(y + 1) - 2(y + 1)$
 $= 3y \cdot y + 3y \cdot 1 - 2 \cdot y - 2 \cdot 1$
 $= 3y^2 + 3y - 2y - 2$
 $= 3y^2 + y - 2$
- $(y - 2) \cdot (y + 2) = y(y + 2) - 2(y + 2)$
 $= y \cdot y + y \cdot 2 - 2 \cdot y - 2 \cdot 2$
 $= y^2 + 2y - 2y - 4$
 $= y^2 - 4$
- $(y - 3) \cdot (y - 3) = y(y - 3) - 3(y - 3)$
 $= y \cdot y + y \cdot (-3) - 3 \cdot y - 3 \cdot (-3)$
 $= y^2 - 3y - 3y + 9$
 $= y^2 - 6y + 9$

Çarpma işlemleri ile çarpımlar eşleştirildiğinde $(y^2 - 4y + 4)$ cebirsel ifadesi açıkta kalır.

Örnek

Yandaki, ABCD karesinin içerisindeki renkli bölgeler kesilerek çıkarıldığında kalan kısmın alanı $(36x^2)$ br² oluyor. ABCD karesinin kenar uzunluğu $(6x + 1)$ br olduğuna göre kesilerek çıkarılan bölgelerin alanları toplamını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

ABCD karesinin alanını bulmak için kenar uzunluğunu kendisi ile çarpmalıyız.

$$\begin{aligned}\text{Alan} &= (6x + 1) \cdot (6x + 1) = 6x(6x + 1) + 1(6x + 1) \\ &= 6x \cdot 6x + 6x \cdot 1 + 1 \cdot 6x + 1 \cdot 1 \\ &= 36x^2 + 6x + 6x + 1 \\ &= (36x^2 + 12x + 1) \text{ br}^2\end{aligned}$$

Kalan kısmın alanı $(36x^2)$ br² olduğuna göre kesilerek çıkarılan bölgelerin alanları toplamı;

$$36x^2 + 12x + 1 - 36x^2 = (12x + 1) \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerle çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a. $(2a - 3) \cdot (a + 2) =$

b. $(4x - 1) \cdot (-x + 2) =$

c. $3x(x + 8) =$

ç. $-7b(-b + 4) =$

d. $2x(x - 7) =$

e. $(c - 6) \cdot (c + 1) =$

f. $(d + 8) \cdot (2d - 1) =$

g. $(e - 3) \cdot (1 + e) =$

ğ. $(-y + 1) \cdot (-2y - 3) =$

2. Servet $(x + 2) \cdot (x - 2)$ çarpımını yandaki gibi yapmıştır. Buna göre Servet ilk olarak kaçınıcı adımda hata yapmıştır?

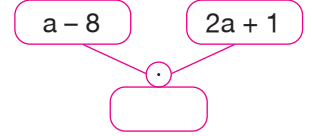
1. Adım: $x(x - 2) + 2(x - 2)$

2. Adım: $x \cdot x + 2 \cdot x + 2 \cdot x + 2 \cdot (-2)$

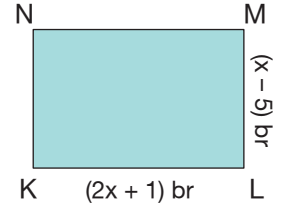
3. Adım: $x^2 + 2x + 2x - 4$

4. Adım: $x^2 + 4x - 4$

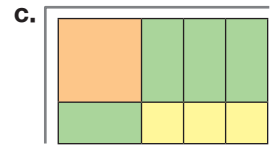
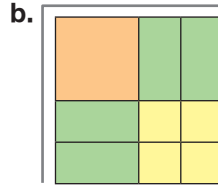
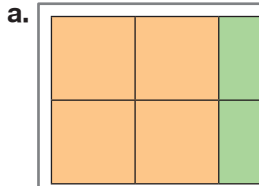
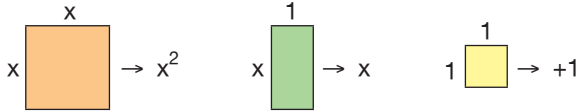
3. Şemada belirtilen çarpma işlemini yaparak boş kutucuğa uygun cebirsel ifadeyi yazınız.



4. Yandaki KLMN dikdörtgeninin kenar uzunlukları $(2x + 1)$ br ve $(x - 5)$ br olduğuna göre dikdörtgenin alanını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



5. Aşağıda, cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemlerini noktalı yerlere yazınız. Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak çarpımları bulunuz.

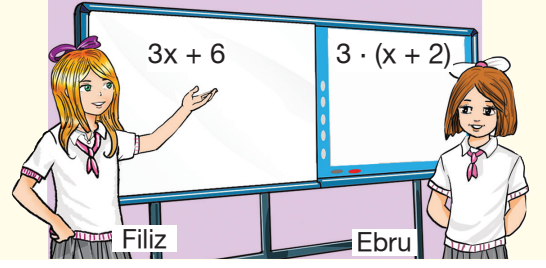


6. Şirin koşu yarışına katılmak için her gün antrenman yapıyor. Şirin $(x - 10)$ gün boyunca her gün $(20x + 7)$ m koşuyor. Buna göre Şirin'in antrenman yaparken koştuğu toplam mesafeyi belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Özdeşlikler

Filiz, tahtaya yazdığı ifadenin değerinin, Ebru'nun yazdığı ifadenin değerine eşit olduğunu söylüyor. Ebru ise yazdıkları ifadelerin değerlerinin eşit olmadığını iddia ediyor.

Sizce hangi öğrenci söylediğinde haklıdır? Açıklayınız.



Hatırlatma

Bir denklemde eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir veya her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik bozulmaz. Eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılır veya sıfır hariç aynı sayıya bölünürse de eşitlik bozulmaz.

I. $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$

II. $5 \cdot (x - 3) + 2 = 2 + 2x$

Yukarıdaki eşitlikleri sağlayan x değerlerini, x yerine farklı sayılar yazarak bulalım.

I. $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$

Eşitliğin sol tarafında bulunan çarpma işlemini yapalım.

$$(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$$

$$x(x + 1) - 1(x + 1) = x^2 - 1$$

$$x^2 + 1x - 1x - 1 = x^2 - 1$$

$$x^2 - 1 = x^2 - 1$$

$(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$ eşitliğindeki bilinmeyen (x) yerine farklı değerleri yazarak eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol edelim.

$x = -2$ değeri için; $(-2 - 1) \cdot (-2 + 1) = (-2)^2 - 1$
 $3 = 3$ bulunur.

$x = -1$ değeri için; $(-1 - 1) \cdot (-1 + 1) = (-1)^2 - 1$
 $0 = 0$ bulunur.

$x = 0$ değeri için; $(0 - 1) \cdot (0 + 1) = 0^2 - 1$
 $-1 = -1$ bulunur.

$x = 1$ değeri için; $(1 - 1) \cdot (1 + 1) = 1^2 - 1$
 $0 = 0$ bulunur.

$x = 2$ değeri için; $(2 - 1) \cdot (2 + 1) = 2^2 - 1$
 $3 = 3$ bulunur.

x yerine yazılabilecek her gerçek sayı değeri için eşitlik sağlanmaktadır.

İçindeki değişkene verilen her gerçek sayı için eşitliğin sağlandığı ifadelere **özdeşlik** adı verilir.

II. $5 \cdot (x - 3) + 2 = 2 + 2x$

Eşitlikteki x yerine farklı değerleri yazarak eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol edelim.

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ değeri için; } 5 \cdot (1 - 3) + 2 &= 5 \cdot (-2) + 2 \\ &= -10 + 2 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ değeri için; } 2 + 2 \cdot 1 &= 2 + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$-8 \neq 4$ bulunur. (Eşitlik doğru değildir.)

$$\begin{aligned} x = 2 \text{ değeri için; } 5 \cdot (2 - 3) + 2 &= 5 \cdot (-1) + 2 \\ &= -5 + 2 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 2 \text{ değeri için; } 2 + 2 \cdot 2 &= 2 + 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$-3 \neq 6$ bulunur. (Eşitlik doğru değildir.)

$$\begin{aligned} x = 5 \text{ değeri için; } 5 \cdot (5 - 3) + 2 &= 5 \cdot 2 + 2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 5 \text{ değeri için; } 2 + 2 \cdot 5 &= 2 + 10 \\ &= 12 \end{aligned}$$

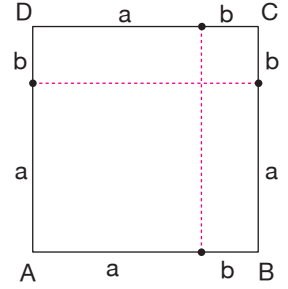
$12 = 12$ bulunur. (Eşitlik doğrudur.)

Verilen eşitlik, sadece “x = 5” değeri için sağlanır. Bu nedenle “ $5 \cdot (x - 3) + 2 = 2 + 2x$ ” eşitliği özdeşlik değil, denklemdir.

Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kırmızı kalem.

- Bir kenar uzunluğu $(a + b)$ br olan bir ABCD karesini çizelim.
- Çizdiğimiz karenin kenarlarını, uzunlukları a br ve b br olacak şekilde yandaki gibi işaretleyelim.
- İşaretlediğimiz noktaları karşılıklı olarak kırmızı kalemle yandaki gibi birleştirelim.
- Karenin içinde oluşan her bir bölgenin alanını bölgelerin içine yazalım.
- ➔ ABCD karesinin alanı ile oluşan bölgelerin alanları toplamını karşılaştırmaya ait matematik cümlesini yazınız.
- ➔ Yazdığınız matematik cümlesinin özdeşlik veya denklem olup olmadığını açıklayınız.
- ➔ Elde ettiğiniz sonuca göre kenar uzunluğu $(x + y)$ br olan karenin alanını belirten eşitliği yazınız.



Örnek

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ve $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ eşitliklerinin özdeşlik olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

$(a + b)^2$ ifadesini $(a + b) \cdot (a + b)$ şeklinde yazarak çarpımı bulalım.

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b) \cdot (a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$(a - b)^2$ ifadesini $(a - b) \cdot (a - b)$ şeklinde yazarak çarpımı bulalım.

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Belirtilen eşitlikler, özdeşliktir.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ve $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ özdeşlikleri, **tam kare özdeşliği** olarak adlandırılır.

Örnek

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ tam kare özdeşliğinden yararlanarak $(3x - 4)^2$ cebirsel ifadesi ile bir özdeşlik oluşturunuz.

Çözüm

$(3x - 4)^2$ cebirsel ifadesinde, $a = 3x$ ve $b = 4$ olarak alalım ve özdeşliği oluşturalım.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3x - 4)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot 4 + 4^2$$

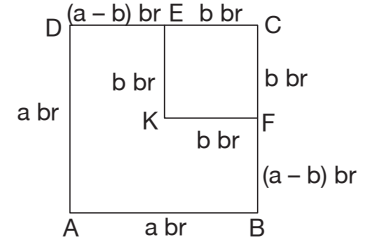
$$(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

Örnek

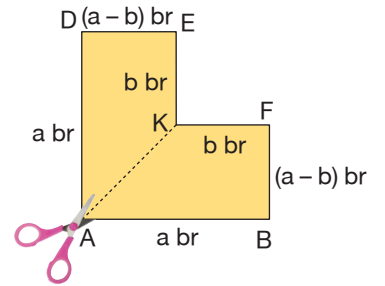
$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğini modelleyerek inceleyiniz.

Çözüm

Kâğıdımıza, kenar uzunluğu a birim olan bir ABCD karesini çizelim. ABCD karesinin içine C köşesi ortak olacak şekilde ve kenar uzunluğu b birim olan CEKF karesini çizelim.



CEKF karesini makasla keserek kâğıttan ayıralım. Kalan parçayı boyyalım ve [AK] boyunca makasla keserek ayıralım.

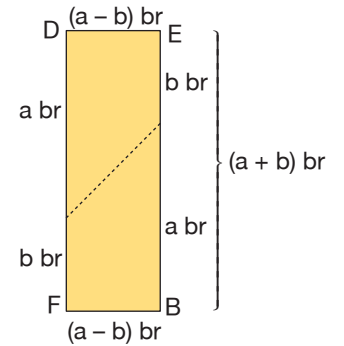


Kesilen parçaları, dikdörtgen oluşturacak biçimde yandaki gibi birleştirelim.

FBED dikdörtgeninin alanı; $(a - b) \cdot (a + b)$ br²dir.

Aynı alana; ABCD karesinin alanından, CEKF karesinin alanını çıkararak da ulaşabiliriz.

Bu durumda; $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliği elde edilir.



İki terimin kareleri farkı, terimlerin farkı ile toplamının çarpımına eşittir. Bu eşitlik, $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliği ile ifade edilir. Bu özdeşlik **iki kare farkı özdeşliği** olarak adlandırılır.

Örnek

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak $2006^2 - 2004^2$ ifadesinin değerini bulunuz.

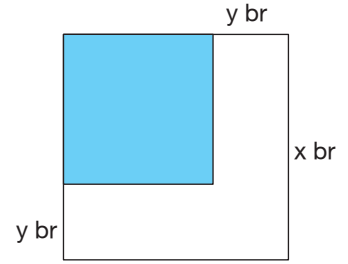
Çözüm

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğinde a yerine 2006, b yerine 2004 sayılarını yazarak ifadenin değerini bulalım.

$$\begin{aligned} 2006^2 - 2004^2 &= (2006 - 2004) \cdot (2006 + 2004) \\ &= 2 \cdot 4010 \\ &= 8020 \end{aligned}$$

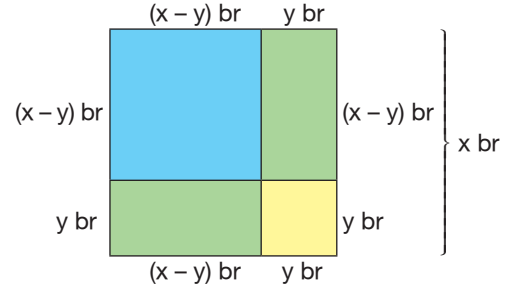
Örnek

Yandaki modelde, iç içe iki adet kare verilmiştir. Buna göre mavi karenin alanını belirten özdeşliği yazınız.



Çözüm

Modeldeki mavi karenin kenarlarını yandaki gibi uzatalım. Mavi karenin kenar uzunluğu $(x - y)$ br ve alanı $(x - y)^2$ br²dir. Mavi karenin alanını, modelin tamamını belirten büyük karenin alanından, diğer kare ve dikdörtgenlerin alanları toplamını çıkararak bulalım.



Mavi karenin alanı = Büyük karenin alanı - (Sarı karenin alanı + Yeşil dikdörtgenlerin alanları toplamı)

$$\begin{aligned} (x - y)^2 &= x^2 - [y^2 + 2 \cdot y \cdot (x - y)] \\ &= x^2 - (y^2 + 2xy - 2y^2) \\ &= x^2 - (2xy - y^2) \\ &= x^2 - 2xy + y^2 \end{aligned}$$

Verilen karenin alanını belirten özdeşlik, $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ olarak yazılır.

Örnek

$$4a^2 - 9b^2 = (\Delta a - 3b) \cdot (\Delta a + 3b)$$

Kutucukta verilen eşitliğin özdeşlik olabilmesi için Δ yerine hangi doğal sayı yazılmalıdır?

Çözüm

$4a^2 - 9b^2 = (\Delta a - 3b) \cdot (\Delta a + 3b)$ özdeşliği, iki kare farkı özdeşliğidir. Buna göre (Δa) ifadesinin karesi $4a^2$, $(3b)$ ifadesinin karesi $9b^2$ dir.

$(\Delta a)^2 = 4a^2$ olduğuna göre Δ yerine 2 doğal sayısı yazılmalıdır.

Örnek

$x = \sqrt{3} - 1$ olduğuna göre $x^2 + 2x + 1$ cebirsel ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ özdeşliğinde eşitliğin sol tarafında bulunan x yerine $(\sqrt{3} - 1)$ değerini yazarak $x^2 + 2x + 1$ cebirsel ifadesinin değerini bulabiliriz.

$$\begin{aligned}(x + 1)^2 &= x^2 + 2x + 1 \\ (\sqrt{3} - 1 + 1)^2 &= x^2 + 2x + 1 \rightarrow (\sqrt{3})^2 = x^2 + 2x + 1 \\ 3 &= x^2 + 2x + 1\end{aligned}$$

$x = \sqrt{3} - 1$ olduğuna göre $x^2 + 2x + 1$ cebirsel ifadesinin değeri 3'tür.

Alıştırmalar

1. Tablo: Denklem ve Özdeşlikler

Eşitlikler	Özdeşlik	Denklem	Elde edilen x değeri
$2 \cdot (x - 2)^2 = 2x^2 - 2x + 4$		✓	$\frac{2}{3}$
$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$			
$4x^2 - 121 = (2x - 11) \cdot (2x + 11)$			
$(2x - 1)^2 = 4x \cdot (x - 2) + 5$			

Yukarıdaki tabloda verilen eşitlikler; özdeşlik ise özdeşlik sütununu, denklem ise denklem sütununu örnekteki gibi işaretleyiniz. Denklem olan eşitlikten elde edilen x değerini uygun kutucuğa yazınız.

2. Aşağıdaki ifadelerin özdeşlik olabilmesi için noktalı yerlere uygun çarpma işlemlerini yazınız.

a. $(5x - 4)^2 = \dots\dots\dots$

b. $(2x + 5)^2 = \dots\dots\dots$

c. $(3x - 1)^2 = \dots\dots\dots$

ç. $(3 + 5x)^2 = \dots\dots\dots$

d. $(4 - x)^2 = \dots\dots\dots$

3.

$$(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

Kutucukta verilen özdeşliği, cebir karolarıyla modelleyiniz.

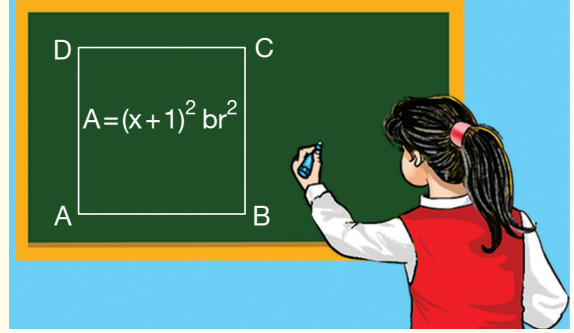
4. $(2x - \square)^2 = 4x^2 - 32x + 64$ eşitliğinin özdeşlik olabilmesi için $\square$ yerine hangi sayı yazılmalıdır?

5. $x^2 - 2xy + y^2 = 49$ eşitliğine göre $x - y$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

Cebirsel İfadeleri Çarpanlara Ayırma

Elif, alanı $(x + 1)^2 br^2$ olan karenin kenar uzunluğunu bulmak istiyor. Bunun için karenin alanını belirten cebirsel ifadeyi, iki cebirsel ifadenin çarpımı şeklinde yazması gerektiğinin farkına varıyor.

$(x + 1)^2$ ifadesi, iki cebirsel ifadenin çarpımı şeklinde nasıl yazılabilir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Doğal sayılarla yapılan işlemlerde, işlemdeki sayılar ortak çarpan parantezine alınabilir. Bu yöntem, işlem sonucunu bulmada kolaylık sağlar.

$$12 + 16 = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 4 \cdot (3 + 4)$$

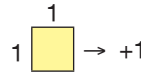
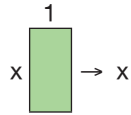
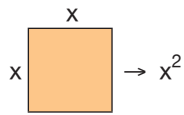
Ortak çarpan

$$48 - 8 = 8 \cdot 6 - 8 \cdot 1 = 8 \cdot (6 - 1)$$

Ortak çarpan

Etkinlik

Araç Gereçler: Makas, karton, cetvel, boya kalemleri.



- Kartonumuza, yukarıda verilen turuncu kareden 1, yeşil dikdörtgen ve sarı kareden ise dörder adet cetvel yardımıyla ayrı ayrı çizip boyayalım.
- Çizdiğimiz kare ve dikdörtgenleri makasla keselim. Makası kullanırken dikkatli olunuz.
- Kestiğimiz parçaları kullanarak bir kare oluşturalım.
- Oluşturduğumuz karenin kenar uzunluklarını, küçük parçaların kenar uzunluklarından yararlanarak yazalım.
- ➔ Karenin alanını belirten cebirsel ifadeyi, küçük parçaların alanlarından yararlanarak yazınız.
- ➔ Yazdığınız cebirsel ifade ile karenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
- ➔ Benzer yöntemle " $3x + 3$ " cebirsel ifadesini modelleyerek modellediğiniz dikdörtgenin kenar uzunluklarını yazınız.
- ➔ " $3x + 3$ " cebirsel ifadesinin modelinin belirttiği alan ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Cebirsel ifadeler çarpanlara ayrılırken terimler, ortak çarpan parantezine alınabilir.

$$ax + bx = x \cdot (a + b)$$

$5x^2 + 2x$ cebirsel ifadesindeki terimleri ortak çarpan parantezine alarak cebirsel ifadeyi çarpanlara ayıralım.

$$5x^2 \rightarrow 5 \cdot x \cdot x$$

$$2x \rightarrow 2 \cdot x$$

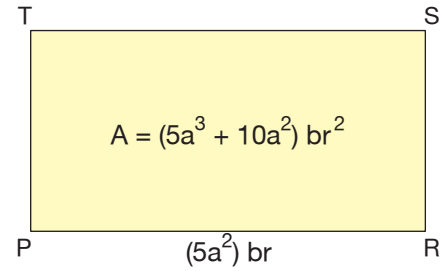
$5x^2 + 2x$ cebirsel ifadesinde x , terimlerdeki ortak çarpanıdır. Bu durumda cebirsel ifadedeki terimler, x ortak çarpan parantezine alınarak cebirsel ifade çarpanlara ayrılabilir.

$$5x^2 + 2x = 5x \cdot x + 2 \cdot x = x \cdot (5x + 2)$$

$5x^2 + 2x$ cebirsel ifadesinin çarpanları, x ve $(5x + 2)$ 'dir.

Örnek

Yandaki PRST dikdörtgeninin alanı $(5a^3 + 10a^2) br^2$, uzun kenarı $(5a^2) br$ 'dir. Buna göre PRST dikdörtgeninin kısa kenarını belirten cebirsel ifadeyi a değişkenini kullanarak yazınız.



Çözüm

Dikdörtgenin alanını belirten cebirsel ifadeyi $5a^2$ ortak çarpan parantezine alalım ve çarpanlara ayıralım.

$$5a^3 \rightarrow 5a^2 \cdot a$$

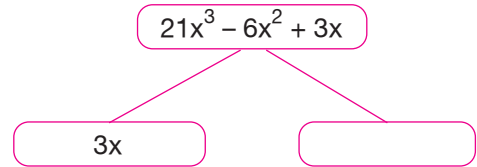
$$10a^2 \rightarrow 5a^2 \cdot 2$$

$$5a^3 + 10a^2 = 5a^2 \cdot a + 5a^2 \cdot 2 = 5a^2 \cdot (a + 2)$$

$5a^3 + 10a^2$ cebirsel ifadesinin çarpanları $5a^2$ ve $(a + 2)$ 'dir. PRST dikdörtgeninin uzun kenarı $(5a^2) br$ olduğuna göre kısa kenarı $(a + 2) br$ 'dir.

Örnek

Yandaki şemada, $21x^3 - 6x^2 + 3x$ cebirsel ifadesi çarpanlara ayrılmıştır. Buna göre şemadaki boş kutucuğa hangi cebirsel ifade yazılmalıdır?



Çözüm

Şemada, $21x^3 - 6x^2 + 3x$ cebirsel ifadesinin çarpanlarından biri $3x$ olarak verilmiştir. O hâlde, diğer çarpanı bulmak için $21x^3 - 6x^2 + 3x$ cebirsel ifadesini, $3x$ ortak çarpan parantezine alalım.

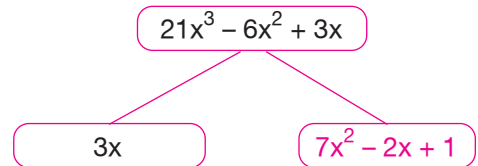
$$21x^3 \rightarrow 3x \cdot 7x^2$$

$$6x^2 \rightarrow 3x \cdot 2x$$

$$3x \rightarrow 3x \cdot 1$$

$$21x^3 - 6x^2 + 3x = 3x \cdot 7x^2 - 3x \cdot 2x + 3x \cdot 1 = 3x(7x^2 - 2x + 1)$$

Şemadaki boş kutucuğa $(7x^2 - 2x + 1)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.



Örnek

$$13a - 169 = \Delta(a - 13)$$

Kutucukta, $13a - 169$ cebirsel ifadesi çarpanlara ayrılmıştır. Buna göre Δ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

$13a - 169$ cebirsel ifadesini ortak çarpan parantezine alarak çarpanlara ayıralım.

$$13a \rightarrow 13 \cdot a$$

$$169 \rightarrow 13 \cdot 13$$

$$13a - 169 = 13 \cdot a - 13 \cdot 13 = 13(a - 13)$$

$13(a - 13) = \Delta(a - 13)$ olduğundan Δ yerine 13 yazılmalıdır.

Cebirsel ifadeler çarpanlara ayrılırken iki kare farkı özdeşliğinden yararlanılabilir.

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

Örnek

$x^2 - 16$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayırınız.

Çözüm

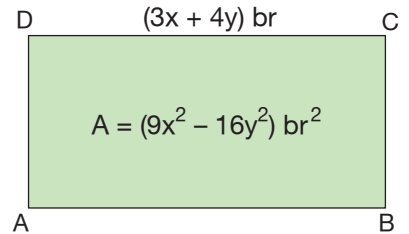
$x^2 - 16$ cebirsel ifadesinde x^2 , x 'in; 16 ise 4'ün karesidir. Öyleyse $x^2 - 16$ cebirsel ifadesi, iki kare farkı özdeşliğinden yararlanılarak çarpanlara ayrılabilir.

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4) \cdot (x + 4)$$

$x^2 - 16$ cebirsel ifadesinin çarpanları $(x - 4)$ ve $(x + 4)$ 'tür.

Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninin alanı $(9x^2 - 16y^2) \text{ br}^2$ dir. Dikdörtgendeki İCDI, $(3x + 4y) \text{ br}$ ise İCBI'nu belirten cebirsel ifadeyi yazınız. ($3x > 4y$)



Çözüm

ABCD dikdörtgeninin alanını belirten cebirsel ifadeyi çarpanlara ayıralım. Bunun için iki kare farkı özdeşliğini kullanalım.

$$9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x - 4y) \cdot (3x + 4y)$$

Çarpanlara ayırma işlemine göre $9x^2 - 16y^2$ cebirsel ifadesinin çarpanları, $(3x - 4y)$ ve $(3x + 4y)$ 'dir. ABCD dikdörtgenindeki İCDI, $(3x + 4y) \text{ br}$ ise İCBI, $(3x - 4y) \text{ br}$ olur.

Örnek

Yandaki tabloda, bazı cebirsel ifadeler ve bu ifadelerin çarpanlara ayrılmış hâlleri belirtilmiştir. Buna göre tablodaki renkli bölgelere, uygun çarpma işlemlerini yazınız.

Tablo: Çarpanlara Ayırma

Cebirsel İfade	Çarpanlara Ayrılmış Hâli
$b^2 - 4a^2$	$(b - 2a) \cdot (b + 2a)$
$100x^2 - 25$	$(10x - 5) \cdot (10x + 5)$
$16c^2 - 121$	
$d^2 - 100$	
$36x^2 - 49y^2$	

Çözüm

- $16c^2 - 121$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayıralım.
 $16c^2 - 121 = (4c)^2 - 11^2 = (4c - 11) \cdot (4c + 11)$
Sarı bölgeye $(4c - 11) \cdot (4c + 11)$ yazılmalıdır.
- $d^2 - 100$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayıralım.
 $d^2 - 100 = d^2 - 10^2 = (d - 10) \cdot (d + 10)$
Pembe bölgeye $(d - 10) \cdot (d + 10)$ yazılmalıdır.
- $36x^2 - 49y^2$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayıralım.
 $36x^2 - 49y^2 = (6x)^2 - (7y)^2 = (6x - 7y) \cdot (6x + 7y)$
Mavi bölgeye $(6x - 7y) \cdot (6x + 7y)$ yazılmalıdır.

Tablo: Çarpanlara Ayırma

Cebirsel İfade	Çarpanlara Ayrılmış Hâli
$b^2 - 4a^2$	$(b - 2a) \cdot (b + 2a)$
$100x^2 - 25$	$(10x - 5) \cdot (10x + 5)$
$16c^2 - 121$	$(4c - 11) \cdot (4c + 11)$
$d^2 - 100$	$(d - 10) \cdot (d + 10)$
$36x^2 - 49y^2$	$(6x - 7y) \cdot (6x + 7y)$

Cebirsel ifadeler çarpanlara ayrılırken tam kare özdeşliklerinden yararlanılabilir.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

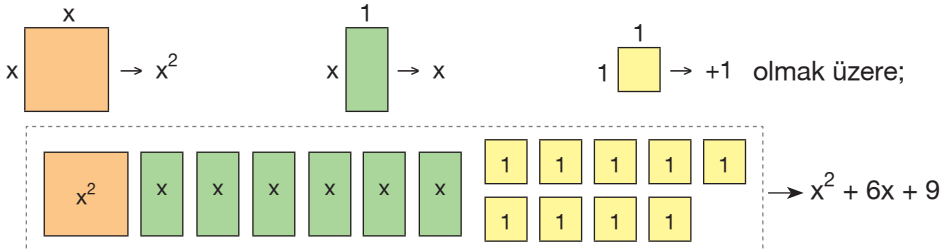
Örnek

$x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayırınız.

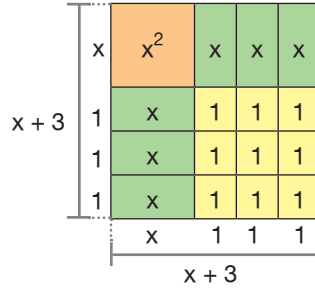
Çözüm

Cebirsel ifadeyi iki farklı yolla çarpanlara ayıralım.

I. Yol: Modelleme yöntemi



Cebirsel ifadeye karşılık gelen cebir karolarını kullanarak bir kare oluşturalım.



Karenin alanı, kenar uzunluğunun kendisi ile çarpımına eşittir.

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3) \cdot (x + 3)$$

$x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesinin çarpanları $(x + 3)$ ve $(x + 3)$ 'tür.

II. Yol: Özdeşliklerden yararlanma yöntemi

$x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesini, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ tam kare özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$$\begin{array}{ccc} x^2 & + & 6x & + & 9 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x \cdot x & 2 \cdot (x \cdot 3) & 3 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 \\ &= (x + 3)^2 \\ &= (x + 3) \cdot (x + 3) \end{aligned}$$

$x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesinin çarpanları, $(x + 3)$ ve $(x + 3)$ 'tür.

Örnek

$4x^2 - 4x + 1$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayırınız.

Çözüm

$4x^2 - 4x + 1$ cebirsel ifadesini $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ tam kare özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

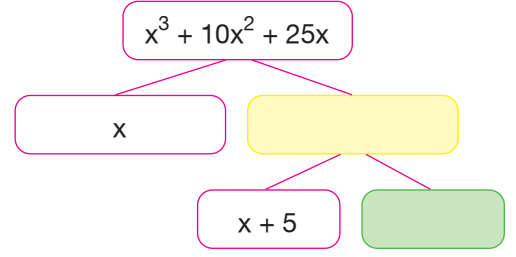
$$\begin{array}{ccc} 4x^2 & - & 4x & + & 1 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2x \cdot 2x & 2 \cdot 2x \cdot (-1) & (-1) \cdot (-1) \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x + 1 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + (-1)^2 \\ &= (2x - 1)^2 \\ &= (2x - 1) \cdot (2x - 1) \end{aligned}$$

$4x^2 - 4x + 1$ cebirsel ifadesinin çarpanları, $(2x - 1)$ ve $(2x - 1)$ 'dir.

Örnek

Şemada bazı cebirsel ifadeler çarpanlara ayrılmıştır. Buna göre şemadaki renkli kutucuklara uygun cebirsel ifadeleri yazınız.



Çözüm

$x^3 + 10x^2 + 25x$ cebirsel ifadesini, çarpanlarından biri x olacak şekilde çarpanlara ayıralım. Bunun için cebirsel ifadeyi x ortak çarpan parantezine alalım.

$$x^3 + 10x^2 + 25x = x(x^2 + 10x + 25)$$

$x^3 + 10x^2 + 25x$ cebirsel ifadesinin çarpanları, x ve

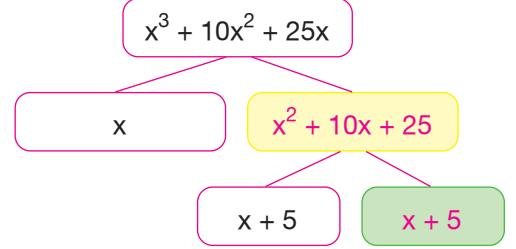
$(x^2 + 10x + 25)$ 'tir. O hâlde şemadaki sarı kutucuğa, $(x^2 + 10x + 25)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

$x^2 + 10x + 25$ cebirsel ifadesini $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$$\begin{array}{ccc} x^2 & + & 10x & + & 25 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x \cdot x & 2 \cdot (x \cdot 5) & 5 \cdot 5 \end{array}$$

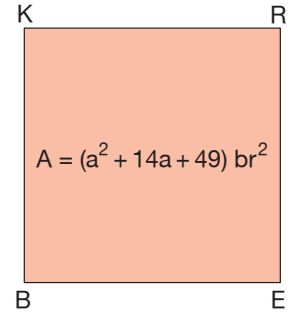
$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 \\ &= (x + 5)^2 \\ &= (x + 5) \cdot (x + 5) \end{aligned}$$

Şemadaki yeşil kutucuğa, $x + 5$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.



Örnek

Yandaki BERK karesinin alanı $(a^2 + 14a + 49) br^2$ ise kenar uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

Karenin alan bağıntısından yararlanarak BERK karesinin kenar uzunluğunu bulalım. Bunun için alanı belirten $a^2 + 14a + 49$ cebirsel ifadesini tam kare özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$$\begin{array}{ccc} a^2 & + & 14a & + & 49 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ a \cdot a & 2 \cdot (a \cdot 7) & 7 \cdot 7 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a^2 + 14a + 49 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 7 + 7^2 \\ &= (a + 7)^2 \\ &= (a + 7) \cdot (a + 7) \end{aligned}$$

BERK karesinin kenar uzunluğu, $(a + 7) br$ 'dir.

Örnek

$$a^2 - 24a + 144$$

$$3a^2 - 36a$$

$$a^2 - 144$$

Kutucuklarda verilen cebirsel ifadelerin ortak çarpanını bulunuz.

Çözüm

- $a^2 - 24a + 144$ cebirsel ifadesini, tam kare özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$$\begin{aligned} a^2 - 24a + 144 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot 12 + 12^2 \\ &= (a - 12)^2 \\ &= (a - 12) \cdot (a - 12) \end{aligned}$$

- $3a^2 - 36a$ cebirsel ifadesini, 3a ortak çarpan parantezine alarak çarpanlara ayıralım.

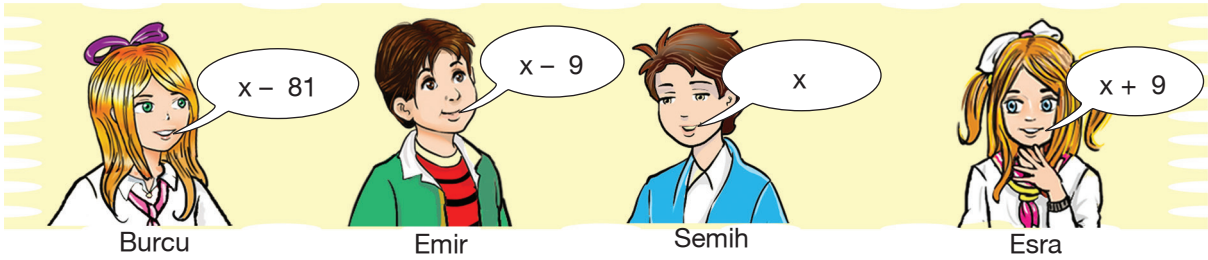
$$\begin{aligned} 3a^2 - 36a &= 3a \cdot a - 3a \cdot 12 \\ &= 3a(a - 12) \end{aligned}$$

- $a^2 - 144$ cebirsel ifadesini, iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$$\begin{aligned} a^2 - 144 &= a^2 - 12^2 \\ &= (a - 12) \cdot (a + 12) \end{aligned}$$

$(a - 12)$ cebirsel ifadesi, kutucuklarda verilen cebirsel ifadelerin ortak çarpanıdır.

Örnek



Öğrencilerden hangisinin söylediği ifade, $x^3 - 81x$ cebirsel ifadesinin bir çarpanı değildir?

Çözüm

Önce $x^3 - 81x$ cebirsel ifadesini, x ortak çarpan parantezine alarak çarpanlara ayıralım.

$$x^3 \rightarrow x \cdot x^2$$

$$81x \rightarrow x \cdot 81$$

$$x^3 - 81x = x \cdot x^2 - x \cdot 81 = x(x^2 - 81)$$

Sonra $x^2 - 81$ cebirsel ifadesini, iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$$x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x - 9) \cdot (x + 9)$$

Son olarak $x^3 - 81x$ cebirsel ifadesinin çarpanlarını yazalım.

$$x^3 - 81x = x \cdot (x^2 - 81) = x \cdot (x - 9) \cdot (x + 9)$$

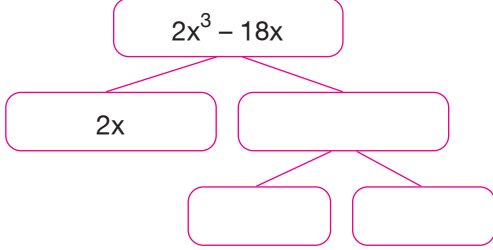
$x^3 - 81x$ cebirsel ifadesinin çarpanları x, $(x - 9)$ ve $(x + 9)$ 'dur.

Bu durumda Burcu'nun belirttiği ifade olan $(x - 81)$, $x^3 - 81x$ cebirsel ifadesinin bir çarpanı değildir.

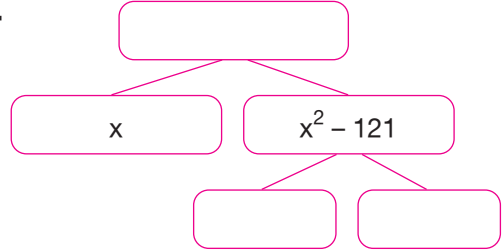
Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen şemalardaki boş kutucuklara uygun cebirsel ifadeleri yazınız.

a.



b.



2.

$$401^2 - 199^2 = a \cdot b$$

Kutucukta, iki kare farkı özdeşliğinden yararlanılarak bir çarpanlara ayırma işlemi verilmiştir. Buna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

3. Aşağıda çarpanlara ayrılan ifadelerde $\square$ yerine uygun sayıları yazınız.

a. $x^2 + \square \cdot x + 9 = (x + 3)^2$

b. $4x^2 - 20x + \square = (2x - 5)^2$

c. $x^2 - \square \cdot x + 256 = (x - 16)^2$

ç. $\square \cdot x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$

4.

$$x^3 - 36x$$

$$x^3 - 12x^2 + 36x$$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen cebirsel ifadelerin ortak çarpanlarını bulunuz.

5. Aşağıdakilerden hangisi, $x^3 - 64x$ ifadesinin bir çarpanı değildir?

A. x

B. $x - 8$

C. $x + 8$

D. $x + 16$

6. $x^2 + 2x + 1$ cebirsel ifadesini modelleyerek çarpanlara ayırınız.

7. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırınız.

a. $2x^2 + 4x$

b. $7x^2 - 700$

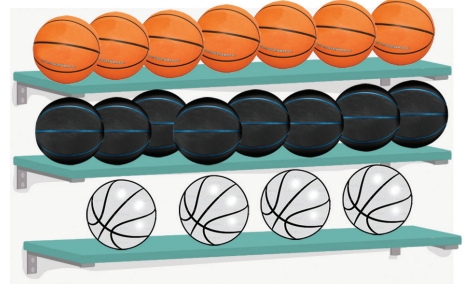
c. $x^3 - 144x$

ç. $16a^2 + 16a + 4$

d. $x^2 - 6x + 9$

e. $x^2 + 22x + 121$

1. Spor malzemeleri satan bir mağazanın raflarında aynı büyüklükte 7 turuncu, 8 siyah ve 4 beyaz basketbol topu vardır. Raflardan rastgele bir basketbol topu seçilme deneyine ait olası durumları belirleyiniz.



2. Kerem Öğretmen 1'den 10'a (1 ve 10 dâhil) kadar numaralandırdığı kâğıtları bir torbaya atıyor ve öğrencisi Seda'dan torbadan rastgele bir kâğıt çekmesini istiyor. Seda'nın torbadan rastgele çektiği kâğıttaki sayının; tek sayı olma olasılığı, çift sayı olma olasılığı, asal sayı olma olasılığı ve 2'den büyük bir sayı olma olasılığını "daha fazla", "eşit" ve "daha az" ifadelerini kullanarak karşılaştırınız.



3. Mehmet Bey'in, giyeceği takım elbiseye uygun aynı büyüklükte 3 kırmızı, 3 siyah, 3 mavi ve 3 yeşil kravatı vardır. Mehmet Bey'in kravatlarının arasından rastgele seçeceği bir kravatın siyah olma olasılığı kaçtır?

4. Ceren, projesini hangi dersten alacağına karar veremedi. Bunun için proje almak istediği derslerin isimlerini eş kâğıtlara yandaki gibi yazdı.

Kâğıtları bir kutuya koyan Ceren'in kutudan rastgele seçeceği bir kâğıtta yazılı dersin baş harfinin;

- M olma,
- F olmama,
- T olma,
- S olmama,
- K olma,
- Sessiz harf olma,
- T olmama olasılığını bulunuz.

Mate- matik	Fen Bilimleri	Sosyal Bilgiler
Müzik	Teknoloji Tasarım	Türkçe

5. Kesin olayın ve imkânsız olayın olma olasılığı kaçtır?

6. 45 kişinin bulunduğu bir otobüsteki yolcuların sayıları ve doğduğu yerler yandaki tabloda belirtilmiştir. Buna göre otobüsten rastgele seçilen bir kişinin;

- a. Türkiye’de doğmuş olma,
- b. Erzurum’da doğmuş olma,
- c. Şanlıurfa’da doğmuş olma,
- ç. Adana’da doğmamış olma,
- d. Ankara’da doğmuş olma,
- e. Doğduğu yerin baş harfinin A olma,
- f. Bursa’da doğmuş olma olasılığını bulunuz.

Tablo: Otobüsteki Yolcular

Doğduğu Yer	Kişi Sayısı
Ankara	8
Kocaeli	3
Rize	5
Adana	7
Erzurum	7
Mardin	5
Gümüşhane	5
Aydın	5

7.

Cebirsel İfade

$12x^2y^2$
$18xy$
$12x^2y$
$18x^2y$
$12xy^2$

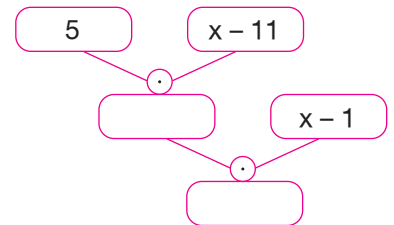
Farklı Biçimde Yazılışı

$4x \cdot 3y^2$
$(-9x) \cdot (-2xy)$
$6x^2 \cdot 2y^2$
$6x \cdot 3y$

Yukarıdaki cebirsel ifadeler ile cebirsel ifadelerin farklı biçimde yazılışları eşleştirildiğinde hangi cebirsel ifade açıkta kalır?

8. Bir şehirde 1 m^2 'ye 10 m^3 yağmur düşmektedir. Buna göre, $(5a^2 + 4b) \text{ m}^2$ 'ye düşen yağmur miktarını m^3 biriminde belirleyiniz. Yağmur miktarını belirten cebirsel ifadedeki terim, katsayı ve değişkenleri belirtiniz. Cebirsel ifadenin her bir terimini üç farklı biçimde yazınız.

9. Şemada belirtilen çarpma işlemlerini yaparak boş kutucuklara uygun cebirsel ifadeleri yazınız.



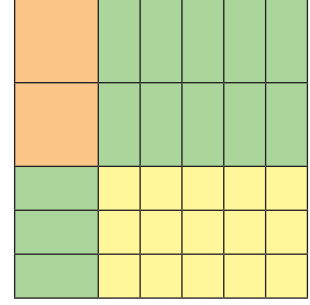
10. Çevre uzunluğu $(4x + 16)$ br olan bir karenin alanını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.
11. Bir hayvanat bahçesindeki timsah her gün $(a + 7)$ kg et yiyor. Buna göre timsahın $(3a - 5)$ günde yiyeceği et miktarını kg biriminde belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

12. Yanda cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemini yazınız.

$$\begin{array}{c} x \\ \text{---} \\ \boxed{\text{---}} \\ x \end{array} \rightarrow x^2$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \text{---} \\ \boxed{\text{---}} \\ x \end{array} \rightarrow x$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \text{---} \\ \boxed{\text{---}} \\ 1 \end{array} \rightarrow +1$$



13. Aşağıdaki cebirsel ifadelerle çarpma işlemlerini yaparak çarpımları noktalı yerlere yazınız.

a. $(3a - 7) \cdot (a + 3) = \dots\dots\dots$ b. $(2x - 1) \cdot (2x + 1) = \dots\dots\dots$ c. $5a(3a - 5) = \dots\dots\dots$

ç. $(5y + 1) \cdot (1 + 5y) = \dots\dots\dots$ d. $(3y + 1) \cdot (2y - 1) = \dots\dots\dots$ e. $4c(8 - c) = \dots\dots\dots$

f. $(x - 4) \cdot (4 + x) = \dots\dots\dots$ g. $(c + 2) \cdot (c - 6) = \dots\dots\dots$ ğ. $2d(2d + 4) = \dots\dots\dots$

14. Yandaki tabloda cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri belirtilmiştir. İşlemleri yaparak çarpımları tablodaki renkli bölgelere yazınız.

Tablo: Çarpma işlemleri

İşlem	Çarpım
$(2a - 5) \cdot (a + 4)$	
$(a - 8) \cdot (a + 2)$	
$(3x - 7) \cdot (7 - x)$	
$(x - 5) \cdot (x - 3)$	
$(y + 2) \cdot (2y - 1)$	

15. Aşağıdaki eşitliklerden özdeşlik olanların başındaki kutucuğa "Ö", denklem olanların başındaki kutucuğa "D" yazınız.

☐ $x \cdot (x + 5) = x^2 + 5 \cdot (x - 2)$

☐ $3x \cdot (x + 5) = 3x^2 + 6x$

☐ $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

☐ $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

☐ $2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + 7$

☐ $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

☐ $(9 - 4x)^2 = (3 - 2x) \cdot (3 + 2x)$

☐ $x + 4 = 3 \cdot (x - 1)$

☐ $5x - 8 = 3x + 2$

☐ $x^2 - 25 = (x - 5) \cdot (x + 5)$

16. Aşağıda cebir karoları ile modellenen özdeşlikleri yazınız.

$$\begin{array}{c} x \\ \text{---} \\ \boxed{\text{---}} \\ x \end{array} \rightarrow x^2$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \text{---} \\ \boxed{\text{---}} \\ x \end{array} \rightarrow x$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ \text{---} \\ \boxed{\text{---}} \\ 1 \end{array} \rightarrow +1$$

a. $\begin{array}{c} x & 1 & 1 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ x & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \end{array}$

b. $\begin{array}{c} x & 1 \\ \text{---} & \text{---} \\ x & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} \end{array}$

c. $\begin{array}{c} x & 1 & 1 & 1 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ x & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \end{array}$

ç. $\begin{array}{c} x & x & 1 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ x & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ x & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \\ 1 & \boxed{\text{---}} & \boxed{\text{---}} \end{array}$

17. Aşağıdaki eşitliklerin özdeşlik olabilmesi için $\square$ yerine uygun sayıları yazınız.

a. $(2x - 4)^2 = 4x^2 - \square x + 16$

b. $73^2 - \square^2 = (73 - 72) \cdot (73 + 72)$

c. $(5 + 2x)^2 = 25 + 20x + \square x^2$

ç. $(a + 8)^2 = a^2 + 16a + \square$

18. Aşağıdaki eşitliklerin özdeşlik olabilmesi için noktalı yerlere uygun cebirsel ifadeleri yazınız.

a. $(2x - 1)^2 = \dots\dots\dots$

b. $25x^2 - 9y^2 = \dots\dots\dots$

c. $(x + 5)^2 = \dots\dots\dots$

ç. $3x^2 - 27 = \dots\dots\dots$

d. $(5x + 2)^2 = \dots\dots\dots$

e. $(3x - 4) \cdot (3x + 4) = \dots\dots\dots$

19.

$$\triangle x^2 - 14x + 49 = (x - 7) \cdot (x - 7)$$

Yukarıdaki eşitliğin özdeşlik olabilmesi için $\triangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

A. - 7

B. - 1

C. 1

D. 7

20. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırarak noktalı yerlere uygun çarpımları yazınız.

a. $20a + 15 = \dots\dots\dots$

b. $16 - 32y = \dots\dots\dots$

c. $121x^2 - 100 = \dots\dots\dots$

ç. $3x^2 - 9x = \dots\dots\dots$

d. $10x - 5y = \dots\dots\dots$

e. $25a^2 - 81b^2 = \dots\dots\dots$

21. Aşağıdaki çarpanlara ayırma işlemlerine göre $\square$ yerine uygun sayıları yazınız.

a. $x^2 + \square x + 4 = (x + 2)^2$

b. $9x^2 + \square x + 4 = (3x + 2)^2$

c. $16x^2 + 8x + \square = (4x + 1)^2$

ç. $\square x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

d. $9x^2 - \square x + 1 = (3x - 1)^2$

e. $4x^2 + 12x + \square = (2x + 3)^2$

22. $x + y = 5$ ve $x \cdot y = 10$ ise $x^2 + y^2$ cebirsel ifadesinin değeri kaçtır?

23. Alanları içlerine yazılan aşağıdaki dikdörtgenlerin verilmeyen kenar uzunluklarını noktalı yerlere yazınız.

a. $A = (x^2 - 36) \text{ br}^2$ $(x - 6) \text{ br}$
..... br

b. $A = (9a^2 - 4) \text{ br}^2$ $(3a - 2) \text{ br}$
..... br

c. $A = (y^2 - 9) \text{ br}^2$ $(y - 3) \text{ br}$
..... br

4. ÜNİTE



CEBİR

KONULAR

DOĞRUSAL DENKLEMLER

- ➔ Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler
- ➔ Koordinat Sistemi
- ➔ Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan Değişkenler
- ➔ Doğrusal Denklemlerin Grafikleri
- ➔ Doğrusal İlişki İçeren Durumlar
- ➔ Eğim

EŞİTSİZLİKLER

- ➔ Eşitsizlikler

Terimler ve Semboller

- bağımlı değişken
- bağımsız değişken
- doğrusal denklem
- eğim
- büyük veya eşit
- küçük veya eşit
- eşitsizlik
- $\geq$
- $\leq$



Ülkemizde 1966 yılında dağcılıkla ilgili “Türkiye Dağcılık Federasyonu” kurulduktan sonra dağcılık sporuna ilgi artmıştır. 1977 yılında Dünya Dağcılar Birliğine (UIAA) üye olunmuştur. Bu tarihlerden sonra üniversiteler de dağcılık sporuyla ilgilenmeye başlamışlardır. Türkiye’de hemen her mevsim tırmanmaya elverişli dağlar bulunmaktadır. Bu spor, ülkemizde genellikle üniversite gençleri tarafından yapılmaktadır. Yurdumuzda yeni yeni tanınan dağcılık sporu gün geçtikçe gelişmektedir.

Dağcılık sporu yapılırken nelere dikkat edilmelidir? Dağcılık sporunda tepeye; yorulmak için eğimi azaltacak şekilde "S" çizerek çıkılmalıdır. Eğimi fazla olan yerlerden inerken ağırlıklar ayak topuklarına verilmelidir. Çok yorulmamaya ve terlememeye dikkat edilmeli, az su içilmelidir. Eğimi fazla olan kayalara tırmanırken kayalara iyi basılmalı ve sağlam tutunulmalıdır. Dağcı, gücünü ve iradesini zamanında ve yerinde kullanmalıdır. Çıkışlarda az mola vermelidir. Yuvarlanacak kaya ve çıkış tehlikesini daima göz önünde bulundurmalıdır.

Dağa tırmanmanın da güçlük dereceleri vardır. Hafif eğimli, eğimli ve çok fazla eğimli yerler vardır. Dağcılar tırmanırken tırmanılan yerin güçlük derecesine göre malzemelerini temin ederler.

www.tdf.gov.tr adresinden düzenlenmiştir.

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Babama, annemin yaşını sorduğumda bana, benim yaşımın 6 katının 2 fazlasının yarısı olduğunu söyledi. Ben 11 yaşıyordum. Ama annemin yaşını bulamadım. Sizce nasıl bulabilirim?



Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kağıdı.

- Yandaki gibi bir tablo oluşturalım.
- Tablonun 1. sütunundaki noktalı yere, bilinmeyenli katsayısı rasyonel sayı olan bir cebirsel ifade yazalım.
- Tablonun diğer sütunundaki noktalı yere, aynı bilinmeyenle oluşturacağımız ve içinde rasyonel sayı bulunan başka bir cebirsel ifade yazalım.
- ➔ Tabloda oluşturduğunuz denklemin matematik cümlesini yazınız.
- ➔ Cebirsel ifadelerin eşitliği ile elde edilen denklemin çözümünde nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.
- ➔ Birinci dereceden bir bilinmeyenli rasyonel katsayılı denklemlerin çözümünde kullanılabilecek yöntemleri arkadaşlarınızla tartışınız.

Tablo: Denklem

1. Cebirsel İfade	=	2. Cebirsel İfade
.....	=	

Örnek

$3x + 9 = 21$ ve $-2(x + 4) = 20$ denklemlerini çözerek denklemlerdeki bilinmeyenlerin değerlerini bulunuz.

Çözüm

- $3x + 9 = 21$
 $3x + 9 - 9 = 21 - 9$ (Eşitliğin her iki tarafından 9 sayısını çıkaralım.)
 $3x = 12$
 $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ (Eşitliğin her iki tarafını x'in katsayısı olan 3'e bölelim.)
 $x = 4$
- $-2(x + 4) = 20$ (-2 ile x ve $+4$ 'ü ayrı ayrı çarpalım.)
 $-2x - 8 = 20$
 $-2x - 8 + 8 = 20 + 8$ (Eşitliğin her iki tarafına 8 sayısını ekleyelim.)
 $-2x = 28$
 $\frac{-2x}{-2} = \frac{28}{-2}$ (Eşitliğin her iki tarafını -2 'ye bölelim.)
 $x = -14$

Bir denklemde verilen değişkenin değerini bulmaya **denklem çözme** adı verilir.

Örnek

$\frac{3x - 5}{7} = 7$ denklemini çözerek denklemdeki bilinmeyenin değerini bulunuz.

Çözüm

$$\frac{3x - 5}{7} = 7$$

$$7 \cdot \frac{3x - 5}{7} = 7 \cdot 7 \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafını 7 ile çarpalım.})$$

$$3x - 5 = 49$$

$$3x - 5 + 5 = 49 + 5 \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.})$$

$$3x = 54$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{54}{3} \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.})$$

$$x = 18$$

Örnek

$x - \frac{5x}{6} = \frac{x}{3} - 4$ denklemini çözerek denklemdeki bilinmeyenin değerini bulunuz.

Çözüm

$$x - \frac{5x}{6} = \frac{x}{3} - 4$$

$$\frac{x}{6} - \frac{5x}{6} - \frac{x}{3} = -4 \quad (\text{Bilinmeyenleri eşitliğin sol tarafına alalım ve eşitliğin sol tarafındaki paydaları 6'da eşitleyelim.})$$

$$\frac{6x}{6} - \frac{5x}{6} - \frac{2x}{6} = -4$$

$$\frac{6x - 5x - 2x}{6} = -4 \quad (\text{Benzer terimlerle işlem yapalım.})$$

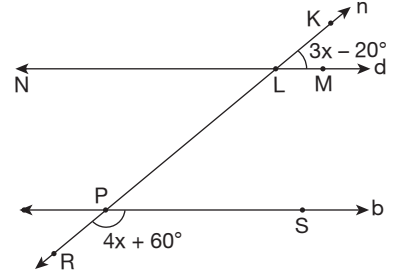
$$\frac{-x}{6} = \frac{-4}{1} \quad (\text{İçler, dışlar çarpımı yapalım.})$$

$$\frac{-x}{-1} = \frac{-4 \cdot 6}{-1} \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafını -1'e bölelim.})$$

$$x = 24$$

Örnek

Yandaki şekilde $d \parallel b$, $m(\widehat{KLM}) = 3x - 20^\circ$ ve $m(\widehat{RPS}) = 4x + 60^\circ$ ise x kaç derecedir?



Çözüm

d ile b doğruları paralel olduğundan

$m(\widehat{PLM}) = m(\widehat{RPS}) = 4x + 60^\circ$ olur. $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{PLM}$ bütünler açı olduğundan $m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{RPS}) = 180^\circ$ dir.

$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{PLM}) = 180^\circ$$

$$3x - 20^\circ + 4x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$7x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$7x + 40 - 40 = 180 - 40 \rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{140}{7} \rightarrow x = 20^\circ$$

Örnek



$$\frac{x}{5}$$



$$\frac{x}{10}$$



$$\frac{x}{2}$$

Öğrencilerin söylediği cebirsel ifadelerin toplamı 16 olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm

Öğrencilerin belirttiği ifadelerin toplamını 16'ya eşitleyelim ve elde edeceğimiz denklemi çözelim.

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{10} + \frac{x}{2} = 16 \rightarrow \frac{2x}{10} + \frac{x}{10} + \frac{5x}{10} = 16$$

$$10 \cdot \frac{2x + x + 5x}{10} = 16 \cdot 10$$

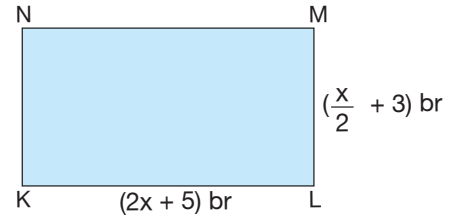
$$8x = 16 \cdot 10$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{160}{8}$$

$$x = \frac{160}{8} = 20$$

Örnek

Yandaki KLMN dikdörtgeninin çevre uzunluğu 36 br ise alanı kaç br^2 dir?



Çözüm

Dikdörtgenin çevre uzunluğu, birer uzun ile kısa kenar uzunluğunun toplamının 2 katına eşittir.

$$\text{Çevre uzunluğu} = 2 \cdot (2x + 5 + \frac{x}{2} + 3) \rightarrow 36 = 2 \cdot (2x + \frac{x}{2} + 8)$$

$$36 = 2 \cdot 2x + 2 \cdot \frac{x}{2} + 2 \cdot 8$$

$$36 = 4x + x + 16$$

$$36 = 5x + 16$$

$$36 - 16 = 5x + 16 - 16$$

$$20 = 5x \rightarrow \frac{20}{5} = \frac{5x}{5} \rightarrow 4 = x$$

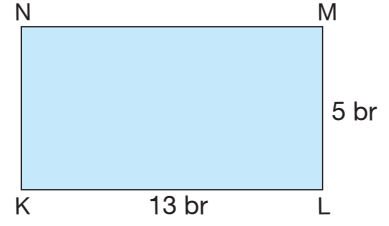
KLMN dikdörtgenin uzun ve kısa kenar uzunluklarını, x yerine 4 yazarak bulalım.

$$\text{Kısa kenar uzunluğu: } \left(\frac{x}{2} + 3\right) \text{ br} \rightarrow \frac{4}{2} + 3 = 2 + 3 = 5 \text{ br}$$

$$\text{Uzun kenar uzunluğu: } (2x + 5) \text{ br} \rightarrow 2 \cdot 4 + 5 = 8 + 5 = 13 \text{ br}$$

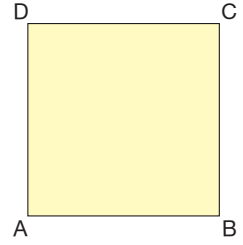
Dikdörtgenin alanı, birer uzun ve kısa kenar uzunluğunun çarpımına eşittir.

$$\text{Alan} = 13 \cdot 5 = 65 \text{ br}^2$$



Örnek

Yandaki ABCD karesinin çevre uzunluğu $(x + 7)$ br'dir. Karenin bir kenar uzunluğu 8 br ise x kaçtır?



Çözüm

ABCD karesinin çevre uzunluğu $(x + 7)$ br ise bir kenar uzunluğu $\left(\frac{x+7}{4}\right)$ br'dir. Öyleyse $\left(\frac{x+7}{4}\right)$ cebirsel ifadesini 8'e eşitleyerek x değerini bulalım.

$$\frac{x+7}{4} = 8 \rightarrow \cancel{4} \cdot \frac{x+7}{\cancel{4}} = 8 \cdot 4$$

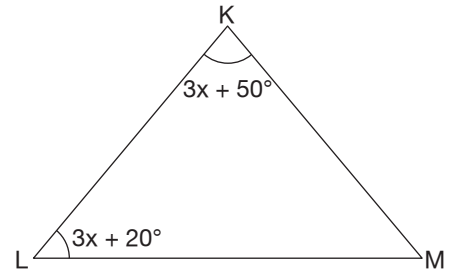
$$x + 7 = 32$$

$$x + 7 - 7 = 32 - 7$$

$$x = 25$$

Örnek

LKM ikizkenar üçgeninde $IKLI = IKMI$, $m(\widehat{K}) = 3x + 50^\circ$ ve $m(\widehat{L}) = 3x + 20^\circ$ ise x kaç derecedir?



Çözüm

LKM ikizkenar üçgeninde $IKLI = IKMI$ ise $m(\widehat{M}) = m(\widehat{L}) = 3x + 20^\circ$ olur. Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamını 180° 'ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{K}) + m(\widehat{L}) + m(\widehat{M}) = 180^\circ$$

$$3x + 50^\circ + 3x + 20^\circ + 3x + 20^\circ = 180^\circ$$

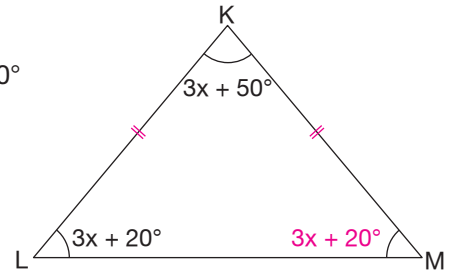
$$9x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$9x + 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$$

$$9x = 90^\circ$$

$$\cancel{9}x = \frac{90^\circ}{\cancel{9}}$$

$$x = 10^\circ$$



Örnek

Bir sayının çeyreği ile $\frac{2}{3}$ 'ünün toplamı, sayının 8 eksiğine eşit oluyor. Buna göre sayı kaçtır?

Çözüm

Sayı x olsun.

Sayının çeyreği $\frac{x}{4}$ ve sayının $\frac{2}{3}$ 'ü $\frac{2x}{3}$ olur.

Sayının 8 eksiği $x - 8$ 'dir.

Sayının çeyreği ile $\frac{2}{3}$ 'ünün toplamını, sayının 8 eksiğine eşitleyelim ve elde ettiğimiz denklemi çözerek x değerini bulalım.

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} + \frac{2x}{3} &= x - 8 \\ \frac{x}{4} + \frac{2x}{3} &= \frac{x}{1} - \frac{8}{1} \\ (3) \quad (4) \quad (12) \quad (12) \\ \frac{3x}{12} + \frac{8x}{12} &= \frac{12x}{12} - \frac{96}{12} \rightarrow \frac{3x + 8x}{12} = \frac{12x - 96}{12} \\ 11x &= 12x - 96 \\ 96 &= x\end{aligned}$$

96 sayısının çeyreği ile $\frac{2}{3}$ 'ünün toplamı, 96 sayısının 8 eksiğine eşittir.

Örnek

Emel'in çözdüğü soru sayısının, Haluk'un çözdüğü soru sayısına oranı $\frac{3}{8}$ 'dir. Haluk, Emel'den 15 soru daha fazla çözdüğüne göre Emel kaç soru çözmüştür?

Çözüm

$\frac{\text{Emel'in çözdüğü soru sayısı}}{\text{Haluk'un çözdüğü soru sayısı}} = \frac{3}{8}$ olarak verilmiş. Haluk'un x adet soru çözdüğünü düşünelim.

$$\frac{\text{Emel'in çözdüğü soru sayısı}}{x} = \frac{3}{8} \rightarrow \text{Emel'in çözdüğü soru sayısı} = \frac{3x}{8} \text{ olur.}$$

Emel'den 15 soru daha fazla çözdüğüne göre Haluk, $\left(\frac{3x}{8} + 15\right)$ adet soru çözmüştür. O hâlde $\left(\frac{3x}{8} + 15\right)$ ifadesini x'e eşitleyelim.

$$x = \frac{3x}{8} + 15 \rightarrow x - \frac{3x}{8} = 15$$

$$\frac{8x}{8} - \frac{3x}{8} = 15$$

$$\frac{5x}{8} = 15$$

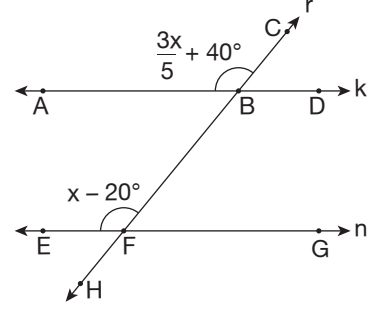
$$\frac{5x}{8} \cdot \frac{8}{5} = 15 \cdot \frac{8}{5}$$

$$x = 3 \cdot 8 = 24$$

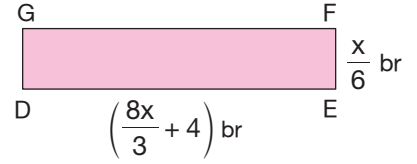
Haluk 24 soru çözdüğüne göre Emel; $\frac{3 \cdot 24}{8} = 9$ soru çözmüştür.

Alıştırmalar

1. Yandaki şekilde $k//n$, $m(\widehat{ABC}) = \frac{3x}{5} + 40^\circ$ ve $m(\widehat{EFB}) = x - 20^\circ$ ise x kaç derecedir?



2. Yandaki DEFG dikdörtgeninin çevre uzunluğu 25 br'dir. Buna göre, dikdörtgenin alanı kaç br^2 'dir?



3. Aşağıdaki denklemleri çözerek denklemlerdeki x değerlerini bulunuz.

a. $\frac{4x-5}{3} = 9$

b. $x - \frac{3x}{5} = 16$

c. $3(x+4) = \frac{x}{4} - 10$

ç. $\frac{2x}{5} - \frac{3x}{2} = \frac{1}{10}$

d. $\frac{3x}{5} - \frac{2x}{3} = -1$

e. $\frac{3}{2} = \frac{x+1}{4}$

4. Yandaki tabloda belirtilen denklemleri çözerek bulduğunuz x değerlerini tablodaki renkli bölgelere yazınız.

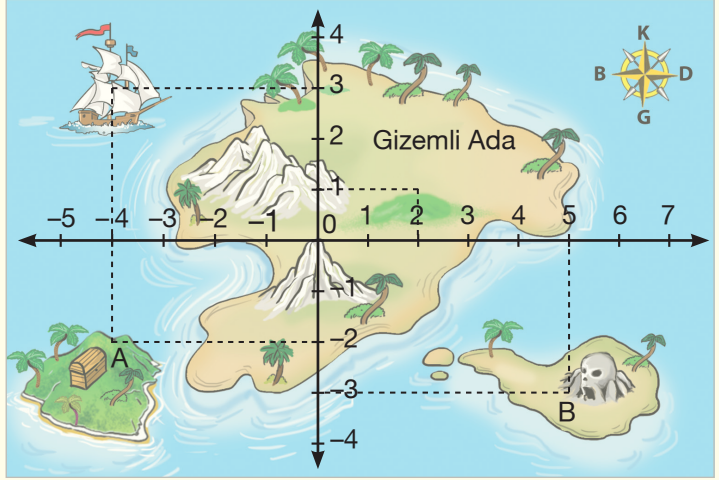
Tablo: Denklemler

Denklem	x Değeri
$x - \frac{x}{3} = 4$	
$\frac{x}{3} - \frac{x-1}{6} = 1$	
$2x+1 = \frac{x-4}{2}$	
$\frac{x+1}{3} - 5 = \frac{3x}{2}$	

5. Hangi sayının çeyreğinin 25 fazlası, o sayının $\frac{2}{3}$ 'üne eşittir?
6. Bir sınıftaki öğrencilerin sayısının $\frac{1}{3}$ 'ü ile çeyreği arasındaki fark 2 olduğuna göre sınıfta kaç öğrenci vardır?

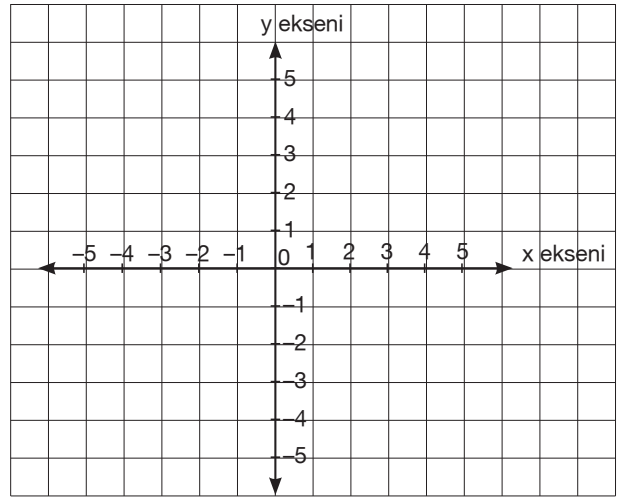
Koordinat Sistemi

Ünlü bir denizci olan Murat Reis, denizcilikten kazandığı ganimetleri Gizemli Ada'ya ve çevresindeki diğer adalara saklamış, bu hazinelerin yerini gösteren yandaki haritayı çizmişti. Oğluna, haritadaki işaretlerin, hazinelerin bulunduğu yerler olduğunu söyledi. Murat Reis'in ölümünden sonra oğlu Turgut Reis, yanda koordinatları belirtilen gemisindeki adamları ile babasının sakladığı hazineleri bulmak istemişti. Haritada hazinelerin bulunduğu yerler A ve B noktalarıyla işaretlendiğine göre, Turgut Reis ve adamları, hazinelere ulaşmak için hangi yönlerde kaçır birim gitmelidirler?



Biri dikey ve diğeri yatay olmak üzere iki sayı doğrusunun 0 (sıfır) noktasında dik kesişmesiyle elde edilen sisteme **koordinat sistemi** adı verilir. Koordinat sistemindeki yatay eksene **x ekseni**, dikey eksene **y ekseni** adı verilir. Koordinat sistemindeki her bir nokta, bir **sıralı ikili** belirtir. Sıralı ikililer (x, y) şeklinde gösterilir. Her bir sıralı ikilideki 1. bileşene x, 2. bileşene y adı verilir. Sıralı ikililer, harflerle " $A(x, y)$ " şeklinde isimlendirilebilir.

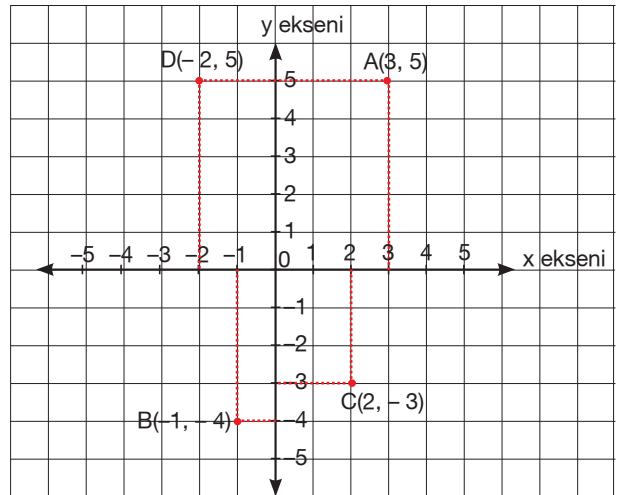
$O(0, 0)$ noktasına **orijin** adı verilir.



$(3, 5)$, $(-1, -4)$, $(2, -3)$ ve $(-2, 5)$ sıralı ikililerini koordinat sisteminde gösterelim ve isimlendirelim.

- $(3, 5)$ sıralı ikilisinde x koordinatı 3, y koordinatı 5'tir. Bu durumda $x = 3$ noktasından y eksenine ve $y = 5$ noktasından x eksenine paralel çizilen çizgilerin kesişim noktası $(3, 5)$ sıralı ikilisini belirtir. Sıralı ikili, $A(3, 5)$ olarak isimlendirilebilir.

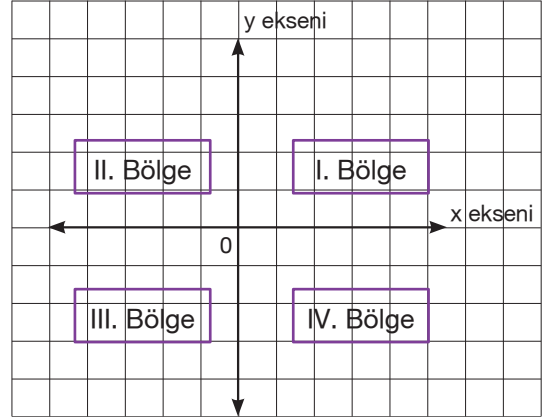
- $(-1, -4)$ sıralı ikilisinde x koordinatı -1, y koordinatı -4'tür. Bu durumda $x = -1$ noktasından y eksenine ve $y = -4$ noktasından x eksenine paralel çizilen çizgilerin kesişim noktası $(-1, -4)$ sıralı ikilisini belirtir. Sıralı ikili, $B(-1, -4)$ olarak isimlendirilebilir.



• $(2, -3)$ sıralı ikilisinde apsis 2, ordinat -3 'tür. Bu durumda $x = 2$ noktasından y eksenine ve $y = -3$ noktasından x eksenine paralel çizilen çizgilerin kesişim noktası $(2, -3)$ sıralı ikilisini belirtir. Sıralı ikili, $C(2, -3)$ olarak isimlendirilebilir.

• $(-2, 5)$ sıralı ikilisinde apsis -2 , ordinat 5 'tir. Bu durumda $x = -2$ noktasından y eksenine ve $y = 5$ noktasından x eksenine paralel çizilen çizgilerin kesişim noktası $(-2, 5)$ sıralı ikilisini belirtir. Sıralı ikili, $D(-2, 5)$ olarak isimlendirilebilir.

Yandaki koordinat sisteminde belirtildiği gibi x ve y eksenleri, koordinat sistemini dört ayrı bölgeye ayırır. $(x, 0)$ biçimindeki yani ordinatı 0 olan sıralı ikililer x ekseninin üzerindedir. Aynı şekilde $(0, y)$ biçimindeki yani apsisi 0 olan sıralı ikililer de y ekseninin üzerindedir.



Örnek

$K(3, 1)$, $L(0, -2)$, $M(-1, 4)$, $N(-3, -5)$, $P(4, 0)$ ve $R(5, -3)$ sıralı ikililerini koordinat sisteminde gösteriniz ve bulundukları yerleri belirtiniz.

Çözüm

$K(3, 1)$, $L(0, -2)$, $M(-1, 4)$, $N(-3, -5)$, $P(4, 0)$ ve $R(5, -3)$

sıralı ikilileri koordinat sisteminde yandaki gibi gösterilir.

Koordinat sistemine göre;

$K(3, 1)$ sıralı ikilisi I. bölgede,

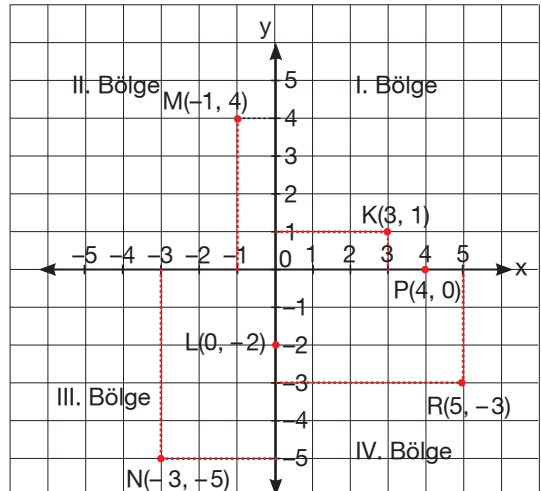
$M(-1, 4)$ sıralı ikilisi II. bölgede,

$N(-3, -5)$ sıralı ikilisi III. bölgede,

$R(5, -3)$ sıralı ikilisi IV. bölgede,

$L(0, -2)$ sıralı ikilisi y ekseninin üzerinde,

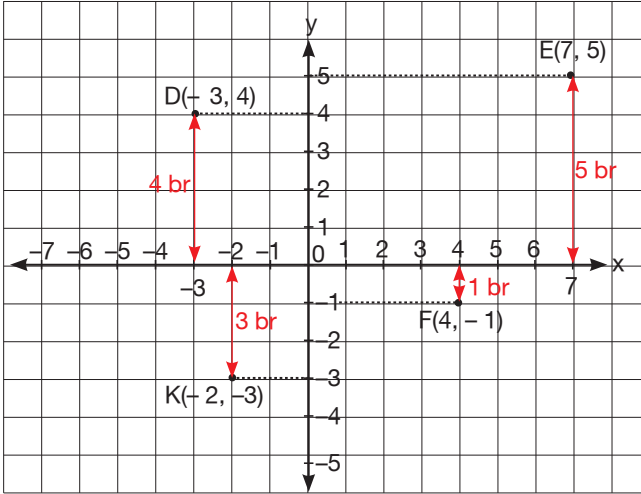
$P(4, 0)$ sıralı ikilisi x ekseninin üzerindedir.



Örnek

D (− 3, 4), E(7, 5), F(4, − 1) ve K(− 2, − 3) sıralı ikililerinden hangisi, x eksenine diğerlerinden daha yakındır?

Çözüm



D(− 3, 4), E(7, 5), F(4, − 1) ve K(− 2, − 3) sıralı ikilileri, koordinat sisteminde yandaki gibi gösterilmiştir. Koordinat sistemine göre verilen sıralı ikililerden x eksenine en yakın olanı F(4, − 1)'dir.

Örnek

(a + 4, 2a + 1) sıralı ikilisinin y koordinatı, x koordinatının 3 katı ise a kaçtır?

Çözüm

Sıralı ikilinin y koordinatı, x koordinatının 3 katı olduğuna göre (a + 4) ifadesini 3 ile çarparak (2a + 1) ifadesine eşitlemeliyiz.

$$3 \cdot (a + 4) = 2a + 1$$

$$3a + 12 = 2a + 1$$

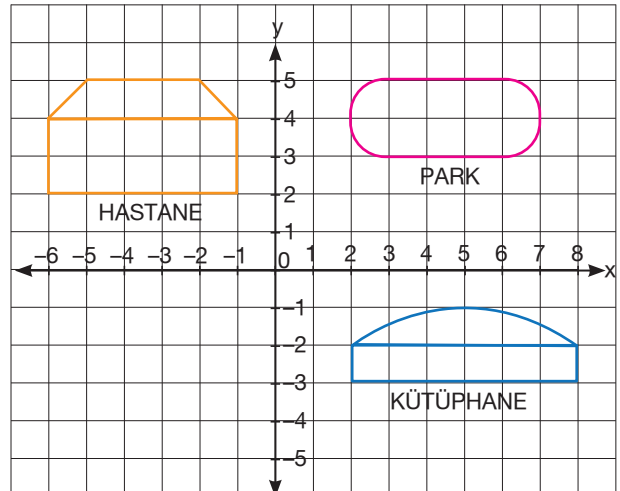
$$3a - 2a = +1 - 12$$

$$a = -11$$

Örnek

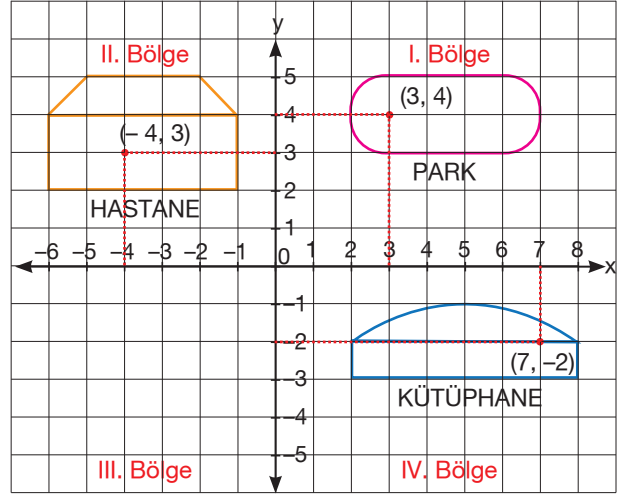
Yandaki kareli kâğıda çizilen koordinat sisteminde bir mahalledeki bazı yerlerin koordinatları verilmiştir. Çizilen koordinat sistemine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Konumu (− 4, 3) sıralı ikilisi ile belirtilen Nermin Hanım nerededir?
- Konumu (7, − 2) sıralı ikilisi ile belirtilen Suna Hanım nerededir?
- Konumu (3, 4) sıralı ikilisi ile belirtilen Mert Bey nerededir?
- Kütüphane, hastane ve park, koordinat sisteminin kaçınıcı bölgelerine çizilmiştir?



Çözüm

- Konumu $(-4, 3)$ sıralı ikilisi ile belirtilen Nermin Hanım hastanededir.
- Konumu $(7, -2)$ sıralı ikilisi ile belirtilen Suna Hanım kütüphanededir.
- Konumu $(3, 4)$ sıralı ikilisi ile belirtilen Mert Bey parktır.
- Kütüphane koordinat sisteminin IV. bölgesine, hastane II. bölgesine, park I. bölgesine çizilmiştir.



Alıştırmalar

- | | | | |
|-----------|-------------|-------------|-------------|
| • A(1, 4) | • B(1, -5) | • C(3, 1) | • D(2, -6) |
| • E(2, 0) | • F(-4, 5) | • G(-2, 3) | • H(-8, -2) |
| • I(0, 6) | • J(-2, -1) | • K(-3, -2) | • L(0, 0) |

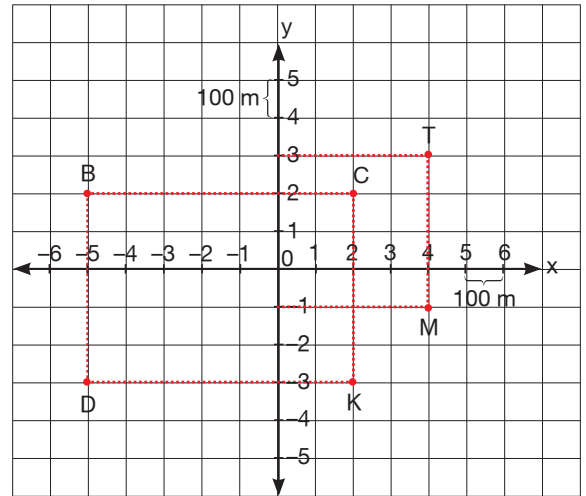
Yukarıdaki sıralı ikilileri koordinat sisteminde gösteriniz.

- | | | | | | | | |
|--------|---------|---------|----------|----------|---------|----------|---------|
| (5, 1) | (-1, 2) | (1, -3) | (-2, -4) | (-2, -7) | (-3, 2) | (-1, -1) | (3, -3) |
|--------|---------|---------|----------|----------|---------|----------|---------|

Kutucuklarda verilen sıralı ikililerin koordinat sisteminin hangi bölgelerinde olduğunu belirleyiniz.

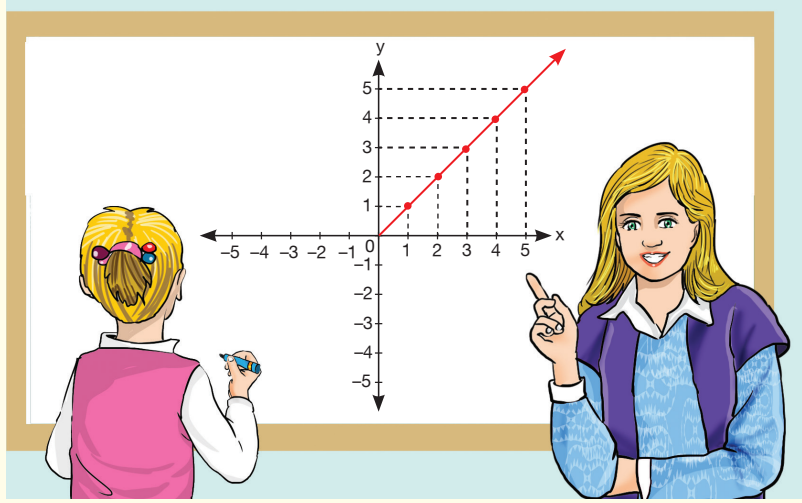
- Yandaki koordinat sisteminde Berrin'in evi B, Cem'in evi C, Meltem'in evi M, Deniz'in evi D, Kemal'in evi K, Tank'ın evi T ile belirtilmiştir. Koordinat sisteminde, eksenlerdeki ardışık iki tam sayının arasındaki mesafe 100 m olduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Berrin'in evi ile Cem'in evi arasındaki mesafe kaç m'dir?
- Kemal, evinden çıkıp önce Deniz'in evine, sonra oradan Berrin'in evine en kısa yoldan gidiyor. Buna göre Kemal toplam kaç m yol gitmiştir?
- Kemal'in evi ile Cem'in evi arasındaki mesafe kaç m'dir?
- Meltem'in evi ile Tank'ın evi arasındaki mesafe kaç m'dir?
- Deniz'in evini belirten nokta, koordinat sisteminin kaçınıcı bölgesindedir?



Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan Değişkenler

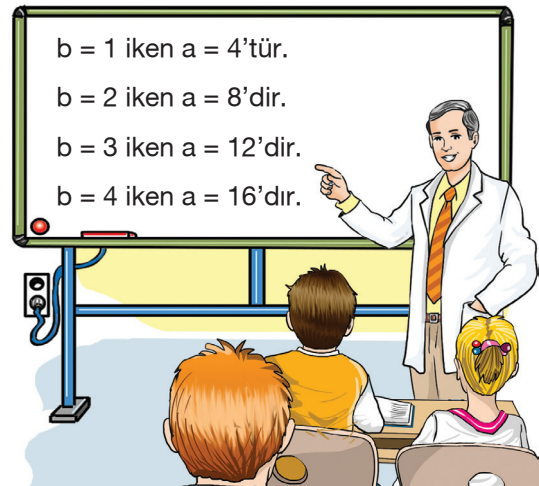
Öğretmeni, tahtaya bir grafik çizerek Melek'ten grafiğin türünü tahmin etmesini istedi. Melek, grafiğin türü hakkında nasıl bir sonuca varabilir? Bunun için grafiğin hangi özelliğini göz önüne almalıdır? Açıklayınız.



Yandaki tahtada, a ve b değişkenleri ile ilgili verilen bilgilere göre, değişkenlerin arasındaki ilişkiyi tablo ile ifade edelim. İlişkiyi belirten denklemi yazalım.

b değişkeninin 10, 20 ve 30 değerlerini aldığı durumlarda a değişkeninin alacağı değerleri bulalım.

Tahtada verilenlere göre a değişkeninin değeri, b değişkeninin değerinin 4 katıdır.



a ile b değişkenlerinin arasındaki ilişkiyi tablo ile ifade edelim.

Tablo: b ile a Arasındaki İlişki

b	1	2	3	4	...	b
a	4	8	12	16	...	$a = 4b$
b ile a Arasındaki İlişki	$4 \cdot 1$	$4 \cdot 2$	$4 \cdot 3$	$4 \cdot 4$	...	$4 \cdot b$

Tabloya göre a ile b değişkenlerinin arasındaki ilişki $a = 4b$ denklemi ile ifade edilir. Buna göre a değişkeninin alacağı değer, bu değişkeninin alacağı değerinin 4 katıdır.

a ile b değişkenlerinin arasındaki ilişkiyi ifade eden denklemden yararlanarak b değişkeninin 10, 20 ve 30 değerlerini aldığı durumlarda a değişkeninin alacağı değerleri bulalım.

$$a = 4b$$

$$b = 10 \text{ iken } a = 4 \cdot 10 = 40 \text{ olur.}$$

$$b = 20 \text{ iken } a = 4 \cdot 20 = 80 \text{ olur.}$$

$$b = 30 \text{ iken } a = 4 \cdot 30 = 120 \text{ olur.}$$

Örnek

Ceyda'nın kumbarasında 120 TL vardı. Ceyda, her gün kumbarasından eşit miktarda para alarak harcadı. Ceyda, geçen gün sayısını x , kumbarasında kalan para miktarını da y değişkeni olarak belirledi. x ile y değişkenlerinin aldığı değerleri aşağıdaki gibi yazdı.

x değişkeni: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

y değişkeni (TL): 20, 17, 14, 11, 108, 105, 102, ...

Ceyda'nın yazdığı değerlere göre;

- x ile y değişkenleri arasındaki ilişkiyi tablo ile ifade ediniz.
- Değişkenlerin arasındaki ilişkiyi ifade eden denklemi yazınız.
- Hangi değişkenin bağımlı, hangisinin bağımsız olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

a. Verilen x ve y değişkenlerinin aldığı değerler incelendiğinde 20'den x 'in 3 katı çıkarılarak y değişkenine ulaşıldığı görülür. Bu durumu tablo ile ifade edelim.

Tablo: x ile y Arasındaki İlişki

x	0	1	2	3	4	5	6	...	x
y	120	117	114	111	108	105	102	...	$y = 120 - 3x$
x ile y Arasındaki İlişki	$120 - 3 \cdot 0$	$120 - 3 \cdot 1$	$120 - 3 \cdot 2$	$120 - 3 \cdot 3$	$120 - 3 \cdot 4$	$120 - 3 \cdot 5$	$120 - 3 \cdot 6$	...	$120 - 3 \cdot x$

b. Tablodan da anlaşılacağı gibi x ile y değişkenleri arasında doğrusal bir ilişki vardır.

x ile y değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi ifade eden denklem $y = 120 - 3x$ olur. Buna göre y değişkeninin alacağı değer, x değişkeninin alacağı değerın 3 katının 120'den çıkarılmasıyla elde edilir.

c. x ile y değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denkleme göre y değişkeninin değeri, x değişkenine verilen değere bağlıdır.

Öyleyse x bağımsız değişken, y ise bağımlı değişkendir.

Örnek

Yandaki tabloda, x ile y değişkenlerinin değerleri ve sıralı ikili şeklinde ifadeleri belirtilmiştir. Buna göre;

a. Tablodaki verileri kullanarak x ile y değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklemi yazınız. Denkleme göre bağımsız değişkeni ve bağımlı değişkeni belirleyiniz.

b. x değişkeninin 8 ve 13 değerlerine karşılık y değişkeninin alacağı değerleri bulunuz.

Tablo: x ile y Değişkenleri

x	y	x ile y Arasındaki İlişki	(x, y)
0	3	$0 + 3$	$(0, 3)$
1	4	$1 + 3$	$(1, 4)$
2	5	$2 + 3$	$(2, 5)$
3	6	$3 + 3$	$(3, 6)$
4	7	$4 + 3$	$(4, 7)$

Çözüm

a. Tabloya göre y değişkeni, x değişkeninin 3 fazlasıdır. Bu durumda x değişkenine 3 eklendiğinde y değişkenine ulaşılır. Öyleyse x ile y değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklem $y = x + 3$ olur. Denkleme göre x bağımsız değişken, y ise bağımlı değişkendir.

b. $y = x + 3$ denkleminde x yerine sırasıyla 8 ve 13 yazarak bu değerlere karşılık y değerlerini bulalım.

x değişkeninin 8 değeri için $y = 8 + 3 = 11$ olur.

x değişkeninin 13 değeri için $y = 13 + 3 = 16$ olur.

Tablo: x ile y Değişkenleri

x	y	x ile y Arasındaki İlişki	(x, y)
0	3	$0 + 3$	(0, 3)
1	4	$1 + 3$	(1, 4)
2	5	$2 + 3$	(2, 5)
3	6	$3 + 3$	(3, 6)
4	7	$4 + 3$	(4, 7)
...	...	...	...
x	$y = x + 3$	$x + 3$	(x, x+3)

Örnek

Yandaki tabloda, x ile y değişkenleri arasındaki doğrusal ilişki ifade edilmiştir. Tabloya göre x ile y arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklemi yazınız.

Çözüm

Tabloya göre,

$$x = -2 \text{ iken } y = -2 \cdot (-2) + 3 = 4 + 3 = 7,$$

$$x = -1 \text{ iken } y = -2 \cdot (-1) + 3 = 2 + 3 = 5,$$

$$x = 0 \text{ iken } y = -2 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3,$$

$$x = 1 \text{ iken } y = -2 \cdot 1 + 3 = -2 + 3 = 1,$$

$$x = 2 \text{ iken } y = -2 \cdot 2 + 3 = -4 + 3 = -1 \text{ 'dir.}$$

Tabloda verilenlere göre, x ile y arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklem $y = -2x + 3$ 'tür.

Tablo: x ile y Değişkenleri

x	y	x ile y Arasındaki İlişki	(x, y)
-2	7	$-2 \cdot (-2) + 3$	(-2, 7)
-1	5	$-2 \cdot (-1) + 3$	(-1, 5)
0	3	$-2 \cdot 0 + 3$	(0, 3)
1	1	$-2 \cdot 1 + 3$	(1, 1)
2	-1	$-2 \cdot 2 + 3$	(2, -1)

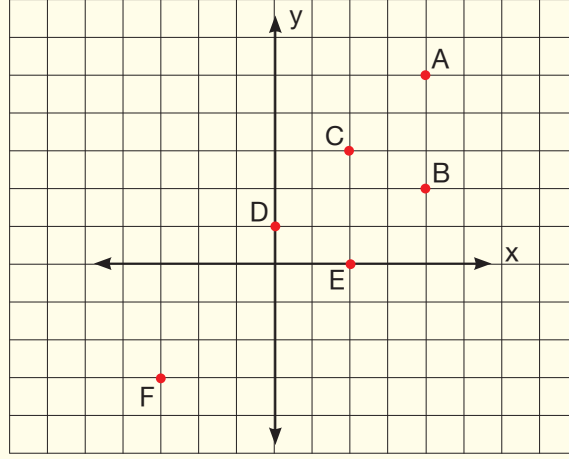
Alıştırmalar

1. Yandaki tabloda, u ile v değişkenlerinin bazı değerleri ve sıralı ikili şeklinde ifadeleri verilmiştir. Tablodaki verileri kullanarak u ile v değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklemi yazınız. Denkleme göre, bağımsız değişkeni ve bağımlı değişkeni belirleyiniz.

Tablo: u ile v Değişkenleri

u	v	u ile v Arasındaki İlişki	(u, v)
0	0	$-3 \cdot 0$	(0, 0)
1	-3	$-3 \cdot 1$	(1, -3)
2	-6	$-3 \cdot 2$	(2, -6)
3	-9	$-3 \cdot 3$	(3, -9)
4	-12	$-3 \cdot 4$	(4, -12)
5	-15	$-3 \cdot 5$	(5, -15)

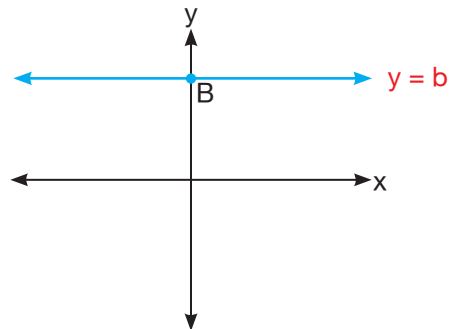
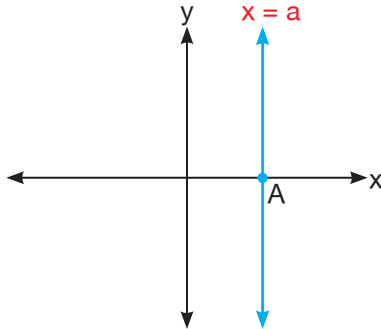
Doğrusal Denklemlerin Grafikleri



Harun, projesi için kareli kâğıda yukarıdaki koordinat sistemini çizdi. Koordinat sisteminde A, B, C, D, E ve F noktalarını belirledi. Harun'un projesini tamamlayabilmesi için belirlediği üç noktadan geçen bir doğru çizmesi gerekiyor. Harun, doğruyu çizeceği üç noktayı belirlerken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

a ve b sıfırdan farklı olmak üzere;

- Denklemi $x = a$ olan doğru, y eksenine,
- Denklemi $y = b$ olan doğru, x eksenine paraleldir.



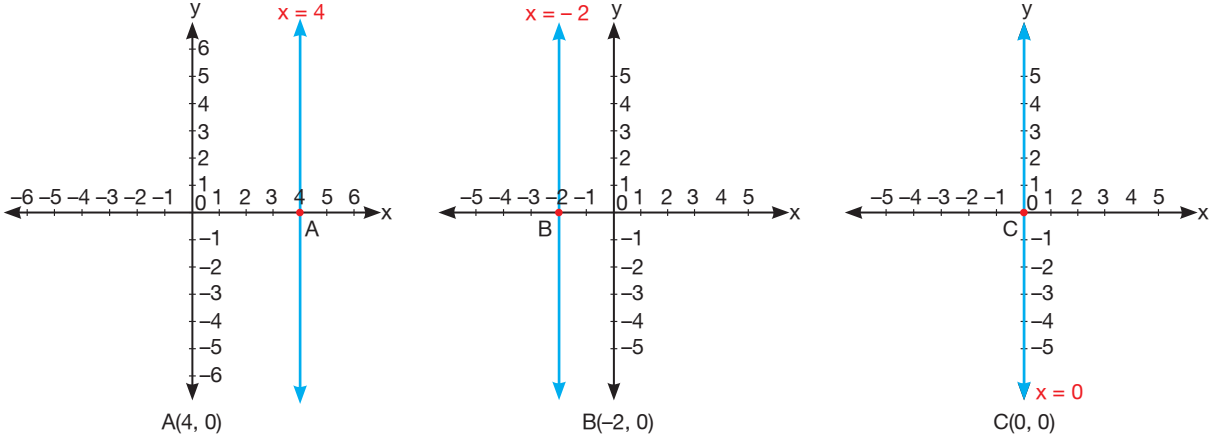
y eksenine paralel olan $x = a$ doğrusu x eksenini A noktasında, x eksenine paralel olan b doğrusu y eksenini B noktasında dik kesmektedir. A noktasının koordinatları $(a, 0)$, B noktasının koordinatları $(0, b)$ olur.

Örnek

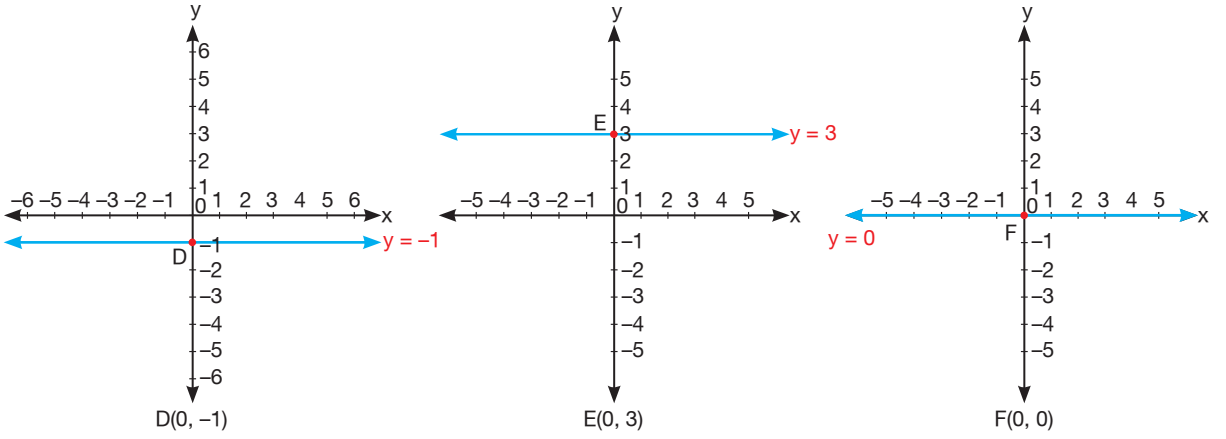
Denklemleri; $x = 4$, $x = -2$, $x = 0$, $y = -1$, $y = 3$ ve $y = 0$ olan doğruların grafiklerini çiziniz.

Çözüm

• Denklemi $x = 4$, $x = -2$ ve $x = 0$ olan doğruların grafiklerini çizerken önce x eksenindeki 4, -2 ve 0 noktalarını belirleyelim. Sonra bu noktalardan geçen ve y eksenine paralel olan doğrular çizelim.



• Denklemi $y = -1$, $y = 3$ ve $y = 0$ olan doğruların grafiklerini çizerken önce y eksenini üzerindeki -1 , 3 ve 0 noktalarını belirleyelim. Sonra grafikleri aşağıdaki gibi çizelim.



Bir doğrusal denklemin grafiği çizilirken denklemdeki değişkenlerden birine en az iki farklı değer verilerek diğer değişkenin alacağı değerler bulunur ve bulunan değerlerle sıralı ikililer oluşturulur. Sıralı ikililerin belirttiği noktalar koordinat sisteminde birleştirilerek doğrusal denklemin grafiği çizilir.

Örnek

$y = x$ doğrusal denkleminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

$y = x$ doğrusal denklemindeki x değişkenine bazı değerler verelim ve bu değerlere karşılık y değişkeninin alacağı değerleri bulalım. Elde ettiğimiz değerlerle (x, y) sıralı ikililerini oluşturalım.

$y = x$ doğrusal denkleminde;

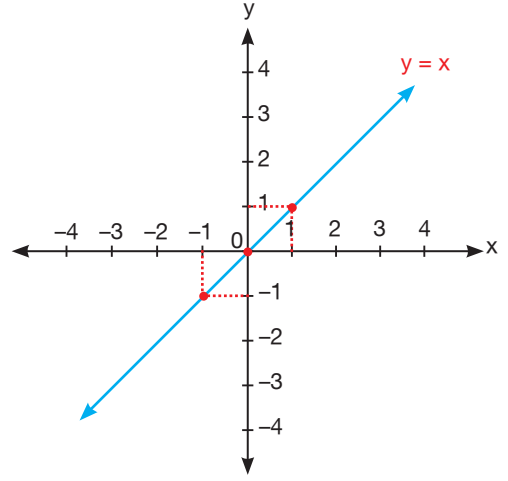
$x = -1$ değeri için $y = -1$ olur. $\rightarrow (-1, -1)$

$x = 0$ değeri için $y = 0$ olur. $\rightarrow (0, 0)$

$x = 1$ değeri için $y = 1$ olur. $\rightarrow (1, 1)$

Sıralı ikilileri, koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek grafiği yandaki gibi çizelim.

$y = x$ doğrusal denkleminin grafiği başlangıç noktasından (orijin) geçer.



Örnek

$y = -x$ doğrusal denkleminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

$y = -x$ doğrusal denkleminde;

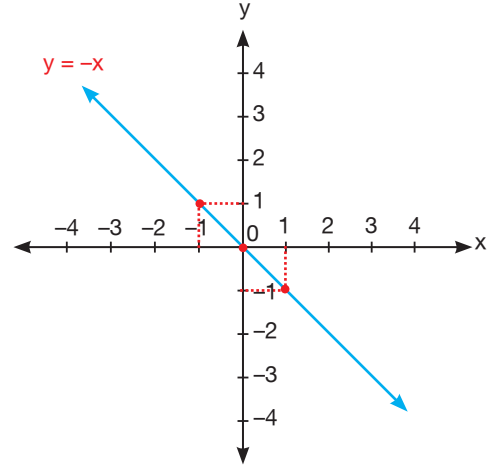
$x = -1$ değeri için $y = -(-1) = 1$ olur. $\rightarrow (-1, 1)$

$x = 0$ değeri için $y = 0$ olur. $\rightarrow (0, 0)$

$x = 1$ değeri için $y = -1$ olur. $\rightarrow (1, -1)$

Sıralı ikilileri, koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek grafiği yandaki gibi çizelim.

$y = -x$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçer.



Örnek

$y = 2x$ doğrusal denkleminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

$y = 2x$ doğrusal denkleminde;

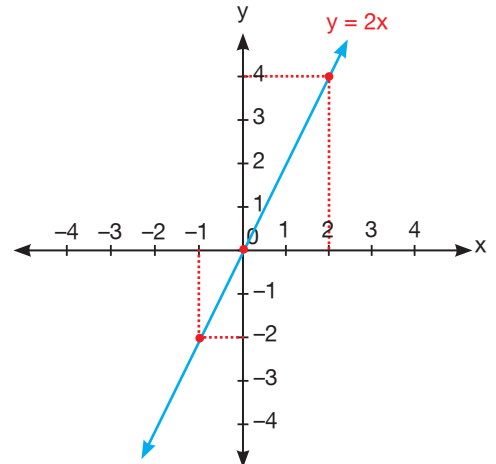
$x = -1$ değeri için $y = 2 \cdot (-1) = -2$ olur. $\rightarrow (-1, -2)$

$x = 0$ değeri için $y = 2 \cdot 0 = 0$ olur. $\rightarrow (0, 0)$

$x = 2$ değeri için $y = 2 \cdot 2 = 4$ olur. $\rightarrow (2, 4)$

Sıralı ikilileri, koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek grafiği yandaki gibi çizelim.

$y = 2x$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçer.



Örnek

$y = \frac{x}{2}$ doğrusal denkleminin grafiğini çiziniz. Grafiğin eksenleri kestiği noktayı belirleyiniz.

Çözüm

$y = \frac{x}{2}$ doğrusal denkleminde;

$x = -4$ değeri için $y = \frac{-4}{2} = -2$ olur. $\rightarrow (-4, -2)$

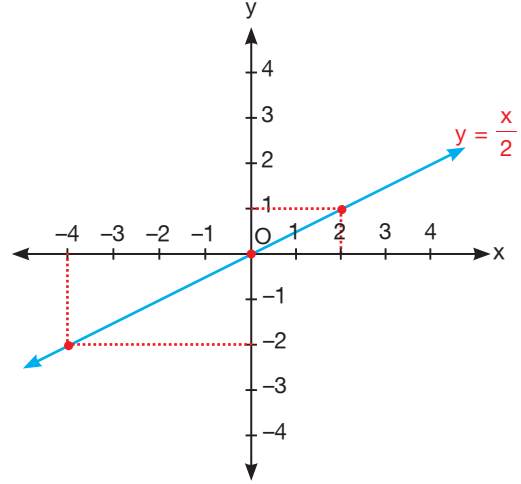
$x = 0$ değeri için $y = \frac{0}{2} = 0$ olur. $\rightarrow (0, 0)$

$x = 2$ değeri için $y = \frac{2}{2} = 1$ olur. $\rightarrow (2, 1)$

Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek $y = \frac{x}{2}$ doğrusal denkleminin grafiğini yandaki gibi çizelim.

$y = \frac{x}{2}$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçer.

Buna göre $y = \frac{x}{2}$ doğrusal denkleminin grafiği x eksenini $O(0, 0)$ noktasında, y eksenini $O(0, 0)$ noktasında keser.



a , b ve c sıfırdan farklı sayılar olmak üzere $ax + by + c = 0$ şeklindeki doğrusal denklemlerin grafiği orijinden geçmez. Grafik, x eksenini $(-\frac{c}{a}, 0)$, y eksenini $(0, -\frac{c}{b})$ noktasında keser.

$c = 0$ ise $ax + by = 0$ (ya da $y = ax$) şeklindeki doğrusal denklemlerin grafiği orijinden geçer. Grafik, x ve y eksenini $(0, 0)$ noktasında keser.

Örnek

$y - 2x - 1 = 0$ doğrusal denkleminin grafiğini kareli kâğıda çiziniz. Grafiğin eksenleri kestiği noktaları belirleyiniz.

Çözüm

$y - 2x - 1 = 0$ doğrusal denklemi $y = 2x + 1$ olarak yazılabilir.

$y = 2x + 1$ doğrusal denkleminde;

$x = -1$ değeri için $y = 2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$ olur. $\rightarrow (-1, -1)$

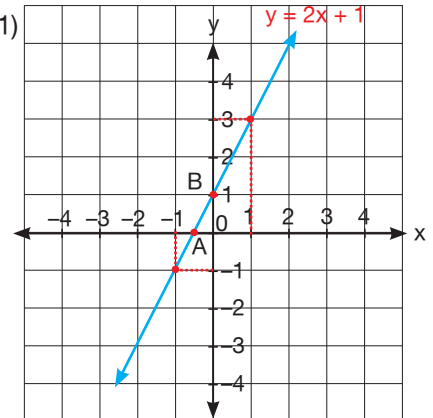
$x = 0$ değeri için $y = 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$ olur. $\rightarrow (0, 1)$

$x = 1$ değeri için $y = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ olur. $\rightarrow (1, 3)$

Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek $y - 2x - 1 = 0$ veya $y = 2x + 1$ doğrusal denkleminin grafiğini, kareli kâğıda yandaki gibi çizelim.

$y - 2x - 1 = 0$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçmez.

Grafik, x eksenini $A(-\frac{1}{2}, 0)$ ve y eksenini $B(0, 1)$ noktasında keser.



Örnek

$y = -3x + 4$ doğrusal denkleminin grafiğini kareli kâğıda çiziniz.

Çözüm

$y = -3x + 4$ doğrusal denkleminde;

$x = -1$ değeri için $y = -3 \cdot (-1) + 4 = 3 + 4 = 7$ olur. $\rightarrow (-1, 7)$

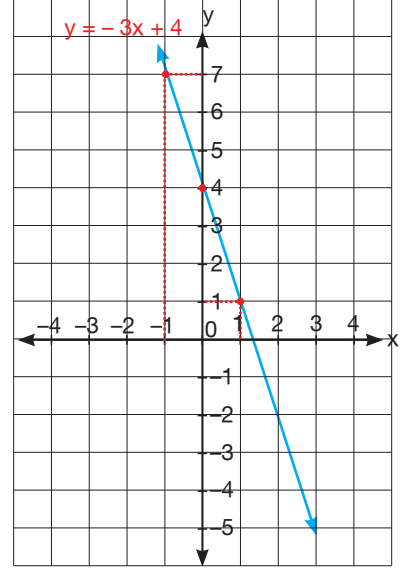
$x = 0$ değeri için $y = -3 \cdot 0 + 4 = 0 + 4 = 4$ olur. $\rightarrow (0, 4)$

$x = 1$ değeri için $y = -3 \cdot 1 + 4 = -3 + 4 = 1$ olur. $\rightarrow (1, 1)$

Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek $y = -3x + 4$ doğrusal denkleminin grafiğini, kareli kâğıda yandaki gibi çizelim.

$y = -3x + 4$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçmez.

Grafik, y eksenini $(0, 4)$ noktasında keser.



Örnek

$y = 3x - 5$ doğrusal denkleminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

$y = 3x - 5$ doğrusal denkleminde;

$x = -1$ değeri için $y = 3 \cdot (-1) - 5 = -3 - 5 = -8$ olur. $\rightarrow (-1, -8)$

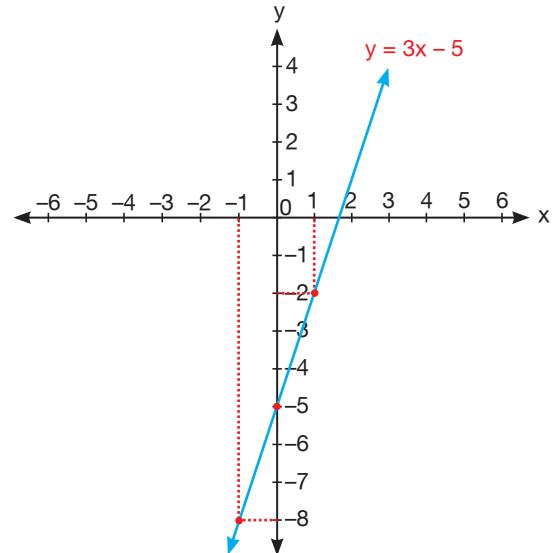
$x = 0$ değeri için $y = 3 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$ olur. $\rightarrow (0, -5)$

$x = 1$ değeri için $y = 3 \cdot 1 - 5 = 3 - 5 = -2$ olur. $\rightarrow (1, -2)$

Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyelim ve sıralı ikilileri belirten noktaları birleştirerek $y = 3x - 5$ doğrusal denkleminin grafiğini yandaki gibi çizelim.

$y = 3x - 5$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçmez.

Grafik, y eksenini $(0, -5)$ noktasında keser.



Örnek

$x = y - 4$ doğrusal denkleminin grafiğini kareli kâğıda çiziniz.

Çözüm

$x = y - 4$ doğrusal denkleminde;

$y = -1$ değeri için $x = -1 - 4 = -5$ olur. $\rightarrow (-5, -1)$

$y = 0$ değeri için $x = 0 - 4 = -4$ olur. $\rightarrow (-4, 0)$

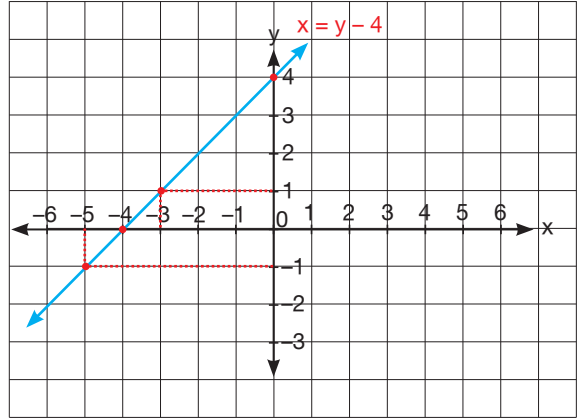
$y = 1$ değeri için $x = 1 - 4 = -3$ olur. $\rightarrow (-3, 1)$

$y = 4$ değeri için $x = 4 - 4 = 0$ olur. $\rightarrow (0, 4)$

$x = y - 4$ doğrusal denkleminin grafiğini, kareli kâğıda yandaki gibi çizebiliriz.

$x = y - 4$ doğrusal denkleminin grafiği orijinden geçmez.

Grafik, x eksenini $(-4, 0)$ noktasında, y eksenini $(0, 4)$ noktasında keser.



Örnek

$-2x + 3y = 6$ doğrusal denkleminin grafiğini çiziniz.

Çözüm

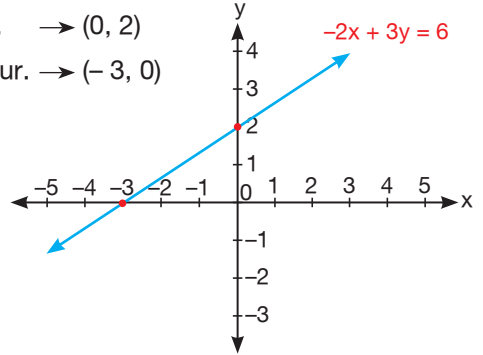
$-2x + 3y = 6$ doğrusal denkleminde;

$x = 0$ değeri için $-2 \cdot 0 + 3y = 6 \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y = 2$ olur. $\rightarrow (0, 2)$

$y = 0$ değeri için $-2x + 3 \cdot 0 = 6 \rightarrow -2x = 6 \rightarrow x = -3$ olur. $\rightarrow (-3, 0)$

$-2x + 3y = 6$ doğrusal denkleminin grafiğini yandaki gibi çizebiliriz.

Grafik x eksenini $(-3, 0)$ noktasında, y eksenini $(0, 2)$ noktasında keser.



Örnek

$$y = 2x + 1$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = 2x - 1$$

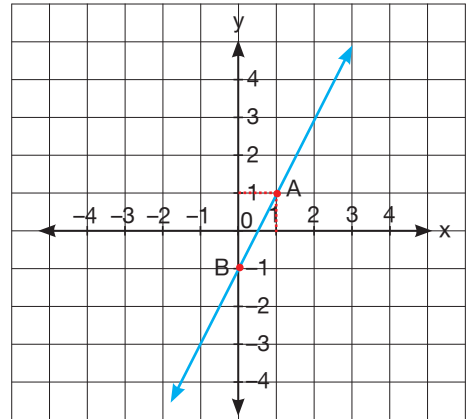
Yandaki grafik, kutucuklarda denklemleri verilen doğru-
lardan hangisine aittir?

Çözüm

$A(1, 1)$ ve $B(0, -1)$ noktaları, doğrunun üzerindedir. A ve B noktalarının koordinatları her bir denklemde yerine yazıldığında hangi denklemde eşitlik sağlanırsa grafik, o denklemin belirttiği doğruya aittir.

$A(1, 1)$ noktasının x koordinatı 1, y koordinatı 1'dir.

$B(0, -1)$ noktasının x koordinatı 0, y koordinatı -1'dir. A ve B noktalarının koordinatlarını her bir denklemde yerine yazalım ve eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını belirleyelim.



• $y = 2x + 1$ denklemi için,

$$A(1, 1) \rightarrow y = 2x + 1$$

$$y = 1 \quad y = 2 \cdot 1 + 1$$

$$x = 1 \quad y = 2 + 1$$

$$y = 3 \quad (1 \neq 3 \text{ olduğundan eşitlik sağlanmaz.})$$

$$B(0, -1) \rightarrow y = 2x + 1$$

$$y = -1 \quad y = 2 \cdot 0 + 1$$

$$x = 0 \quad y = 0 + 1$$

$$y \neq 1 \quad (-1 \neq 1 \text{ olduğundan eşitlik sağlanmaz.})$$

• $y = 3x - 2$ denklemi için,

$$A(1, 1) \rightarrow y = 3x - 2$$

$$y = 1 \quad y = 3 \cdot 1 - 2$$

$$x = 1 \quad y = 3 - 2$$

$$y = 1 \quad (1 = 1 \text{ olduğundan eşitlik sağlanır.})$$

$$B(0, -1) \rightarrow y = 3x - 2$$

$$y = -1 \quad y = 3 \cdot 0 - 2$$

$$x = 0 \quad y = 0 - 2$$

$$y \neq -2 \quad (-1 \neq -2 \text{ olduğundan eşitlik sağlanmaz.})$$

• $y = 3x - 1$ denklemi için,

$$A(1, 1) \rightarrow y = 3x - 1$$

$$y = 1 \quad y = 3 \cdot 1 - 1$$

$$x = 1 \quad y = 3 - 1$$

$$y = 2 \quad (1 \neq 2 \text{ olduğundan eşitlik sağlanmaz.})$$

$$B(0, -1) \rightarrow y = 3x - 1$$

$$y = -1 \quad y = 3 \cdot 0 - 1$$

$$x = 0 \quad y = 0 - 1$$

$$y = -1 \quad (-1 = -1 \text{ olduğundan eşitlik sağlanır.})$$

• $y = 2x - 1$ denklemi için,

$$A(1, 1) \rightarrow y = 2x - 1$$

$$y = 1 \quad y = 2 \cdot 1 - 1$$

$$x = 1 \quad y = 2 - 1$$

$$y = 1 \quad (1 = 1 \text{ olduğundan eşitlik sağlanır.})$$

$$B(0, -1) \rightarrow y = 2x - 1$$

$$y = -1 \quad y = 2 \cdot 0 - 1$$

$$x = 0 \quad y = 0 - 1$$

$$y = -1 \quad (-1 = -1 \text{ olduğundan eşitlik sağlanır.})$$

$A(1, 1)$ ve $B(0, -1)$ noktalarının koordinatları denklemlerde yerine yazıldığında sadece $y = 2x - 1$ denkleminde her iki nokta için eşitliğin sağlandığı görülür. Bu durumda grafik, A ve B noktalarından geçen ve denklemi $y = 2x - 1$ olan doğruya aittir.

Alıştırımlar

1. Denklemleri verilen doğruların grafiklerini çiziniz.

a. $x = 0$

b. $y = -4$

c. $x = 2$

ç. $y = 6$

d. $y = -x + 1$

e. $y = x + 2$

f. $y = 3x - 1$

g. $y = 2x + 4$

ğ. $x = 2y - 3$

h. $x = 12 - 3y$

ı. $2x + 6y = 12$

i. $5x - y = 10$

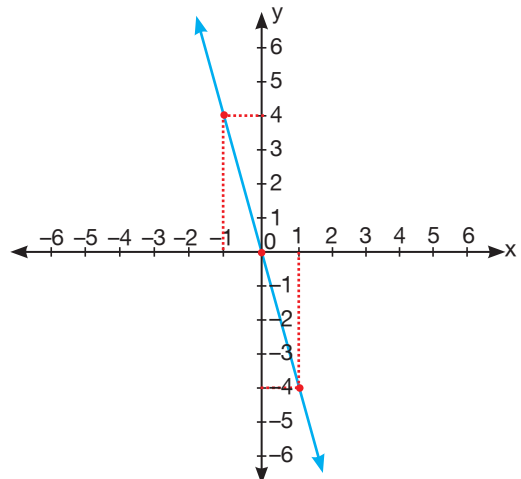
2. Yandaki grafik, aşağıda denklemleri verilen doğrulardan hangisine aittir?

A. $y = -4x$

B. $y = 4x$

C. $y = 4x - 1$

D. $y = 4x + 1$



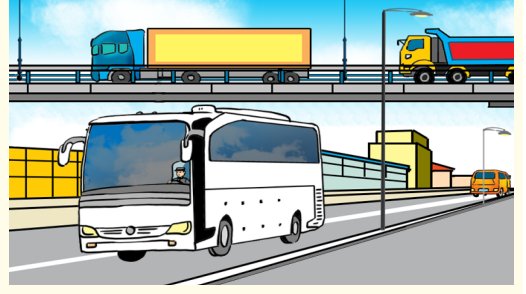
Doğrusal İlişki İçeren Durumlar

1 saat boyunca 70 km yol giden bir otobüs, yolculuk boyunca sabit hızla hareket ediyor.

Otobüs şoförü 2 saat, 3 saat, ... boyunca kaç km yol gider?

Otobüs şoförünün gittiği yol ile geçen süre arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Otobüs şoförünün belirli bir saatte kaç km yol gittiği bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Tartışınız.



Hatırlatma

Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenin arasındaki ilişkiyi ifade eden denkleme doğrusal denklem adı verilir. Doğrusal denklemler, $ax + by + c = 0$ biçiminde gösterilebilir.

Hasan, kitap okumayı çok seviyordu. Bu sebeple babası, Hasan'a bir kitaplık aldı ve Hasan, okuduğu tüm kitapları kitaplığına dizdi. Sonuçta kitaplığında 30 kitap olduğunu gördü.

Hasan, bir hafta boyunca her gün kitaplığındaki kitap sayısını not etti. Hasan'ın kitaplığında 1. gün 30, 2. gün 30, 3. gün 30, 4. gün 30, 5. gün 30, 6. gün 30 ve 7. gün 30 kitap olduğuna göre geçen gün sayısı ile kitaplıktaki kitap sayısı arasındaki doğrusal ilişkiye ait tablo, grafik ve denklemini oluşturarak yorumlayalım.



Hasan'ın kitaplığındaki kitap sayısı 1 hafta boyunca 30 olarak kalmış yani hiç değişmemiştir. Buna göre geçen gün sayısı ile kitaplıktaki kitap sayısının arasındaki ilişkiyi tabloda gösterelim.

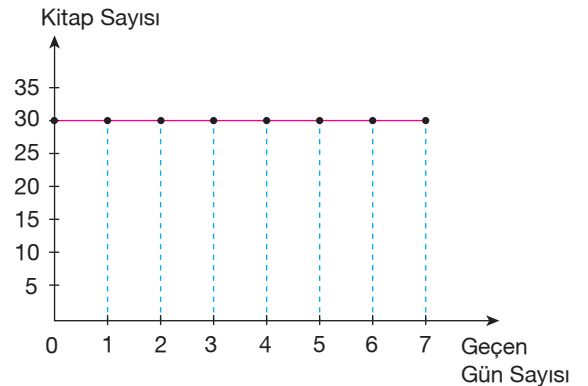
Tablo: Kitaplıktaki Kitaplar

Geçen Gün Sayısı	0	1	2	3	4	5	6	7
Kitap Sayısı	30	30	30	30	30	30	30	30

Tablodaki verilerle, yandaki grafik oluşturulabilir.

Grafik incelendiğinde grafiğin, dikey eksenini 30 sayısını belirten noktada kestiği görülür. Çünkü Hasan, kitap sayısını not etmeye başlamadan önce de kitaplıkta 30 kitap bulunmaktadır. Kitaplıktaki kitap sayısı 1 hafta boyunca sabit kaldığından, geçen gün sayısı ile kitaplıktaki kitap sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten grafik, eksenlerden birine paralel olmuştur.

Grafik: Kitaplıktaki Kitaplar



Geçen gün sayısı 0 iken (başlangıçta) kitaplıktaki kitap sayısı 0 olmadığından grafik başlangıç noktasından (orijin) yani (0, 0) noktasından geçmemiştir. Geçen gün sayısı x , kitaplıktaki kitap sayısı y olmak üzere geçen gün sayısı ile kitaplıktaki kitap sayısı arasındaki ilişkiyi belirten denklem $y = 30$ şeklindedir.

Örnek

Melih Bey, bahçesindeki ağaçları sulamak için her gün 70 L su kullanmaktadır. Geçen gün sayısı ile Melih Bey'in ağaçları sulamak için kullandığı toplam su miktarı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo oluşturunuz ve denklemini yazınız.

Tablodaki verilerden yararlanarak bir grafik oluşturunuz ve grafiği yorumlayınız. Melih Bey'in 6. ve 10. günün sonunda kullanacağı toplam su miktarını hesaplayınız.

Çözüm

Melih Bey, bahçesindeki ağaçları sulamak için her gün 70 L su kullanmaktadır. Buna göre 1. gün 70 L, 2. gün toplam $70 + 70 = 140$ L, 3. gün toplam $70 + 70 + 70 = 210$ L su kullanır. Başka bir deyişle her geçen gün kullanılan toplam su miktarı bir önceki güne göre 70 L artmaktadır. Geçen gün sayısı ile kullanılan toplam su miktarı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten tabloyu oluşturalım.

Tablo: Kullanılan Su Miktarı

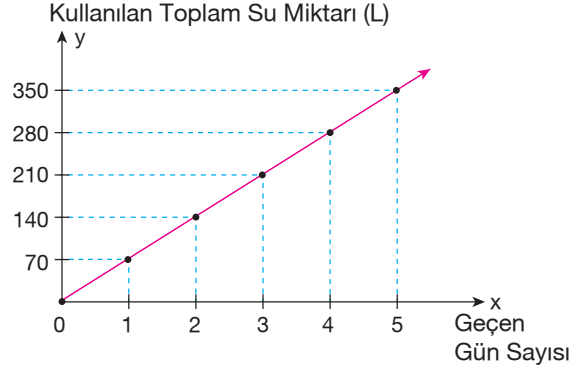
Geçen Gün Sayısı x	İlişki	Kullanılan Toplam Su Miktarı (L) y	Sıralı İkili (x, y)
0	$0 \cdot 70$	0	(0, 0)
1	$1 \cdot 70$	70	(1, 70)
2	$2 \cdot 70$	140	(2, 140)
3	$3 \cdot 70$	210	(3, 210)
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x	$x \cdot 70$	$y = 70x$	(x, y)

x , geçen gün sayısı ve y , kullanılan toplam su miktarı (L) olmak üzere x ile y değişkenleri arasındaki ilişki $y = 70x$ denklemi ile ifade edilir. Denkleme göre Melih Bey, her gün 70 L su kullanmaktadır ve gün sayısı ile 70 sayısı çarpılarak belirtilen günün sonunda Melih Bey'in kullandığı toplam su miktarı bulunabilmektedir.

Tablodaki verilerle, doğrusal ilişkiyi belirten yandaki grafik oluşturulabilir.

Grafiğe göre, geçen gün sayısı 0 iken 0 L su kullanılmaktadır. Bu durumda grafik, orijinden geçmektedir. Kullanılan toplam su miktarı (L), geçen gün sayısının 70 katıdır. Bu durumda geçen gün sayısı (x) 6 iken Melih Bey'in kullanacağı toplam su miktarı $6 \cdot 70 = 420$ L, geçen gün sayısı 10 iken Melih Bey'in kullanacağı toplam su miktarı $10 \cdot 70 = 700$ L olacaktır.

Grafik: Kullanılan Su Miktarı



Örnek

Tasarruf yapan Cansu'nun kumbarasında 220 TL'si vardır. Her gün kumbarasından 20 TL alan Cansu'nun kumbarasında kalan para miktarı ile geçen gün sayısı arasındaki doğrusal ilişkiye ait tabloyu oluşturunuz. Doğrusal ilişkiyi belirten denklemi yazınız. Tablodaki verilerle bir grafik oluşturunuz ve grafiği yorumlayınız.

Çözüm

Cansu, kumbarasından her gün 20 TL aldığına göre, her günün sonunda kumbarasında kalan para 20 TL azalacaktır. Buna göre Cansu'nun kumbarasında 1. günün sonunda $220 - 20 = 200$ TL'si, 2. günün sonunda $200 - 20 = 180$ TL'si, 3. günün sonunda $180 - 20 = 160$ TL'si kalır. Geçen gün sayısı ile Cansu'nun kumbarasında kalan para miktarı (TL) arasındaki doğrusal ilişkiyi tabloda gösterelim.

Tablo: Cansu'nun Kumbarasındaki Paralar

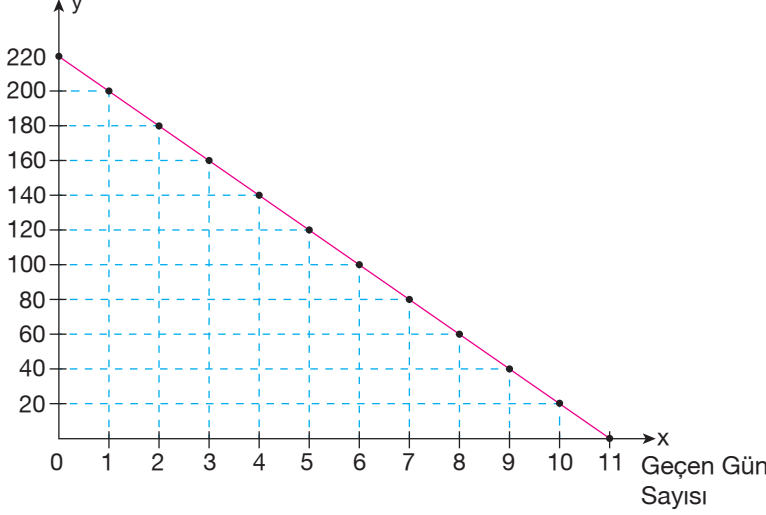
Geçen Gün Sayısı x	İlişki	Kumbarada Kalan Para Miktarı (TL) y	Sıralı İkili (x, y)
0	$220 - 0 \cdot 20$	220	(0, 220)
1	$220 - 1 \cdot 20$	200	(1, 200)
2	$220 - 2 \cdot 20$	180	(2, 180)
3	$220 - 3 \cdot 20$	160	(3, 160)
4	$220 - 4 \cdot 20$	140	(4, 140)
...	...	...	...
x	$220 - x \cdot 20$	$y = 220 - 20x$	(x, y)

x, geçen gün sayısı ve y, Cansu'nun kumbarasında kalan para miktarı (TL) olmak üzere, x ile y değişkenleri arasındaki doğrusal ilişki $y = 220 - 20x$ denklemi ile ifade edilir. Denkleme göre kumbarada kalan para miktarı, her gün 20 TL azalmaktadır. Böylece geçen gün sayısı 20 ile çarpılarak çarpım 220'den çıkarıldığında belirtilen günün sonunda Cansu'nun kumbarasında kalan para miktarı (TL) bulunabilmektedir.

Tablodaki verilerle, doğrusal ilişkiyi belirten grafiği oluşturalım.

Grafik: Cansu'nun Kumbarasındaki Paralar

Kumbarada Kalan Para Miktarı (TL)



Grafiğe göre, gün sayısı 0 iken Cansu'nun kumbarasında 220 TL vardır. Bu durumda grafik, y eksenini, 220 TL'yi belirten noktada keser. 11 günün sonunda Cansu'nun kumbarasında kalan para miktarı 0 TL olmuş, yani hiç para kalmamıştır. Bu durumda grafik, x eksenini, 11. günü belirten noktada kesmiştir. Öyleyse grafik orijinden geçmemektedir.

Örnek

Hareket hâlindeki bir otobüsün yolda geçirdiği süre (saat) ile gittiği mesafe (km) yandaki tabloda verilmiştir. Tabloya göre, geçen süre (saat) ile gidilen mesafe (km) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklemi yazınız. Tablodaki verilerle bir grafik oluşturunuz ve grafiği yorumlayınız.

Tablo: Otobüs Yolculuğu

Geçen Süre (saat)	Gidilen Mesafe (km)
1	60
2	120
3	180
4	240
5	300

Çözüm

Tabloya göre, otobüs 1 saatin sonunda 60 km, 2 saatin sonunda 120 km, 3 saatin sonunda 180 km, 4 saatin sonunda 240 km ve 5 saatin sonunda 300 km yol gitmiştir. Bu durumda otobüs her saat 60 km yol gitmiştir. Öyleyse geçen süre (saat) ile gidilen mesafe (km) arasındaki doğrusal ilişki $y = 60 \cdot x$ denklemi ile ifade edilir. Denklemdaki x geçen süreyi, y ise gidilen mesafeyi belirtmektedir. Denkleme göre geçen süre 60 ile çarpılarak gidilen mesafe bulunabilmektedir. Bu durum, yandaki tabloda belirtilmiştir.

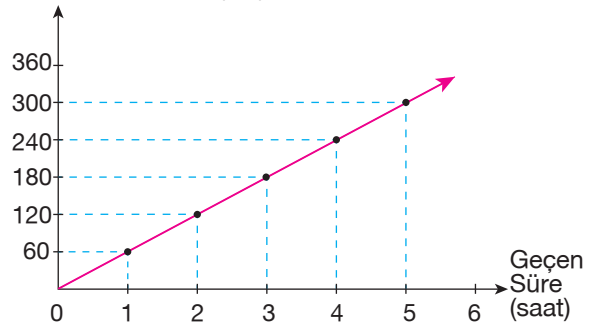
Tablo: Otobüs Yolculuğu

Geçen Süre (saat)	İlişki	Gidilen Mesafe (km)	Sıralı İkili (x, y)
1	$1 \cdot 60$	60	(1, 60)
2	$2 \cdot 60$	120	(2, 120)
3	$3 \cdot 60$	180	(3, 180)
4	$4 \cdot 60$	240	(4, 240)
5	$5 \cdot 60$	300	(5, 300)

Tablodaki verilerle, doğrusal ilişkiyi belirten grafik yandaki gibi oluşturulabilir.

Grafiğe göre, geçen süre 0 saat iken gidilen mesafe 0 km olmuştur. Bu durumda grafik orijinden yani (0, 0) noktasından geçmektedir. Grafiğe göre gidilen mesafe, geçen sürenin 60 katı olduğuna göre otobüs aynı hızla 8 saatte $8 \cdot 60 = 480$ km yol gider.

Grafik: Otobüs Yolculuğu
Gidilen Mesafe (km)



Alıştırmalar

1. Lokanta sahibi Fatih Bey, 1 hafta boyunca lokantasına günlük gelen müşteri sayısını not ederek yandaki tabloyu oluşturdu. Tabloya göre müşteri sayısı ile geçen gün sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklemi yazınız. Tablodaki verilerle bir grafik oluşturarak grafiği yorumlayınız. Bağımlı ve bağımsız değişkeni belirleyiniz.

Tablo: Lokantadaki Müşteriler

Günler	Müşteri Sayısı
1.	55
2.	55
3.	55
4.	55
5.	55
6.	55
7.	55

2. Ece, telefonuna 50 TL yüklemiştir ve her gün bu miktarın 10 TL'sini kullanmaktadır. Telefonda TL kalmadığında eksili değerlere düştüğü bilinmektedir. Buna göre, 1 hafta boyunca geçen gün sayısı ile telefondaki TL miktarı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten tabloyu, denklemi ve grafiği oluşturarak yorumlayınız.
3. Bir tiyatrodaki oynanan oyunun bilet fiyatı 20 TL'dir. Buna göre, tiyatrodaki satılan bilet sayısı ile elde edilen kazanç (TL) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten tabloyu, denklemi ve grafiği oluşturarak yorumlayınız.
4. Bir şehirdeki taksilerde bulunan taksimetrelerinin açılış ücreti 3 TL'dir. Taksimetredeki tutar, her kilometrede 1 TL artmaktadır. Buna göre, gidilen yol (km) ile ödenen toplam ücret (TL) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten tabloyu, denklemi ve grafiği oluşturarak yorumlayınız.

5. Futbolcu olan Kaan'ın maçlarda attığı toplam gol sayıları yandaki tabloda belirtilmiştir. Tabloya göre atılan toplam gol sayısı ile maç sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklemi ve grafiği oluşturunuz. Oluşturduğunuz grafiği yorumlayınız.

Tablo: Atılan Goller

Maçlar	Atılan Toplam Gol Sayısı
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12

Eğim



Norveç'teki evlerin çatıları



Türkiye'deki evlerin çatıları

Dünya'nın farklı bölgelerinde bulunan yapıların çatıları, bölgelere göre farklılık göstermektedir. Örneğin ülkemizde yağışın az ve havanın genellikle sıcak olduğu bölgelerde yapıların çatıları daha az eğimli olabilirken, Norveç gibi yağışın çok ve havanın soğuk olduğu ülkelerde yapıların çatıları daha fazla eğimli olabilmektedir. Çatıların eğiminin fazla olması yapıları yağışların olumsuz etkilerinden korumaktadır.

Siz de çevrenizdeki yapılara ait çatıları inceleyiniz. Bu çatıların bulunduğunuz bölgedeki iklim yapısına uygun olup olmadığını arkadaşlarınızla tartışınız.

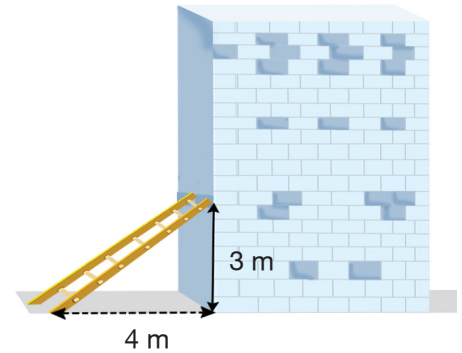
Hatırlatma

- İki çokluğun birbirine oranı bulunurken bölme işlemi yapılır. a'nın b'ye oranı $\frac{a}{b}$ olarak belirtilir.
- Doğrusal denklemler $y = ax + b$ biçiminde gösterilebilir.

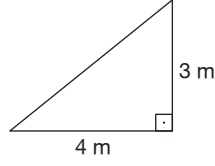
Dikey uzunluğun, yatay uzunluğa oranı **eğim** olarak adlandırılır.

$$\text{Eğim} = \frac{\text{dikey uzunluk}}{\text{yatay uzunluk}}$$

Yandaki görselde verilen ölçülere göre duvara yaslanan merdivenin eğimini bulalım.



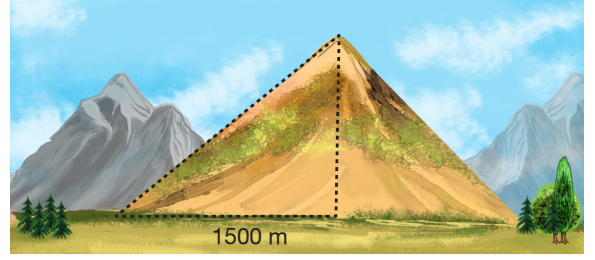
Merdivenin yüksekliğini (dikey uzunluk), merdivenin yere değdiği ucunun duvara olan uzaklığına (yatay uzunluk) bölelim.



$$\text{Eğim} = \frac{\text{dikey uzunluk}}{\text{yatay uzunluk}} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75 = \%75$$

Örnek

Yandaki görselde verilen dağın eğimi $\frac{4}{5}$ 'tir. Buna göre, dağın zirvesine tırmanmak isteyen bir dağcının kaç m yüksekliğe tırmanacağını eğimden yararlanarak bulunuz.

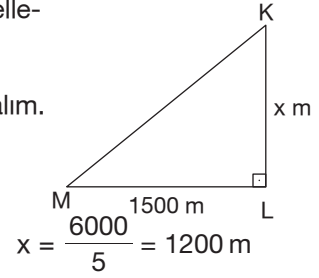


Çözüm

Görselde verilenlere göre dağ, yandaki KLM dik üçgeni ile modellenir.

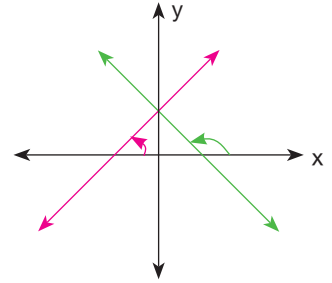
$|KL| = x$ m olsun. Buna göre, eğimden yararlanarak x değerini bulalım.

$$\text{Eğim} = \frac{|KL|}{|LM|} = \frac{x}{1500} \rightarrow x \cdot 5 = 4 \cdot 1500$$



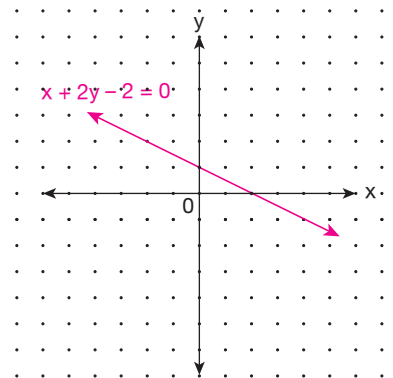
Dağcı, 1200 m yüksekliğe tırmanacaktır.

Yandaki koordinat sisteminde verilen kırmızı doğrunun x eksenine saat yönünün tersi yönde yaptığı açı, dar açı olduğundan eğimi pozitiftir. Yeşil doğrunun x eksenine saat yönünün tersi yönde yaptığı açı, geniş açı olduğundan eğimi negatiftir.



Örnek

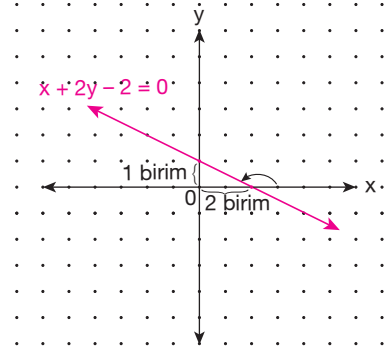
Noktalı kâğıttaki koordinat sisteminde grafiği verilen $x + 2y - 2 = 0$ doğrusunun eğimini bulunuz.



Çözüm

Grafiği verilen doğrunun eğimini bulmak için dikey uzunluğu, yatay uzunluğa oranlayalım. Doğrunun x eksenine yaptığı açı, geniş açı olduğundan doğrunun eğiminin değeri negatiftir.

$$\text{Eğim} = \frac{\text{dikey uzunluk}}{\text{yatay uzunluk}} = -\frac{1}{2} = -\frac{50}{100} = -0,5$$



$y = ax + b$ biçimindeki denklemlerin belirttiği doğruların eğimi, x 'in katsayısına eşittir.

Örnek

Yandaki tabloda denklemleri verilen doğruların eğimlerini, grafiklerini çizmeden bularak tablodaki uygun yerlere yazınız.

Çözüm

Tabloda verilen doğrusal denklemler $y = ax + b$ biçiminde olduğundan eğim, x 'in katsayısına (a) eşit olur. Tabloda denklemleri verilen doğruların eğimlerini bulalım ve tablodaki uygun yerlere yazalım.

• $y = 1x - 1$

Eğim = 1

• $y = -4x + 5$

Eğim = -4

• $y = 2x$

Eğim = 2

• $y = \frac{3x-4}{2} = \frac{3}{2}x - 2$

Eğim = $\frac{3}{2}$

Tablo: Denklem ile Eğim İlişkisi

Doğrunun Denklemi	Eğim
$y = x - 1$	
$y = 2x$	
$y = -4x + 5$	
$y = \frac{3x-4}{2}$	

Tablo: Denklem ile Eğim İlişkisi

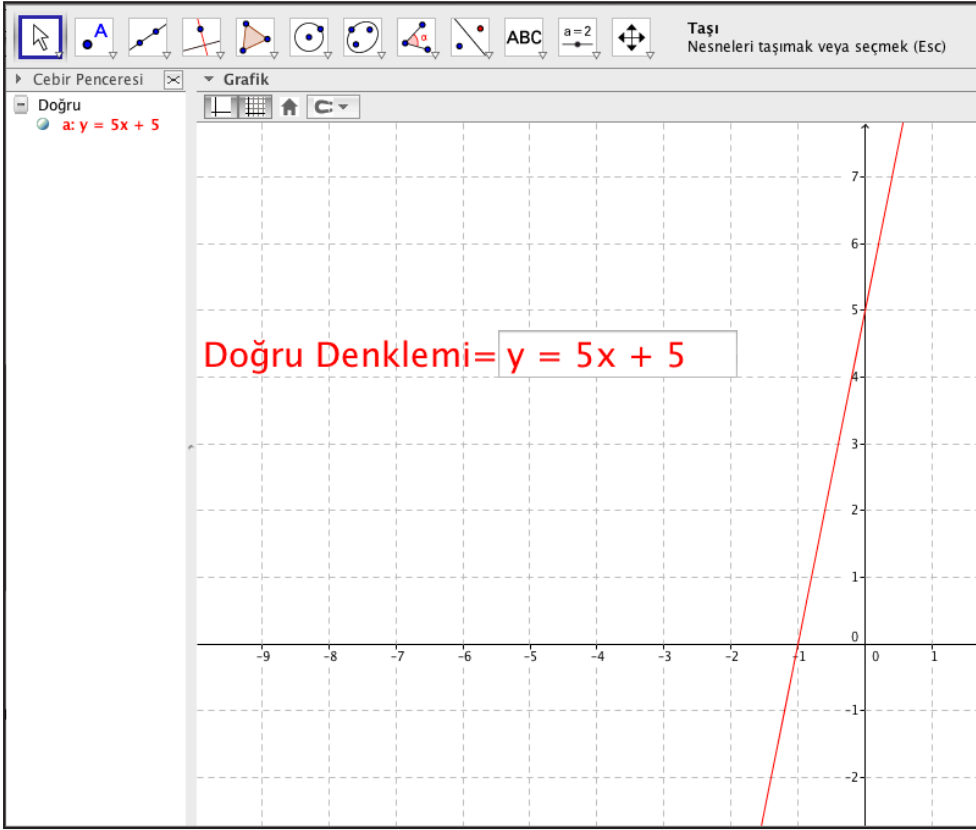
Doğrunun Denklemi	Eğim
$y = x - 1$	1
$y = 2x$	2
$y = -4x + 5$	-4
$y = \frac{3x-4}{2}$	$\frac{3}{2}$

Örnek

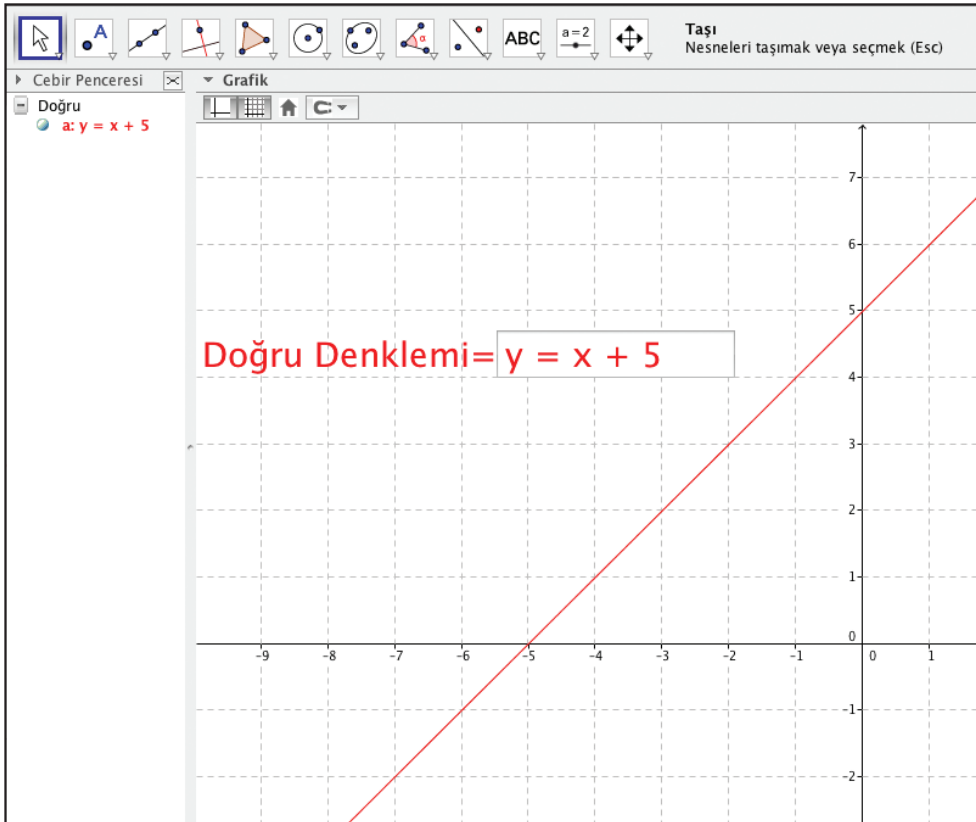
Dinamik geometri yazılımını kullanarak bir doğrunun denklemi ve grafiği ile eğimi arasındaki ilişkiyi inceleyelim.

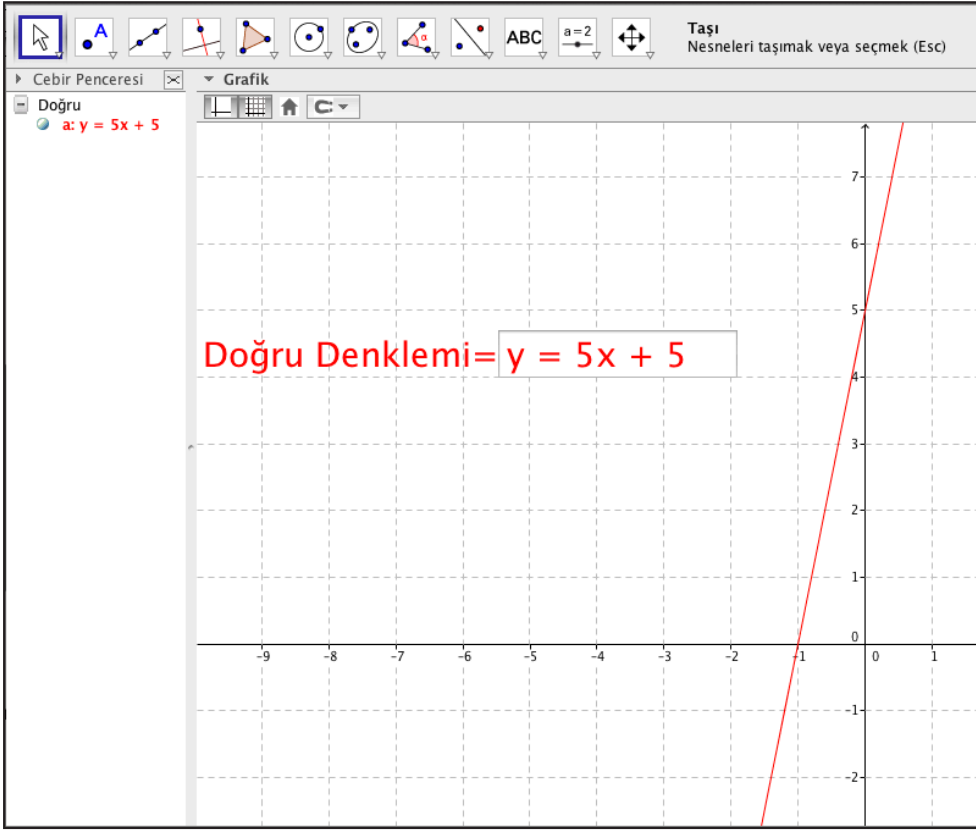
Çözüm

- Çalışma sayfasına  sekmesini tıklayarak bir doğru çizelim.  girdi alanı sekmesini kullanarak bu doğrunun denklemini bulalım. Girdi alanında x 'in katsayısını değiştirerek doğrudaki değişimi gözlemleyelim.

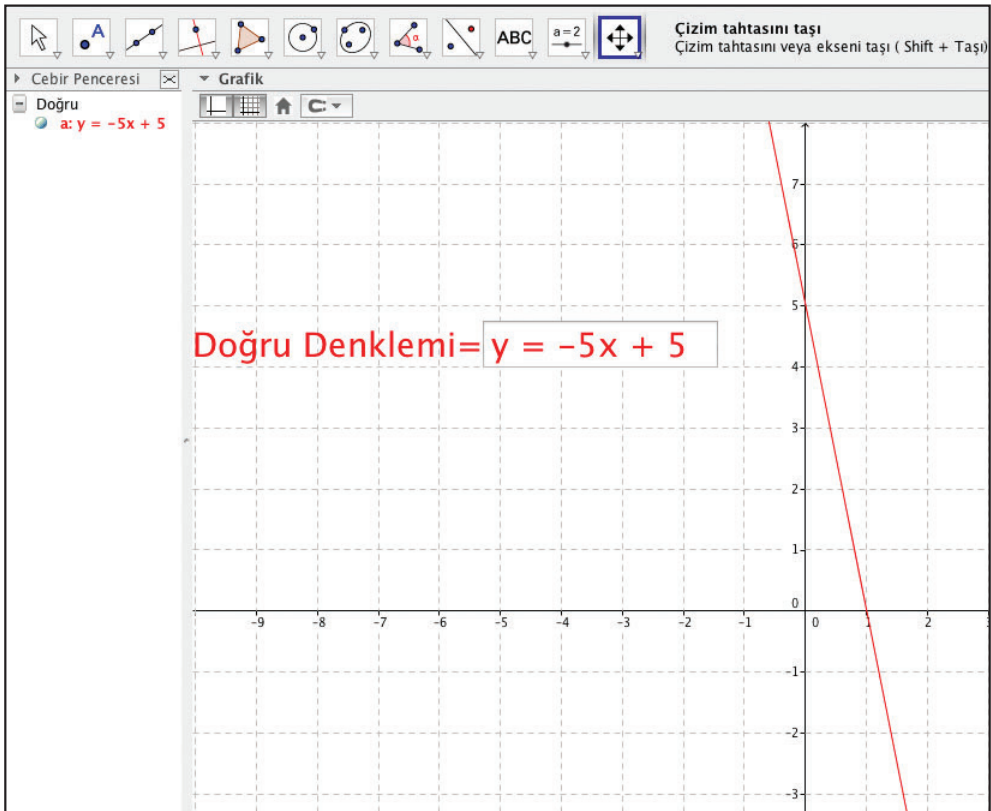


x'in katsayısı yani doğrunun eğimi azaldığında doğru y ekseninden uzaklaşır.



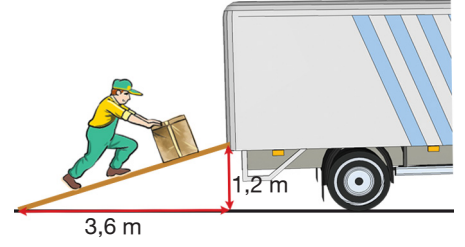


x'in katsayısının işareti değiştirildiğinde oluşan iki doğru, y eksenine göre birbirinin simetriği olur.

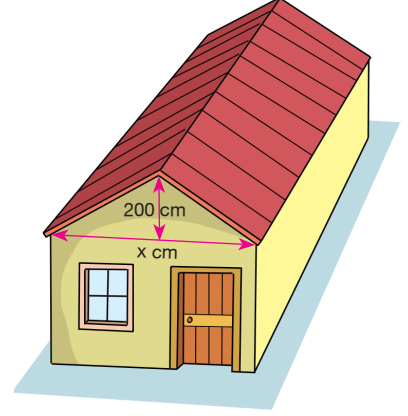


Alıştırmalar

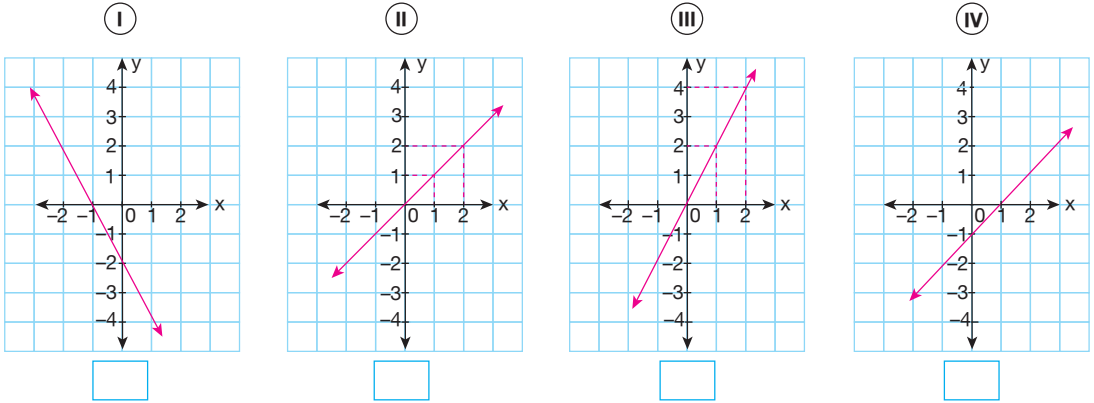
1. Çiğdem Hanım, yeni aldıkları evlerine taşınmak için bir nakliye firmasıyla anlaştı. Firmada çalışanlar Çiğdem Hanım'ın evine önceden belirledikleri zamanda geldiler. Çalışanlar eşyaları taşıırken yandaki gibi bir taşıma sistemini kullandığına göre sistemde kullanılan yolun eğimini bulunuz.



2. Yanda verilen görseldeki çatının eğimi %40'tır. Buna göre x kaçtır?

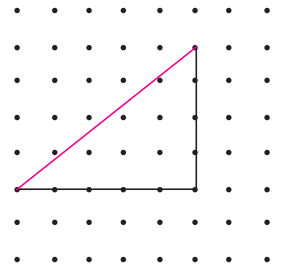


3.



Yukarıdaki koordinat sistemlerinde verilen doğrulardan eğimi pozitif olanların altındaki kutucukları işaretleyiniz.

4. Noktalı kâğıtta verilen üçgendeki pembe kenarın eğimini bulunuz.



5. Denklemi $y = \frac{7x+2}{14}$ olan doğrunun eğimini bulunuz.

Eşitsizlikler

Büyük Ağrı Dağı, Türkiye’de bulunan en yüksek dağdır. Bu dağın büyük bir kısmı Ağrı ilinin sınırları içerisinde yer alır ve deniz seviyesinden yüksekliği, 5137 metredir.

Büyük Ağrı Dağı’na tırmanan bir dağcının tırmanabileceği yükseklikleri, matematiksel ifade ile nasıl belirtebilirsiniz? Açıklayınız.



<http://yigm.kulturturizm.gov.tr/TR,9897/agri---agri-dagi.html> adresinden düzenlenmiştir.

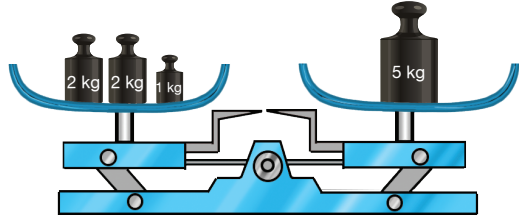
Hatırlatma

Sayılar karşılaştırılırken ya da sıralanırken " $<$ ", " $>$ " veya " $=$ " sembolleri kullanılır.

Etkinlik

Araç Gereçler: Terazî, 5 kg’lık, 2 kg’lık ve 1 kg’lık kütleler.

- Terazînin sağ kefesine 5 kg’lık, sol kefesine 2 tane 2 kg’lık ve 1 tane 1 kg’lık kütle koyalım.
- Terazî dengede midir? Denge ise denge durumunu belirten matematik cümlesini yazınız.
- Terazînin kefelerini boşaltalım.
- Terazînin sağ kefesine birer tane 2 kg’lık ve 1 kg’lık, sol kefesine bir tane 5 kg’lık kütle koyalım.
- Terazî dengede midir? Tartışınız.
- Terazînin sağ kefesindeki toplam kütle ile sol kefesindeki kütleyi karşılaştırarak terazînin durumunu belirten matematik cümlesini yazınız.
- Terazînin kefelerini boşaltınız. Kefelere başka kütleler koyarak terazînin dengede olup olmama durumunu belirten matematik cümlelerini yazınız.



Bir cebirsel ifadede " $<$ ", " $>$ ", " $\leq$ " ve " $\geq$ " sembollerinden biri bulunuyorsa cebirsel ifade, **eşitsizlik** olarak adlandırılır.

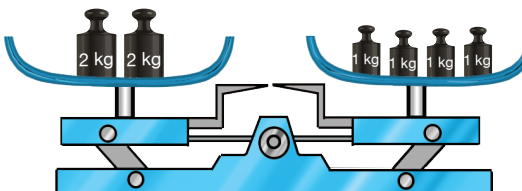
• $<$ → küçüktür.

• $\leq$ → küçük veya eşittir.

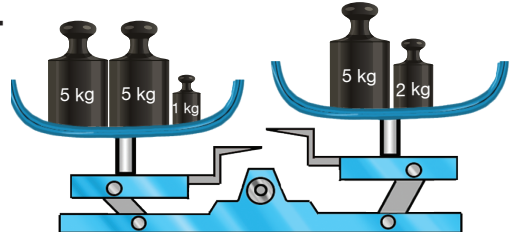
• $>$ → büyüktür.

• $\geq$ → büyük veya eşittir.

a.



b.



Yukarıda verilen terazî modellerinin dengede olup olmadığını belirleyelim.

a. Terazinin sol kefesinde 2 tane 2 kg'lık, sağ kefesinde 4 tane 1 kg'lık kütle vardır. Terazî dengededir. Terazinin dengede olma durumunu belirten matematik cümlesini yazalım.

$$2 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1$$

$$4 = 4$$

b. Terazinin sol kefesinde 2 tane 5 kg'lık ve 1 tane 1 kg'lık, sağ kefesinde 1 tane 5 kg'lık ve 1 tane 2 kg'lık kütle vardır. Terazî dengede değildir. Terazinin dengede olmama durumunu belirten matematik cümlesini yazalım.

$$5 + 5 + 1 \neq 5 + 2$$

$$11 \neq 7$$

$$11 > 7$$

Örnek

"Oyuncak sandığındaki oyuncakların sayısının 7 eksiğinin 2 katı, 44'ten küçüktür." ifadesine göre sandıktaki oyuncakların sayısını belirten eşitsizliği yazınız.



Çözüm

Oyuncak sandığındaki oyuncak sayısı x olsun.

Oyuncakların sayısının 7 eksiği: $x - 7$

Oyuncakların sayısının 7 eksiğinin 2 katı: $2(x - 7)$

Oyuncakların sayısının 7 eksiğinin 2 katı 44'ten küçük olduğuna göre eşitsizlik, $2(x - 7) < 44$ şeklinde yazılır.

Örnek

Aşağıda verilen ifadeler ile ifadelerin belirttiği eşitsizlikler eşleştirildiğinde hangi eşitsizlik açıkta kalır?

Bir sınıftaki öğrenci sayısının çeyreğinin 2 fazlası 30'dan büyük değildir.

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{2} > 30$$

Bir marketteki çikolata sayısının 2 fazlasının çeyreği 30'dan küçük değildir.

$$\frac{x}{4} + 2 \leq 30$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 30$$

Ali'nin parasının çeyreği ile yarısının toplamı 30 TL'den küçüktür.

$$\frac{x+2}{4} \geq 30$$

Çözüm

İfadelerin belirttiği eşitsizlikleri ayrı ayrı yazalım.

- Sınıftaki öğrenci sayısı x olsun.

Öğrenci sayısının çeyreği: $\frac{x}{4}$

Öğrenci sayısının çeyreğinin 2 fazlası: $\frac{x}{4} + 2$

Öğrenci sayısının çeyreğinin 2 fazlası, 30'dan büyük değilse ya 30'a eşit ya da 30'dan küçüktür. Bu durumu belirten eşitsizlik, $\frac{x}{4} + 2 \leq 30$ şeklindedir.

- Marketteki çikolata sayısı x olsun.

Çikolata sayısının 2 fazlası: $x + 2$

Çikolata sayısının 2 fazlasının çeyreği: $\frac{x+2}{4}$

Çikolata sayısının 2 fazlasının çeyreği, 30'dan küçük değilse ya 30'a eşit ya da 30'dan büyüktür. Bu durumu ifade eden eşitsizlik, $\frac{x+2}{4} \geq 30$ şeklindedir.

- Ali'nin parası x TL olsun.

Ali'nin parasının çeyreği: $\frac{x}{4}$

Ali'nin parasının yarısı: $\frac{x}{2}$

Ali'nin parasının çeyreği ile yarısının toplamı: $\frac{x}{4} + \frac{x}{2}$

Ali'nin parasının çeyreği ile yarısının toplamı 30 TL'den küçük olduğuna göre bu durumu belirten eşitsizlik, $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 30$ şeklindedir.

İfadeler ile ifadelerin belirttiği eşitsizlikler eşleştirildiğinde $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} > 30$ eşitsizliği açıkta kalır.



Örnek

a bir reel sayı olmak üzere $a > 1$, $a < 1$, $a \geq 1$ ve $a \leq 1$ eşitsizliklerini sayı doğrusunda gösteriniz.

Çözüm

- $a > 1$

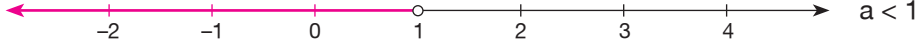
1'den büyük olan sayıları belirtir. 1 sayısı bu sayılara dâhil değildir. $a > 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



1 sayısı dâhil olmadığından sayıyı belirten yuvarlağın içi boyanmadı. 1'den büyük sayılar 1'in sağ tarafında yer aldığından sayı doğrusunda 1'in sağ tarafı boyandı.

- $a < 1$

1'den küçük olan sayıları belirtir. 1 sayısı bu sayılara dâhil değildir. $a < 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



1 sayısı dâhil olmadığından sayıyı belirten yuvarlağın içi boyanmadı. 1'den küçük sayılar 1'in sol tarafında yer aldığından sayı doğrusunda 1'in sol tarafı boyandı.

- $a \geq 1$

1'e eşit ya da 1'den büyük olan sayıları belirtir. 1 sayısı bu sayılara dâhildir. $a \geq 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



1 sayısı dâhil olduğundan sayıyı belirten yuvarlağın içi boyandı.

- $a \leq 1$

1'e eşit ya da 1'den küçük olan sayıları belirtir. 1 sayısı bu sayılara dâhildir. $a \leq 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



1 sayısı dâhil olduğundan sayıyı belirten yuvarlağın içi boyandı.

Örnek

$$-2 < x < 1$$

$$-2 \leq x < 1$$

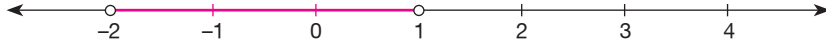
$$-2 < x \leq 1$$

$$-2 \leq x \leq 1$$

x bir reel sayı olmak üzere kutucuklardaki eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösteriniz.

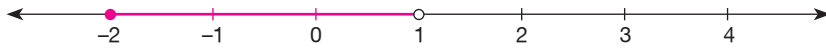
Çözüm

• $-2 < x < 1$ eşitsizliği, -2 ve 1 sayılarının arasındaki sayıları belirtir. $-2 < x < 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



-2 ve 1 sayıları dâhil olmadığından yuvarlakların içi boyanmadı.

• $-2 \leq x < 1$ eşitsizliği, -2 ile 1 sayılarının arasındaki sayıları ve -2 sayısını belirtir. $-2 \leq x < 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



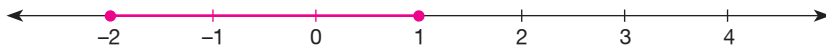
-2 sayısı dâhil olduğundan -2 'yi belirten yuvarlağın içi boyandı.

• $-2 < x \leq 1$ eşitsizliği, -2 ile 1 sayılarının arasındaki sayıları ve 1 sayısını belirtir. $-2 < x \leq 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



1 sayısı dâhil olduğundan 1 'i belirten yuvarlağın içi boyandı.

• $-2 \leq x \leq 1$ eşitsizliği, -2 ile 1 sayılarının arasındaki sayıları ve -2 ile 1 sayılarını belirtir. $-2 \leq x \leq 1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim.



-2 ve 1 sayıları dâhil olduğundan -2 ve 1 'i belirten yuvarlakların içi boyandı.

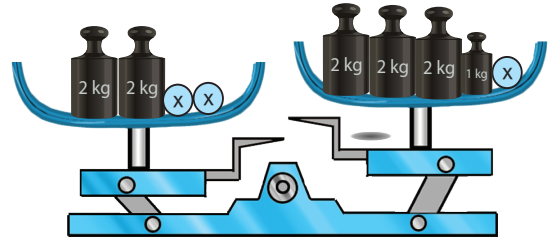
Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı.

- İkişer kişilik gruplar oluşturalım.
- ➔ Grubun bir üyesi, kâğıda günlük hayattan eşitsizlik içeren sözel bir ifade yazsın.
- ➔ Grubun diğer üyesi ise kâğıda, sözel ifadenin belirttiği eşitsizliği yazsın.
- ➔ Grup üyeleri, denklemlerin çözümünde kullanılan yöntemleri dikkate alarak eşitsizliğin çözümünü nasıl yapabilir? Tartışınız.
- ➔ Eşitsizlik içeren başka ifadelerle etkinliği tekrarlayınız.

Örnek

Yandaki terazide modellenen eşitsizliği yazınız. Eşitsizliği çözünüz ve sayı doğrusunda gösteriniz.



Çözüm

Terazinin dengede olmama durumunu belirten eşitsizliği yazalım ve çözelim.

$$x + x + 2 + 2 > x + 2 + 2 + 2 + 1$$

$$2x + 4 > x + 7$$

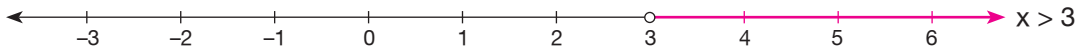
$$2x + 4 - x > x + 7 - x$$

$$x + 4 > 7$$

$$x + 4 - 4 > 7 - 4$$

$$x > 3$$

$x > 3$ eşitsizliği, 3'ten büyük sayıları belirtir. Eşitsizliği sayı doğrusunda gösterelim.



Eşitsizliğin her iki tarafından aynı sayı çıkarılır veya her iki tarafına aynı sayı eklenirse eşitsizlik yönü değişmez.

Örnek

- Mert'in bilgisayar oyunundan aldığı puanın 3 fazlasının yarısı 30'dan küçüktür.
- Bir torbadaki kg birimi ile un miktarının 3 katı, 2 katının 50 kg fazlasından küçük değildir.
- Bir sayının -2 katının 3 fazlası 17'den küçük değildir.

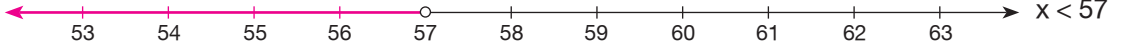
Yukarıda belirtilen ifadelere uygun eşitsizlikleri yazınız. Eşitsizlikleri çözünüz ve sayı doğrusunda gösteriniz.

Çözüm

- a. Mert'in bilgisayar oyunundan aldığı puan x olsun. Eşitsizliği yazalım ve çözelim.

$$\begin{aligned}\frac{x+3}{2} < 30 &\rightarrow 2 \cdot \frac{x+3}{2} < 30 \cdot 2 \\ x+3 &< 60 \\ x &< 57\end{aligned}$$

$x < 57$ eşitsizliği, 57'den küçük sayıları belirtir. Eşitsizliği sayı doğrusunda gösterelim.



- b. Torbadaki kg birimi ile belirtilen un miktarının küçük olmaması, büyük veya eşit olduğunu gösterir. Torbadaki kg birimi ile un miktarı x olsun. Eşitsizliği yazalım ve çözelim.

$$\begin{aligned}3x &\geq 2x + 50 \\ 3x - 2x &\geq 2x + 50 - 2x \\ x &\geq 50\end{aligned}$$

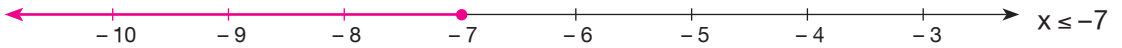
$x \geq 50$ eşitsizliği, 50'ye eşit veya 50'den büyük sayıları belirtir. Eşitsizliği sayı doğrusunda gösterelim.



- c. İfadede belirtilen sayı x olsun. Eşitsizliği yazalım ve çözelim.

$$\begin{aligned}-2x + 3 &\geq 17 \\ -2x + 3 - 3 &\geq 17 - 3 \\ \frac{-2x}{-2} &\leq \frac{14}{-2} \rightarrow x \leq -7 \text{ (Eşitsizlik yön değiştirdi.)}\end{aligned}$$

$x \leq -7$ eşitsizliği, -7'ye eşit veya -7'den küçük sayıları belirtir. Eşitsizliği sayı doğrusunda gösterelim.



- Eşitsizliğin her iki tarafı, pozitif olan aynı sayı ile çarpılır veya pozitif olan aynı sayıya bölünürse, eşitsizlik yön değişmez.
- Eşitsizliğin her iki tarafı, negatif olan aynı sayı ile çarpılır veya negatif olan aynı sayıya bölünürse, eşitsizlik yön değişir.

Örnek

$-2x + 4 > -x + 3$ eşitsizliğine göre x 'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm

Eşitsizliği çözelim.

$$\begin{aligned}-2x + 4 &> -x + 3 \\ -2x + 4 + 2x &> -x + 3 + 2x \\ 4 &> x + 3 \\ 4 - 3 &> x + 3 - 3 \rightarrow 1 > x\end{aligned}$$

Eşitsizliğe göre x , 1'den küçük sayılardır. O hâlde x 'in alabileceği en büyük tam sayı değeri 0'dır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadeler ile ifadelerin belirttiği eşitsizlikleri eşleştiriniz. Hangi eşitsizlik açığa kaldı?

Bir sınıftaki öğrencilerin sayısının $\frac{1}{4}$ 'ünün 3 fazlası, 10'dan küçüktür.

$$\frac{x}{4} + 3 < 10$$

Bir sayının 3 fazlasının $\frac{1}{4}$ 'ü, 10'dan büyük değildir.

$$4x - 3 > 24$$

Bir parktaki ağaçların sayısının 4 katının 3 eksiği, 24'ten büyüktür.

$$4(x - 3) \geq 24$$

$$\frac{x + 3}{4} \leq 10$$

2. Aşağıda verilen eşitsizlikler çözüldüğünde elde edilen eşitsizlikleri noktalı yerlere yazınız.

a. $3x - 5 > 28 \longrightarrow x > \dots\dots\dots$

b. $2x - 4 \geq 20 \longrightarrow x \geq \dots\dots\dots$

c. $x + 2 \leq 2x - 4 \longrightarrow x \geq \dots\dots\dots$

ç. $16 > \frac{x - 4}{2} \longrightarrow x < \dots\dots\dots$

d. $13 - 2x \leq -3x + 4 \longrightarrow x \leq \dots\dots\dots$

3. x bir reel sayı olmak üzere aşağıdaki eşitsizlikleri sayı doğrularında gösteriniz.

a. $x < 5$

b. $x > 7$

c. $x \leq 6$

ç. $2 < x \leq 4$

d. $x \geq 10$

e. $-5 < x < -2$

f. $5 \leq x < 6$

g. $-1 \leq x \leq 4$

4. a bir reel sayı olmak üzere kutucuklarda verilen eşitsizliklere göre aşağıda istenenleri yapınız.

a. " $a = 8$ " değerinin hangi kutucuklardaki eşitsizlikleri sağladığını bulunuz.

b. D kutucuğundaki eşitsizliğe göre a 'nın alabileceği en büyük tam sayı değerini bulunuz.

c. E kutucuğundaki eşitsizliği çözünüz ve sayı doğrusunda gösteriniz.

ç. "Sırada bekleyenlerin sayısının 3 fazlasının yarısı 4'ten büyük değildir."
Yukarıdaki ifadenin belirttiği eşitsizliğin, hangi kutucukta verildiğini bulunuz.

d. Hangi kutucuktaki eşitsizliğin çözüldüğünde " $a > -7$ " eşitsizliğinin elde edileceğini bulunuz.

$2(a - 2) < 3(a + 1)$ (A)	$a + 8 > 2a$ (B)
$\frac{a + 3}{2} \leq 4$ (C)	$3a - 4 < 17$ (D)
$a - 4 > 1$ (E)	$3a - 4 \geq -10$ (F)

- 5.

$$3y + \Delta \geq y + 6$$

Kutucuktaki eşitsizlik çözüldüğünde " $y \geq 5$ " eşitsizliği elde edildiğine göre Δ yerine hangi sayı yazılmalıdır?

1. Suna, 96 sayfalık kitabından her gün 8 sayfa okumaktadır. Geçen gün sayısı ile kalan sayfa sayısı arasındaki doğru ilişkiyi belirten tablo, denklem ve grafiği oluşturarak yorumlayınız. Bağımlı ve bağımsız değişkeni belirleyiniz.



2. Yandaki kutucuklarda verilen doğru denklemlerine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- a. A kutucuğunda denklemi verilen doğru ile hangi kutucukta denklemi verilen doğrunun eğimleri eşittir?
- b. B ile E kutucuklarında denklemleri verilen doğruların eğimleri toplamı kaçtır?

$3x - 2y = 4$ (A)	$x + y = 10$ (B)
$3y - 2x = 6$ (C)	$x - \frac{2}{3}y = 6$ (D)
$x - y = 2$ (E)	$x - \frac{y}{2} = 3$ (F)

- c. Eğimi 2 olan doğrunun denklemi hangi kutucukta verilmiştir?

3. "Eğimleri çarpımı -1 olan iki doğru birbirine diktir." ifadesine göre aşağıdaki denklemlerin belirttiği doğruların hangileri birbirine diktir?

A. $x + y = -2$
 $2x + y = -5$

B. $x + y = 1$
 $x - y = 1$

C. $x + 2y = 1$
 $x - y = 1$

D. $2x + y = 1$
 $x - y = 1$

4. $2x = -ky$ denkleminin belirttiği doğrunun eğimi $-\frac{2}{5}$ ise, k kaçtır?

A. 5

B. $\frac{4}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

D. -5

5. $3x + 2y - 8 = 0$ denkleminin belirttiği doğrunun eğimi kaçtır?

A. $\frac{8}{3}$

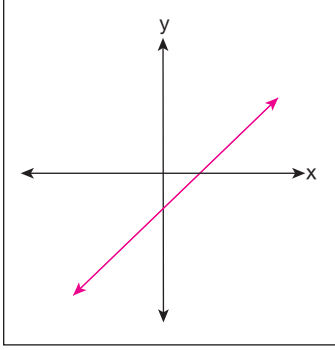
B. $\frac{3}{2}$

C. $-\frac{3}{2}$

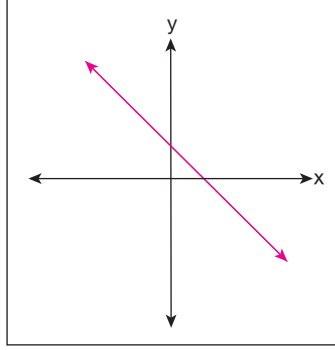
D. $-\frac{8}{3}$

6. “Denklemleri $-2x + 5y - 2 = 0$ olan doğrunun eğimi, olur.” ifadesindeki noktalı yere hangi sayı yazılmalıdır?

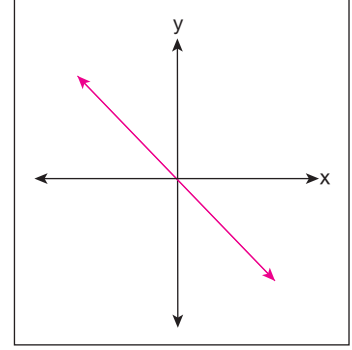
7.



I



II



III

Yukarıda verilen doğruların hangisi veya hangilerinin eğimleri negatiftir?

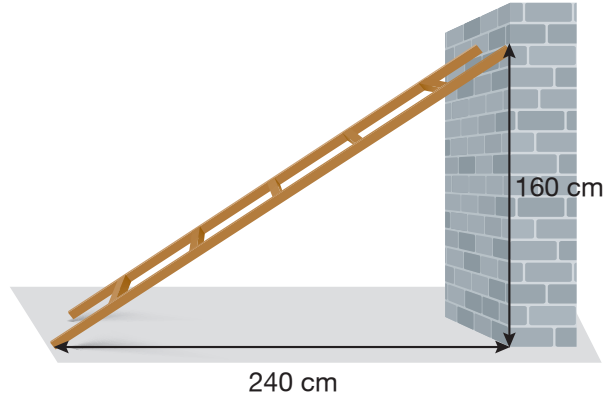
8. Yanda verilen görseldeki merdivenin eğimi kaçtır?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. 3



9. Aşağıda verilen denklemleri çözünüz.

a. $3x - 18 = \frac{3x}{2}$

b. $3(x - 6) = \frac{2x}{5} - 7$

c. $\frac{7x}{3} - 9 = \frac{x}{6} + 1$

ç. $\frac{5}{2}(4x + 2) = -\frac{x}{4} + 2$

d. $\frac{x - 7}{2} = \frac{x}{3} + 1$

e. $15 - \frac{x}{11} = \frac{x}{22}$

10. $\frac{x}{3} - 2 = \frac{x}{4}$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A. 12

B. 16

C. 24

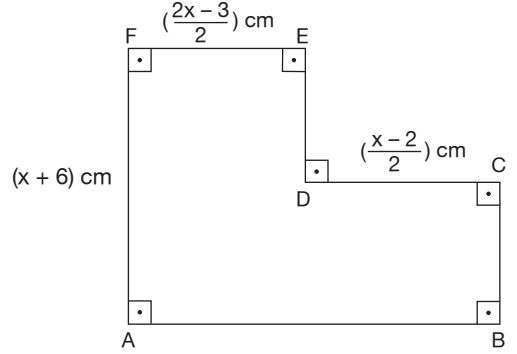
D. 32

11. Bir top kumaşın birinci gün $\frac{1}{2}$ 'si, ikinci gün kalanın $\frac{1}{3}$ 'ü ve üçüncü gün kalanın $\frac{1}{2}$ 'si satılıyor.

Toplam 25 metre kumaş satıldığına göre geriye kaç metre kumaş kalmıştır?

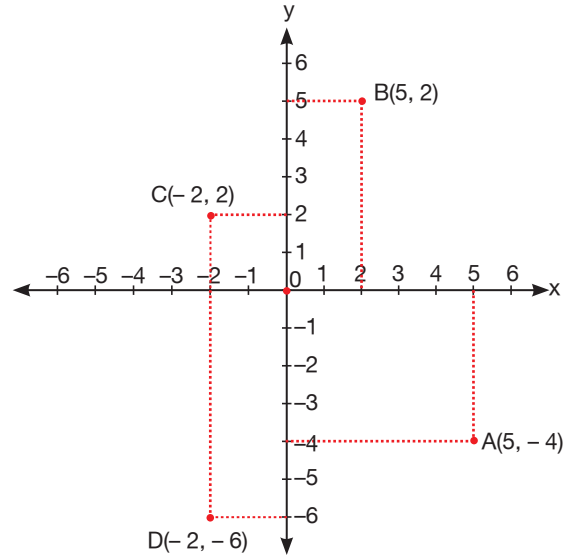
12. $\frac{2}{5}$ 'i ile $\frac{2}{3}$ 'ünün toplamı, 4 fazlasına eşit olan sayı kaçtır?

13. Yanda verilen şeklin çevre uzunluğu 47 cm olduğuna göre $|AF|$, kaç cm'dir?



14. Koordinat sisteminde belirtilen noktalardan hangisinin koordinatları yanlış yazılmıştır?

- A. A B. B
C. C D. D



15. $A(x, y)$ noktasının x koordinatı negatif, y koordinatı pozitiftir. Buna göre A noktası, koordinat sisteminin kaçınıcı bölgesindedir?

16. $(2c - 1, c + 4)$ sıralı ikilisinin koordinatları toplamı 36 ise c kaçtır?

17.

$O (\blacktriangle + 2, \blacksquare - 4)$

“Yukarıda verilen O noktası orijindir. Buna göre $\blacktriangle + \blacksquare$ toplamı olur.” ifadesindeki noktalı yere kaç yazılmalıdır?

18. Yandaki grafikte, x ile y değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişki gösterilmiştir. Buna göre, doğrusal ilişkiyi belirten denklem aşağıdakilerden hangisidir?

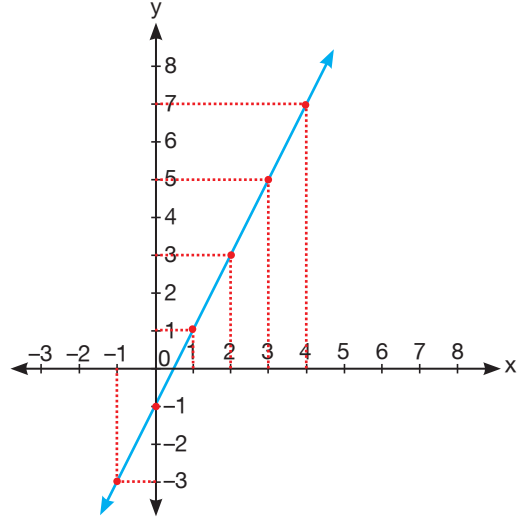
A. $y = 2x + 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = -2x$

D. $y = 2x$

Grafik: x ile y Değişkenleri



19. Yandaki kutucuklarda verilen denklemlere göre aşağıda istenenleri yapınız.

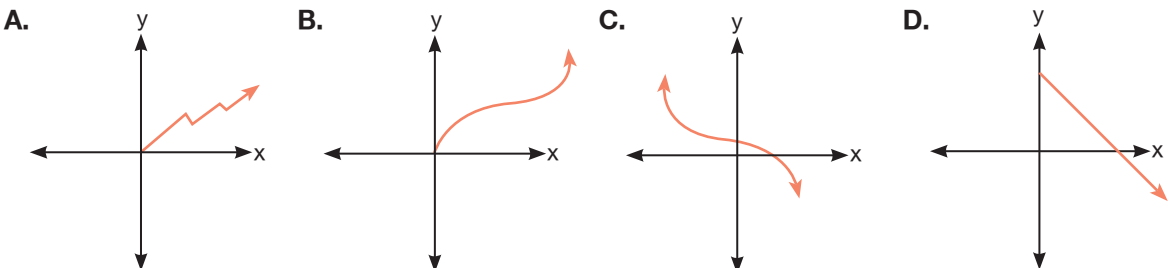
a. B, E ve H kutucuklarındaki denklemleri çözünüz.

b. F ile I kutucuklarındaki doğrusal denklemlerin grafiklerini çizin.

c. $(-1, -7)$ sıralı ikilisi A, C, D ve G kutucuklarında denklemleri verilen doğrulardan hangisinin üzerindedir?

A $3x - y = 4$	B $2x + 3 = -5$	C $2y + 8x = 16$
D $x + y = -1$	E $2a - 7 = a + 1$	F $y = 3x - 4$
G $-x = y + 7$	H $3 \cdot (b + 7) = b - 1$	I $x - 5y = 0$

20. Hangi seçenekteki grafikte belirtilen x ile y değişkenleri arasında doğrusal bir ilişki vardır?



21. b bir reel sayı olmak üzere aşağıdaki eşitsizlikleri sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

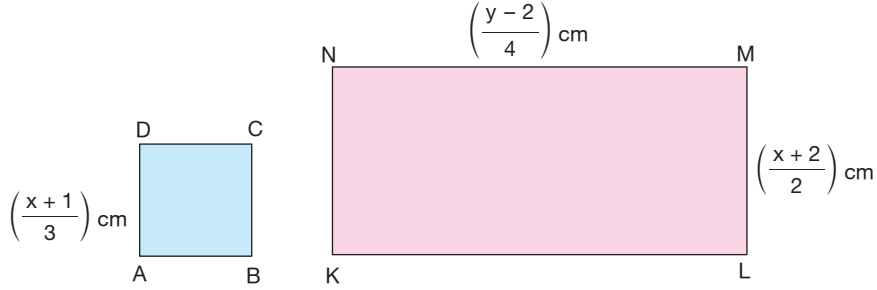
a. $3 < b \leq 7$

b. $-1 \leq b < 4$

c. $6 \leq b \leq 10$

ç. $-7 < b < -5$

22.



Yukarıda verilen ABCD karesinin çevre uzunluğu 12 cm ve KLMN dikdörtgeninin çevre uzunluğu 32 cm'dir. Buna göre aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

☐ Dikdörtgenin uzun kenarı, 11 cm uzunluğundadır.

☐ Karenin alanı, 64 cm^2 dir.

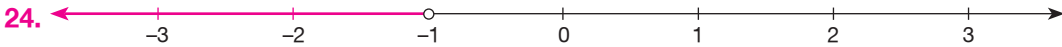
☐ Karenin çevre uzunluğunun, dikdörtgenin çevre uzunluğuna oranı $\frac{3}{8}$ 'dir.

☐ Dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğu, karenin bir kenar uzunluğunun $\frac{16}{3}$ katıdır.

☐ Dikdörtgenin alanı 55 cm^2 dir.

23. "Bir reel sayının 3 fazlasının yarısı, 14'ten büyüktür."

Yukarıdaki ifadeye uygun eşitsizliği yazınız. Eşitsizliğin çözümünü bularak sayı doğrusunda gösteriniz.



Çözümü yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen eşitsizlik, aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A. $2x + 4 > 3x$

B. $2x \leq x - 1$

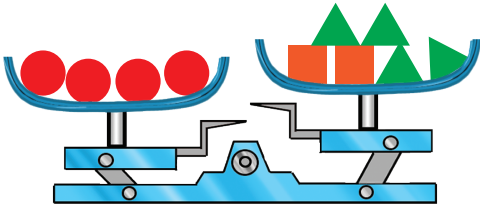
C. $2 \cdot (x - 1) > -1$

D. $\frac{x+4}{3} < 1$

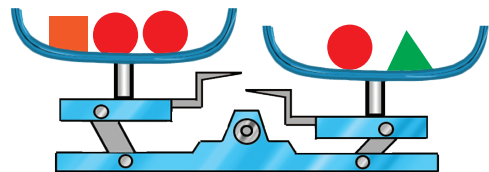
25. Terazilerde modellenen eşitsizlikleri, altlarındaki noktalı yerlere yazınız.

= x kg = 2 kg = 5 kg

a.



b.



5. ÜNİTE



GEOMETRİ VE ÖLÇME

KONULAR

ÜÇGENLER

- Üçgende Kenarortay, Açıortay ve Yükseklik
- Üçgenlerin Kenarları Arasındaki İlişkiler
- Üçgenlerin Kenarları ile Açıları Arasındaki İlişkiler
- Yeterli Sayıda Elemanın Ölçüleri Verilen Bir Üçgeni Çizme
- Pisagor Bağıntısı

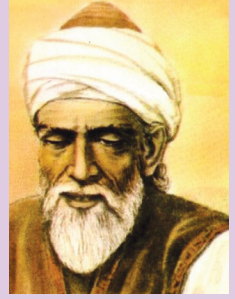
EŞLİK VE BENZERLİK

- Eşlik ve Benzerlik

Terimler ve Semboller

- kenarortay
- açıortay
- yükseklik
- üçgen eşitsizliği
- dik kenarlar
- hipotenüs
- Pisagor bağıntısı
- benzerlik oranı
- “ $\cong$ ” eşlik
- “ $\sim$ ” benzerlik

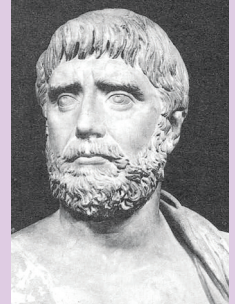
Matematik tarihinde çok önemli bir yeri olan Ebu'l Vefâ, ilk matematik derslerini amcası Ebu Amr el Mugazili'den; geometri derslerini ise dayısı Ebu Abdullah Muhammed b. Anbesse'den aldı. 19 yaşına gelince zamanın bilim ve kültür merkezi olan Bağdat'a yerleşti.



Üçgenler üzerinde ilk ciddi çalışmayı Ebu'l Vefâ yapmıştır. Bu konudaki keşifleri, tanımları, kavramları ve çizelgeleriyle kendinden yüzyıllarca sonra gelen Avrupa'nın ünlü matematikçilerinden d'Alembert [Delomber (1717-1783)], Laplace [Lepas (1749-1827)] ve çağdaşları olan büyük matematik bilginlerinin fikir yapılarında etkili oldu. Batı bilim dünyasında önemli yeri olan Ebu'l Vefâ, bu fikirlerini Kitabü'l-Hendese'de (Geometri Kitabı) topladı.

<https://earsiv.anadolu.edu.tr/xmlui/handle/11421/849> adresinden düzenlenmiştir.

Thales (Tales), MÖ 620 yılında Milet şehrinde doğmuştur. Mısırlılar, piramitlerin o zamanki gerçek yüksekliğini ölçmek istemişlerdir. Thales, “Yere bir çubuk diken, ne zaman çubuğun gölgesi kendi yüksekliğine eşit olursa o zaman piramidin gölgesini ölçün. Bu ölçüm ile piramidin yüksekliği aynıdır.” demiştir.



Siz de Thales'in kullandığı yöntem ile oturduğunuz binanın uzunluğunu ölçebilirsiniz.

<http://www.iep.utm.edu/thales> adresinden düzenlenmiştir.

Üçgende Kenarortay, Açortay ve Yükseklik

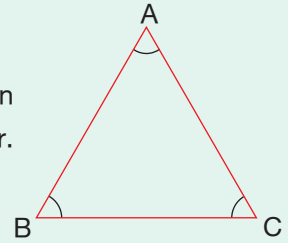
Atatürk, geometri kitabı yazarak geometri öğretimine katkıda bulunmuştur. Ölümünden yaklaşık bir buçuk yıl önce 1936 - 1937 yıllarında kendi el yazısıyla "Geometri" isimli kitabının yazımını tamamlamıştır. 44 sayfalık eserde, dilimize Arapça ve Farsçadan geçen "müselles, hatt-ı vâsıt, hatt-ı munassıf, kaide irtifai" gibi terimler, Atatürk tarafından türetilen "üçgen, kenarortay, açortay, yükseklik" olarak adlandırılmıştır. Kitap, 1937 yılında Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanmıştır.

Kitapta başka hangi kavramlar Türkçeye uyarlanmış olabilir? Araştırınız.



Hatırlatma

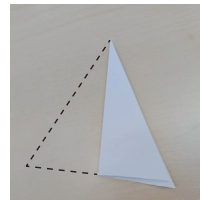
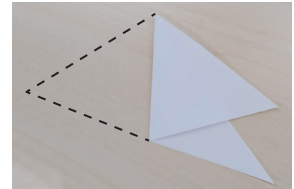
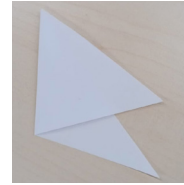
Bir üçgenin 3 köşesi, 3 kenarı ve 3 iç açısı vardır. Yandaki ABC üçgeninin köşeleri A, B ve C noktaları; kenarları $[AB]$, $[BC]$ ve $[AC]$; açıları $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ 'dir.



Etkinlik

Araç Gereçler: Cetvel, makas, dosya kâğıdı, kırmızı ve yeşil boya kalemli. (Makası dikkatli kullanalım.)

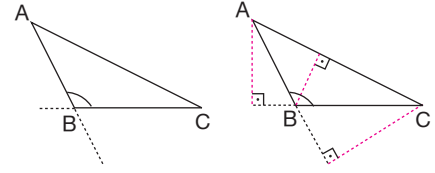
- Kâğıdımıza, cetvel yardımıyla bir üçgen çizelim ve üçgeni makasla keserek kâğıttan ayıralım.
- Üçgeni, her bir iç açısını ortalayacak şekilde köşelerinden karşısındaki kenara doğru katlayıp açalım.
- Oluşan kat çizgilerini kırmızı kalemle belirginleştirelim.
- Kırmızı renkle çizilen doğru parçaları bir noktada kesişir mi?
- Çizilen farklı üçgenler için de aynı durum geçerli midir?
- Çizilen üç doğru parçası üçgenin hangi bölgesindedir?
- Çizilen doğru parçaları üçgenin dışında olabilir mi?
- Her bir doğru parçasını nasıl adlandırabilirsiniz? Açıklayınız.
- Kâğıdımıza, başka bir üçgen çizelim ve üçgeni makasla keserek kâğıttan ayıralım.
- Üçgenin ardışık köşeleri üst üste gelecek şekilde katlayarak birleştirelim ve kenarların orta noktasını belirleyelim.
- Her bir köşe ile karşısındaki kenarın orta noktasını yeşil kalemle birleştirelim.
- Yeşil kalemle kaç doğru parçası çizdiniz?
- Farklı üçgenler için de aynı sayıda doğru parçasını çizebilir miydiniz?
- Her bir doğru parçasını nasıl adlandırabilirsiniz? Açıklayınız.



Etkinlik

Araç Gereçler: Dosya kâğıdı, kırmızı ve yeşil boya kalemleri.

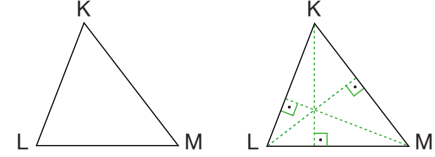
- Kâğıdımıza, yandaki gibi geniş açılı bir ABC üçgeni çizelim.
- Geniş açiyı oluşturan kenarların uzantılarını çizelim.
- Kırmızı kalemle, üçgenin her bir köşesinden karşısındaki kenara ya da kenarın uzantısına yandaki gibi birer dik doğru parçası çizelim.



→ Çizilen dik doğru parçaları üçgenin hangi bölgelerindedir? Açıklayınız.

→ Doğru parçalarını nasıl adlandırabilirsiniz? Açıklayınız.

- Kâğıdımıza, yandaki gibi dar açılı bir KLM üçgeni çizelim.
- Yeşil kalemle, üçgenin her bir köşesinden karşısındaki kenara birer dik doğru parçası çizelim.



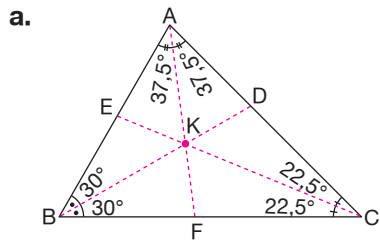
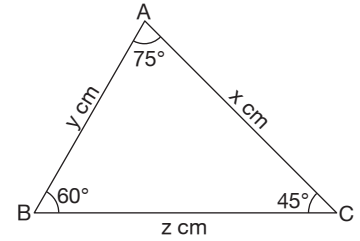
→ Çizilen doğru parçaları, üçgenin hangi bölgesindedir?

→ Bir dik üçgende, köşelerden karşısındaki kenarlara çizilen dik doğru parçaları hangi noktada kesişir? Nedenini açıklayınız.

- Üçgende, bir açıyı iki eş parçaya ayıran ışının, açının köşesi ile karşı kenar arasında kalan parçası, üçgenin o açısına ait açıortaydır.
- Üçgende, bir kenarın orta noktasını karşısındaki köşeye birleştiren doğru parçası, üçgenin o kenarına ait kenarortaydır.
- Üçgende, bir köşeden karşısındaki kenara ya da kenarın uzantısına inilen dikme, üçgenin o kenarına ait yüksekliğidir.

Yanda verilen ABC dar açılı üçgeninin;

- Açıortaylarını,
- Kenarortaylarını,
- Yüksekliklerini inşa edelim.

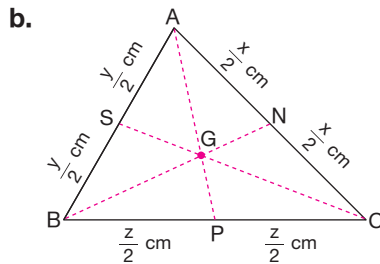


[AF], A açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{BAF}) = m(\widehat{CAF}) = \frac{75^\circ}{2} = 37,5^\circ$

[BD], B açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

[CE], C açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BCE}) = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$

Açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki K noktasında kesişir.



[AP], BC kenarına ait kenarortaydır.

$$IBPI = IPCI = \frac{z}{2} \text{ cm}$$

[BN], AC kenarına ait kenarortaydır.

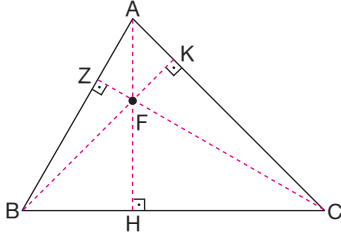
$$IANI = INCI = \frac{x}{2} \text{ cm}$$

[CS], AB kenarına ait kenarortaydır.

$$IASI = ISBI = \frac{y}{2} \text{ cm}$$

Kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki G noktasında kesişir.

c.



[AH], BC kenarına ait yüksekliktir. $([AH] \perp [BC])$

[BK], AC kenarına ait yüksekliktir. $([BK] \perp [AC])$

[CZ], AB kenarına ait yüksekliktir. $([CZ] \perp [AB])$

Yükseklikler, üçgenin iç bölgesindeki F noktasında kesişir.

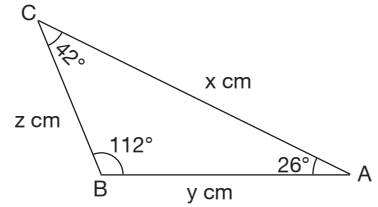
Dar açılı bir üçgende;

- Açortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.
- Kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.
- Yükseklikler, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

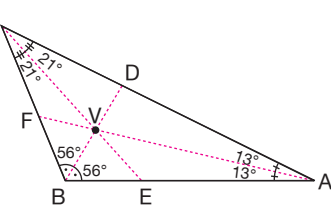
Yanda verilen CBA geniş açılı üçgeninin;

- Açıortaylarını,
- Kenarortaylarını,
- Yüksekliklerini inşa ediniz.



Çözüm

a.



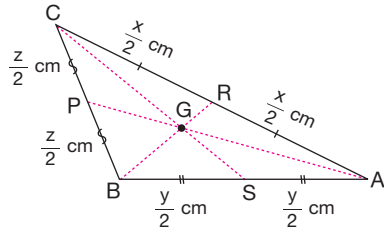
[BD], B açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \frac{112^\circ}{2} = 56^\circ$

[CE], C açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BCE}) = \frac{42^\circ}{2} = 21^\circ$

[AF], A açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{BAF}) = m(\widehat{CAF}) = \frac{26^\circ}{2} = 13^\circ$

Açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki V noktasında kesişir.

b.



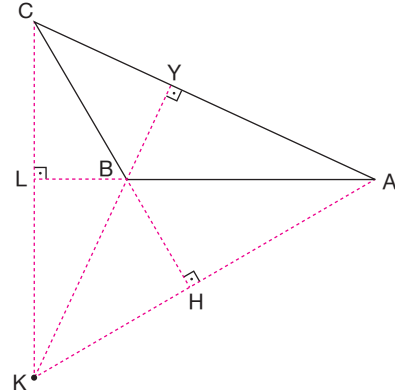
[BR], AC kenarına ait kenarortaydır. $IAI = IRCI = \frac{x}{2} \text{ cm}$

[CS], AB kenarına ait kenarortaydır. $IASI = ISBI = \frac{y}{2} \text{ cm}$

[AP], BC kenarına ait kenarortaydır. $IBPI = IPCI = \frac{z}{2} \text{ cm}$

Kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki G noktasında kesişir.

c.



[CL], AB kenarına ait yüksekliktir.

[AH], BC kenarına ait yüksekliktir.

[BY], AC kenarına ait yüksekliktir.

Yüksekliklerin uzantıları, üçgenin dış bölgesindeki K noktasında kesişir.

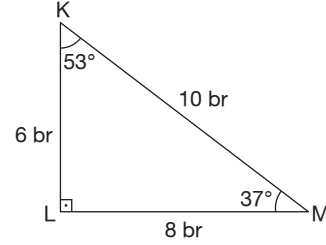
Geniş açılı bir üçgende;

- Açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.
- Kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.
- Yüksekliklerden ikisi, üçgenin dış bölgesindedir. Bu nedenle yüksekliklerin uzantıları, üçgenin dış bölgesindeki bir noktada kesişir.

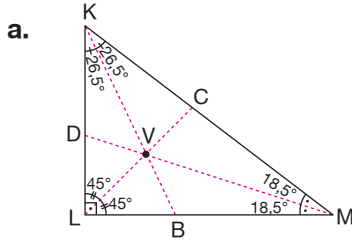
Örnek

Yanda verilen KLM dik üçgeninin;

- a. Açıortaylarını,
- b. Kenarortaylarını,
- c. Yüksekliklerini inşa ediniz.



Çözüm

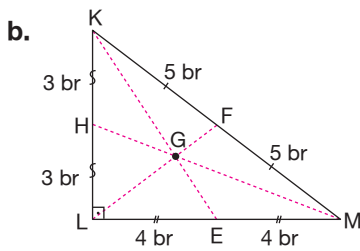


[KB], K açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{LKB}) = m(\widehat{MKB}) = \frac{53^\circ}{2} = 26,5^\circ$

[LC], L açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{KLC}) = m(\widehat{MLC}) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

[MD], M açısına ait açıortaydır. $m(\widehat{KMD}) = m(\widehat{LMD}) = \frac{37^\circ}{2} = 18,5^\circ$

Açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki V noktasında kesişir.

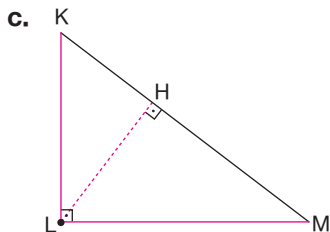


[KE], LM kenarına ait kenarortaydır. $LE = EM = \frac{8}{2} = 4 \text{ br}$

[LF], KM kenarına ait kenarortaydır. $KF = FM = \frac{10}{2} = 5 \text{ br}$

[MH], KL kenarına ait kenarortaydır. $IKHI = IHLI = \frac{6}{2} = 3 \text{ br}$

Kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki G noktasında kesişir.



[LH], KM kenarına ait yüksekliktir. $([LH] \perp [KM])$

[KL], LM kenarına ait yüksekliktir. $([KL] \perp [LM])$

[LM], KL kenarına ait yüksekliktir. $([LM] \perp [KL])$

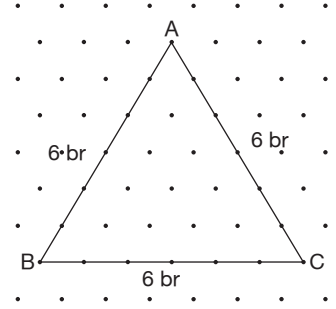
Yükseklikler, üçgenin L köşesinde kesişir.

Bir dik üçgende;

- Açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.
- Kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.
- Yükseklikler, üçgenin dik açısının bulunduğu köşede kesişir.

Örnek

İzometrik kâğıtta verilen yandaki ABC eşkenar üçgeninin açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini inşa ediniz.



Çözüm

Önce A açısına ait açıortayı ve BC kenarına ait kenarortay ile yüksekliği çizelim.

Bir eşkenar üçgenin her bir iç açısının ölçüsü, $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$ dir.

- $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ ve [AH], A açısına ait açıortay olduğundan

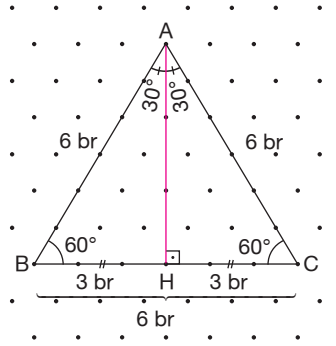
$$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{CAH}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \text{ dir.}$$

[AH], BC kenarına ait kenarortaydır.

$$IBHI = IHCI = \frac{6}{2} = 3 \text{ br}$$

[AH], BC kenarına ait yüksekliktir. ($[AH] \perp [BC]$)

[AH], hem A açısına ait açıortay hem de BC kenarına ait kenarortay ile yüksekliktir.



Şimdi, B ve C açılarının ait açıortayları, AC ve AB kenarlarına ait kenarortay ile yükseklikleri çizelim.

- $m(\widehat{B}) = 60^\circ$ ve [BD], B açısına ait açıortay olduğundan

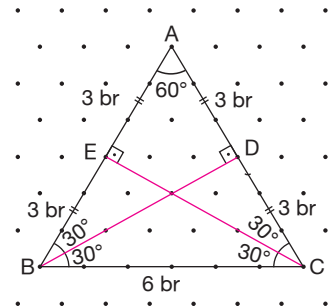
$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \text{ dir.}$$

[BD], AC kenarına ait kenarortaydır.

$$IADI = IDCI = \frac{6}{2} = 3 \text{ br}$$

[BD], AC kenarına ait yüksekliktir. ($[BD] \perp [AC]$)

[BD], hem B açısına ait açıortay hem de AC kenarına ait kenarortay ile yüksekliktir.



- $m(\widehat{C}) = 60^\circ$ ve [CE], C açısına ait açıortay olduğundan $m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BCE}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ dir.

[CE], AB kenarına ait kenarortaydır.

$$IAEI = IEBI = \frac{6}{2} = 3 \text{ br}$$

[CE], AB kenarına ait yüksekliktir. ($[CE] \perp [AB]$)

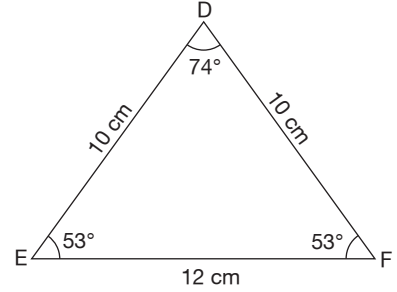
[CE], hem C açısına ait açıortay hem de AB kenarına ait kenarortay ile yüksekliktir.

Bir eşkenar üçgende, bir açıya ait açıortay ve aynı açının karşısındaki kenara ait kenarortay ile yükseklik aynı doğru parçasıdır.

Örnek

Yandaki EDF ikizkenar üçgeninde $IDEI = IDFI$ 'dur.

Üçgende verilenlere göre EDF üçgenindeki açıortay, kenarortay ve yükseklikleri inşa ediniz.



Çözüm

Önce D açısına ait açıortay ve EF kenarına ait kenarortay ile yüksekliği çizelim.

- $m(\widehat{D}) = 74^\circ$ ve $[DH]$, D açısına ait açıortay olduğundan

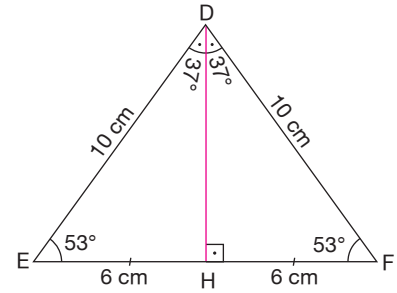
$$m(\widehat{EDH}) = m(\widehat{FDH}) = \frac{74^\circ}{2} = 37^\circ \text{ dir.}$$

$[DH]$, EF kenarına ait kenarortaydır.

$$IEHI = IHFI = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$[DH]$, EF kenarına ait yüksekliktir. ($[DH] \perp [EF]$)

$[DH]$, hem D açısına ait açıortay hem de EF kenarına ait kenarortay ile yüksekliktir.



Şimdi, E ve F açılarının ait açıortayları, DF ve DE kenarlarına ait kenarortay ile yükseklikleri çizelim.

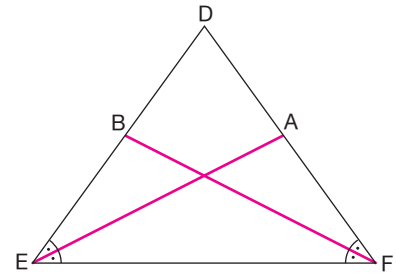
- $m(\widehat{F}) = 53^\circ$ ve $[FB]$, F açısına ait açıortay olduğundan

$$m(\widehat{EFB}) = m(\widehat{DFB}) = \frac{53^\circ}{2} = 26,5^\circ \text{ dir.}$$

$m(\widehat{E}) = 53^\circ$ ve $[EA]$, E açısına ait açıortay olduğundan

$$m(\widehat{FEA}) = m(\widehat{DEA}) = \frac{53^\circ}{2} = 26,5^\circ \text{ dir.}$$

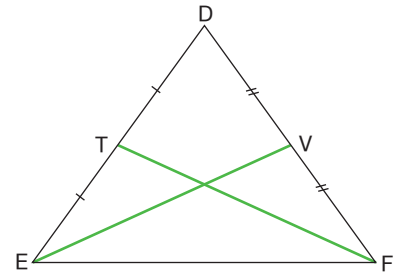
$$IFBI = IEAI$$



$$[FT], DE \text{ kenarına ait kenarortaydır. } IDTI = ITEI = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$[EV], DF \text{ kenarına ait kenarortaydır. } IDVI = IVFI = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

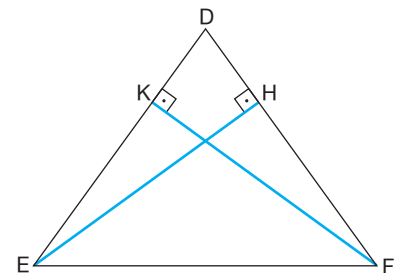
$$IFTI = IEVI$$



$[FK]$, DE kenarına ait yüksekliktir. ($[FK] \perp [DE]$)

$[EH]$, DF kenarına ait yüksekliktir. ($[EH] \perp [DF]$)

$$IFKI = IEHI$$



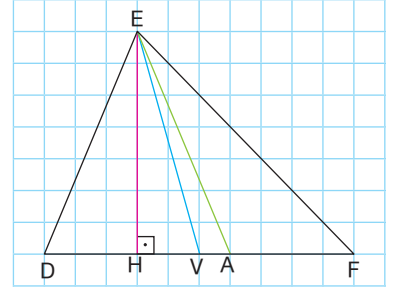
Bir ikizkenar üçgende;

- Eş açılardan olmayan açiya ait açkırtay ve karşıındaki kenara ait kenarortay ile yükseklik aynı doğru parçasıdır.
- Eş açılara ait açkırtaylar, eş kenarlara ait kenarortaylar ve eş kenarlara ait yükseklikler kendi aralarında eştir.

Örnek

Kareli kâğıtta verilen DEF üçgeninde IDFI = 10 br'dir.

Buna göre, üçgen üzerindeki doğru parçalarından hangisi DF kenarına ait kenarortaydır?



Çözüm

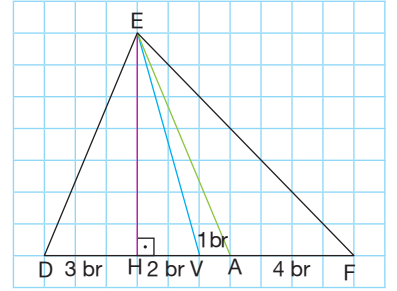
Bir üçgende, bir kenara ait kenarortay, kenarı iki eş parçaya ayırır. Buna göre, DF kenarının uç noktaları olan D ile F köşelerinin sırasıyla H, V ve A noktalarına olan uzaklıklarını belirleyelim.

$$IDHI = 3 \text{ br}, IHFI = 7 \text{ br}$$

$$IDVI = 5 \text{ br}, IVFI = 5 \text{ br} \text{ (IDVI = IVFI)}$$

$$IDAI = 6 \text{ br}, IAFI = 4 \text{ br}$$

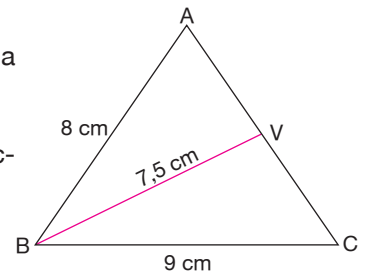
$IDVI = IVFI = \frac{10}{2} = 5 \text{ br}$ olduğundan [EV], DF kenarına ait kenarortaydır.



Örnek

Yandaki BAC ikizkenar üçgeninde IABI = IACI ve [BV], AC kenarına ait kenarortaydır.

IABI = 8 cm, IBCI = 9 cm ve IBVI = 7,5 cm olduğuna göre, BVC üçgeninin çevre uzunluğu kaç cm'dir?



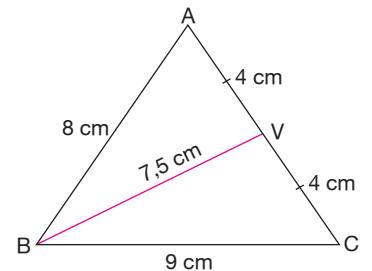
Çözüm

BAC ikizkenar üçgeninde IACI = IABI = 8 cm ve [BV], AC kenarına

ait kenarortay olduğundan IAVI = IVCI = $\frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ 'dir.

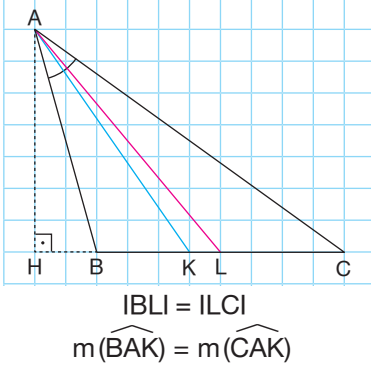
Buna göre, BVC üçgeninin çevre uzunluğunu bulalım.

Çevre uzunluğu = 9 + 7,5 + 4 = 20,5 cm



Alıştırmalar

1.



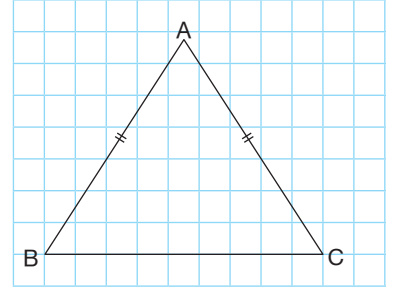
Yandaki ABC geniş açılı üçgeninde verilenlere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- ABC üçgenindeki hangi doğru parçası yüksekliktir?
- ABC üçgeninde bulunan [AL], üçgenin hangi elemanını belirtir?
- ABC üçgeninde bulunan [AK], üçgenin hangi elemanını belirtir?

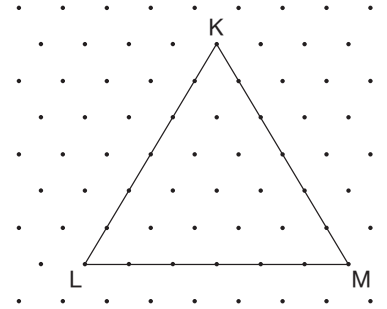
2. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

- ☐ Dik üçgende yükseklikler, dik açının köşesinde kesişir.
- ☐ Her üçgende açıortaylar, üçgenin dış bölgesindeki bir noktada kesişir.
- ☐ Geniş açılı üçgenlerde, yüksekliklerden ikisi üçgenin dış bölgesindedir.
- ☐ Dar açılı üçgenlerde yükseklikler, üçgenin dış bölgesinde kesişir.
- ☐ İkizkenar üçgenlerde, eş açılarının karşısındaki kenarlara ait kenarortaylar eşittir.

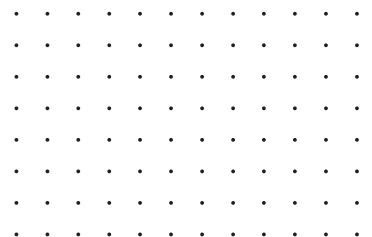
3. Kareli kâğıttaki BAC ikizkenar üçgeninin kenarortaylarını çizerek kenarortayların kesişim noktasını belirleyiniz.



4. İzometrik kâğıttaki KLM eşkenar üçgeninin açıortay, kenarortay ve yüksekliklerini inşa ediniz.



5. Noktalı kâğıda bir dik üçgen çiziniz. Çizdiğiniz dik üçgende yüksekliklerin kesişim noktasını belirleyiniz.



Üçgenlerin Kenarları Arasındaki İlişkiler

Mert 10 cm, 20 cm ve 30 cm uzunluğundaki üç çubuğu birleştirerek bir üçgen oluşturmak istiyor. Ancak çubukların uçlarını bir üçgen oluşturacak şekilde birleştiremiyor.

Sizce bunun nedeni ne olabilir?

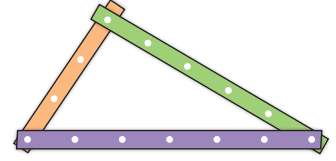
Mert'in bu çubuklarla üçgen oluşturabilmesi için hangi koşulların sağlanması gerekir? Nedenini açıklayınız.



Etkinlik

Araç Gereçler: Geometri şeritleri.

- Geometri şeritleri ile bir üçgen oluşturalım.
- Oluşturduğumuz üçgenin kenar uzunluklarını belirleyelim.
- Üçgenin herhangi bir kenarının uzunluğunu ele alalım.
- Diğer iki kenarın uzunluklarının farkını ve toplamını bularak not edelim. (Çıkarma işleminde, büyük kenar uzunluğundan küçük kenar uzunluğunu çıkaralım.)
- İki kenarın uzunluklarının toplamı ve farkı ile ele aldığımız kenar uzunluğunu sıralayalım.
- Aynı işlemleri, diğer kenar uzunlukları için de tekrarlayınız.
- Yaptığınız sıralamalara göre, üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişki için genel bir sonuç çıkarılabilir mi? Tartışınız.

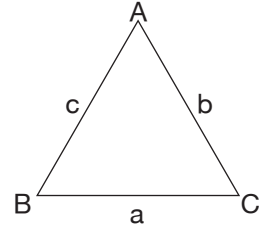


Bir üçgende herhangi bir kenarın uzunluğu; diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyüktür. Bu ilişki **üçgen eşitsizliği** olarak adlandırılır.

$$|b - c| < a < b + c$$

$$|c - a| < b < c + a$$

$$|b - a| < c < b + a$$



Yanda uzunlukları verilen kalemleri kullanarak bir üçgen oluşturalım.

- Mavi kalemin uzunluğunu ele alalım.

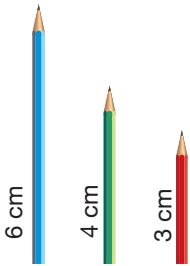
Mavi kalemin uzunluğu 6 cm'dir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Yeşil ve kırmızı kalemlerin uzunlukları toplamı : } 4 + 3 = 7 \text{ cm} \\ \text{Yeşil ve kırmızı kalemlerin uzunlukları farkı : } 4 - 3 = 1 \text{ cm} \end{array} \right\} 1 < 6 < 7$$

- Yeşil kalemin uzunluğunu ele alalım.

Yeşil kalemin uzunluğu 4 cm'dir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mavi ve kırmızı kalemlerin uzunlukları toplamı : } 6 + 3 = 9 \text{ cm} \\ \text{Mavi ve kırmızı kalemlerin uzunlukları farkı : } 6 - 3 = 3 \text{ cm} \end{array} \right\} 3 < 4 < 9$$

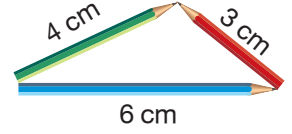


- Kırmızı kalemin uzunluğunu ele alalım.

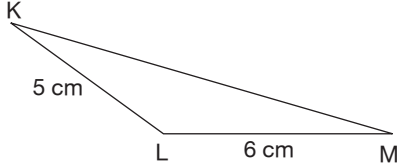
Kırmızı kalemin uzunluğu 3 cm'dir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mavi ve yeşil kalemlerin uzunlukları toplamı : } 6 + 4 = 10 \text{ cm} \\ \text{Mavi ve yeşil kalemlerin uzunlukları farkı : } 6 - 4 = 2 \text{ cm} \end{array} \right\} 2 < 3 < 10$$

Yapılan sıralamalara göre her bir kalemin uzunluğunun, diğer iki kalemin uzunlukları farkının mutlak değerinden büyük ve toplamından küçük olduğu görülür. Kalemler uç uca eklenerek yandaki gibi bir üçgen oluşturulabilir.



Örnek



Yandaki KLM üçgeninde $IKLI = 5 \text{ cm}$ ve $ILMI = 6 \text{ cm}$ 'dir. Buna göre IKMI'nun "cm" birimi ile alabileceği en büyük doğal sayı değerini bulunuz.

Çözüm

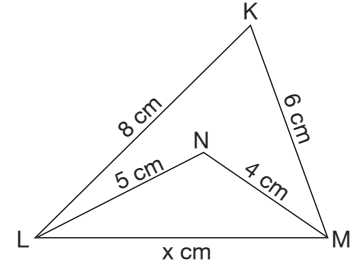
KLM üçgeni için üçgen eşitsizliğini yazalım.

$$|5 - 6| < IKMI < 5 + 6 \rightarrow 1 < IKMI < 11$$

IKMI, 1 ile 11 sayılarının arasındaki değerleri alır. O hâlde IKMI'nun alabileceği doğal sayı değerleri "cm" birimi ile; 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 10'dur. IKMI'nun en büyük doğal sayı değeri 10 cm'dir.

Örnek

Yandaki KLM ve NLM üçgenlerinde; $IKLI = 8 \text{ cm}$, $IKMI = 6 \text{ cm}$, $INLI = 5 \text{ cm}$, $INMI = 4 \text{ cm}$ ve $ILMI = x \text{ cm}$ 'dir. Buna göre, x'in alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?



Çözüm

- Önce KLM üçgenindeki ILMI'nu ele alalım.

$$|IKLI - IKMI| < ILMI < IKLI + IKMI$$

$$|8 - 6| < x < 8 + 6$$

$$2 < x < 14$$

x, 2 ile 14 sayılarının arasındaki değerleri alır. Bu durumda x'in alabileceği doğal sayı değerleri; 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ve 13'tür.

- Şimdi, NLM üçgenindeki ILMI'nu ele alalım.

$$|INLI - INMI| < ILMI < INLI + INMI$$

$$|5 - 4| < x < 5 + 4$$

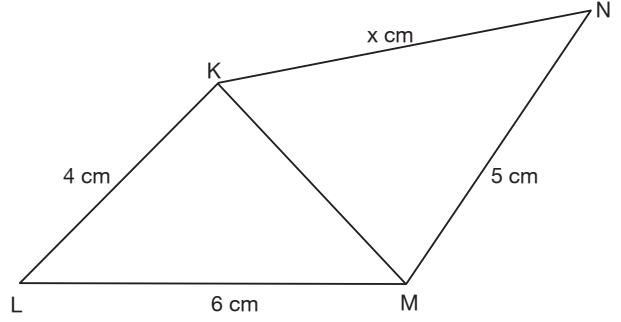
$$1 < x < 9$$

x, 1 ile 9 sayılarının arasındaki değerleri alır. Bu durumda x'in alabileceği doğal sayı değerleri; 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8'dir.

LM kenarı, KLM ve NLM üçgenlerinin ortak kenarıdır. O hâlde ILMI'nun alabileceği doğal sayı değerleri, her iki üçgende de alabileceği değerden ortak olanlardır. Öyleyse x'in alabileceği 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 olmak üzere altı farklı doğal sayı değeri vardır.

Örnek

Yandaki şekil, KLM ve KNM üçgenlerinden oluşmaktadır. Şekilde; IKLI = 4 cm, ILMI = 6 cm, IMNI = 5 cm ve IKNI = x cm'dir. IKMI'nun "cm" birimi ile alabileceği en büyük doğal sayı değerine karşılık x'in alabileceği en küçük doğal sayı değeri kaçtır?



Çözüm

Önce KLM üçgeninde, IKMI'nun "cm" biriminde alabileceği en büyük doğal sayı değerini bulalım.

$$\begin{aligned} |ILMI - IKLI| < IKMI < ILMI + IKLI \\ |6 - 4| < IKMI < 6 + 4 \\ 2 < IKMI < 10 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} |ILMI - IKLI| < IKMI < ILMI + IKLI \\ |6 - 4| < IKMI < 6 + 4 \\ 2 < IKMI < 10 \end{aligned}} \right\} \text{ IKMI, 2 ile 10 sayılarının arasındaki değerleri alır. Bu durumda IKMI'nun alabileceği en büyük doğal sayı değeri, 9 cm'dir.}$$

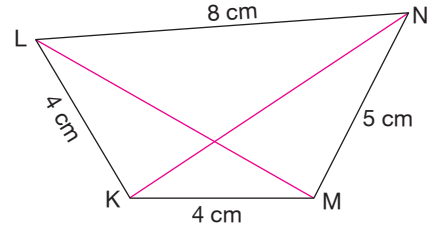
Şimdi, KNM üçgeninde IKMI'nun 9 cm olması durumunda IKNI'nun "cm" biriminde alabileceği en küçük doğal sayı değerini bulalım.

$$\begin{aligned} |IKMI - IMNI| < IKNI < IKMI + IMNI \\ |9 - 5| < x < 9 + 5 \\ 4 < x < 14 \end{aligned}$$

x, 4 ile 14 sayılarının arasındaki değerleri alır. Bu durumda x'in alabileceği en küçük doğal sayı değeri 5'tir.

Örnek

Yandaki şekilde IMLI ile IKNI'nun "cm" biriminde değeri doğal sayıdır. Şekilde verilenlere göre IMLI'nun ve IKNI'nun alabileceği en küçük doğal sayı değerlerini ayrı ayrı bulunuz.



Çözüm

LKM, LNM, KLN ve KMN üçgenlerinde, üçgen eşitsizliklerinden yararlanarak IMLI ve IKNI'nun alabileceği değer aralıklarını belirleyelim.

$$\begin{aligned} &\text{LKM üçgeninde;} \\ &|4 - 4| < IMLI < 4 + 4 \\ &0 < IMLI < 8 \\ &\text{LNM üçgeninde;} \\ &|8 - 5| < IMLI < 8 + 5 \\ &3 < IMLI < 13 \\ &\text{IMLI'nun alabileceği en küçük} \\ &\text{doğal sayı değeri, 4 cm'dir.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{KLN üçgeninde;} \\ &|8 - 4| < IKNI < 8 + 4 \\ &4 < IKNI < 12 \\ &\text{KMN üçgeninde;} \\ &|5 - 4| < IKNI < 5 + 4 \\ &1 < IKNI < 9 \\ &\text{IKNI'nun alabileceği en küçük} \\ &\text{doğal sayı değeri, 5 cm'dir.} \end{aligned}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçalarından hangileri bir üçgenin kenarları olabilir?

a. $IAI = 15$ cm, $IBC = 7$ cm, $IAC = 7$ cm

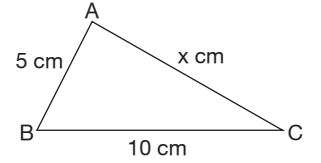
b. $IBD = 13$ cm, $IDC = 23$ cm, $IBC = 15$ cm

2.

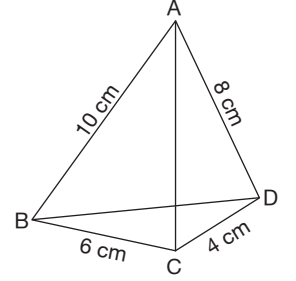


Kutucuklarda verilen kenar uzunluklarından hangi üçü bir üçgene ait olabilir?

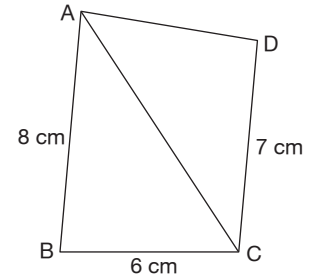
3. Yandaki ABC üçgeninde $IAI = 5$ cm, $IBC = 10$ cm ve $IAC = x$ cm'dir. Buna göre x 'in alabileceği en büyük ve en küçük doğal sayı değerlerinin toplamı kaçtır?



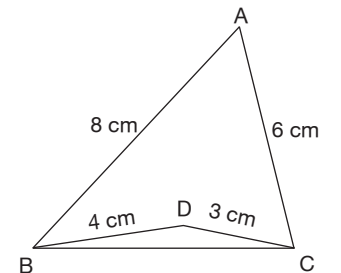
4. Yandaki şekilde verilenlere göre IAC ve IBD 'nin "cm" biriminde alabileceği en küçük doğal sayı değerlerine göre $IAC + IBD$ toplamı kaç cm'dir?



5. Yanda verilen ABC ve ADC üçgenlerinde; $IAI = 8$ cm, $IBC = 6$ cm ve $ICD = 7$ cm'dir. IAC 'nin "cm" biriminde alabileceği en büyük doğal sayı değerine karşılık, IAD 'nin "cm" biriminde alabileceği en küçük doğal sayı değeri kaçtır?



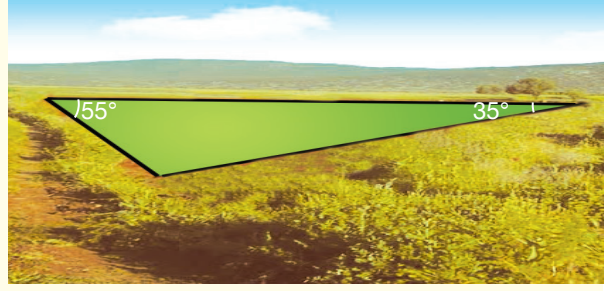
6. Yanda verilen ABC ve DBC üçgenlerinde $IAI = 8$ cm, $IAC = 6$ cm, $IBD = 4$ cm ve $ICD = 3$ cm'dir. Buna göre IBC , "cm" biriminde alabileceği en büyük doğal sayı değeri kaçtır?



Üçgenlerin Kenarları ile Açıları Arasındaki İlişkiler

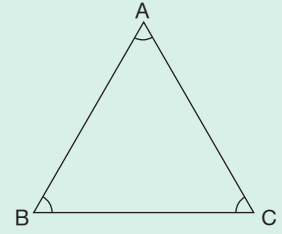
Çiftçi Kemal Bey, yanda ölçüleri verilen dik üçgen biçimindeki ekilmemiş tarlanın etrafını telle çevirmek istiyor. Ancak tarlasının hangi kenarı için daha fazla tele ihtiyacı olduğunu merak ediyor.

Sizce Kemal Bey'in tarlasının hangi kenarı için daha fazla tele ihtiyacı vardır? Nedenini açıklayınız.



Hatırlatma

Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir. Yandaki ABC üçgeninde;
 $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$ 'dir.



Etkinlik

Araç Gereçler: Cetvel, açıölçer, A4 kâğıdı.

- Kâğıdımıza, kenar uzunlukları birbirinden farklı olan bir üçgen çizelim.
- Üçgenin kenar uzunluklarını cetvel ile ölçelim ve ölçümümüzü, küçükten büyüğe doğru sıralayalım.
- Üçgenin açılarını açıölçerle ölçelim ve ölçümümüzü, küçükten büyüğe doğru sıralayalım.
- ➔ Yapılan sıralamalara göre üçgenin açı ölçüleri ile bu açılarının karşısındaki kenarların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Tartışınız.
- ➔ Kâğıdınıza, kenar uzunlukları birbirinden farklı olan başka bir üçgen çizerek etkinliği tekrarlayınız.
- ➔ Çizdiğiniz üçgenlerin açı ölçüleri ile bu açılarının karşısındaki kenarların ölçülerinin arasındaki ilişki, her üçgen için geçerli olabilir mi? Nedenini açıklayınız.

Yanda ölçüleri verilen ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

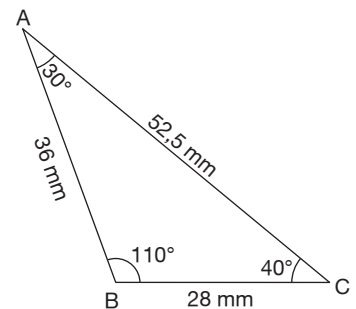
ABC'nin iç açılarının ölçülerini sıralayalım:

$$30^\circ < 40^\circ < 110^\circ \rightarrow m(\widehat{CAB}) < m(\widehat{BCA}) < m(\widehat{ABC})$$

ABC'nin kenar uzunluklarını sıralayalım:

$$28 \text{ mm} < 36 \text{ mm} < 52,5 \text{ mm} \rightarrow |BC| < |AB| < |AC|$$

Bu durumda ABC üçgenindeki en küçük açının karşısındaki kenar, en kısa kenar; en büyük açının karşısındaki kenar, en uzun kenardır.



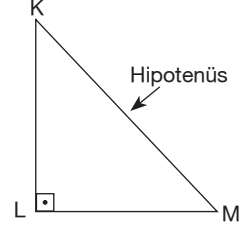
Bir üçgende; açılardan büyük olanın karşısında uzun kenar, küçük olanın karşısında kısa kenar bulunur.

Ölçüleri eşit olan açılardan karşısındaki kenarların uzunlukları eşittir.

Bir dik üçgende, dik açının karşısındaki kenara **hipotenüs** adı verilir. Birbirlerine dik olan kenarlar ise üçgenin **dik kenarlarıdır**.

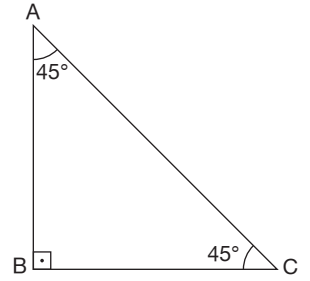
Hipotenüs, dik üçgenin en büyük açısının (90°) karşısında olduğundan, üçgenin en uzun kenarıdır.

KLM dik üçgenindeki en uzun kenar, $[KM]$ yani hipotenüstür.



Örnek

Yanda verilen ABC ikizkenar dik üçgeninin açı ölçüleri ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.



Çözüm

$\widehat{ABC}$ 'nde $[AB]$ ve $[BC]$, dik kenarlardır. $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ ve $\widehat{B}$ 'nin karşısındaki AC kenarı hipotenüstür.

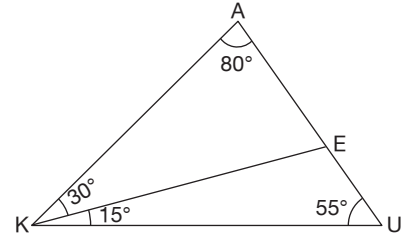
$\widehat{ABC}$ 'nin iç açılarının ölçülerini sıralayalım: $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) < m(\widehat{B})$

$\widehat{ABC}$ 'nin kenar uzunluklarını sıralayalım: $IBC = IAB < IAC$

Yapılan sıralamalara göre $\widehat{ABC}$ 'ndeki en büyük açı $\widehat{B}$ 'dir. En uzun kenar ise $\widehat{B}$ 'nin karşısındaki $[AC]$, yani hipotenüstür. Diğer iki dik kenar ise eşit uzunluktadır.

Örnek

Yandaki şekilde KAE ve KUE birer üçgendir. $m(\widehat{KAE}) = 80^\circ$, $m(\widehat{AKE}) = 30^\circ$, $m(\widehat{EKU}) = 15^\circ$ ve $m(\widehat{KUE}) = 55^\circ$ olduğuna göre en uzun kenarı belirleyiniz.



Çözüm

KAE ve KUE üçgenlerinde verilmeyen iç açılarının ölçülerini bulalım.

$$m(\widehat{KEA}) = 180^\circ - (80^\circ + 30^\circ) = 70^\circ$$

$$m(\widehat{KEU}) = 180^\circ - (55^\circ + 15^\circ) = 110^\circ$$

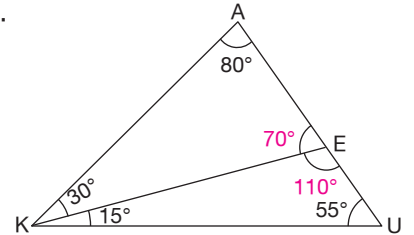
$$\text{KAE üçgeninde; } m(\widehat{AKE}) < m(\widehat{AEK}) < m(\widehat{KAE})$$

$$IAE < IAK < IKE$$

KAE üçgenindeki en uzun kenar $[KE]$ 'dir.

$$\text{KUE üçgeninde; } m(\widehat{EKU}) < m(\widehat{KUE}) < m(\widehat{KEU})$$

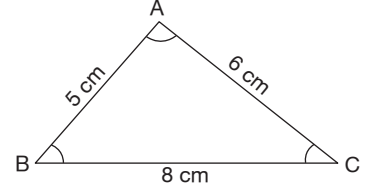
$$IEU < IKE < IKU$$



KUE üçgenindeki iç açılarının ölçüleri ve kenarların uzunlukları sıralandığında IKU 'nun IKE 'nden daha büyük olduğu görülür. O hâlde belirtilen üçgenlerdeki en uzun kenar $[KU]$ 'dir.

Örnek

Yandaki ABC üçgeninde $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|AC| = 6 \text{ cm}$ ve $|BC| = 8 \text{ cm}$ olduğuna göre üçgenin iç açılarının ölçülerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.



Çözüm

ABC üçgeninin kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$$8 \text{ cm} > 6 \text{ cm} > 5 \text{ cm} \rightarrow |BC| > |AC| > |AB|$$

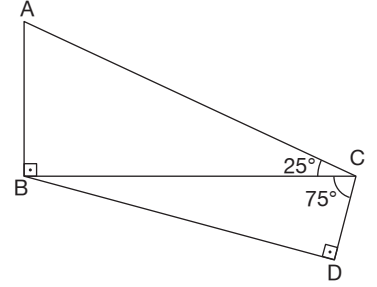
Bir üçgende büyük açının karşısında uzun kenar, küçük açının karşısında kısa kenar bulunur. Buna göre ABC üçgeninin iç açılarının ölçülerini büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$$|BC| > |AC| > |AB| \rightarrow m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$$

ABC üçgenindeki en büyük açı $\widehat{A}$, en küçük açı $\widehat{C}$ 'dir.

Örnek

Yandaki şekilde ABC ve BDC, birer dik üçgendir. $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{ACB}) = 25^\circ$, $m(\widehat{BCD}) = 75^\circ$ ve $m(\widehat{BDC}) = 90^\circ$ olduğuna göre şekildeki en uzun kenar hangisidir?



Çözüm

$$\text{ABC üçgeninde; } m(\widehat{C}) < m(\widehat{A}) < m(\widehat{B})$$

$$|AB| < |BC| < |AC|$$

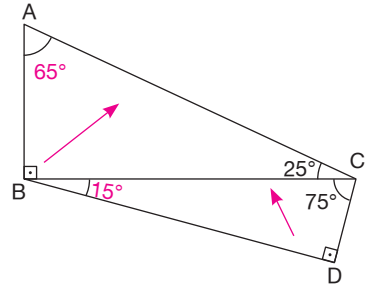
ABC üçgenindeki en uzun kenar, hipotenüs olan $[AC]$ 'dir.

$$\text{BDC üçgeninde; } m(\widehat{B}) < m(\widehat{C}) < m(\widehat{D}) \rightarrow |CD| < |BD| < |BC|$$

BDC üçgenindeki en uzun kenar, hipotenüs olan $[BC]$ 'dir.

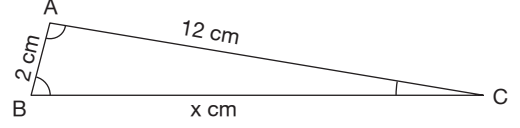
$[BC]$, ABC ve BDC dik üçgenlerinin ortak kenarıdır.

Her iki üçgende kenarlar arasındaki sıralamalar dikkate alındığında $|BC| < |AC|$ olduğu görülür. Buna göre şekildeki en uzun kenar $[AC]$ 'dir.



Örnek

Yandaki ABC üçgeninde $m(\widehat{B}) > m(\widehat{A})$, $AB = 2$ cm, $AC = 12$ cm ve $BC = x$ cm olduğuna göre x 'in alabileceği doğal sayı değeri kaçtır?



Çözüm

ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğini kullanarak x 'in alabileceği doğal sayı değerlerini bulalım.

$$|AC - AB| < BC < AC + AB$$

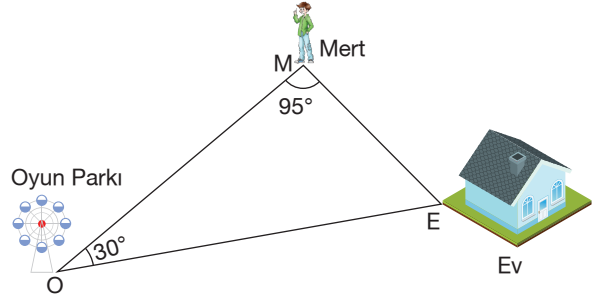
$$12 - 2 < x < 12 + 2$$

$$10 < x < 14$$

Sıralamaya göre x ; 11, 12 ve 13 doğal sayı değerlerini alabilir. Ancak $m(\widehat{B}) > m(\widehat{A})$ olduğundan x , 12'den küçük olmalıdır. O hâlde x 'in alabileceği doğal sayı değeri 11'dir.

Örnek

Mert'in bulunduğu konum ile evi ve oyun parkı arasındaki mesafelerle, yanda bazı ölçüleri verilen MOE üçgeni oluşturulmuştur. Mert, bulunduğu konuma en yakın olan yere gitmek istediğine göre evi ve oyun parkından hangisine gitmelidir?



Çözüm

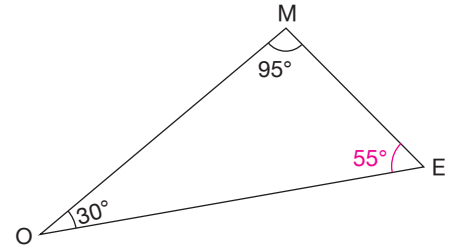
Mert'in bulunduğu konum ile evi ve oyun parkı arasında oluşturulan MOE üçgeninde verilmeyen $m(\widehat{E})$ 'nü bulalım.

$$m(\widehat{E}) = 180^\circ - (95^\circ + 30^\circ) = 55^\circ$$

$$\text{MOE üçgeninde; } m(\widehat{O}) < m(\widehat{E}) < m(\widehat{M})$$

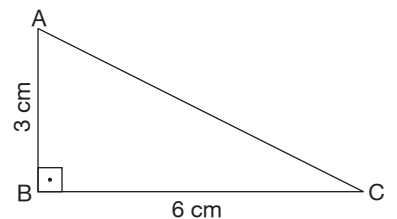
$$ME < MO < OE$$

En kısa kenar $[ME]$ olduğuna göre Mert'in evi, bulunduğu konuma oyun parkından daha yakındır. Bu durumda Mert, evine gitmelidir.

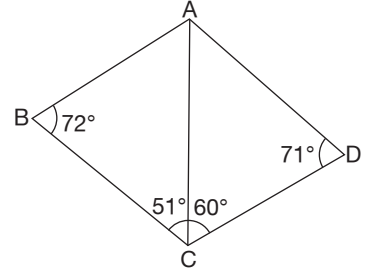


Alıştırmalar

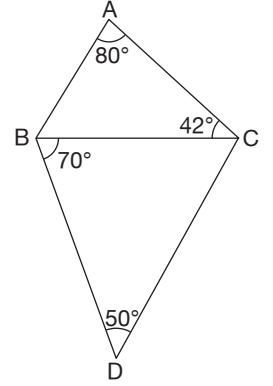
- Yandaki ABC dik üçgeninin iç açılarının ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



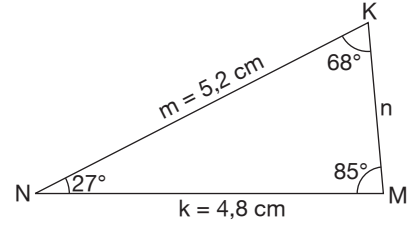
2. Yandaki şekilde, ABC ve ADC birer üçgendir. Şekilde $m(\widehat{ABC}) = 72^\circ$, $m(\widehat{BCA}) = 51^\circ$, $m(\widehat{ACD}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{ADC}) = 71^\circ$ olduğuna göre şekildeki en uzun kenar hangisidir?



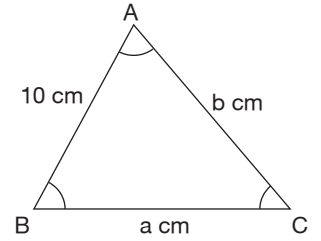
3. Yandaki şekilde, ABC ve BDC birer üçgendir. Şekilde $m(\widehat{BAC}) = 80^\circ$, $m(\widehat{BCA}) = 42^\circ$, $m(\widehat{CBD}) = 70^\circ$ ve $m(\widehat{BDC}) = 50^\circ$ olduğuna göre şekildeki en kısa kenar hangisidir?



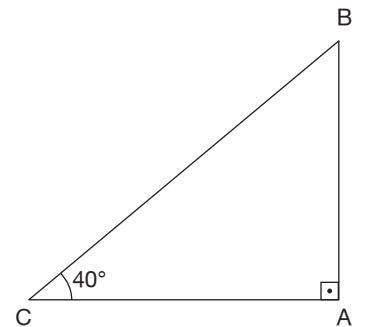
4. Yanda verilen KMN üçgeninin kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız. KMN üçgeninin kenarları ve açıları arasındaki ilişkiyi belirtiniz.



5. Yanda verilen ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ ve a ile b doğal sayı olmak üzere “a + b” toplamı en az kaçtır?



6. Yanda, üç ülkenin birbirine göre konumları üçgen biçiminde verilmiştir. Bulunduğu A ülkesinden kendisine en yakın olan ülkeye gitmek isteyen Kadir Bey, B ve C ülkelerinden hangisine gitmelidir?



Yeterli Sayıda Elemanının Ölçüleri Verilen Bir Üçgeni Çizme

Bilge: İç açılarının ölçüleri 40° , 60° ve 80° olan bir üçgen çizip bana yardım edebilir misin?

Ergün: Bu açılara sahip olan çok fazla üçgen çizebilirim. Sen hangisini çizmemi istiyorsun?

Bilge: Zaten sadece 1 tane üçgen çizebilirsin.

Ergün: İstediğin üçgeni çizebilmem için üçgenin başka bir ölçüsünü daha bilmeliyim.

Bilge ile Ergün'ün yukarıdaki ifadelerine göre hangisi haklıdır? Nedenini açıklayınız.

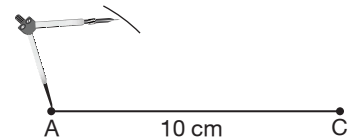
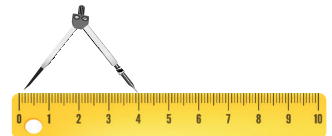
Üç kenarının uzunluğu verilen bir üçgen çizilebilir.

Kenar uzunlukları $AB = 4$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 10$ cm olacak şekilde bir ABC üçgeni çizelim.

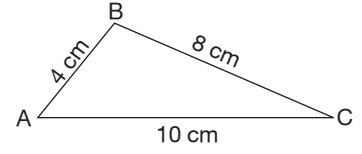
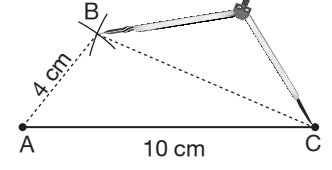
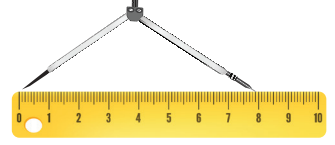
- 10 cm uzunluğundaki [AC]'ni cetvelle çizelim.



- Pergelin açıklığını cetvel yardımıyla 4 cm'ye ayarlayalım. Pergelin sivri ucunu A noktasına koyarak yandaki gibi bir yay çizelim.



- Pergelin açıklığını 8 cm'ye ayarlayalım. Pergelin sivri ucunu C noktasına koyarak diğer yayla kesişen bir yay çizelim. Kesişim noktasını B harfi ile isimlendirelim.



- [AB] ve [BC]'ni cetvelle çizelim ve fazlalıkları silerek ABC üçgenini oluşturalım.

Etkinlik

Araç Gereçler: Açıkölçer, cetvel, kalem, dosya kâğıdı.

- Dosya kâğıdımıza cetvel yardımıyla 3 cm uzunluğunda bir [AB] çizelim.
- Açıkölçeri A noktasına koyarak ölçüsü 30° olan bir $\widehat{CAB}$ 'ni çizelim.
- Açıkölçeri B noktasına koyarak ölçüsü 58° olan bir $\widehat{CBA}$ 'ni çizelim.
- Çizdiğimiz iki açının kollarını üçgen oluşturacak şekilde uzatarak birleştirelim.
- ➔ Oluşan CAB üçgenindeki C açısının ölçüsünü, açıkölçer kullanmadan nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.
- ➔ Çizdiğiniz üçgen için sadece $m(\widehat{A}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{B}) = 58^\circ$ verilseydi yine CAB üçgenini çizebilir miydiniz? Nedenini açıklayınız.

Bir kenarının uzunluğu ile bu kenarın uç noktalarındaki iki açısının ölçüsü verilen üçgen çizilebilir.

Örnek

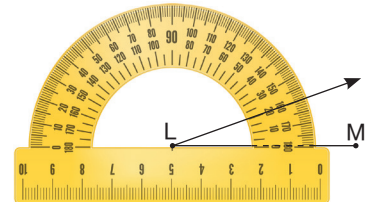
$m(\widehat{L}) = 20^\circ$, $m(\widehat{M}) = 60^\circ$ ve $LM = 6$ cm olan KLM üçgenini çiziniz.

Çözüm

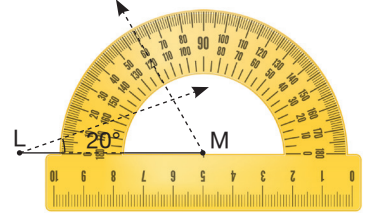
- 6 cm uzunluğundaki [LM]'ni cetvelle çizelim.



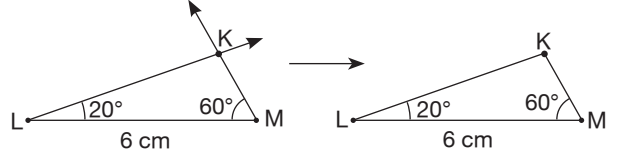
- Önce açıkölçeri L noktasına koyarak ölçüsü 20° olan yandaki gibi bir açı çizelim.



- Sonra açıölçeri M noktasına koyarak ölçüsü 60° olan yandaki gibi bir açı çizelim.



- Son olarak iki açının kollarının kesişim noktasını K olarak isimlendirelim ve fazlalıkları silerek KLM üçgenini oluşturalım.



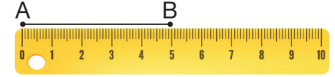
İki kenar uzunluğu ile bu kenarların arasındaki açının ölçüsü verilen üçgen çizilebilir.

Örnek

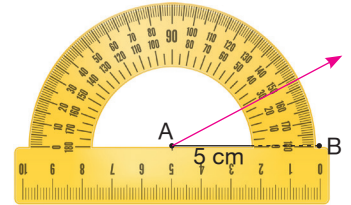
$ABI = 5$ cm, $ACI = 4$ cm, $m(\widehat{BAC}) = 28^\circ$ olan BAC üçgenini cetvel ve açıölçer yardımıyla çiziniz.

Çözüm

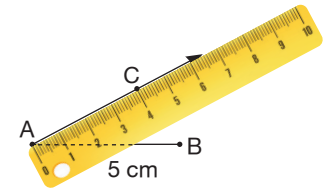
- 5 cm uzunluğundaki $[AB]$ 'nı cetvelle çizelim.



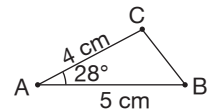
- Önce açıölçeri A noktasına koyarak ölçüsü 28° olan yandaki gibi bir açı çizelim.



- Sonra açının kolu üzerinde A noktasından 4 cm uzaklıkta bir C noktasını işaretleyelim.



- B ve C noktalarını birleştiren $[BC]$ 'nı cetvelle çizelim ve fazlalıkları silerek BAC üçgenini oluşturalım.



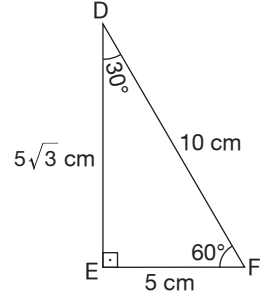
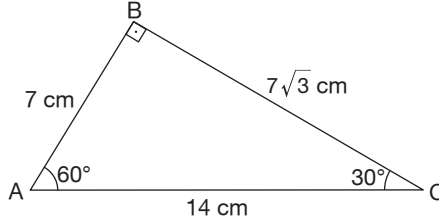
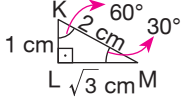
Örnek

- Üç iç açısının ölçüsü verilen bir üçgen
- İki kenarının uzunluğu verilen bir üçgen
- İki iç açısının ölçüsü ile bir kenarının uzunluğu verilen bir üçgen
- İki kenarının uzunluğu ile bu kenarların arasındaki açısının ölçüsü verilen bir üçgen

Yukarıda verilen üçgenlerle ilgili bilgilere göre hangi bilgilerin belirttiği üçgenler çizilebilir?

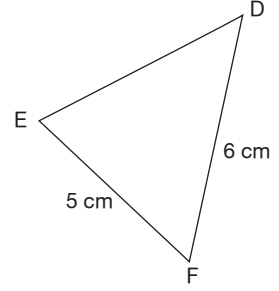
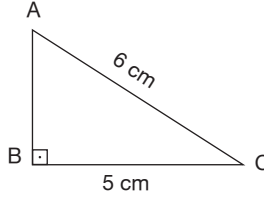
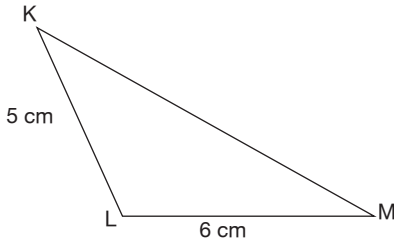
Çözüm

I. Bütün iç açılarının ölçüleri verilen birden fazla üçgen çizilebilir. Aşağıda verilen üçgenleri inceleyelim.



$\widehat{KLM}$, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{FED}$ incelendiğinde üçgenlerin iç açılarının ölçülerinin aynı olmasına rağmen farklı üçgenler oldukları görülür. Bu nedenle iç açılarının ölçüsü aynı olan birden fazla üçgen çizilebilir.

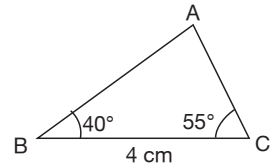
II. İki kenarının uzunluğu verilen birden fazla üçgen çizilebilir. Aşağıda verilen üçgenleri inceleyelim.



$\widehat{KLM}$, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{FED}$ incelendiğinde üçgenlerin iki kenarının uzunluklarının aynı olmasına rağmen farklı üçgenler oldukları görülür. Bu nedenle iki kenarının uzunluğu aynı olan birden fazla üçgen çizilebilir.

III. İç açılarından ikisinin ölçüsü ile bir kenarının uzunluğu verilen sadece bir üçgen çizilebilir.

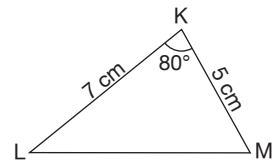
İki iç açısının ölçüsü 40° ve 55° , bu açıların ortak kolu olan kenarının uzunluğu 4 cm olan ABC üçgeni, yandaki gibi çizilebilir.



IV. İki kenar uzunluğu ile bu kenarların arasındaki açının ölçüsü verilen sadece bir üçgen çizilebilir.

İki kenar uzunluğu 7 cm ve 5 cm , bu kenarların arasındaki açının ölçüsü 80° olan KLM üçgeni, yandaki gibi çizilebilir.

Öyleyse III ve IV numaralı ifadelerde bazı ölçüleri verilen üçgenler çizilebilir.

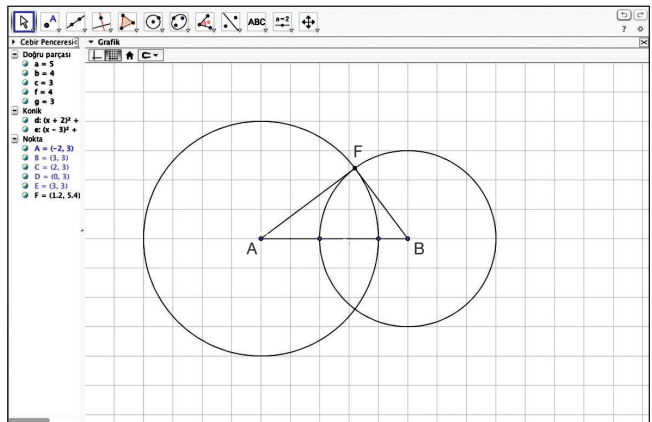
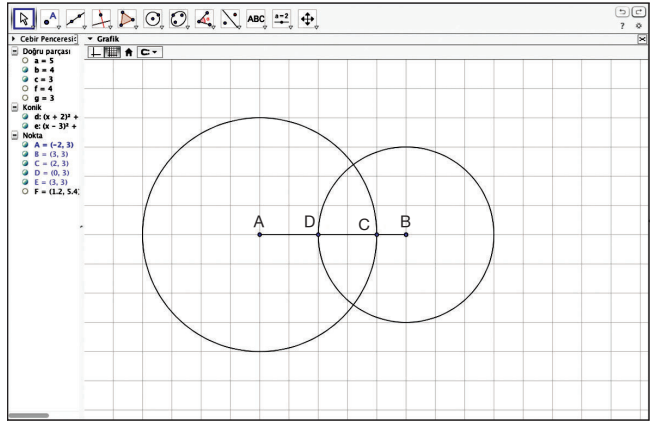
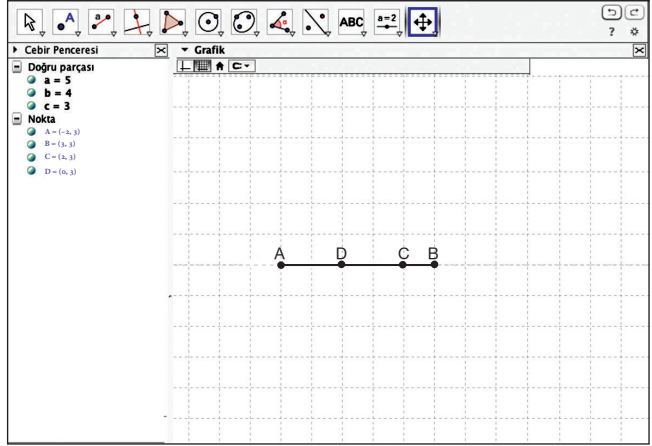


Örnek

Kenar uzunlukları $|AB| = 5$ cm, $|AF| = 4$ cm ve $|FB| = 3$ cm olan ABF üçgenini Dinamik geometri yazılımıyla inşa edelim.

Çözüm

- Bir çalışma sayfası açalım ve  sekmesinden  (verilen uzunlukta doğru parçası) sekmesini tıklayıp 5 cm uzunluğunda bir AB doğru parçasını oluşturalım.
- $[AB]$ 'nın üzerinde, 4 cm uzunluğunda bir $[AC]$ ve 2 cm uzunluğunda bir $[AD]$ çizelim.
-  sekmesinden  (pergel) sekmesini tıklayıp A noktasını merkez kabul eden ve C noktasından geçen bir çember çizelim.
-  sekmesinden  (pergel) sekmesini tıklayıp B noktasını merkez kabul eden ve D noktasından geçen bir çember daha çizelim.
-  sekmesinden  (kesişim) sekmesini tıklayıp bu iki çemberin kesişim noktalarını işaretleyelim.
-  sekmesinden  (doğru parçası) sekmesini tıklayıp çemberlerin yarıçaplarını, (merkezler ile kesişim noktaları birleştiren doğru parçalarını) çizerek ABF üçgenini inşa edelim.



Alıştırmalar

1. Açıölçer, pergeli ve cetveli kullanarak aşağıda bazı ölçüleri verilen ABC üçgenlerini çiziniz.
 - a. $IAI = 10$ cm, $IBC = 4$ cm, $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$
 - b. $IAC = 6$ cm, $m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$, $m(\widehat{BCA}) = 20^\circ$
 - c. $IAI = 8$ cm, $IBC = 6$ cm, $IAC = 4$ cm
2. Dik kenarlarından birinin uzunluğu 3 cm olan bir dik üçgenin çizilebilmesi için başka hangi ölçüye ya da ölçülere ihtiyaç vardır? Açıklayınız.
3. I. Üç kenarının uzunluğu bilinen bir üçgen.
II. İki kenarının uzunluğu bilinen bir üçgen.
III. İki kenarının uzunluğu ve bu kenarların arasındaki açısının ölçüsü bilinen bir üçgen.
IV. İki açısının ölçüsü bilinen bir üçgen.
V. İki iç açısının ölçüsü ve bir kenarının uzunluğu bilinen bir üçgen.
Yukarıdaki üçgenlerden hangileri çizilebilir?
4. Kenar uzunlukları $ID = 5$ cm, $IE = 12$ cm ve $IF = 13$ cm olan DEF üçgenini pergel yardımıyla çiziniz. Çizdiğiniz üçgenin açılara göre çeşidini belirtiniz.
5. $IAI = 7$ cm ve $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ olan bir ABC üçgeninin çizilebilmesi için başka hangi ölçü ya da ölçülerin bilinmesi yeterli olur?
6. Açıölçer ve cetveli kullanarak $IAI = 4$ cm, $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{CAB}) = 60^\circ$ olacak şekilde bir ABC üçgeni çiziniz. Çizdiğiniz üçgenin çevre uzunluğunu cetveli yardımıyla bulunuz.
7. Cetveli ve pergeli kullanarak $IR = 2$ cm, $IP = 5$ cm, $IS = 3,5$ cm olacak şekilde geniş açılı PSR üçgenini çiziniz. Çizdiğiniz üçgenin geniş açısının ölçüsünü açıölçer yardımıyla bulunuz.

Pisagor Bağıntısı

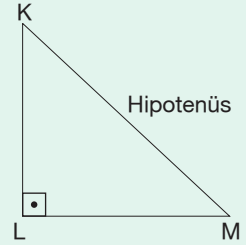
Ünlü astronom ve matematikçi Pisagor'un bilim ve sanata büyük katkıları olmuştur. Dik üçgendeki kenarlar arasındaki ilişkiyi belirten bağıntısına, Pisagor bağıntısı adı verilmiştir ve bu bağıntı, günümüzde hâlen kullanılmaktadır. Pisagor, ayrıca müziğin içindeki matematiksel oranları, çarpım tablosunu ve özel üçgenleri ilk olarak kullanan bilim insanıdır.

Pisagor gibi bilim ve sanata katkı sağlayan başka bilim insanları var mıdır? Araştırınız.

Hatırlatma

Bir dik üçgende, dik açının karşısındaki kenar “hipotenüs”, diğerleri ise “dik kenarlar” olarak adlandırılır.

KLM dik üçgeninde [KM] hipotenüs, [KL] ve [LM] ise dik kenarlardır.



Etkinlik

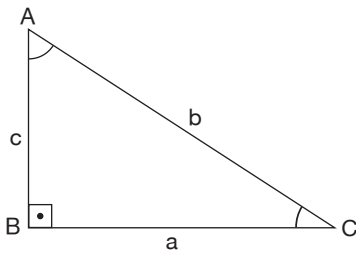
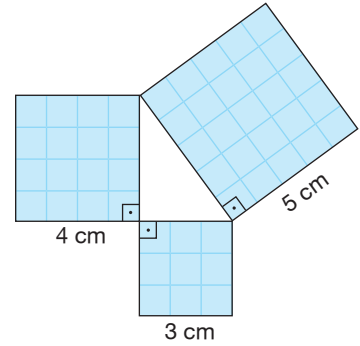
Araç Gereçler: Kareli kâğıt, boya kalem, makas. (Makası dikkatli kullanınız.)

- Kareli kâğıt üzerine, kenar uzunlukları 3 cm, 4 cm ve 5 cm olan üç adet kare çizelim.
- Çizdiğimiz kareleri boyayalım ve makasla keserek kâğıttan ayıralım.
- Kestiğimiz kareleri, birer kenarları bir dik üçgenin kenarları olacak şekilde yandaki gibi yerleştirelim.

➔ Karelerin alanlarını hesaplayınız.

➔ Dik üçgeni oluşturan karelerin alanları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

➔ Bu ilişkiden yararlanarak oluşan dik üçgenin kenar uzunlukları arasındaki bağıntıyı yazınız. Yazdığınız bağıntıyı arkadaşlarınızla paylaşınız.

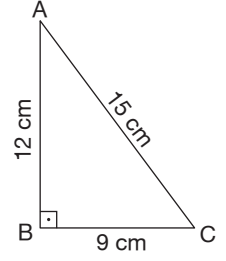


Bir dik üçgende; hipotenüs uzunluğunun karesi, dik kenarların uzunluklarının karelerinin toplamına eşittir. Bu eşitlik, **Pisagor bağıntısı** olarak adlandırılır.

Yandaki ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısı, aşağıdaki gibi yazılır.

$$b^2 = a^2 + c^2$$

Yanda verilen ABC dik üçgeninin kenarları arasındaki bağıntıyı yazalım.



ABC dik üçgeninin kenar uzunlukları; 9 cm, 12 cm ve 15 cm'dir.

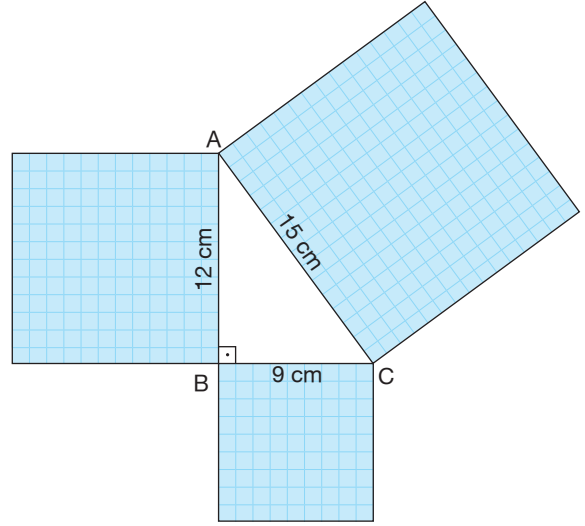
Kenarlar üzerinde oluşturulan yandaki karelerin alanları;

$$9^2 = 81 \text{ cm}^2, 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \text{ ve } 15^2 = 225 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Karelerin alanları arasındaki ilişki,

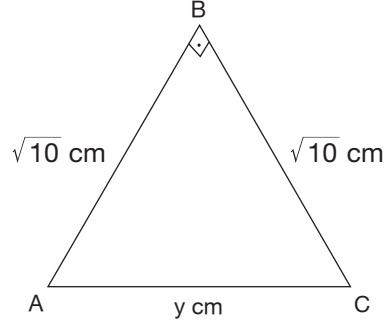
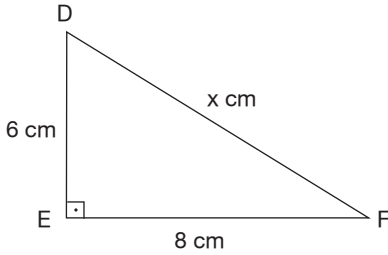
$81 + 144 = 225$ olarak yazılır. Buradan ABC dik üçgeninin kenarları arasındaki bağıntı;

$$9^2 + 12^2 = 15^2 \text{ olarak yazılabilir.}$$



Örnek

Aşağıda DEF ve ABC üçgenlerinin bazı kenar uzunlukları verilmiştir. Buna göre x ve y değerlerini bulunuz.



Çözüm

a. DEF dik üçgeninde $|DE| = 6 \text{ cm}$, $|EF| = 8 \text{ cm}$ ve $|DF| = x \text{ cm}$ 'dir. DEF dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve x'i bulalım.

$$|DF|^2 = |DE|^2 + |EF|^2$$

$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 36 + 64$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

b. ABC dik üçgeninde $|AB| = \sqrt{10} \text{ cm}$, $|BC| = \sqrt{10} \text{ cm}$ ve $|AC| = y \text{ cm}$ 'dir. ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve y'yi bulalım.

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$y^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2$$

$$y^2 = 10 + 10$$

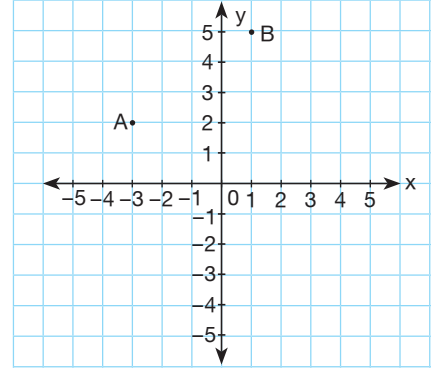
$$y^2 = 20$$

$$y = \sqrt{20}$$

$$y = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

Örnek

Koordinat düzleminde verilen A ile B noktalarının arasındaki uzaklık kaç br'dir?



Çözüm

Koordinat düzlemindeki A ile B noktalarını birleştirelim ve [AB] hipotenüs olacak şekilde yandaki AHB dik üçgenini elde edelim. AHB dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve |AB|'nu bulalım.

$$|AB|^2 = |AH|^2 + |BH|^2$$

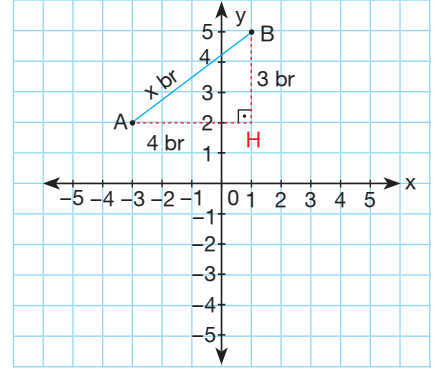
$$x^2 = 4^2 + 3^2$$

$$x^2 = 16 + 9$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = 5 \text{ br}$$

Koordinat düzleminde verilen A ile B noktalarının arasındaki uzaklık 5 br'dir.



Örnek

Aşağıda kenar uzunlukları verilen $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{KLM}$ 'nin dik üçgen olup olmadığını belirleyiniz.

- $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|BC| = 24 \text{ cm}$ ve $|AC| = 25 \text{ cm}$ olan ABC üçgeni
- $|KL| = 9 \text{ cm}$, $|LM| = 12 \text{ cm}$ ve $|KM| = 16 \text{ cm}$ olan KLM üçgeni

Çözüm

a. Kenar uzunlukları $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|BC| = 24 \text{ cm}$ ve $|AC| = 25 \text{ cm}$ olan ABC üçgeninin kenar uzunlukları ile Pisagor bağıntısının sağlanıp sağlanmadığını belirleyelim.

AC kenarı diğer kenarlardan uzun olduğu için ABC üçgeninin dik üçgen olması durumunda [AC], hipotenüs olur.

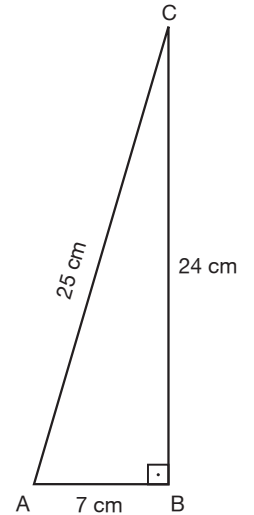
$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$25^2 = 7^2 + 24^2$$

$$625 = 49 + 576$$

$$625 = 625$$

Eşitlik sağlandığından ABC üçgeni, bir dik üçgendir.



b. Kenar uzunlukları IKLI = 9 cm, ILMI = 12 cm ve IKMI = 16 cm olan KLM üçgeninin kenar uzunlukları ile Pisagor bağıntısının sağlanıp sağlanmadığını belirleyelim.

KM kenarı, diğer kenarlardan uzun olduğu için KLM üçgeninin dik üçgen olması durumunda [KM], hipotenüs olur.

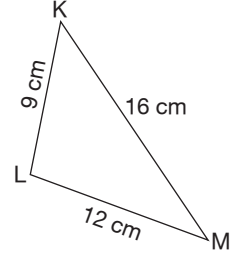
$$IKMI^2 \stackrel{?}{=} IKLI^2 + ILMI^2$$

$$16^2 \stackrel{?}{=} 9^2 + 12^2$$

$$256 \stackrel{?}{=} 81 + 144$$

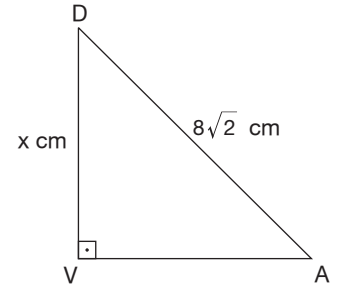
$$256 \neq 225$$

Eşitlik sağlanmadığından KLM üçgeni, bir dik üçgen değildir.



Örnek

Yandaki DVA dik üçgeninde IDVI = IVAI = x cm ve IDAI = $8\sqrt{2}$ cm'dir. Buna göre, IDVI kaç cm'dir?



Çözüm

DVA ikizkenar dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve IDVI'nu bulalım.

$$IDAI^2 = IDVI^2 + IVAI^2$$

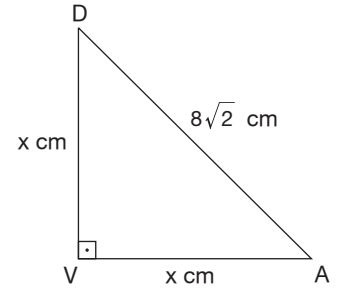
$$(8\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$$

$$128 = 2x^2$$

$$64 = x^2$$

$$x = \sqrt{64} = 8$$

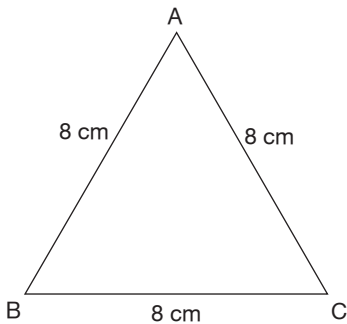
$$IDVI = 8 \text{ cm'dir.}$$



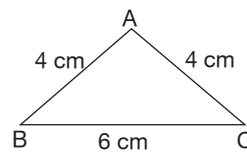
Örnek

Aşağıda verilen ABC eşkenar üçgeninin ve BAC ikizkenar üçgeninin BC kenarına ait yüksekliklerini bulunuz.

a.



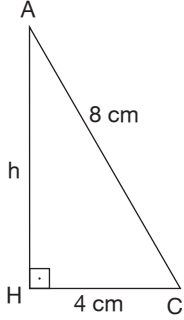
b.



Çözüm

a. ABC eşkenar üçgeninde; üçgenin A köşesinden BC kenarına inilen dikme, tabanı iki eş parçaya ayırır.

$$IBHI = IHCI = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$



Oluşan AHC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve ABC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliğini bulalım.

$$IACI^2 = IAHI^2 + IHCI^2$$

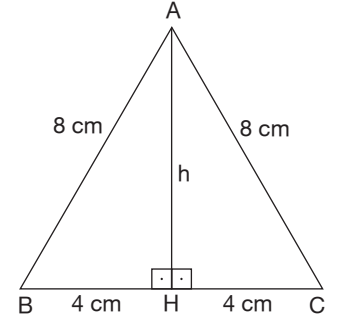
$$8^2 = h^2 + 4^2$$

$$64 = h^2 + 16$$

$$48 = h^2$$

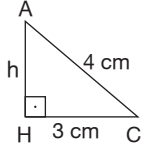
$$h = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

ABC eşkenar üçgeninin BC kenarına ait yüksekliği $4\sqrt{3}$ cm'dir.



b. BAC ikizkenar üçgeninde; üçgenin A köşesinden BC kenarına inilen dikme, tabanı iki eş parçaya ayırır.

$$IBHI = IHCI = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$



Oluşan AHC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve BAC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliğini bulalım.

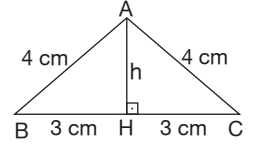
$$IACI^2 = IAHI^2 + IHCI^2$$

$$4^2 = h^2 + 3^2$$

$$16 = h^2 + 9$$

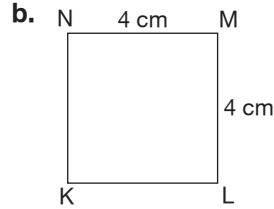
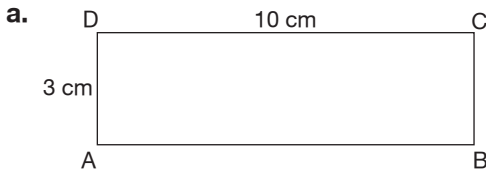
$$7 = h^2 \rightarrow h = \sqrt{7} \text{ cm}$$

BAC ikizkenar üçgeninin BC kenarına ait yüksekliği $\sqrt{7}$ cm'dir.

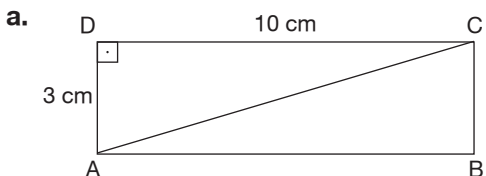


Örnek

Aşağıda verilen ABCD dikdörtgeninin ve KLMN karesinin köşegen uzunluklarını bulunuz.



Çözüm



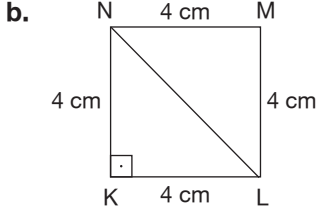
ADC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$IACI^2 = IADI^2 + IDCI^2$$

$$IACI^2 = 3^2 + 10^2 \rightarrow IACI^2 = 9 + 100$$

$$IACI^2 = 109 \rightarrow IACI = \sqrt{109} \text{ cm}$$

ABCD dikdörtgeninin köşegen uzunluğu $\sqrt{109}$ cm'dir.



NKL dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$INLI^2 = INKI^2 + IKLI^2$$

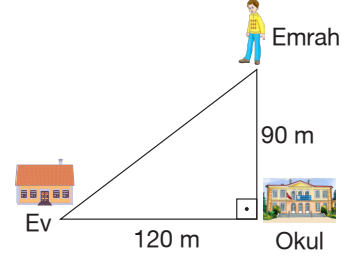
$$INLI^2 = 4^2 + 4^2 \rightarrow INLI^2 = 16 + 16$$

$$INLI^2 = 32 \rightarrow INLI = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

KLMN karesinin köşegen uzunluğu $4\sqrt{2}$ cm'dir.

Örnek

Emrah'ın, bulunduğu yer ile okulu arasındaki mesafe 90 m, okulu ile evi arasındaki mesafe 120 m'dir. Yandaki şekilde verilenlere göre Emrah, bulunduğu yerden evine gitmek için en az kaç m yürümelidir?



Çözüm

Emrah'ın bulunduğu yer, evi ve okulu arasındaki uzaklıkları gösteren EOY dik üçgenini, yandaki gibi çizelim.

EOV dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazarak Emrah'ın bulunduğu yer ile evi arasındaki en kısa mesafeyi bulalım.

$$IEVI^2 = IOVI^2 + IOEI^2$$

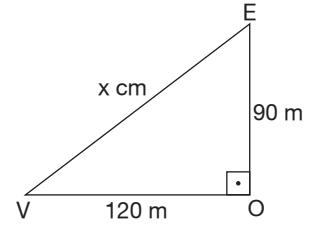
$$x^2 = 120^2 + 90^2$$

$$x^2 = 14\,400 + 8100$$

$$x^2 = 22\,500$$

$$x = \sqrt{22\,500} = 150 \text{ m}$$

Emrah, bulunduğu yerden evine gitmek için en az 150 m yürümelidir.



Örnek

Aslı Hanım, kenar uzunluğu 100 cm olan kare şeklindeki masasının üst yüzü için kare şeklinde bir örtü almak istiyor. Örtünün köşelerini yandaki gibi masanın üst yüzünün kenarlarının orta noktasına getireceğine göre Aslı Hanım'ın almak istediği örtünün kenar uzunluğu kaç cm'dir?



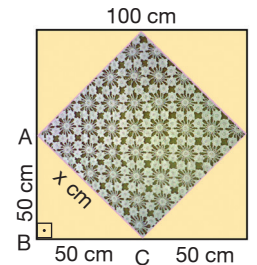
Çözüm

Aslı Hanım'ın almak istediği örtünün kenar uzunluğunu, örtünün bir kenarının masa ile oluşturduğu dik üçgenden yararlanarak bulabiliriz.

Yandaki ABC dik üçgeninde;

$$IABI = IBCI = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm'dir.}$$

Dik kenarlarının uzunluğu bilindiğine göre ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazarak örtünün kenar uzunluğunu bulalım.



$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$x^2 = 50^2 + 50^2$$

$$x^2 = 2500 + 2500$$

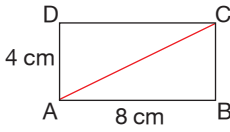
$$x^2 = 5000 \rightarrow x = \sqrt{5000} = 50\sqrt{2} \text{ cm}$$

Aslı Hanım'ın kare şeklindeki masasının üst yüzü için alacağı kare şeklindeki örtünün kenar uzunluğu $50\sqrt{2}$ cm'dir.

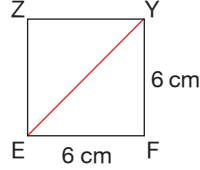
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kare ve dikdörtgenlerin köşegen uzunluklarını bulunuz.

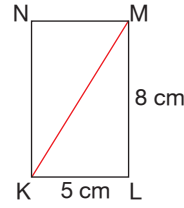
a.



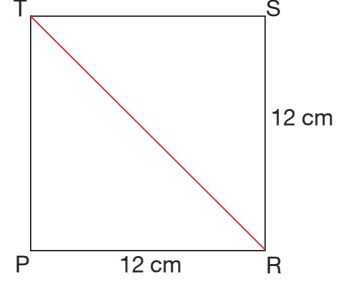
b.



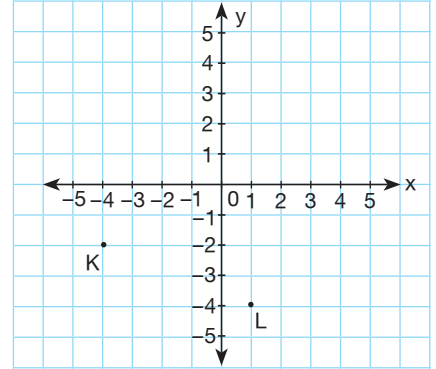
c.



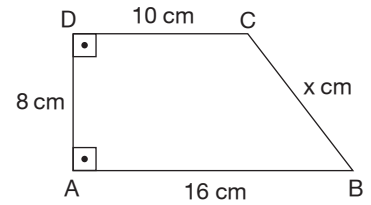
ç.



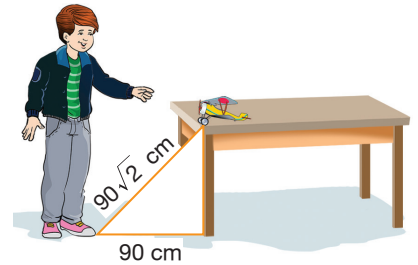
2. Koordinat düzlemindeki K ve L noktalarının arasındaki uzaklık kaç br'dir?



3. Yandaki ABCD dik yamuğunda $|AB| = 16$ cm, $|AD| = 8$ cm, $|CD| = 10$ cm ve $|BC| = x$ cm ise x kaçtır?

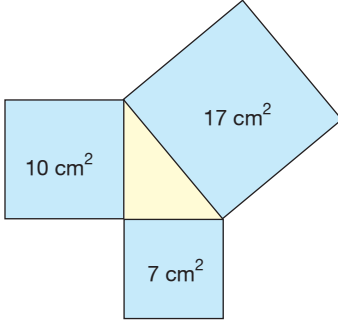


4. Sinan, masanın üzerinde duran oyuncak uçağını almak istiyor. Sinan'ın masaya uzaklığı 90 cm, oyuncak uçağının ucunun Sinan'ın ayağına uzaklığı $90\sqrt{2}$ cm olduğuna göre uçağın yerden yüksekliği kaç santimetredir?

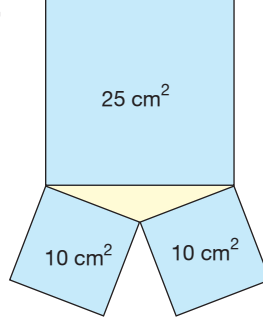


5. Aşağıda alanları verilen mavi karelerin arasında kalan sarı üçgenlerden hangisi ya da hangileri dik üçgendir?

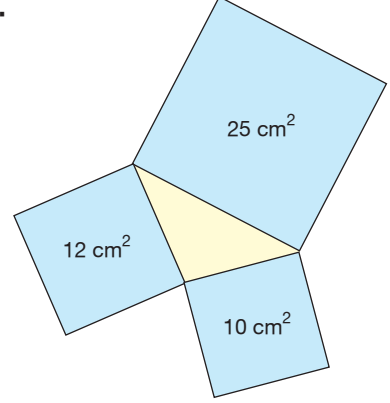
a.



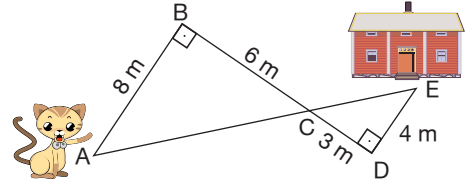
b.



c.

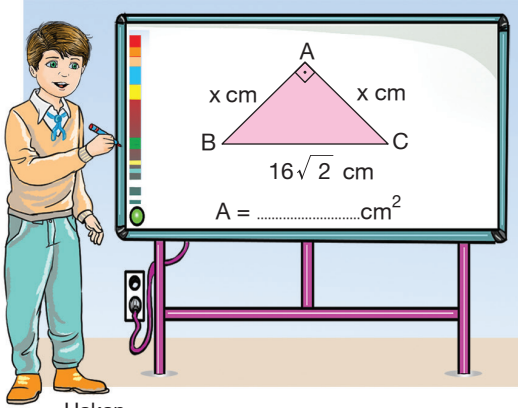


6. A noktasında bulunan Tekir, E noktasında bulunan evine gidecektir. Buna göre Tekir, evine gitmek için en az kaç m yürümelidir?

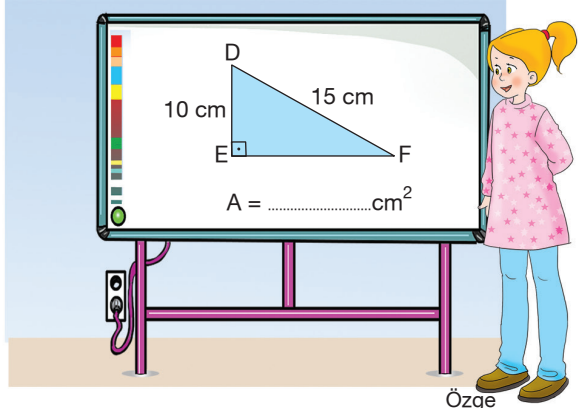


7. Köşegen uzunluğu 10 cm olan bir karenin alanı kaç cm^2 'dir?
8. Bir kenarının uzunluğu 12 cm olan bir eşkenar üçgenin yüksekliği kaç cm'dir?

9.



Hakan

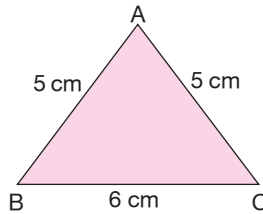


Özge

Hakan ve Özge'nin, tahtaya çizdikleri üçgenlerin alanlarını bulunuz ve noktalı yerlere yazınız.

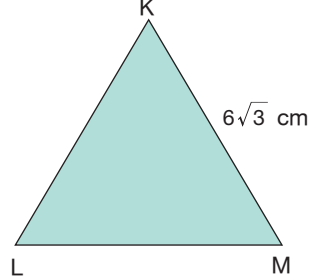
10. Yanda verilen ABC ve KLM üçgenlerine göre üçgenlerin BC ve LM kenarlarına ait yüksekliklerini bularak noktalı yerlere yazınız.

a.



$|AB| = |AC| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 6 \text{ cm}$
 $h = \dots\dots\dots \text{ cm}$

b.

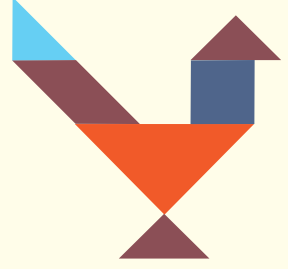


$|KL| = |LM| = |KM| = 6\sqrt{3} \text{ cm}$
 $h = \dots\dots\dots \text{ cm}$

Eşlik ve Benzerlik

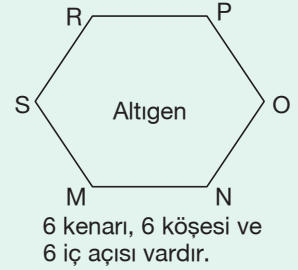
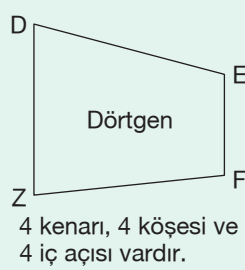
Tangram, yedi adet parçadan oluşan bir zekâ oyunudur. Tangramın parçaları; beş üçgen, bir paralel-kenar ve bir kareden oluşmaktadır. Tangramdaki üç- genlerden, birbirine eş ya da benzer olanlar var mıdır? Açıklayınız.

Tangram parçaları ile yandaki gibi hangi şekiller oluşturulabilir? Tartışınız.



Hatırlatma

Çokgenler kenar sayılarına göre adlandırılırlar. Bir çokgenin kenar, köşe ve iç açı sayısı birbirine eşittir.



Etkinlik

Araç Gereçler: Kareli kâğıt, makas, cetvel, açıölçer. (Makası dikkatli kullanınız.)

- Kareli kâğıda, cetvel yardımıyla bir dikdörtgen çizelim ve dikdörtgeni makasla keserek kâğıttan ayıralım.
- Dikdörtgeni bir köşegeni boyunca katlayalım.
- Dikdörtgeni, oluşan kat çizgisi boyunca makasla keserek iki dik üçgen elde edelim.
- ➔ Elde ettiğimiz üçgenleri üst üste koyarak ölçülerini karşılaştıralım.
- ➔ Üst üste yerleştirdiğimiz üçgenlerin eş olup olmadığını belirleyelim.
- Üçgenlerin kenar uzunluklarını cetvel yardımıyla ölçelim.
- ➔ Kenar uzunluklarından aynı olanlar var mıdır? Ölçümlemeleri arkadaşlarımızla paylaşalım.
- Üçgenlerin iç açıların ölçülerini açıölçer yardımıyla ölçelim.
- ➔ İç açı ölçülerinden aynı olanlar var mıdır? Ölçümlemeleri göre üçgenlerin eş olup olmadığını belirleyelim.
- ➔ Yaptığımız ölçümler ve karşılaştırmalar sonucunda, iki üçgenin eş olup olmadığı konusundaki kararınızda bir değişiklik oldu mu? Açıklayınız.

Yanda verilen ABC ve DEF üçgenlerinin eş olup olmadıklarını belirleyelim.

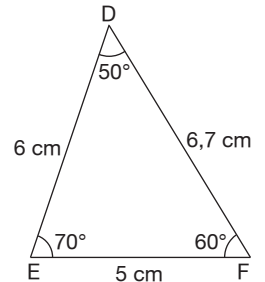
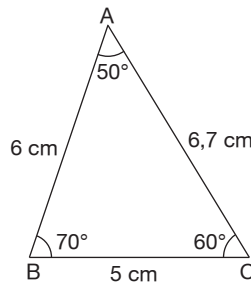
$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) = 70^\circ$$

$$m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) = 60^\circ$$

$\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DEF}$ 'nin karşılıklı açıların ölçüleri

eşittir.



$$|AB| = |DE| = 6 \text{ cm}$$

$$|BC| = |EF| = 5 \text{ cm}$$

$$|AC| = |DF| = 6,7 \text{ cm}$$

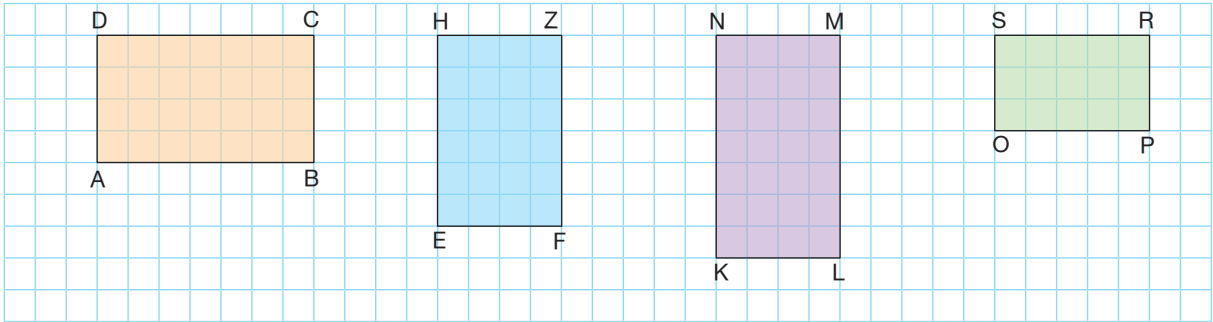
$\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$ 'nin karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.

$\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$ 'nin karşılıklı açıları ve kenarları eş olduğundan $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DEF}$, eş üçgenlerdir. Eş olma durumu sembolle, $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

Eş çokgenlerin karşılıklı açıları ve kenarları eştir. Eşlik durumu $\cong$ sembolü ile gösterilir. Eş çokgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları eşit olduğundan karşılıklı kenar uzunluklarının oranı, 1'dir.

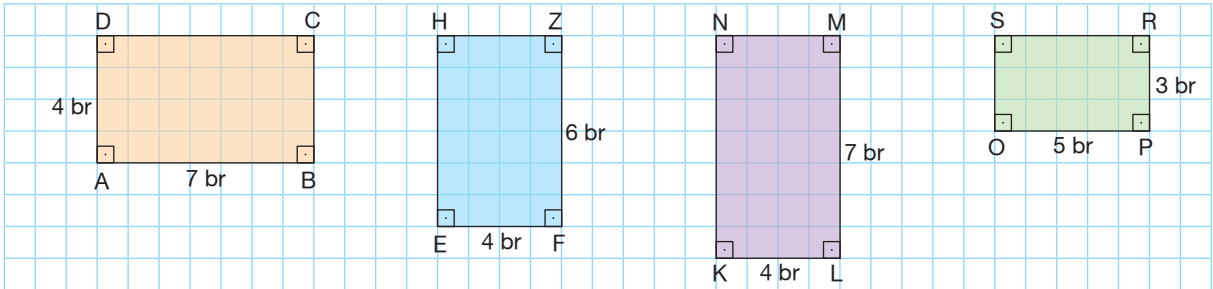
Örnek

Kareli kâğıtta verilen dikdörtgenlerden eş olanları belirleyiniz.



Çözüm

Verilen şekiller dikdörtgen olduğu için karşılıklı iç açıları eş ve her bir iç açısının ölçüsü 90° 'dir. Dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirleyelim.



$$\bullet \frac{|AB|}{|LM|} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\bullet \frac{|BC|}{|MN|} = \frac{4}{4} = 1$$

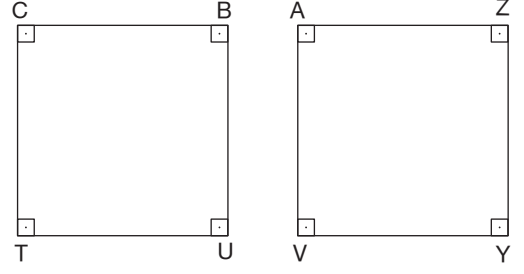
$$\bullet \frac{|CD|}{|NK|} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\bullet \frac{|DA|}{|KL|} = \frac{4}{4} = 1$$

ABCD ile LMNK dikdörtgenlerinin karşılıklı kenarları eştir. Yani karşılıklı kenarlarının uzunlukları oranını 1'dir. Bu durumda ABCD ile LMNK dikdörtgenleri eştir. Eşlik durumu sembolle, $ABCD \cong LMNK$ şeklinde gösterilir.

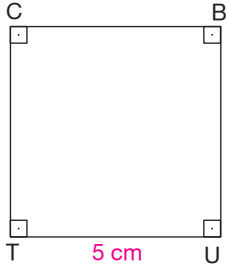
Örnek

Yandaki TUBC karesinin çevre uzunluğu 20 cm, VYZA karesinin alanı 25 cm^2 dir. Verilenlere göre TUBC ve VYZA karelerinin eş olup olmadığını belirleyiniz.

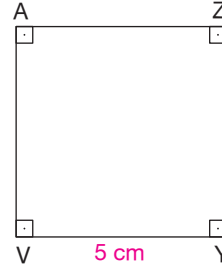


Çözüm

Karelerin kenar uzunluklarını belirleyelim.



$$\begin{aligned}\text{Çevre uzunluğu} &= 4a \\ 20 &= 4a \\ a &= 5 \text{ cm}\end{aligned}$$

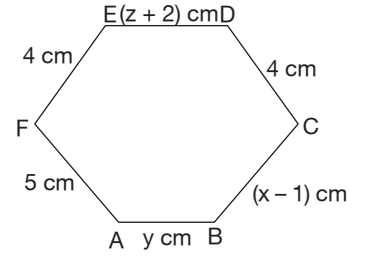
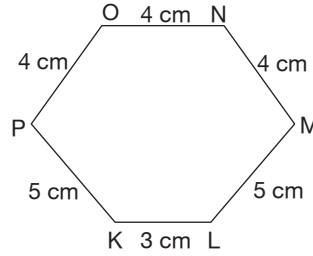


$$\begin{aligned}\text{Alan} &= a^2 \\ 25 &= a^2 \\ a &= 5 \text{ cm}\end{aligned}$$

TUBC ve VYZA karelerinin karşılıklı açıları eş ve her bir iç açısının ölçüsü 90° dir. TUBC ve VYZA karelerinin karşılıklı kenarları eş ve kenar uzunlukları 5 cm'dir. Bu durumda TUBC ve VYZA kareleri eştir. Eşlik durumu sembolle, $TUBC \cong VYZA$ şeklinde gösterilir.

Örnek

Yandaki KLMNOP ile ABCDEF altıgenleri eşdir. Verilen uzunluk ölçülerine göre $x + y - z$ işleminin sonucu kaçtır?



Çözüm

KLMNOP ile ABCDEF altıgenleri eş olduğundan altıgenlerin karşılıklı açıları ve kenarları eşdir. Öyleyse karşılıklı kenar uzunluklarını eşitleyerek x, y ve z değerlerini bulalım.

$$IKL = IAB \rightarrow 3 = y$$

$$ILM = IBC \rightarrow 5 = x - 1 \rightarrow 6 = x$$

$$IMN = ICD = 4 \text{ cm}$$

$$INO = IDE \rightarrow 4 = z + 2 \rightarrow 2 = z$$

$$IOPI = IEFI = 4 \text{ cm}$$

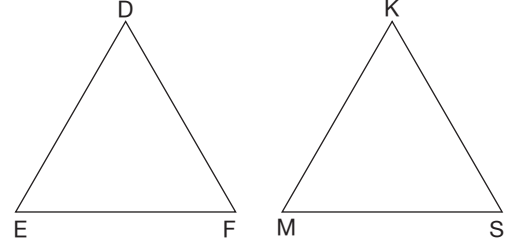
$$IPKI = IFAI = 5 \text{ cm}$$

$y = 3$, $x = 6$ ve $z = 2$ değerlerini $x + y - z$ işleminde yerine yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$x + y - z = 6 + 3 - 2 = 7$$

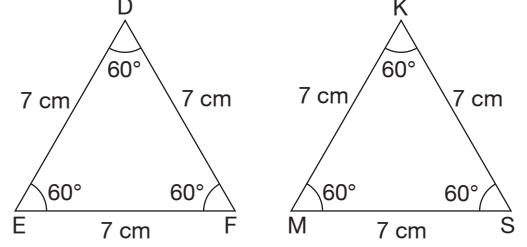
Örnek

Yandaki DEF eşkenar üçgeninin çevre uzunluğu 21 cm, KMS eşkenar üçgeninin kenar uzunluğu 7 cm olduğuna göre DEF ile KMS eşkenar üçgenlerinin eş olup olmadığını belirleyiniz.



Çözüm

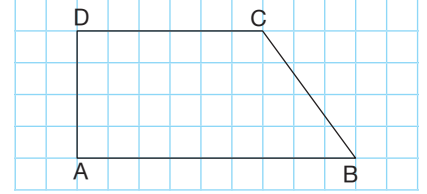
Eşkenar üçgenin iç açılarının ölçüleri eşittir ve $180^\circ \div 3 = 60^\circ$ dir. O hâlde DEF ile KMS eşkenar üçgenlerinin iç açılarının ölçüsü 60° dir. Dolayısıyla karşılıklı açıları eşitir. DEF eşkenar üçgeninin çevre uzunluğu 21 cm olduğuna göre kenar uzunluğu, $21 \div 3 = 7$ cm'dir. KMS eşkenar üçgeninin de kenar uzunluğu 7 cm olduğuna göre DEF ile KMS



eşkenar üçgenlerinin karşılıklı kenarları eşitir. DEF ile KMS eşkenar üçgenlerinin karşılıklı açıları ve kenarları eş olduğundan üçgenler eşitir. Eşlik durumu sembollerle, $\triangle DEF \cong \triangle KMS$ şeklinde gösterilir.

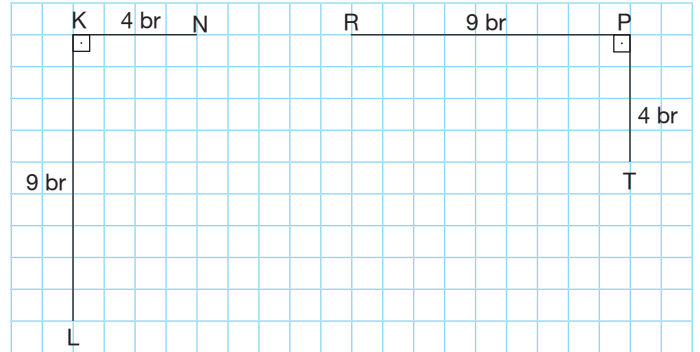
Örnek

Yandaki kareli kâğıtta verilen ABCD dörtgenine eş olan KLMN ve PRST dörtgenlerini, kareli kâğıda çiziniz.

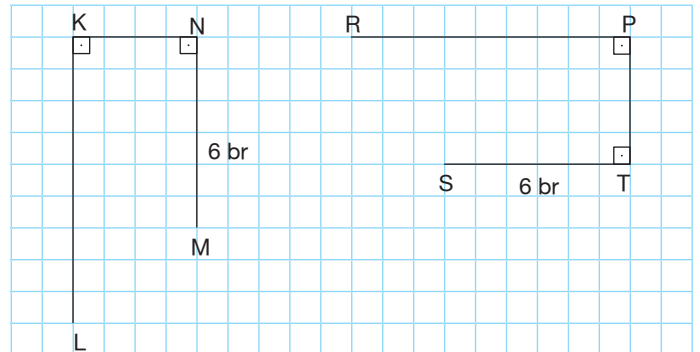


Çözüm

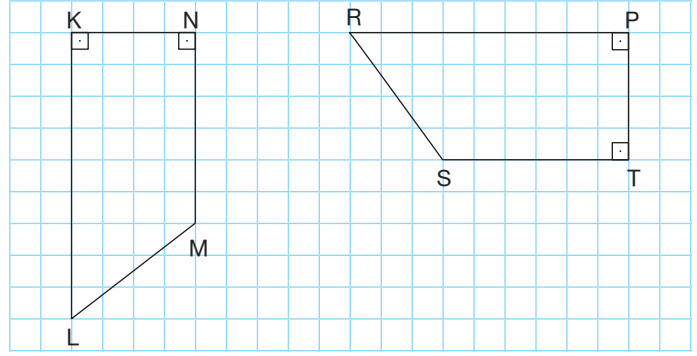
ABCD dörtgeninde $|AB| = 9$ br ve $|AD| = 4$ br'dir. Ayrıca $[AB] \perp [AD]$ 'dir. Öyleyse kareli kâğıda önce $[KL] \perp [KN]$ ve $[PR] \perp [PT]$ olacak şekilde uzunlukları 9 br olan $[KL]$ ile $[PR]$ ve uzunlukları 4 br olan $[KN]$ ile $[PT]$ 'ni yandaki gibi çizelim.



ABCD dörtgeninde $|CD| = 6$ br ve $[CD] \perp [AD]$ 'dir. Öyleyse kareli kâğıda $[NM] \perp [KN]$ ve $[TS] \perp [PT]$ olacak şekilde uzunlukları 6 br olan $[NM]$ ile $[TS]$ 'ni yandaki gibi çizelim.



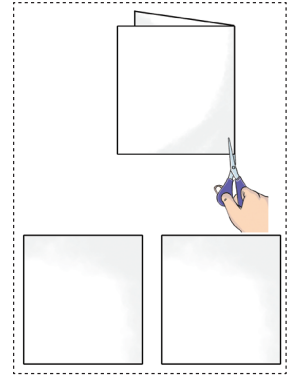
L ile M noktalarını ve R ile S noktalarını birleştirerek ABCD dörtgenine eş olan KLMN ve PRST dörtgenlerini yandaki gibi çizelim. ABCD dörtgenine eş olan çizdiğimiz dörtgenlerden başka dörtgenler de çizilebilir.



Etkinlik

Araç Gereçler: 2 adet dosya kâğıdı, makas, cetvel, açıölçer. (Makası dik-katli kullanınız.)

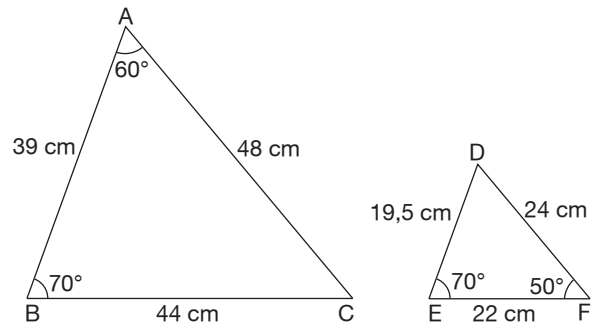
- Dosya kâğıdımızı, kısa kenarları üst üste gelecek şekilde yandaki gibi ikiye katlayalım.
- Kâğıdı açarak oluşan kat çizgisini, üzerinden kalemle çizerek belirginleştirelim.
- Kâğıdımızı kat çizgisi boyunca makasla keselim ve birbirine eş iki parça elde edelim.
- Eş parçalardan birini, kısa kenarları üst üste gelecek şekilde ikiye katlayalım.
- Kâğıdımızı açarak dikdörtgeni, kat çizgisi boyunca makasla keselim ve birbirine eş iki parça elde edelim. Eş parçalardan birini, kısa kenarları üst üste gelecek şekilde ikiye katlayalım. Kâğıdımızı açarak dikdörtgeni, kat çizgisi boyunca makasla keselim.
- Son durumda elde ettiğimiz dikdörtgen biçimindeki en küçük kâğıt parçalarından birinin açı ölçülerini, açıölçerle; kenar uzunluklarını cetvelle belirleyelim ve not edelim.
- Diğer dosya kâğıdımızın açı ölçülerini belirleyelim ve not ettiğimiz açı ölçüleri ile karşılaştıralım.
- ➔ Yaptığınız karşılaştırmaya göre dosya kâğıdının ve eş kâğıt parçalarından her birinin açı ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Dosya kâğıdının kenar uzunluklarını belirleyiniz ve not ettiğiniz kenar uzunlukları ile arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkilere göre elde ettiğiniz en küçük kâğıt parçası ile dosya kâğıdının benzer olup olmadığını açıklayınız.



Benzer çokgenlerin karşılıklı açıları eştir. Karşılıklı kenarların uzunluklarının oranı eşittir. Benzer çokgenlerin karşılıklı kenarlarının uzunluklarının oranına **benzerlik oranı** adı verilir. Benzerlik durumu, “~” sembolü ile gösterilir.

Örnek

Yandaki ABC ve DEF üçgenlerinde verilen ölçülere göre üçgenlerin benzer olup olmadığını belirleyiniz.



Çözüm

Önce ABC üçgenindeki $\widehat{C}$ 'nin ve DEF üçgenindeki $\widehat{D}$ 'nin ölçüsünü bulalım.

$$m(\widehat{C}) = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{D}) = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ$$

Sonra ABC ile DEF üçgenlerinin karşılıklı açı ölçülerinin eşit olup olmadığını belirleyelim.

$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 60^\circ \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) = 70^\circ \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) = 50^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ABC ile DEF üçgenlerinin karşılıklı açıların ölçüleri eşittir. Yani karşılıklı} \\ \text{açıları eşittir.} \end{array}$$

Son olarak ABC ile DEF üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarının eşit olup olmadığını belirleyelim.

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{39}{19,5} = 2 \text{ veya } \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{19,5}{39} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{|BC|}{|EF|} = \frac{44}{22} = 2 \text{ veya } \frac{|EF|}{|BC|} = \frac{22}{44} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{|AC|}{|DF|} = \frac{48}{24} = 2 \text{ veya } \frac{|DF|}{|AC|} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

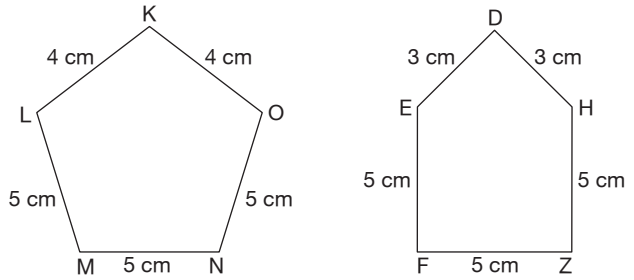
$$\left. \begin{array}{l} \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = 2 \\ \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{|EF|}{|BC|} = \frac{|DF|}{|AC|} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ABC ile DEF üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranları eşittir.} \\ \text{Benzerlik oranı 2 veya } \frac{1}{2} \text{ 'dir.} \end{array}$$

ABC ile DEF üçgenleri benzerdir. Benzerlik durumu sembolle, $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

Eş çokgenler aynı zamanda benzerdir ve benzerlik oranı 1'dir. Ancak benzer çokgenler eş olmayabilir.

Örnek

Yandaki KLMNO ile DEFZH beşgenlerinin verilen kenar uzunluklarına göre benzer olup olamayacağını belirleyiniz.



Çözüm

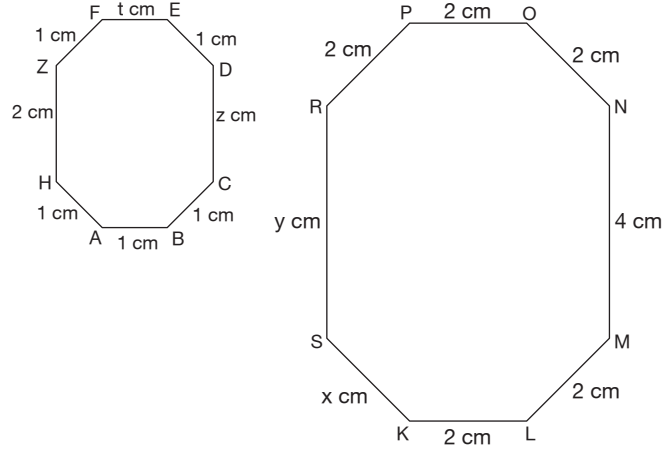
KLMNO ile DEFZH beşgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarının eşit olup olmadığını belirleyelim.

$$\begin{aligned} & \bullet \frac{|KL|}{|DE|} = \frac{4}{3} \quad \bullet \frac{|LM|}{|EF|} = \frac{5}{5} = 1 \quad \bullet \frac{|MN|}{|FZ|} = \frac{5}{5} = 1 \quad \bullet \frac{|NO|}{|ZH|} = \frac{5}{5} = 1 \quad \bullet \frac{|OK|}{|HD|} = \frac{4}{3} \\ & \frac{|KL|}{|DE|} = \frac{|OK|}{|HD|} = \frac{4}{3} \text{ ve } \frac{|LM|}{|EF|} = \frac{|MN|}{|FZ|} = \frac{|NO|}{|ZH|} = 1 \text{ 'dir.} \end{aligned}$$

KLMNO ile DEFZH beşgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranları eşit değildir. Bu durumda KLMNO ile DEFZH beşgenleri benzer değildir.

Örnek

Yanda verilen ABCDEFZH ile KLMNOPRS sekizgenleri benzerdir. Buna göre $x - y + z - t$ işleminin sonucunu bulunuz.



Çözüm

Sekizgenlerin karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarını bulalım.

$$\begin{aligned} \bullet \frac{|KL|}{|AB|} &= \frac{2}{1} = 2 & \bullet \frac{|LM|}{|BC|} &= \frac{2}{1} = 2 & \bullet \frac{|MN|}{|CD|} &= \frac{4}{z} & \bullet \frac{|NO|}{|DE|} &= \frac{2}{t} = 2 \\ \bullet \frac{|OP|}{|EF|} &= \frac{2}{t} & \bullet \frac{|PR|}{|FZ|} &= \frac{2}{1} = 2 & \bullet \frac{|RS|}{|ZH|} &= \frac{y}{2} & \bullet \frac{|KS|}{|AH|} &= \frac{x}{1} \end{aligned}$$

Sekizgenlerin benzerlik oranı 2'dir. Buna göre x , y , z ve t değerlerini bulalım.

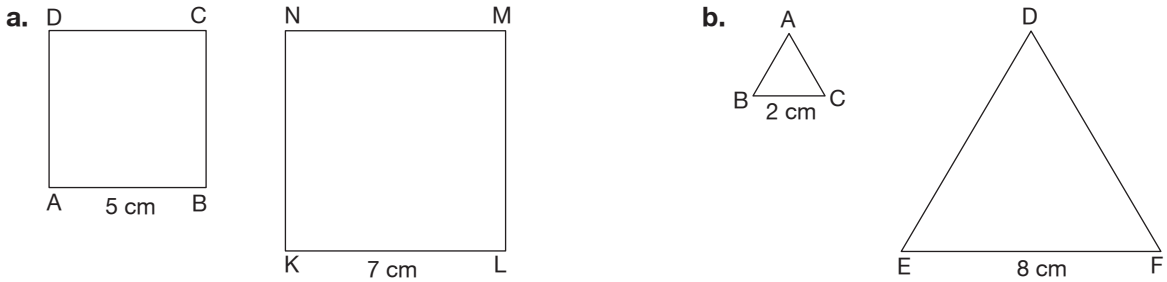
$$\begin{aligned} \bullet \frac{4}{z} &= 2 \rightarrow 2z = 4 \rightarrow z = 2 & \bullet \frac{2}{t} &= 2 \rightarrow 2t = 2 \rightarrow t = 1 \\ \bullet \frac{y}{2} &= 2 \rightarrow y = 2 \cdot 2 = 4 & \bullet \frac{x}{1} &= 2 \rightarrow x = 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

Bulduğumuz değerleri yerlerine koyarak $x - y + z - t$ işleminin sonucunu bulalım.

$$x - y + z - t = 2 - 4 + 2 - 1 = -1$$

Örnek

Aşağıda verilen kare ve eşkenar üçgenlerin benzer olup olmadığını belirleyiniz.



Çözüm

a. ABCD ile KLMN karelerinin karşılıklı açıları eş ve iç açılarının her birinin ölçüsü 90° 'dir. Karelerin karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarının eşit olup olmadığını belirleyelim.

$$\bullet \frac{|AB|}{|KL|} = \frac{5}{7} \quad \bullet \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{5}{7} \quad \bullet \frac{|CD|}{|MN|} = \frac{5}{7} \quad \bullet \frac{|AD|}{|KN|} = \frac{5}{7}$$

ABCD ile KLMN karelerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranları eşittir. ABCD ile KLMN kareleri, benzerdir. Benzerlik durumu sembolle, $ABCD \sim KLMN$ şeklinde gösterilir.

- b. ABC ile DEF eşkenar üçgenlerinin karşılıklı açıları eş ve iç açılarının her birinin ölçüsü 60° 'dir. Eşkenar üçgenlerin karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarının eşit olup olmadığını belirleyelim.

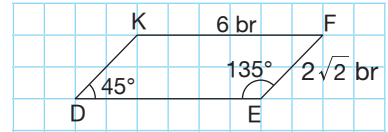
$$\bullet \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \bullet \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \bullet \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ABC ile DEF eşkenar üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranları eşittir. ABC ile DEF eşkenar üçgenleri, benzerdir. Benzerlik durumu sembolle, $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

- Karşılıklı açıları eş ve kenar uzunlukları orantılı olduğundan her kare birbirine benzerdir.
- Karşılıklı açıları eş ve kenar uzunlukları orantılı olduğundan her eşkenar üçgen birbirine benzerdir.

Örnek

Yandaki kareli kâğıtta verilen DEFK dörtgenine benzer olan ATMS ve VYZB dörtgenlerini çiziniz.



Çözüm

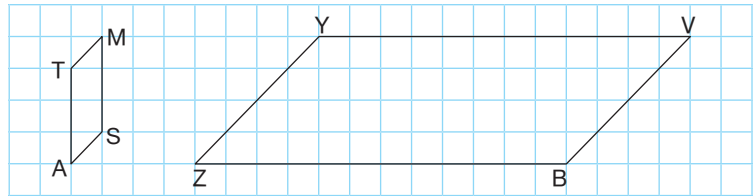
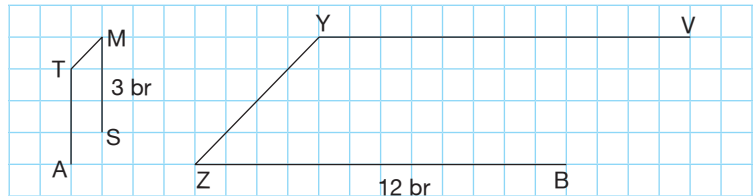
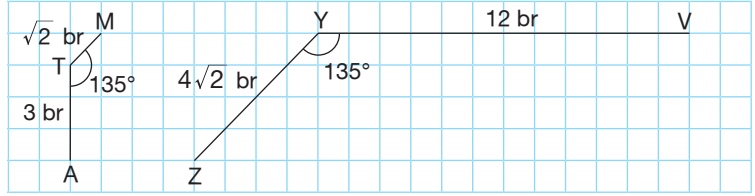
DEFK dörtgeninde $|DE| = 6$ br'dir. Ayrıca $|DE|$ ile $|EF|$ arasındaki açının ölçüsü 135° 'dir. $|EF| = 2\sqrt{2}$ br'dir.

Kareli kâğıda önce ATMS dörtgeni için $|AT| = 3$ br ve $|AT|$ ile arasındaki açının ölçüsü 135° olacak şekilde $|TM|$ 'ni çizelim. $|TM| = \sqrt{2}$ br olsun.

Aynı şekilde VYZB dörtgeni için $|VY| = 12$ br ve $|VY|$ ile arasındaki açının ölçüsü 135° olacak şekilde $|YZ|$ 'ni çizelim. $|YZ| = 4\sqrt{2}$ br olsun.

$|DE| \parallel |FK|$ olduğundan $|AT| \parallel |MS|$ ve $|VY| \parallel |ZB|$ olacak şekilde $|MS| = 3$ br ve $|ZB| = 12$ br olan $|MS|$ ile $|ZB|$ 'ni çizelim.

Son olarak A ile S noktalarını ve V ile B noktalarını birleştirerek DEFK dörtgenine benzer olan ATMS ve VYZB dörtgenlerini çizelim.



$\widehat{DEFK}$ ile $\widehat{ATMS}$ benzerdir. Benzerlik oranı 2 veya $\frac{1}{2}$ 'dir. ($\widehat{DEFK} \sim \widehat{ATMS}$)

$\widehat{DEFK}$ ile $\widehat{VYZB}$ benzerdir. Benzerlik oranı 2 veya $\frac{1}{2}$ 'dir. ($\widehat{DEFK} \sim \widehat{VYZB}$)

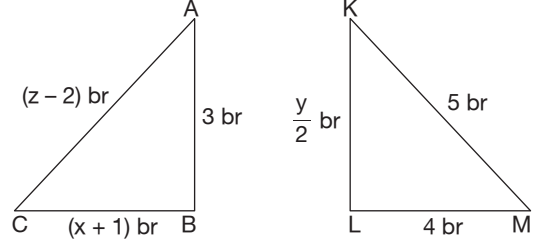
Alıştırmalar

1. Yandaki ABC ile KLM üçgenleri eştir.

$|AB| = 3 \text{ br}$, $|BC| = (x + 1) \text{ br}$, $|AC| = (z - 2) \text{ br}$,

$|KL| = \frac{y}{2} \text{ br}$, $|LM| = 4 \text{ br}$ ve $|KM| = 5 \text{ br}$ ise

$x + y + z$ toplamı kaçtır?

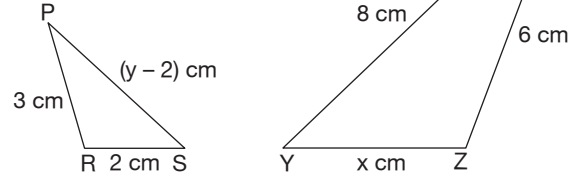


2. Yandaki PRS ile VZY üçgenleri benzerdir.

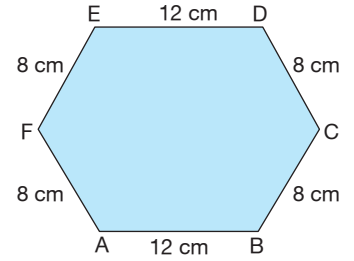
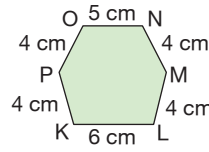
$|PR| = 3 \text{ cm}$, $|RS| = 2 \text{ cm}$, $|PS| = (y - 2) \text{ cm}$,

$|VZ| = 6 \text{ cm}$, $|ZY| = x \text{ cm}$ ve $|VY| = 8 \text{ cm}$ ise $x - y$ farkı

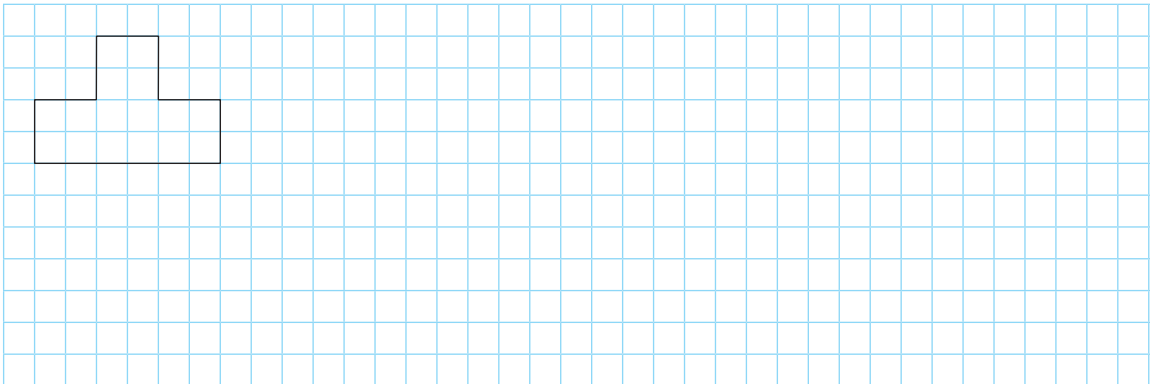
kaçtır?



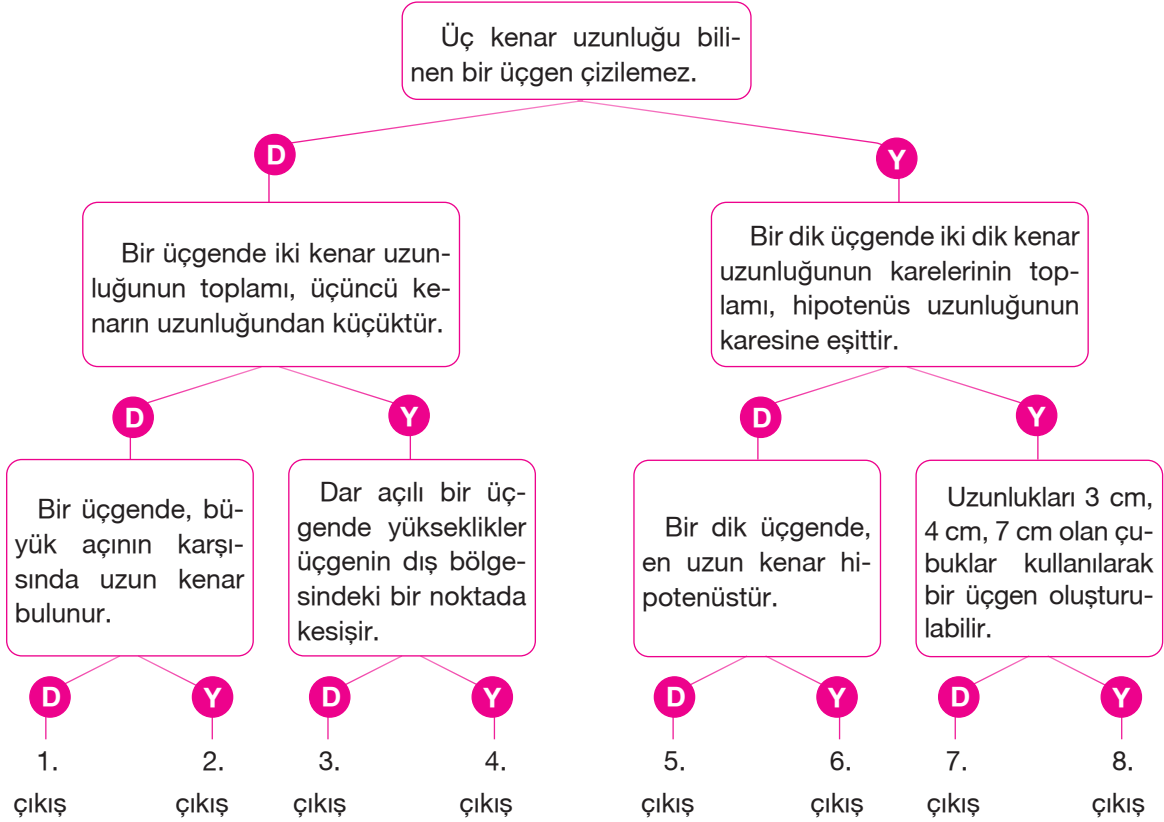
3. Yandaki KLMNOP ile ABCDEF altıgenlerinde verilen kenar uzunluklarına göre altıgenlerin benzer olup olmadığını belirleyiniz.



4. Aşağıdaki kareli kâğıtta verilen çokgene eş olan iki, benzer olan bir çokgen çiziniz.



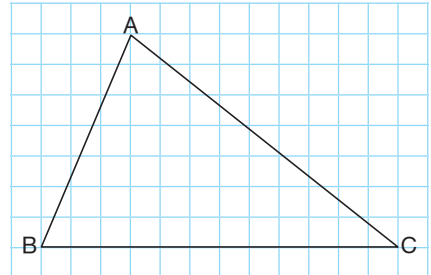
1. Aşağıdaki şemada belirtilen ifadeler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolunu takip ederek ulaştığınız çıkışı belirtiniz.



2. Aşağıdaki tanımların belirttiği üçgenin elemanlarını noktalı yerlere yazınız.

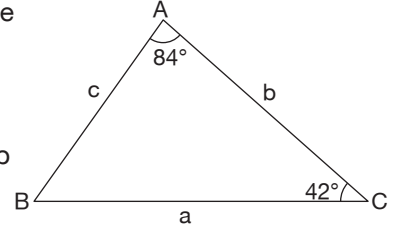
- a. Bir üçgende iç açıyı iki eş parçaya ayırır.
- b. Bir köşe ile karşısındaki kenarın orta noktasını birleştiren doğru parçasıdır.
- c. Bir köşeden karşı kenara inilen dikmedir.

3. Yandaki kareli kâğıtta verilen ABC üçgeninin A açısına ait açıortayını, [BC]'na ait kenarortayını ve yüksekliğini çiziniz.



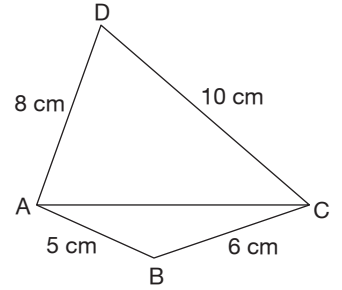
4. Yandaki ABC üçgeninin kenar uzunluklarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $a < c < b$



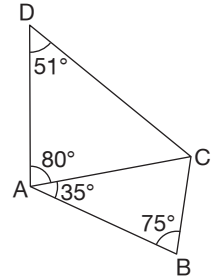
5. Yandaki şekilde ADC ve ABC birer üçgendir. $|AD| = 8 \text{ cm}$, $|DC| = 10 \text{ cm}$, $|AB| = 5 \text{ cm}$ ve $|BC| = 6 \text{ cm}$ olduğuna göre, $|AC|$ 'nin "cm" biriminde alabileceği doğal sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A. 52 B. 54 C. 58 D. 60



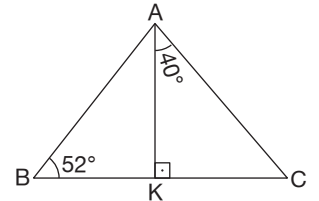
6. Yandaki şekilde DAC ve BAC birer üçgendir. $m(\widehat{ADC}) = 51^\circ$, $m(\widehat{DAC}) = 80^\circ$, $m(\widehat{CAB}) = 35^\circ$ ve $m(\widehat{CBA}) = 75^\circ$ olduğuna göre, şekildeki en uzun kenar hangisidir?

A. [BC] B. [AC] C. [DC] D. [AD]



7. Yandaki ABC üçgenine ve kutucuklarda verilen kenarlara göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

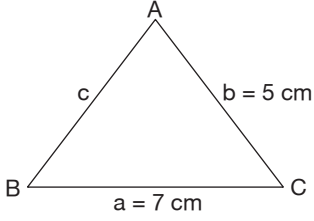
- a. AKC dik üçgenindeki en uzun kenar, hangi kutucukta verilmiştir?
b. AKB dik üçgenindeki en uzun kenar, hangi kutucukta verilmiştir?
c. ABC üçgenindeki en kısa kenar, hangi kutucukta verilmiştir?
ç. ABC üçgenindeki en uzun kenar, hangi kutucukta verilmiştir?



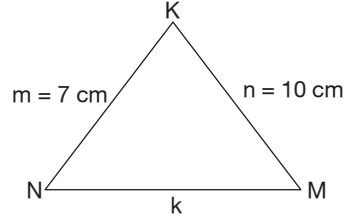
1	2	3
[AB]	[AC]	[KC]
4	5	6
[AK]	[BK]	[BC]

8. Aşağıda verilen bilgilere göre üçgenlerdeki c ve k uzunluklarının “cm” biriminde alabileceği en büyük doğal sayı değerlerini bulunuz.

a.



b.



9.

I. $IVYI = 8 \text{ cm}$, $IYZI = 4 \text{ cm}$, $m(\widehat{VYZ}) = 40^\circ$

II. $IKLI = 6 \text{ cm}$, $ILMI = 2 \text{ cm}$, $IKMI = 7 \text{ cm}$

III. $IDEI = 2 \text{ cm}$, $IEFI = 5 \text{ cm}$

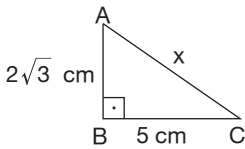
IV. $m(\widehat{ABC}) = 20^\circ$, $m(\widehat{CAB}) = 50^\circ$, $m(\widehat{BCA}) = 110^\circ$

Yukarıda numaralandırılmış kutucuklardaki verilenlerden hangileri kullanılarak belirli bir üçgen çizilebilir?

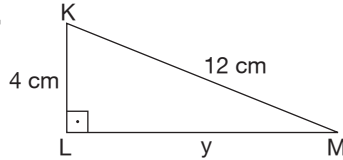
10. Açılışer ve cetvel kullanarak; $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$, $IABI = IACI = 3 \text{ cm}$ olacak şekilde bir ABC üçgeni çiziniz. Çizdiğiniz üçgende IBCI kaç cm'dir? Cetvelle ölçerek bulunuz.

11. Aşağıdaki dik üçgenlerin verilmeyen kenar uzunluklarını bulunuz.

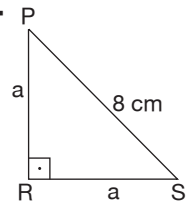
a.



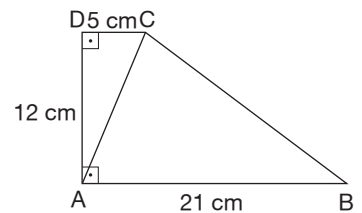
b.



c.

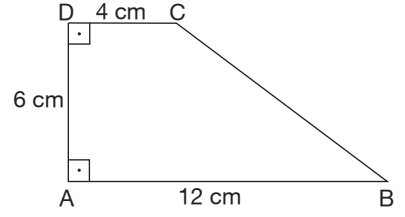


12. Yandaki şekilde, ADC dik üçgendir. $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$, $IADI = 12 \text{ cm}$, $ICDI = 5 \text{ cm}$ ve $IABI = 21 \text{ cm}$ olduğuna göre ABC üçgeninin çevre uzunluğunun, ADC üçgeninin çevre uzunluğuna oranı kaçtır?

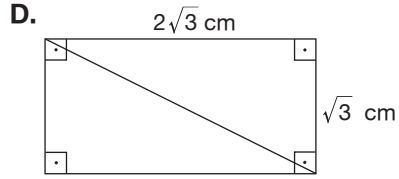
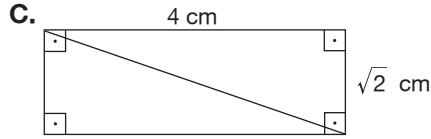
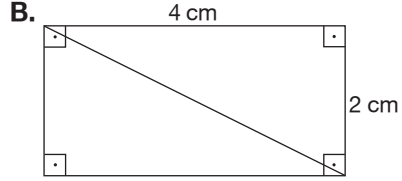
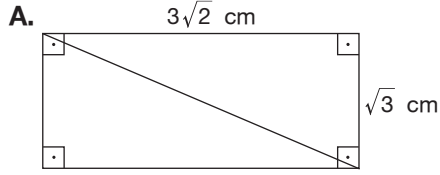


13. ABCD dik yamuğunda $AD = 6$ cm, $m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{DAB}) = 90^\circ$, $CD = 4$ cm ve $AB = 12$ cm'dir. Buna göre ABCD dik yamuğunun çevre uzunluğu kaç cm'dir?

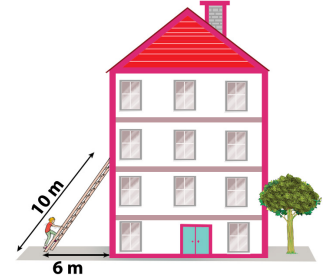
A. 26 B. 28 C. 30 D. 32



14. Aşağıda verilen dikdörtgenlerden hangisinin köşegen uzunluğu diğerlerinden büyüktür?



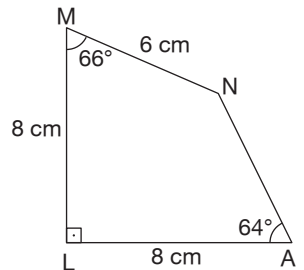
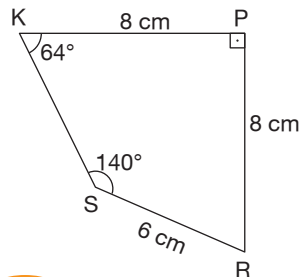
15. Sezin Hanım, bir apartmanın 3. katında oturmaktadır. Anahtarını evde unuttuğu için evin penceresine merdiven dayamıştır. Merdivenin uzunluğu 10 m ve merdivenin yere değdiği noktanın binaya olan uzaklığı 6 m olduğuna göre Sezin Hanım'ın evinin penceresi, yerden kaç metre yüksekliktedir?



16. Kenar uzunlukları $\sqrt{7}$ cm, $\sqrt{14}$ cm ve $2\sqrt{7}$ cm olan bir üçgenin dik üçgen olup olmadığını belirleyiniz.

17. Koordinat sisteminde $A(8, 0)$ ile $B(0, a)$ noktaları arasındaki uzaklık 10 br'dir. Buna göre a pozitif tam sayısı kaçtır?

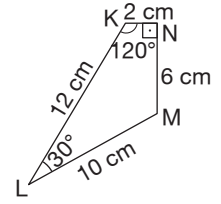
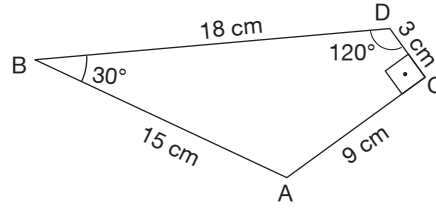
18. Yandaki KPRS ve ALMN dörtgenlerinde verilenlere göre dörtgenlerin eş olup olmadığını belirleyiniz.



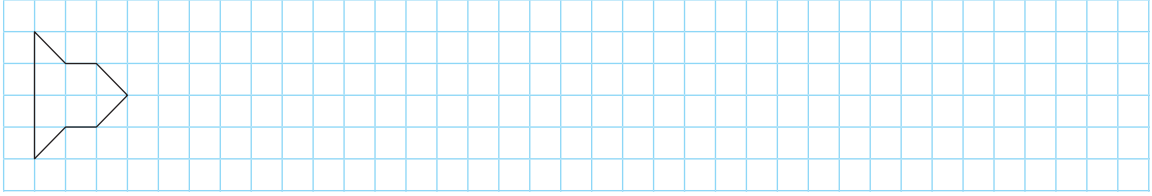
19. Eş olan şekiller her zaman ancak benzer olan şekiller her zaman olmayabilir.

Uygun sözcükleri noktalı yerlere yazarak kutucuktaki ifadeyi tamamlayınız.

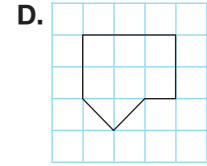
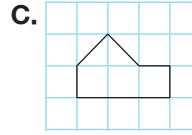
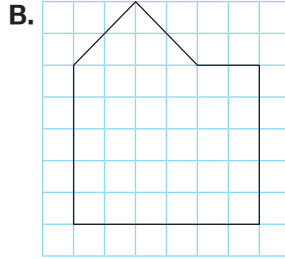
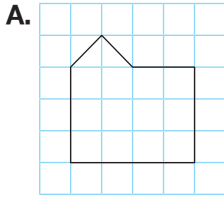
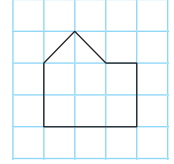
20. Yandaki ABDC ile KLMN dörtgenlerinde verilenlere göre dörtgenlerin benzer olup olmadığını belirleyiniz.



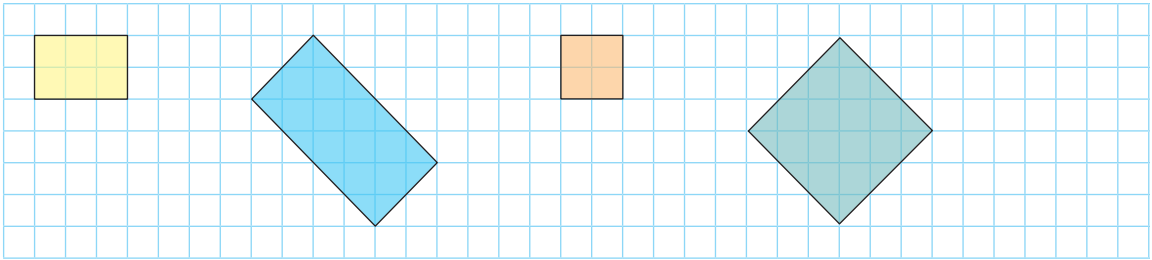
21. Aşağıdaki kareli kâğıtta verilen şekle eş ve benzer olan birer şekil çizin.



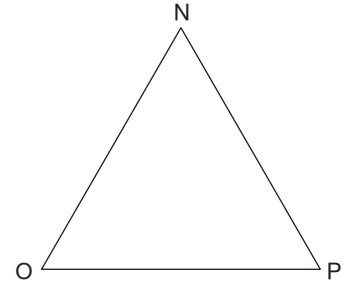
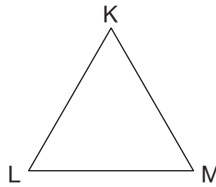
22. Aşağıdaki şekillerden hangisi ile yanda verilen şeklin benzerlik oranı 1'dir?



23. Aşağıdaki kareli kâğıtta verilen şekillerden benzer olanları belirleyiniz.



24. Yandaki $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{NOP}$, eşkenar üçgendir. Üçgenlerin çevre uzunluklarının oranı $\frac{3}{4}$ ise benzerlik oranı kaçtır?



6. ÜNİTE



DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ VE GEOMETRİK CİSİMLER

KONULAR

DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

- ➔ Öteleme
- ➔ Yansıma
- ➔ Ardışık Ötelemeler ve Yansımalar

GEOMETRİK CİSİMLER

- ➔ Dik Prizmalar
- ➔ Dik Dairesel Silindir
- ➔ Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı
- ➔ Dik Dairesel Silindirin Hacmi
- ➔ Dik Piramitler
- ➔ Dik Koniler

Terimler

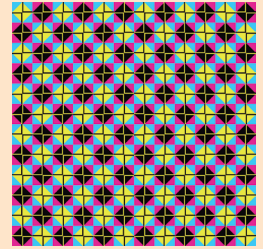
- yansıma
- yüzey alanı
- öteleme
- piramit
- görüntü
- silindir
- simetri doğrusu
- prizma
- taban
- koni
- yükseklik



Dünya'nın yedi harikası arasında biri olan ve Mısır'da bulunan Keops Piramidi, başkent Kahire yakınındaki Giza Yaylası'nda bulunmaktadır. Keops Piramidi'nin yüksekliği 138 metredir. Keops Piramidi, 50 524 m²lik alanı kaplamaktadır. Piramidin içinde mezarlar bulunmaktadır ve piramitler, yaklaşık 100 000 esirin çalışmasıyla 30 yılda tamamlanabilmiştir.

<http://www.bilimgenc.tubitak.gov.tr/makale kozmik-icinlar-buyuk-piramitte-gizli-bir-oda-ortaya-cikardi> adresinden düzenlenmiştir.

Resim ve matematiği birleştiren eserleriyle tanınan M. C. Escher (Eşer), matematiksel sanat alanında çalışan öncü sanatçılardandır.



Escher, matematikte bir nesnenin simetrik olarak kabul edilebilmesi için, matematiksel işleme tabi tutulduğunda bu işlemin nesneyi ve görüntüsünü değiştirmemesi gerektiğini savunmuştur. Escher, verilen bir dizi matematiksel işlem sonucunda (öteleme, dönme, yansıma) bir nesneden diğeri elde edilebiliyorsa (veya tersi) iki nesnenin birbirine göre simetrik olduğunu söylemiştir.

Kaynak: Erkan Yazıcı, Y. (2011). Matematikten sanata yansımalar; M.C. escher. Sanat ve Tasarım Dergisi, 1(8), 59-75.

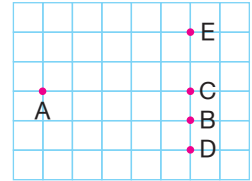
Öteleme

Emine, yeni aldığı evine taşınırken bazı eşyalarını kolilemişti. Ağır olduğu için taşıyamadığı koliyi itele-yerek yandaki gibi bir yerden başka bir yere götürdü. Kolinin eski konumu ile yeni konumundaki şeklinde, durumunda ve yönünde farklılık var mıdır? Açıklayınız.

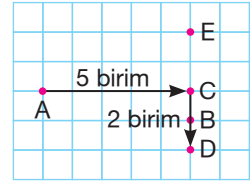


Bir nesnenin bir yerden başka bir yere belirli bir doğrultu ve yönde yer değiştirme hareketi **öteleme** olarak adlandırılır.

Kareli kâğıttaki A noktası, 5 birim sağa ve 2 birim aşağıya ötelendiğinde, A noktasının hangi noktanın bulunduğu konuma geleceğini belirleyelim.



A noktası, 5 birim sağa ve 2 birim aşağıya ötelendiğinde, yandaki gibi D noktasının bulunduğu konuma gelir.



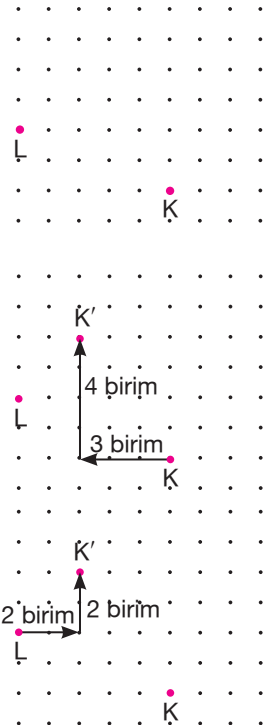
Örnek

Noktalı kâğıttaki K noktası, 3 birim sola ve 4 birim yukarıya ötelenerek K' noktası elde edilecektir. Daha sonra L noktası ötelenerek K' noktasının bulunduğu konuma getirilecektir. Buna göre L noktası hangi yönlerde kaç birim ötelenmelidir?

Çözüm

K noktası, 3 birim sola ve 4 birim yukarıya ötelendiğinde elde edilen K' noktasının konumu yandaki gibi belirlenebilir.

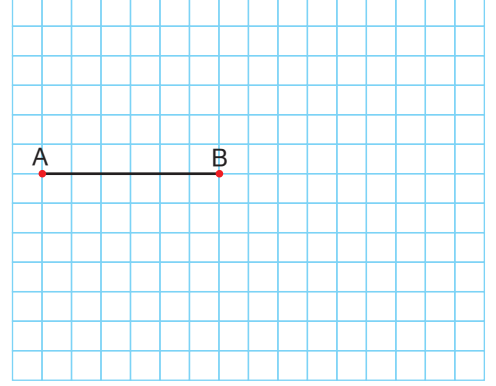
Yandaki noktalı kâğıtta L noktası, 2 birim sağa ve 2 birim yukarıya ötelenirse K' noktasının bulunduğu konuma gelir.



Bir doğru parçası veya şeklin öteleme sonucundaki görüntüsü elde edilirken doğru parçası veya şekildeki her bir noktaya öteleme hareketi uygulanır.

Örnek

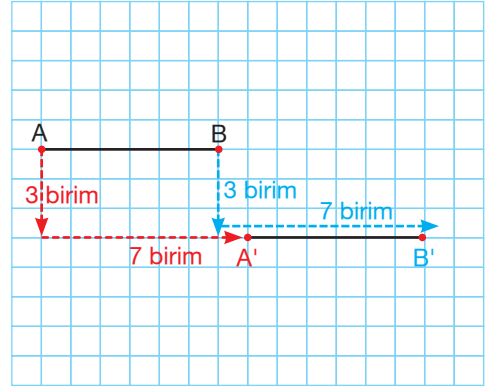
Kareli kâğıtta verilen $[AB]$ 'nin 3 birim aşağıya ve 7 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

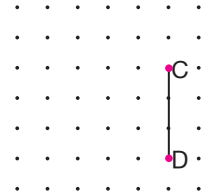
$[AB]$, 3 birim aşağıya ve 7 birim sağa ötelenirken doğru parçasının uç noktaları olan A ve B noktası ayrı ayrı 3 birim aşağıya ve 7 birim sağa ötlenir.

$[AB]$ 'nin 3 birim aşağıya ve 7 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsü $[A'B']$ 'dir. $[AB]$ ile $[A'B']$ eştir.



Örnek

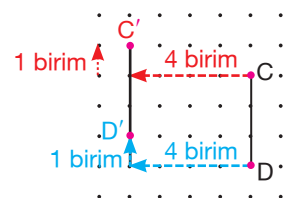
Noktalı kâğıtta verilen $[CD]$ 'nin 4 birim sola ve 1 birim yukarıya öteleme altındaki görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

$[CD]$ 'nin uç noktaları olan C ve D noktaları ayrı ayrı ötelendiğinde $[CD]$ 'nin 4 birim sola ve 1 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsü yandaki gibi $[C'D']$ olur.

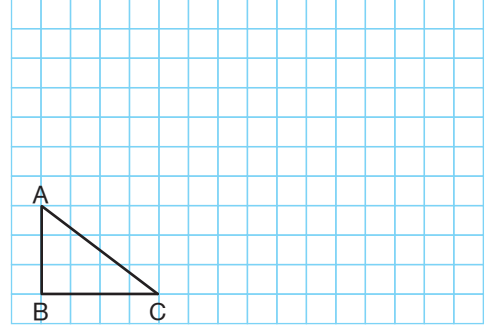
$[CD]$ ile $[C'D']$ eştir.



Bir doğru parçası ile doğru parçasının öteleme altındaki görüntüsü eştir.

Örnek

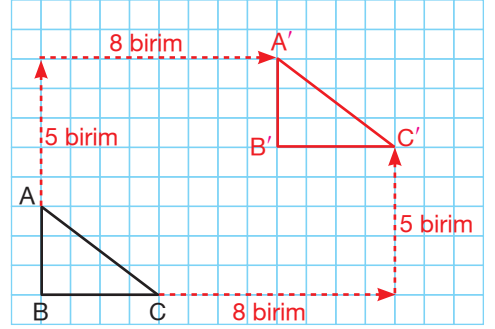
Kareli kâğıtta verilen ABC üçgeninin 8 birim sağa ve 5 birim yukarıya öteleme altındaki görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

ABC üçgeni, 8 birim sağa ve 5 birim yukarıya ötelenirken üçgenin köşe noktaları olan A, B ve C noktaları ayrı ayrı 8 birim sağa ve 5 birim yukarıya ötelenir.

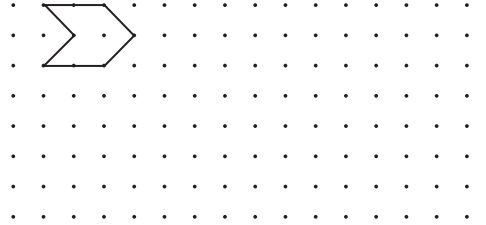
ABC üçgeninin 8 birim sağa ve 5 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsü A'B'C' üçgenidir. ABC üçgeni ile A'B'C' üçgeni eştir.



Öteleme ile şekil üzerindeki her bir nokta aynı yön ve büyüklükte hareket eder. Ötelemelerde, şekil ile şeklin öteleme sonucundaki görüntüsü eştir.

Örnek

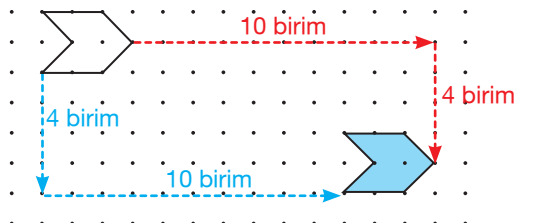
Noktalı kâğıttaki şeklin 10 birim sağa ve 4 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz. Şekil ile şeklin görüntüsünü karşılaştırınız.



Çözüm

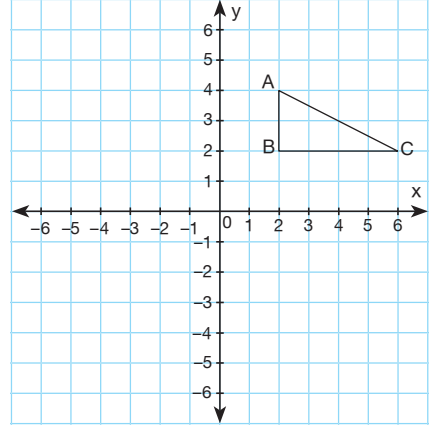
Noktalı kâğıttaki şeklin 10 birim sağa ve 4 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsünü çizerek maviye boyayalım.

Şekil ile şeklin öteleme sonucundaki görüntüsü eştir.



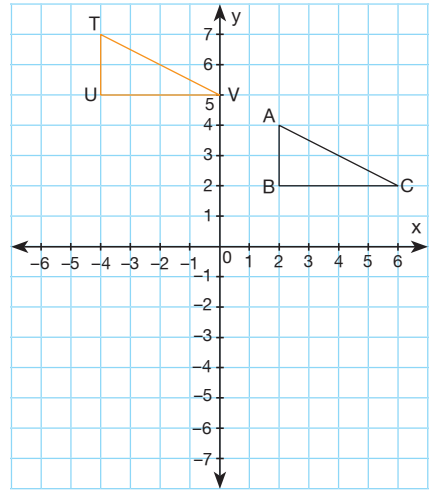
Örnek

Koordinat sisteminde verilen yandaki ABC üçgeninin x eksenini boyunca 6 birim sola ve y eksenini boyunca 3 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz.



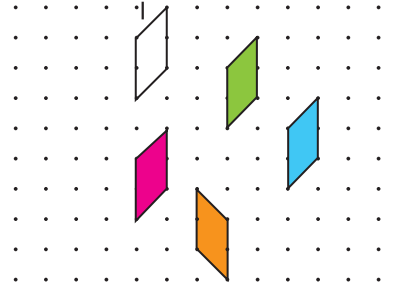
Çözüm

ABC üçgeninin x eksenini boyunca 6 birim sola ve y eksenini boyunca 3 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsü, TUV üçgenidir.



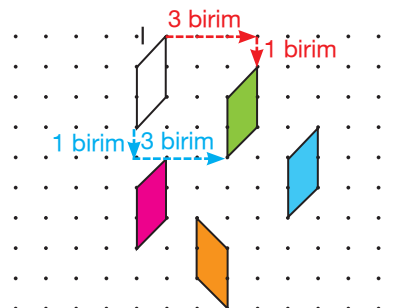
Örnek

Noktalı kâğıtta verilen I numaralı şeklin 3 birim sağa ve 1 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsü, hangi şekle karşılık gelir?



Çözüm

Yandaki kareli kâğıtta görüldüğü gibi I numaralı şeklin 3 birim sağa ve 1 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsü, yeşil şekle karşılık gelir.

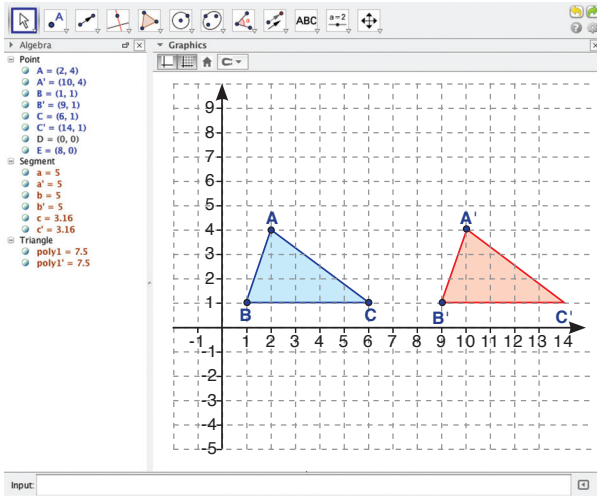
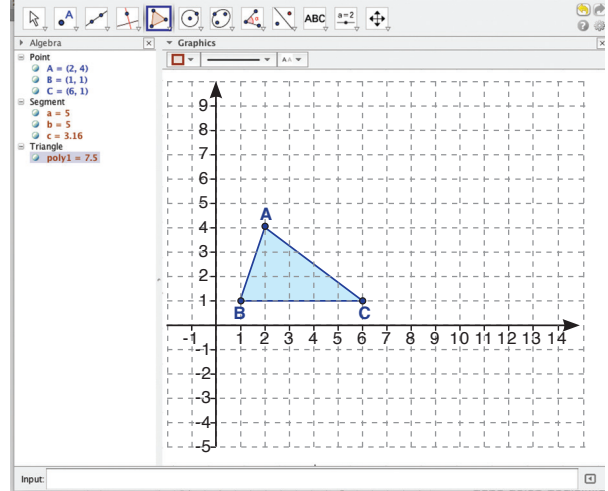


Örnek

Dinamik geometri yazılım programı ile bir üçgenin önce 8 birim sağa, sonra 5 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntülerini çiziniz.

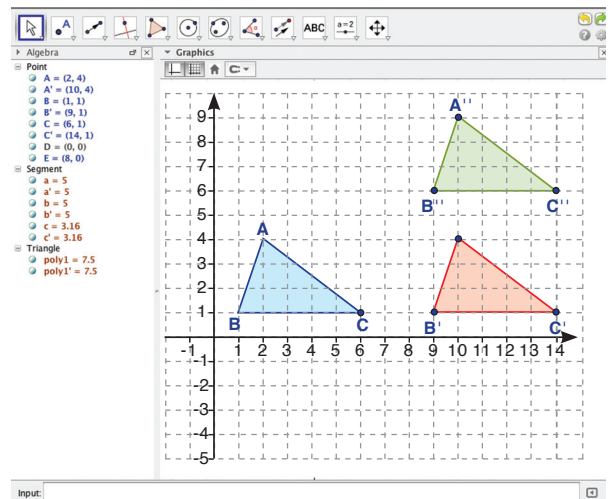
Çözüm

- Açtığımız çalışma yaprağında üstteki araç çubuğundan  sekmesini tıklayıp  (çokgen) seçeneği ile köşeleri $A(2, 4)$, $B(1, 1)$ ve $C(6, 1)$ olacak şekilde bir ABC üçgeni çizelim.



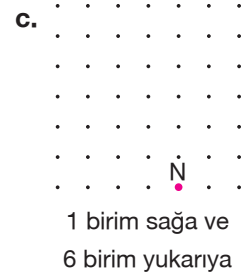
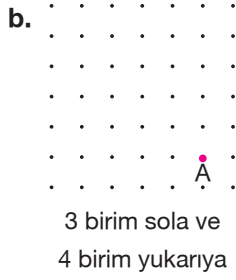
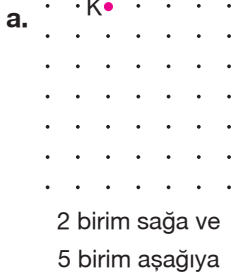
- Üstteki araç çubuğundan  sekmesini tıklayıp ABC üçgenini 8 birim sağa öteleyerek oluşan $A'B'C'$ üçgenini belirleyelim.
- ➔ Bu öteleme hareketi ile ABC üçgeninde meydana gelen değişikliği yorumlayınız.

- Araç çubuğundaki  sekmesini kullanarak $A'B'C'$ üçgenini 5 birim yukarı öteleyelim elde edilen $A''B''C''$ üçgenini belirleyelim.
- ➔ Öteleme hareketi ile ABC üçgeninde meydana gelen değişiklik için ne söylebilirsiniz?
- ➔ ABC üçgeninin 8 birim sağa ve 5 birim yukarı ötelenmesiyle oluşan $A'B'C'$ ve $A''B''C''$ üçgenlerinin arasındaki ilişki nedir?
- ➔ ABC üçgeni ile bu üçgenin ötelenmesi sonucu oluşan $A''B''C''$ üçgeni eş midir? Açıklayınız.

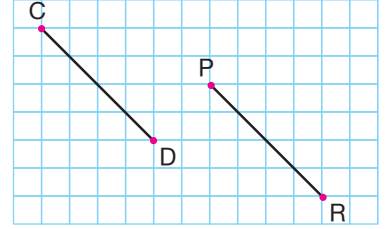


Alıştırımlar

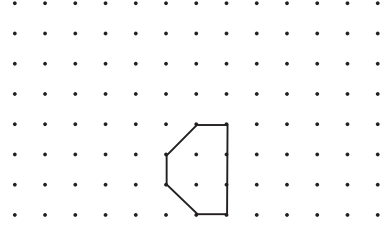
1. Noktalı kâğıtlarda verilen noktaların, belirtilen yönlerde ve belirtilen birim kadar öteleme sonucundaki görüntülerini bulunuz.



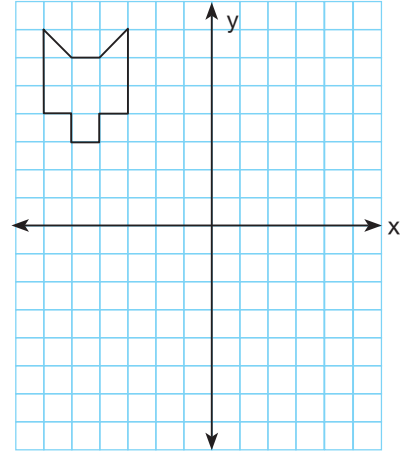
2. Kareli kâğıttaki [CD], hangi yönlerde kaçar birim ötelenirse [PR] elde edilir?



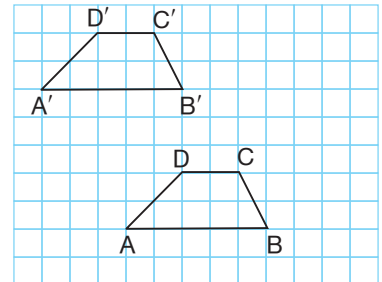
3. Noktalı kâğıttaki şeklin 3 birim sola ve 4 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz. Şekil ile şeklin görüntüsünü karşılaştırınız.



4. Kareli kâğıttaki koordinat sistemi üzerinde verilen şeklin 9 birim aşağıya ve 8 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz. Şekil ile şeklin görüntüsünü karşılaştırınız. Şeklin görüntüsü, koordinat sisteminin kaçınıcı bölgesinde oluştu?



5. Kareli kâğıtta verilen ABCD dörtgeni hangi yönlerde kaçar birim ötelenirse A'B'C'D' dörtgeni elde edilir?



Yansımalar

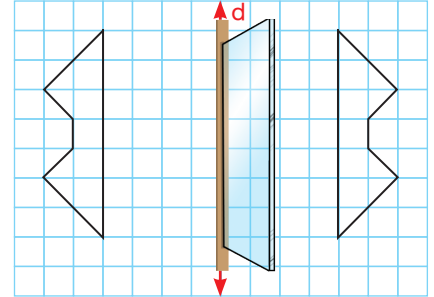
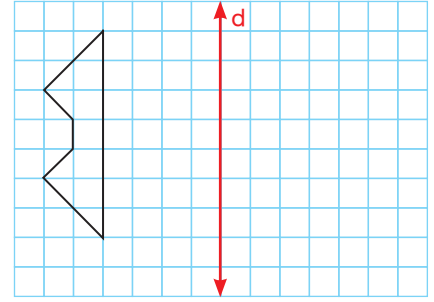
Çektiğimiz bazı fotoğraflarda, varlıkların yansımaları dikkat çekmektedir. Yandaki fotoğrafta bulunan yansımaları gerçek görüntüleriyle karşılaştırarak özelliklerini belirtiniz.



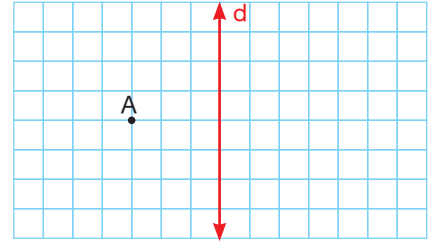
Etkinlik

Araç Gereçler: Simetri aynası, kareli kâğıt, kalem.

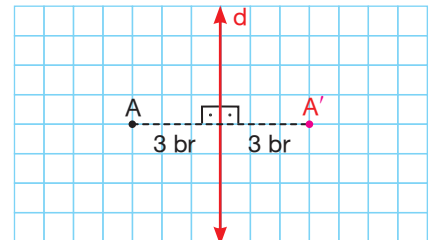
- Kareli kâğıda, yandaki gibi bir şekil çizelim.
- Şeklin sağına yandaki gibi bir d doğrusu çizelim.
- Çizdiğimiz doğrunun üzerine simetri aynasını yerleştirelim.
- Simetri aynasında oluşan görüntünün üzerinden kalemle geçerek görüntüyü, kareli kâğıda çizelim.
- ➔ Şekil ile simetri aynasındaki görüntünün arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkiye göre şekillerin yansımaları ile ilgili genel bir ifade yazınız. Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.



Kareli kâğıtta verilen A noktasının, d doğrusuna göre yansımaya sonucundaki görüntüsü olan noktayı belirleyelim.



A noktası, d doğrusuna 3 birim uzaklıktadır. Bu durumda A noktasının d doğrusuna göre yansımaya sonucundaki görüntüsü olan A' noktası, d doğrusunun sağında ve d doğrusuna 3 birim uzaklıkta olacaktır. A noktasının, d doğrusuna göre yansımaya sonucundaki görüntüsü olan A' noktası, yanda verilmiştir.

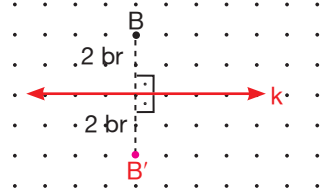
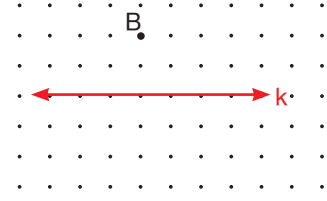


Örnek

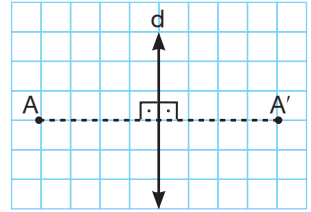
Noktalı kâğıtta verilen B noktasının k doğrusuna göre yansıma sonucundaki görüntüsü olan noktayı belirleyiniz.

Çözüm

B noktası, k doğrusuna 2 birim uzaklıktadır. Bu durumda B noktasının k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü olan B' noktası, k doğrusunun altında ve k doğrusuna 2 birim uzaklıkta olacaktır. [BB'], k doğrusuna diktir.



Düzlemdeki A noktası ile d doğrusuna göre yansıma sonucundaki görüntüsü olan A' noktasının d doğrusuna olan uzaklıkları eşittir. d doğrusu, **simetri doğrusu**dur. [AA'], d doğrusuna diktir.



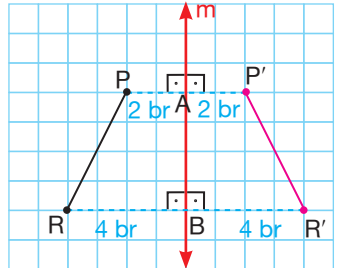
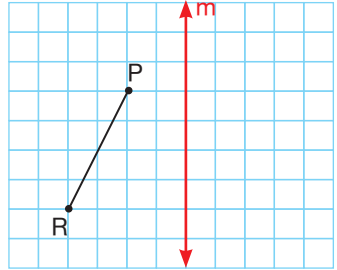
Örnek

Kareli kâğıtta verilen [PR]'nin m doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.

Çözüm

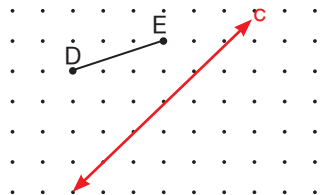
P noktası ile P noktasının m doğrusuna göre yansıma sonucundaki görüntüsü olan P' noktasını ve R noktası ile R noktasının m doğrusuna göre yansıma sonucundaki görüntüsü olan R' noktasını belirleyelim. Belirlediğimiz noktaları birleştirerek [PR]'nin m doğrusuna göre yansıma sonucundaki görüntüsü olan [P'R']'ni yandaki gibi çizelim.

- $|PA| = |P'A| = 2 \text{ br}$
- $|RB| = |R'B| = 4 \text{ br}$



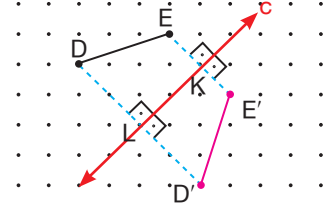
Örnek

Noktalı kâğıtta verilen [DE]'nin c doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

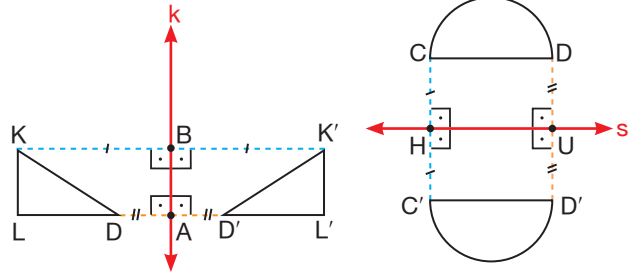
[DE]'nin uç noktaları D ve E'nin simetri doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü olan D' ve E' noktalarını belirleyelim. Belirlediğimiz noktaları birleştirerek [DE]'nin simetri doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü olan [D'E']'ni çizelim.



- $|EK| = |E'K|$
- $|DL| = |D'L|$

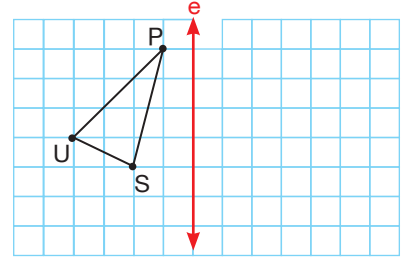
Bir şeklin bir doğruya göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü ile şekil eşittir.

Yansımada, şekil ile şeklin görüntüsü üzerinde birbirine karşılık gelen noktaların simetri doğrusuna olan uzaklıkları eşittir. Bu noktaları birleştiren doğru parçası, simetri doğrusuna diktir.



Örnek

Kareli kâğıtta verilen PUS üçgeninin e doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

PUS üçgeninin köşe noktaları olan P, U ve S'nin e doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansıma sonucu oluşan görüntüleri P', U' ve S' noktalarıdır.

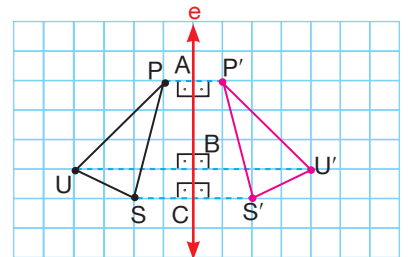
PUS üçgeninin köşe noktaları ile yansıma altındaki görüntülerinin e doğrusuna uzaklıkları eşittir.

$$|PA| = |P'A| = 1 \text{ br}$$

$$|UB| = |U'B| = 4 \text{ br}$$

$$|SC| = |S'C| = 2 \text{ br}$$

[PP'], [UU'] ve [SS'], e doğrusuna diktir.



$$[PP'] \perp e$$

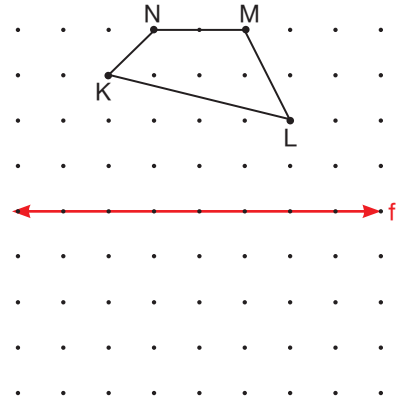
$$[UU'] \perp e$$

$$[SS'] \perp e$$

PUS üçgeninin e doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü P'U'S' üçgenidir.

Örnek

Noktalı kâğıtta verilen KLMN dörtgeninin f doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

KLMN dörtgeninin köşe noktaları olan K, L, M ve N'nin f doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansıma sonucu oluşan görüntüleri K', L', M' ve N' noktalarıdır.

K ile K', L ile L', M ile M' ve N ile N' noktalarının f doğrusuna olan uzaklıkları eşittir.

$$|KA| = |K'A| = 3 \text{ br}$$

$$|NB| = |N'B| = 4 \text{ br}$$

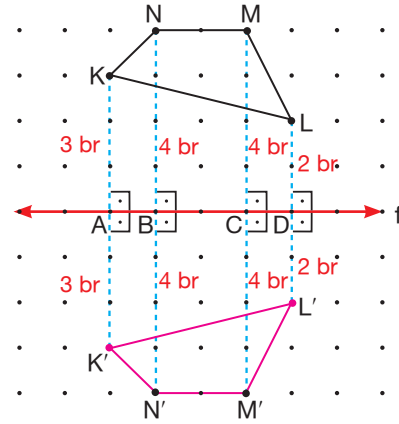
$$|MC| = |M'C| = 4 \text{ br}$$

$$|LD| = |L'D| = 2 \text{ br}$$

[KK'], [LL'], [MM'] ve [NN'], f doğrusuna diktir.

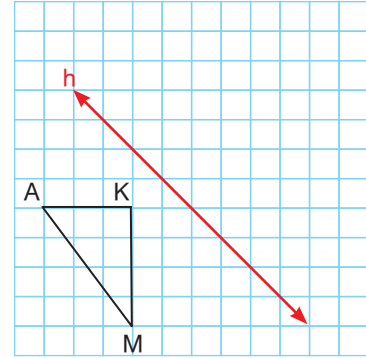
$$\bullet [KK'] \perp f \quad \bullet [LL'] \perp f \quad \bullet [MM'] \perp f \quad \bullet [NN'] \perp f$$

KLMN dörtgeninin f doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü yukarıdaki K'L'M'N' dörtgenidir.



Örnek

Kareli kâğıtta verilen AKM üçgeninin h doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

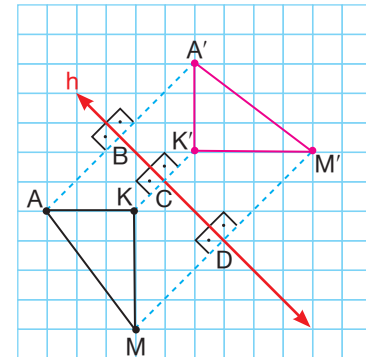
AKM üçgeninin köşe noktaları olan A, K ve M'nin h doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüleri A', K' ve M' noktalarıdır.

$$|AB| = |A'B| \quad [AA'] \perp h$$

$$|KC| = |K'C| \quad [KK'] \perp h$$

$$|MD| = |M'D| \quad [MM'] \perp h$$

AKM üçgeninin h doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü yandaki A'K'M' üçgenidir.

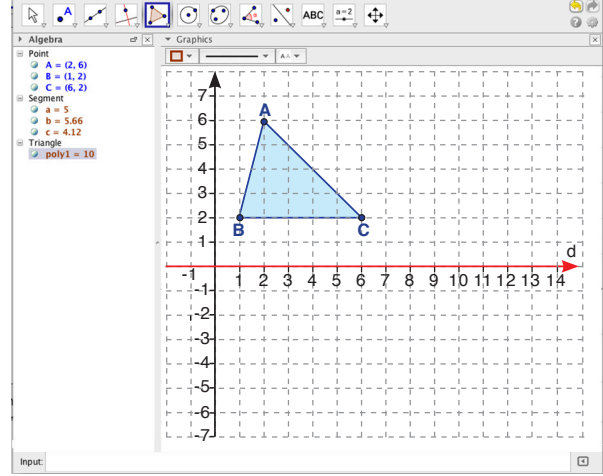


Örnek

Dinamik geometri yazılım programı ile bir üçgenin bir doğruya göre yansıma altındaki görüntüsünü oluşturunuz.

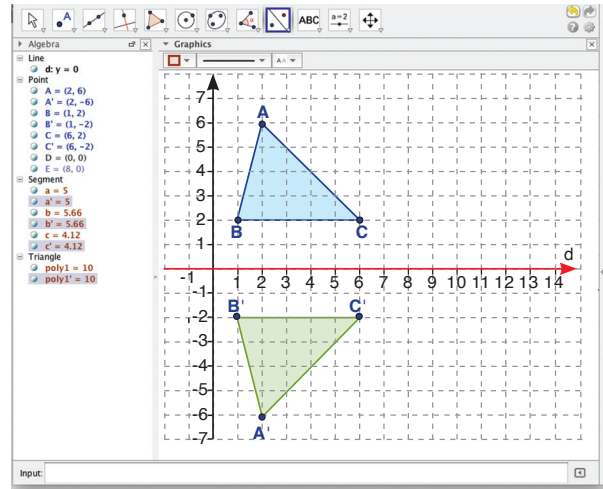
Çözüm

- Açtığımız çalışma yaprağında üstteki araç çubuğundan  sekmesini tıklayıp  (çokgen) seçeneği ile öncelikle bir ABC üçgeni çizelim.



- Araç çubuğundan  sekmesini tıklayıp  (doğru) seçeneği ile $y = 0$ olacak şekilde bir d doğrusu çizelim.

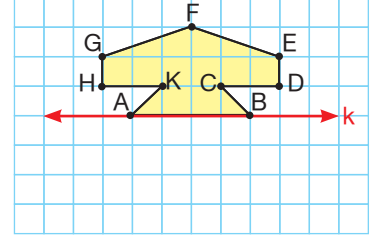
- Araç çubuğundan  sekmesini tıklayıp  (nesneyi doğrudan yansıt) butonunu kullanarak ABC üçgeninin d doğrusuna göre yansıması olan A'B'C' üçgenini belirleyelim.



- ➔ A ve A' noktalarının $y = 0$ simetri doğrusuna olan uzaklığını ölçerek aralarındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Aynı şekilde B ile B' ve C ile C' noktalarının $y = 0$ doğrusuna olan uzaklığını ölçerek aralarındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Yeni bir çalışma sayfası açınız ve aynı aşamaları $x = 0$ doğrusu için uygulayınız.
- ➔ Oluşan yeni şekillerin değişimini yorumlayınız ve izlenimlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

Örnek

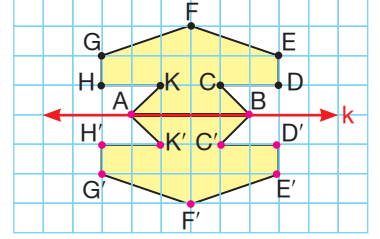
Kareli kâğıtta verilen şeklin k doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansımaya sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

Şeklin köşe noktalarından A ve B'nin k doğrusuna göre yansımaya sonucu oluşan görüntüsü yine A ve B noktalarıdır. Çünkü A ve B noktaları, simetri doğrusunun üzerindedir. ($A = A'$, $B = B'$)

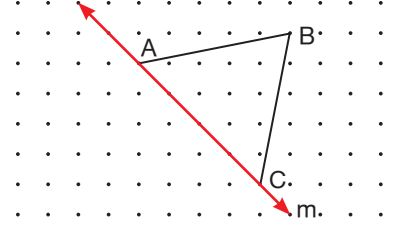
Şeklin köşe noktalarının k doğrusuna göre yansımaya sonucu oluşan görüntülerini belirleyip şekli tamamladığımızda şeklin, k doğrusuna göre yansımaya sonucu oluşan görüntüsü yandaki gibi çizilir.



Simetri doğrusu üzerindeki nokta veya doğru parçasının simetri doğrusuna göre yansımaya sonucu oluşan görüntüsü yine kendisidir.

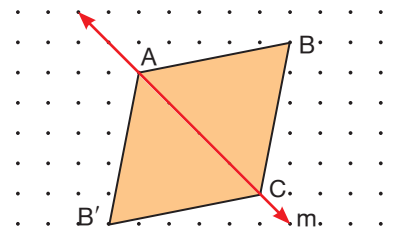
Örnek

Noktalı kâğıtta verilen [AB] ve [BC]'nin m doğrusuna (simetri doğrusu) göre yansımaya sonucu oluşan görüntüleri alınıyor. Buna göre doğru parçaları ile görüntülerinin oluşturduğu şekli belirtiniz.



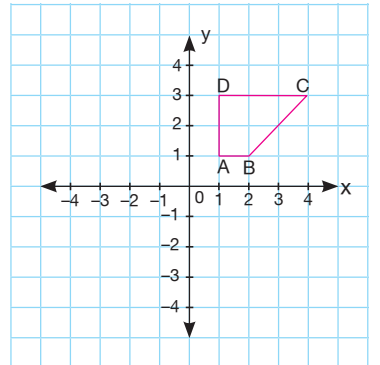
Çözüm

Noktalı kâğıtta verilen [AB] ve [BC]'nin m doğrusuna göre yansımaya sonucu oluşan görüntüleri [AB'] ve [B'C]'dir. Buna göre [AB], [BC], [CB'] ve [B'A], yandaki gibi bir ABCB' eşkenar dörtgenini oluşturur.



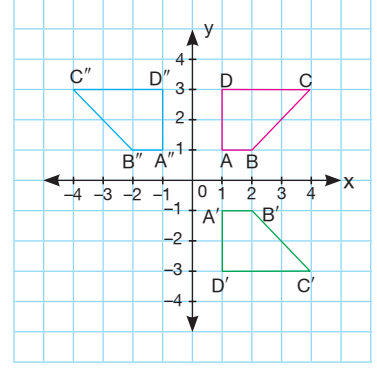
Örnek

Yandaki koordinat sisteminde verilen ABCD dörtgeninin x ve y eksenlerine göre yansımaya sonucunda oluşan görüntülerini çiziniz.



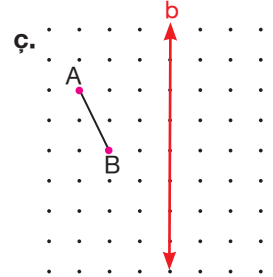
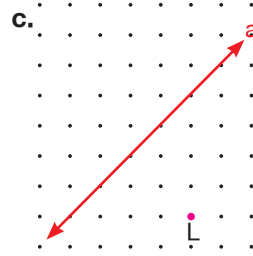
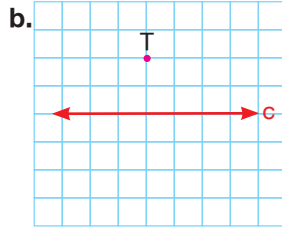
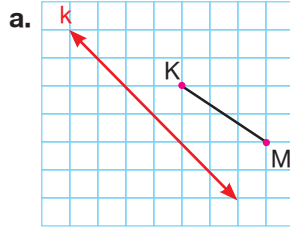
Çözüm

ABCD dörtgeninin x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü $A'B'C'D'$, y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü $A''B''C''D''$ dörtgenidir.

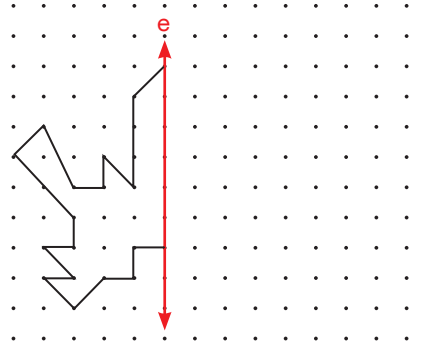


Alıştırmalar

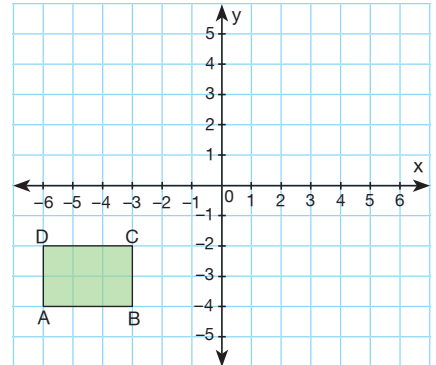
1. Kareli ve noktalı kâğıtlarda verilen nokta ve doğru parçalarının, doğrulara göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini belirleyiniz.



2. Noktalı kâğıtta verilen şeklin e doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



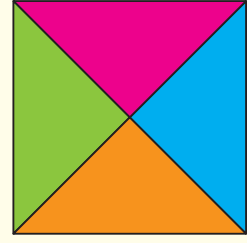
3. Yandaki koordinat sisteminde verilen ABCD dikdörtgeninin x eksenini boyunca 4 birim sağa ve y eksenini boyunca 1 birim aşağıya öteleme altındaki görüntüsü $A'B'C'D'$ dikdörtgenidir. $A'B'C'D'$ dikdörtgeninin köşe noktalarının koordinatlarını belirleyiniz ve alanını hesaplayınız.



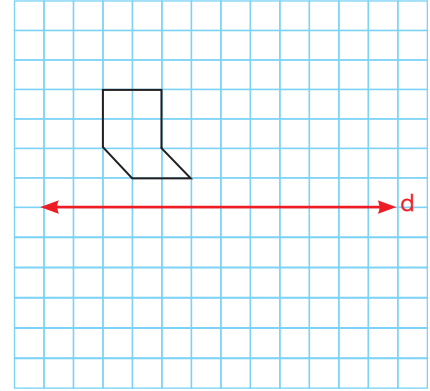
Ardışık Ötelemeler ve Yansımalar

Kemal, yandaki şekil ile bir süsleme oluşturmak istiyor. Süslemeyi, şekli öteleyerek veya yansıtarak oluşturabileceğini düşünüyor.

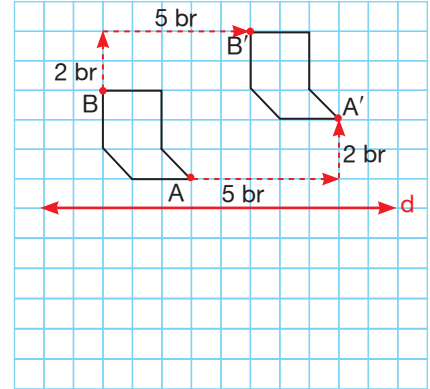
Siz Kemal'in yerinde olsaydınız nasıl bir süsleme oluşturmak isterdiniz? Nedenini açıklayınız.



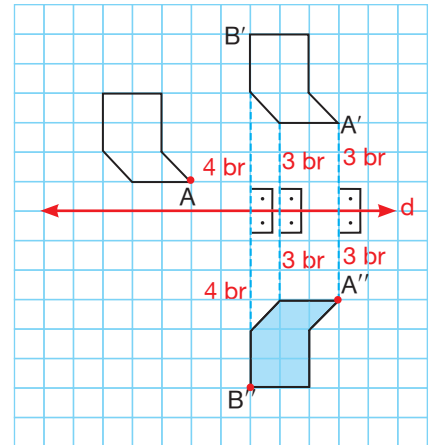
Kareli kâğıtta verilen şekli 5 birim sağa ve 2 birim yukarıya öteleyelim. Şeklin öteleme sonucu oluşan görüntüsünün, d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizelim.



Kareli kâğıtta verilen şekli önce 5 birim sağa ve 2 birim yukarıya öteleyerek şeklin öteleme sonucu oluşan görüntüsünü yandaki gibi çizelim.



Sonra şeklin öteleme sonucu oluşan görüntüsünün, d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizerek maviye boyayalım.



Bir şeklin belirtilen yönde ve birim kadar öteleme sonucu oluşan görüntüsünün bir doğruya göre yansıması alınabilir. Bu yansıma ile başlangıçtaki şeklin, aynı doğruya göre yansımasının, belirtilen yönde ve birim kadar öteleme sonucu oluşan görüntüsü aynıdır.

Örnek

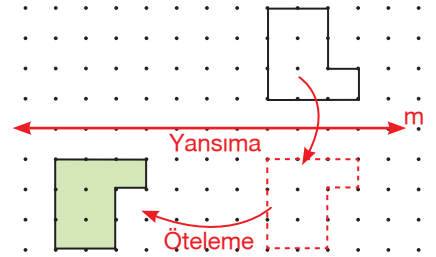
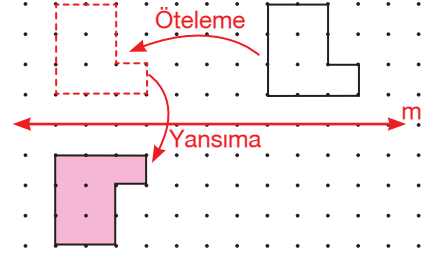
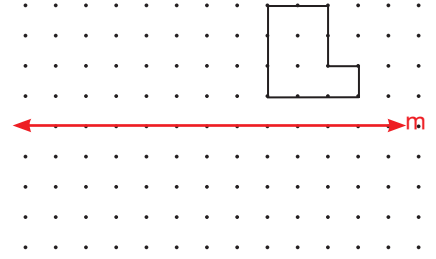
Noktalı kâğıtta verilen şeklin önce 7 birim sola öteleme sonucu oluşan görüntüsünün, m doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizin. Sonra şeklin m doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünün 7 birim sola öteleme sonucu oluşan görüntüsünü çizin. Çizdiğiniz şekilleri karşılaştırınız.

Çözüm

Önce şekli 7 birim sola öteleyelim. Şeklin, öteleme sonucu oluşan görüntüsünün, m doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü yandaki gibi çizelim ve pembeye boyayalım.

Sonra şeklin m doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizelim. Şeklin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü yandaki gibi 7 birim sola öteleyelim ve şekli yeşile boyayalım.

Yeşile ve pembeye boyadığımız şekillerin yeri, yönü ve duruşu aynıdır ve şekiller eşittir.

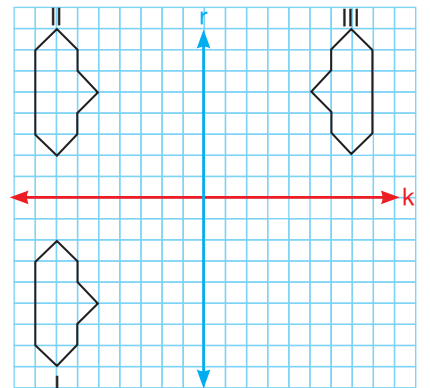
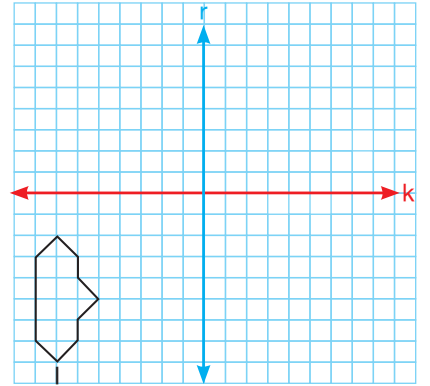


Örnek

Kareli kâğıtta verilen I numaralı şeklin önce k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü, sonra görüntünün r doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizin.

Çözüm

Kareli kâğıtta verilen I numaralı şeklin, k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü, II numaralı şekildir. II numaralı şeklin, r doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü, III numaralı şekildir.



Örnek

Noktalı kağıtta verilen I numaralı şeklin önce d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü, sonra görüntünün 2 birim sağa öteleme sonucu oluşan görüntüsünü ardışık olarak çizerek bir süsleme oluşturunuz. Oluşturduğunuz süslemeyi boyayınız.

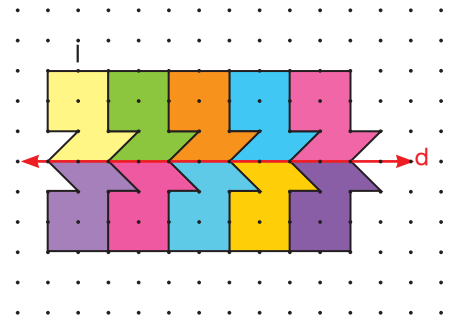
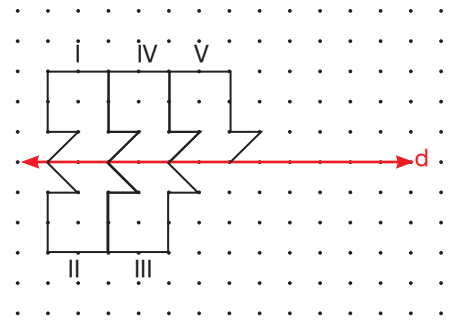
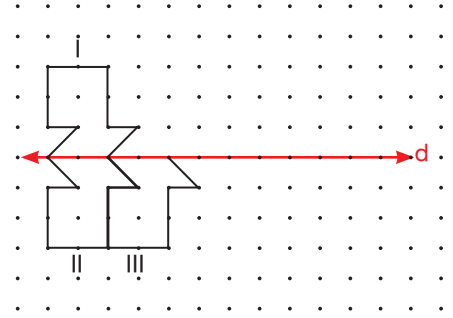
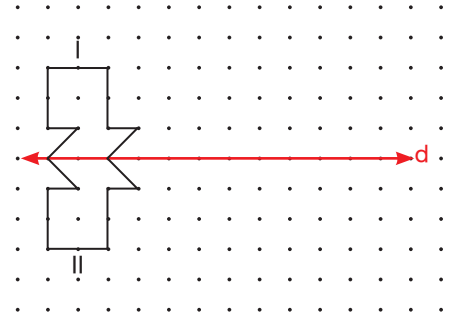
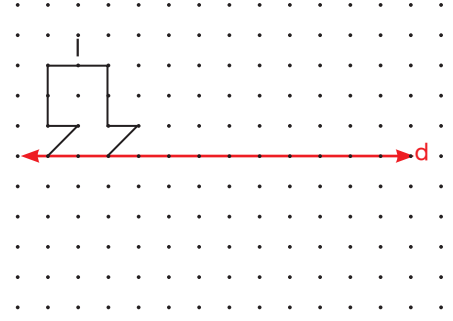
Çözüm

Noktalı kâğıtta verilen I numaralı şeklin önce d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizelim. Çizdiğimiz görüntü II numaralı şekil olsun.

Sonra II numaralı şekli 2 birim sağa öteleyelim ve elde ettiğimiz şekil, III numaralı şekil olsun.

III numaralı şeklin önce d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü, sonra görüntünün 2 birim sağa öteleme sonucu oluşan görüntüsünü çizelim.

Şekillerin önce d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü, sonra görüntünün 2 birim sağa öteleme sonucu oluşan görüntüsünü ardışık olarak çizelim. Oluşan süslemeyi yandaki gibi boyayalım.



Örnek



Yukarıda, geleneksel sanatlarımızdan, çini ve seramik örnekleri verilmiştir. Çini ve seramik görsellerinde, öteleme ve yansımadan hangisi ya da hangileri bulunmaktadır?

Çözüm

Çini görselinde öteleme ve yansımalar bulunmaktadır.

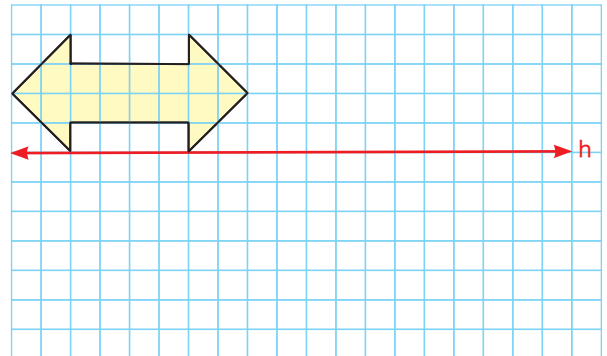


Seramik görselinde yansıma bulunmaktadır.

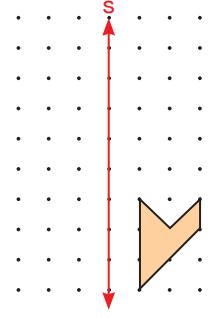


Alıştırımlar

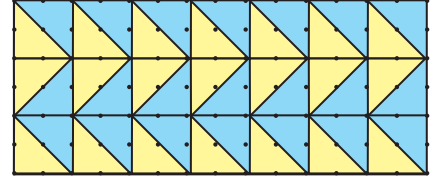
1. Kareli kâğıtta verilen yandaki şeklin h doğrultusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü 2 birim aşağıya ve 5 birim sağa öteleyiniz.



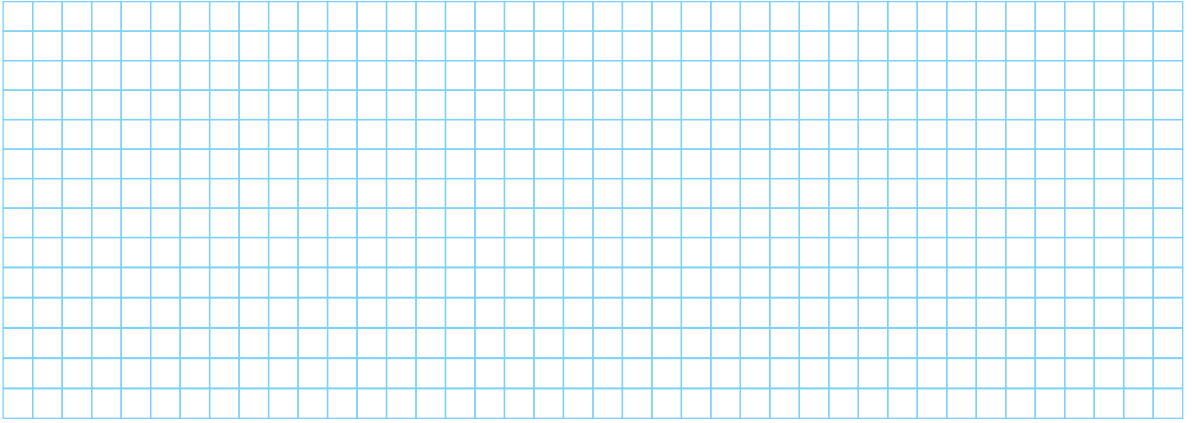
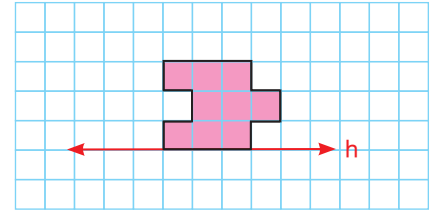
2. Noktalı kâğıtta verilen yandaki şekli 1 birim sola ve 5 birim yukarıya öteleyerek s doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



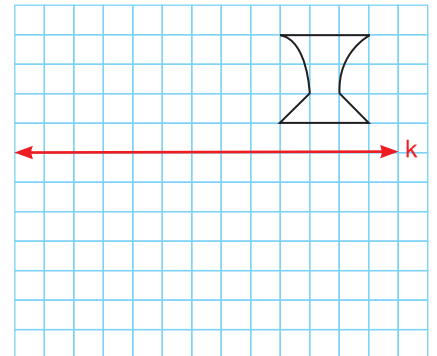
3. Noktalı kâğıtta verilen yandaki süsleme, bir şekle hangi hareketler uygulanarak oluşturulmuştur? Açıklayınız.



4. Kareli kâğıtta verilen yandaki şeklin ardışık olarak, h doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntülerinin 3 birim sağa öteleme sonucu oluşan görüntülerini aşağıdaki noktalı kâğıda çiziniz ve bir süsleme oluşturunuz. Oluşturduğunuz süslemeyi boyayınız.



5. Kareli kâğıtta verilen yandaki şeklin 5 birim sola öteleme sonucu oluşan görüntüsünün k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Dik Prizmalar

Ankara'nın Beypazarı ilçesi, evleri ile ünlüdür. Beypazarı'ndaki evlerin mimarisinde, çeşitli prizma örnekleri bulunmaktadır.

Görseldeki evin dış mimarisinde kullanılan prizma modelleri nelerdir? Bu prizmaları nasıl adlandırabilirsiniz?

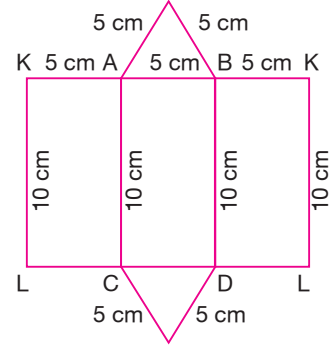
Çevrenizdeki evlerin dış mimarisinde de Beypazarı'ndaki evlerde olduğu gibi prizma örnekleri var mıdır? Açıklayınız.



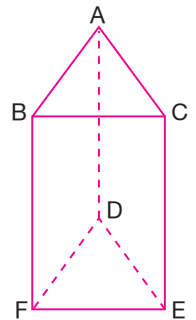
Etkinlik

Araç Gereçler: Karton, makas, cetvel, selobant, açıölçer.

- Kartonumuza, cetvel yardımıyla kenar uzunlukları 10 cm ve 15 cm olan bir dikdörtgen çizelim.
- Dikdörtgeni, kenar uzunlukları 5 cm ve 10 cm olan üç eş dikdörtgen elde edecek şekilde üç parçaya ayıralım.
- Ortadaki dikdörtgenin 5 cm uzunluğundaki kenarlarını, kenar olarak kabul eden birer eşkenar üçgeni, açıölçer yardımıyla yandaki gibi çizelim ve şekli çevresi boyunca makasla keserek kâğıttan ayıralım. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- Dikdörtgeni AC, CD, DB, AB kenarları boyunca K ve K noktası ile L ve L noktası çakışacak şekilde katlayalım.
- İnşa ettiğimiz geometrik cismin her bir ayrıntısını selobant ile yapıştıralım.
- ➔ İnşa ettiğiniz geometrik cismin temel elemanlarını belirleyiniz.
- ➔ Geometrik cismin yan yüzleri hangi şekillerden oluşmuştur? Belirtiniz.
- ➔ Geometrik cismin tabanları hangi şekillerden oluşmuştur? Bu şekillere göre inşa ettiğiniz dik prizmayı nasıl isimlendirebilirsiniz? Tartışınız.

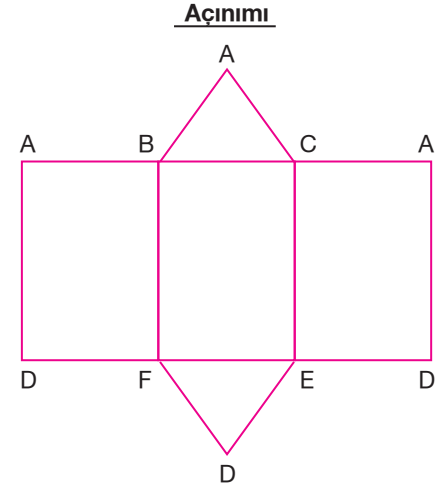
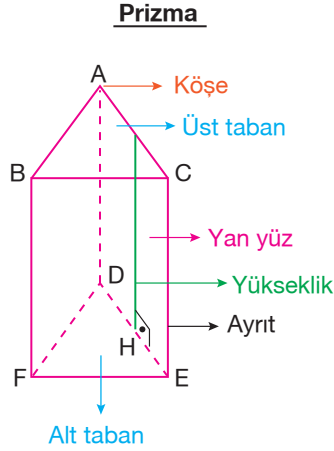


Yanda verilen prizmayı inceleyerek açılımını çizelim ve prizmanın temel elemanlarını belirleyelim.



Prizmanın açılımını incelediğinde, tabanlarının üçgen olduğu görülür. Bundan dolayı prizma, **üçgen prizma** olarak adlandırılır.

Prizmanın yanıl ayrıtları, tabanlara dik olduğu için prizma, **üçgen dik prizma** olarak adlandırılır.



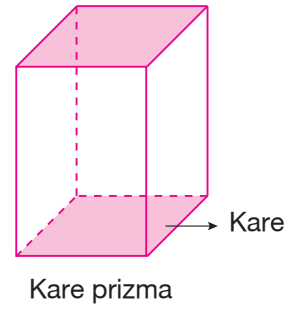
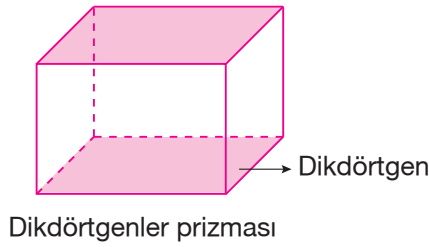
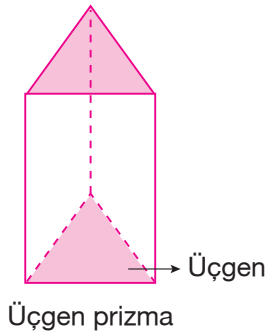
Üçgen dik prizmanın temel elemanlarını yazalım.

Prizmanın tabanları üçgen, yan yüzleri dikdörtgendir.

Prizmanın ayrıtları olan [AD], [BF] ve [CE]; aynı zamanda dik prizmanın yüksekliğidir.

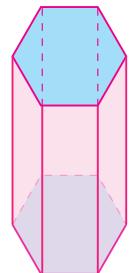
Üçgen dik prizmanın ayrıt sayısı 9, köşe sayısı 6 ve yüz sayısı 5'tir.

- Alt ve üst tabanları birbirine paralel ve iki eş çokgenden oluşan, karşılıklı yan yüzleri eş dikdörtgen olan kapalı geometrik cisme, prizma adı verilir.
- Prizmaların temel elemanları; taban, yan yüz, ayrıt, köşe ve yüksekliktir. Dik prizmaların yan yüzleri dikdörtgendir. Prizmanın yüksekliği, tabanlardan birinin bir noktasından diğer tabana indirilen dikmedir.
- Prizmalar, tabanında bulunan çokgenlere göre isimlendirilir.

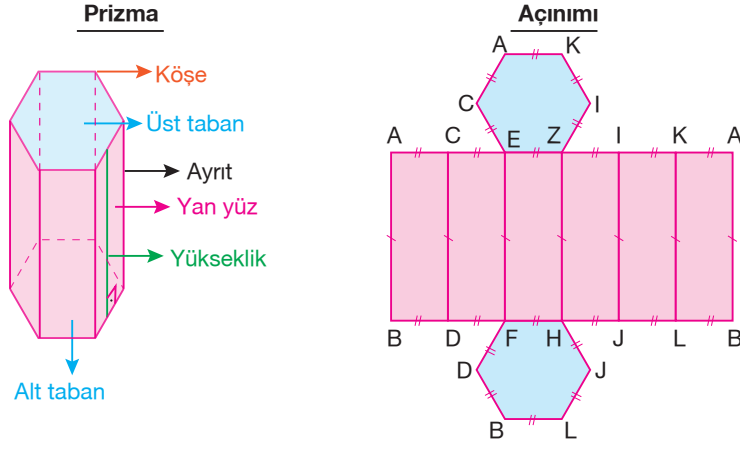


Örnek

Yanda verilen düzgün altıgen dik prizmanın açılımını çiziniz. Temel elemanlarını belirleyiniz.



Çözüm

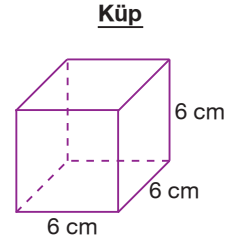
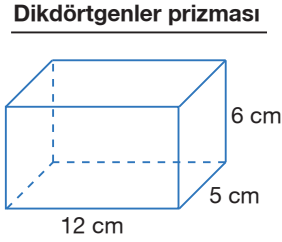
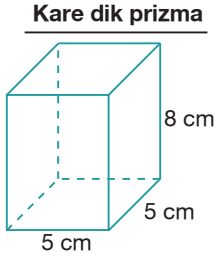


Düzgün altıgen dik prizmanın temel elemanlarını ve özelliklerini belirleyelim.

Prizmanın tabanları düzgün altıgen, yan yüzleri dikdörtgendir. Prizmanın tabana dik olan yanal ayrıtları aynı zamanda yüksekliğidir. Prizmanın yükseklikleri; [AB], [CD], [EF], [ZH], [IJ], [KL], [MN]'dır.

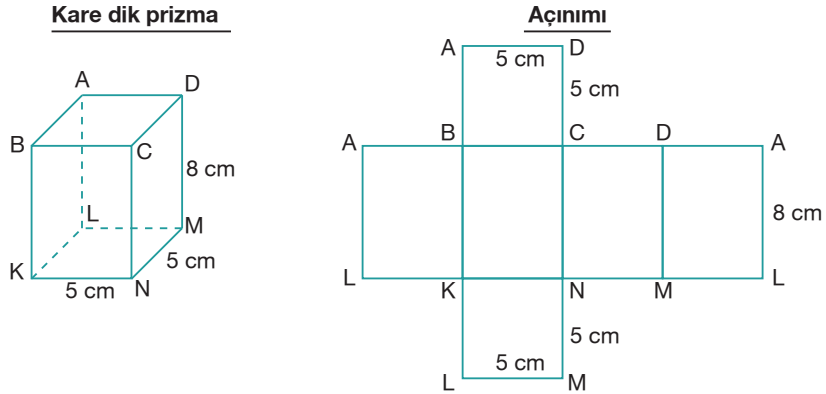
Düzgün altıgen dik prizmanın ayrıt sayısı 18, köşe sayısı 12 ve yüz sayısı 8'dir.

Örnek



Yukarıda bazı ölçüleri verilen dik prizmaların açınımlarını çiziniz. Temel elemanlarını ve özelliklerini belirleyiniz.

Çözüm

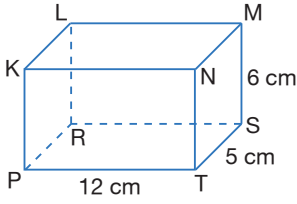


Kare dik prizmanın temel elemanlarını belirleyelim.

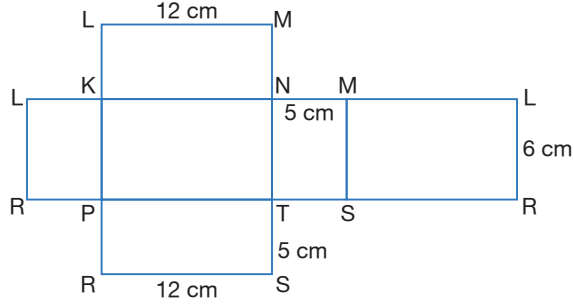
Kare dik prizmanın tabanları, kenar uzunluğu 5 cm olan kare; yan yüzleri, kenar uzunlukları 5 cm ve 8 cm olan dikdörtgendir. Prizmanın yükseklikleri; [AB], [CD], [EF], [ZH], [IJ]'dır. Kare dik prizmada yüksekliklerin uzunluğu, dik yanal ayrıtların uzunluğuna eşittir. Kare dik prizmanın yüksekliği 8 cm'dir.

Kare dik prizmanın ayrıt sayısı 12, köşe sayısı 8 ve yüz sayısı 6'dır.

Dikdörtgenler prizması



Açınımı



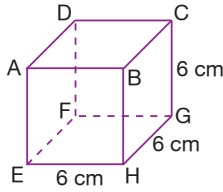
Dikdörtgenler prizmasının temel elemanlarını ve özelliklerini belirleyelim.

Dikdörtgenler prizmasının tüm yüzleri dikdörtgendir. Prizmanın yükseklikleri; [PK], [TN], [SM], [RL]'dir.

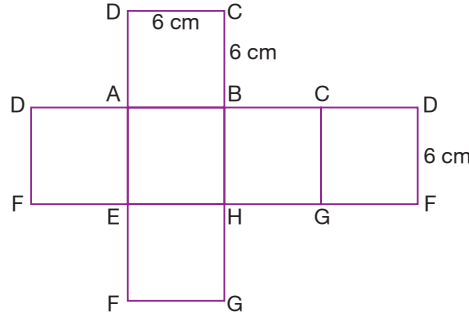
Dikdörtgenler prizmasında yükseklerin uzunluğu, dik yanal ayrıtların uzunluğuna eşittir. Dikdörtgenler prizmasının yüksekliği 6 cm'dir.

Dikdörtgenler prizmasının ayrıt sayısı 12, köşe sayısı 8 ve yüz sayısı 6'dır.

Küp



Açınımı



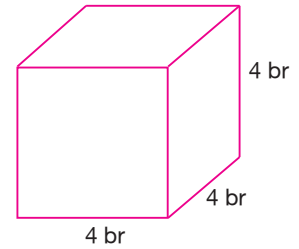
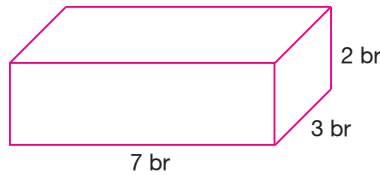
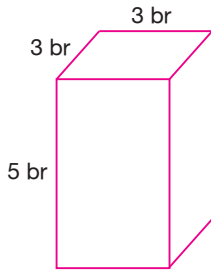
Küpün temel elemanlarını belirleyelim.

Küpün tüm yüzleri, kenar uzunluğu 6 cm olan karedir. Prizmanın yükseklikleri; [EA], [HB], [GC], [FD]'dir. Küpün yüksekliklerinin uzunluğu, ayrıt uzunluğuna eşittir. Küpün yüksekliği 6 cm'dir.

Küpün ayrıt sayısı 12, köşe sayısı 8 ve yüz sayısı 6'dır.

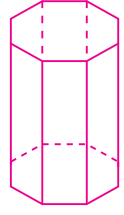
Alıştırmalar

1.



Yukarıda ölçüleri verilen dik prizmaların açınımlarını kareli kâğıda çizin ve temel elemanlarını belirleyiniz.

2. Yandaki düzgün sekizgen dik prizmanın açılımını çizin ve temel elemanlarını belirleyiniz.



3.

Ayrıt

Yan yüz

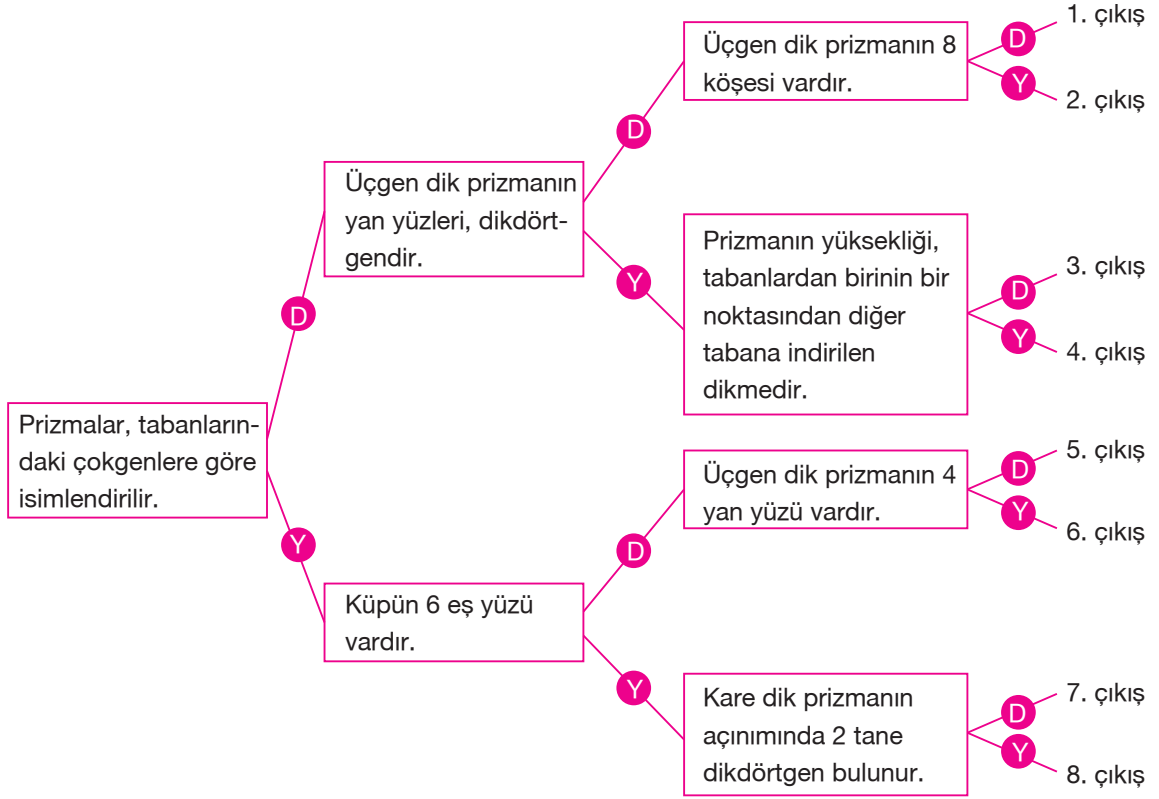
Çap

Taban

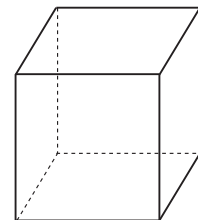
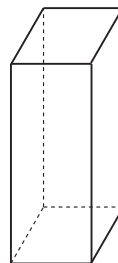
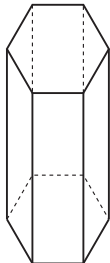
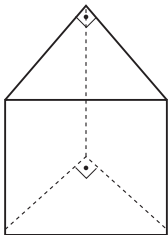
Merkez

Yukarıdakilerden hangileri, prizmaların temel elemanlarındandır?

4. Aşağıdaki şemada belirtilen ifadeler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolu takip edildiğinde kaçınıcı çıkışa ulaşılır?



5. Aşağıda verilen dik prizmaları isimlendiriniz. İsimlendirirken prizmaların hangi özelliklerini dikkate aldığınızı açıklayınız. Prizmaların temel elemanlarını belirtiniz ve açınımlarını çiziniz.



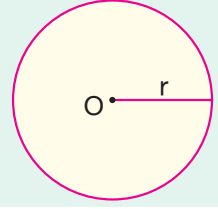
Dik Dairesel Silindir

Kara yolu işçileri, yol yapımında yolu düzleştirmek için silindir adı verilen bir araç kullanırlar. Aracın yolu düzleştirmeye yarayan kısmının silindir şeklinde olmasının sebebi ne olabilir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Yarıçap uzunluğu r birim olan bir dairenin çevre uzunluğu,
Çevre uzunluğu $= 2\pi r$ bağıntısı ile hesaplanır.

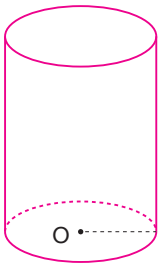


Etkinlik

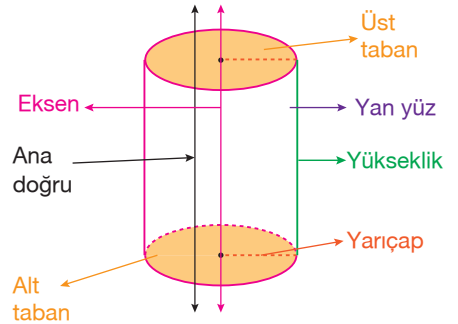
Araç Gereçler: Bitmiş kâğıt havlu rulosu, karton, cetvel, makas, yapıştırıcı.

- Kâğıt havlu rulosunu, boş olan kısmı altta olacak şekilde kartonumuzun üzerine koyalım ve çevresini kalemle çizerek bir daire oluşturalım.
- Kartonumuzun üzerine çizdiğimiz daireye eş olan başka bir daire daha çizelim ve daireleri makasla keserek kartondan ayıralım. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- Kestiğimiz daire şeklindeki kartonları, rulomuzun açık kalan kısımlarına yapıştırarak kapatalım.
- ➔ İnşa ettiğiniz cisim, hangi geometrik cisme benzemektedir?
- İnşa ettiğimiz cismin alt ve üst dairelerini çıkaralım, ruloyu ucundan bir doğru boyunca makasla keserek düz bir zemin üzerine açalım. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- ➔ Cismin yüzleri hangi geometrik şekillere benzemektedir?
- ➔ Bu şekillerden eş olanlar hangileridir?
- ➔ Rulunun benzediği geometrik cismin açılımı çizilirken hangi geometrik şekillerden kaçar adet kullanılmalıdır? Açıklayınız.

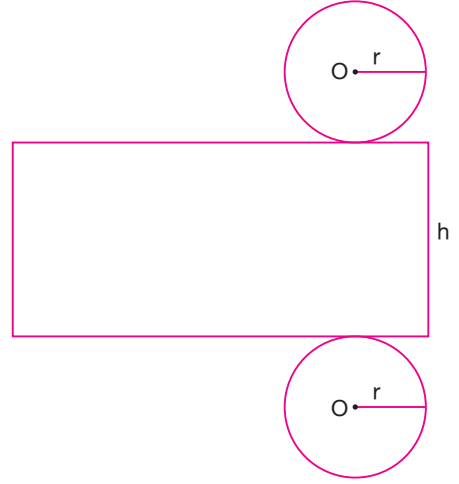
Aşağıdaki dik dairesel silindirin temel elemanlarını belirleyelim ve açılımını çizelim.



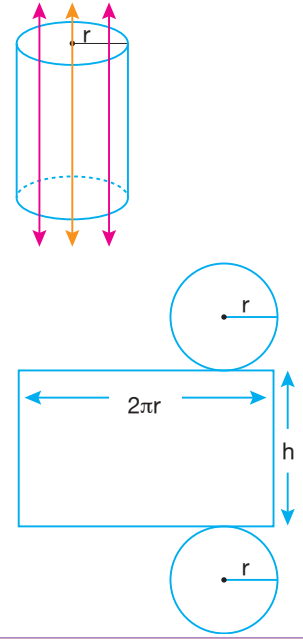
Dik dairesel silindirin altta ve üstte olmak üzere daire şeklinde 2 eş **taban**ı vardır. 1 adet **yan yüzü** vardır. Tabanlarının merkezinden geçen doğru, dik dairesel silindirin **ekseni**dir. Eksene paralel olan ve tabanlardan geçen doğrular, dik dairesel silindirin **ana doğruları**dır. Ana doğrular, tabanlara diktir. Tabanların birinden diğerine inilen dikme, dik dairesel silindirin **yüksekliği**dir. Tabanları oluşturan dairelerin yarıçapı, silindirin taban **yarıçapı**dır.



Dik dairesel silindirin açılımı, yandaki gibidir. Açınımında, tabanları oluşturan iki eş daire ve dik dairesel silindirin yan yüzünü oluşturan bir dikdörtgen bulunmaktadır.

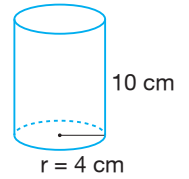


- Dik dairesel silindirin temel elemanları; taban, yan yüz, yükseklik, yarıçap, eksen ve ana doğrulardır.
- Dik dairesel silindirin açılımındaki dikdörtgenin bir kenar uzunluğu silindirin yüksekliğine, diğer kenar uzunluğu ise silindirin tabanındaki dairenin çevre uzunluğuna eşittir.



Örnek

Yanda bazı ölçüleri verilen dik dairesel silindirin açılımını çiziniz (π 'yi 3 alınız.).

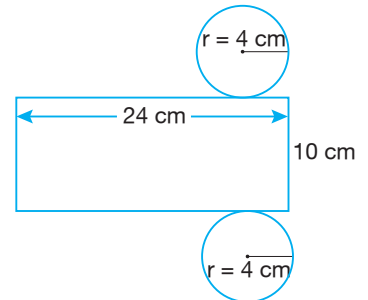


Çözüm

Dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 4 cm, yüksekliği 10 cm'dir. Bu durumda silindirin yan yüzünü oluşturan dikdörtgenin bir kenar uzunluğu 10 cm'dir. Dikdörtgenin diğer kenarının uzunluğu, dik dairesel silindirin tabanını oluşturan dairenin çevre uzunluğundan yararlanarak bulalım.

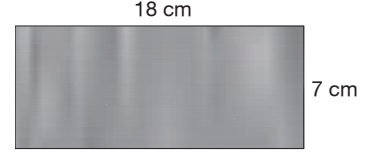
$$\text{Çevre uzunluğu} = 2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$$

Dikdörtgenin diğer kenar uzunluğu 24 cm'dir. Dik dairesel silindirin açılımı yanda verilmiştir.



Örnek

Bir fabrikada, kenar uzunlukları 7 cm ve 18 cm olan dikdörtgen şeklindeki sac levhalardan, kısa kenarlar çakıştırılarak teneke kutular ve bu teneke kutuların kapakları üretilmektedir. Dik dairesel silindir şeklinde üretilecek olan teneke kutuların her birinin kapağının yarıçap uzunluğu kaç cm olur (π 'yi 3 alınız.)?



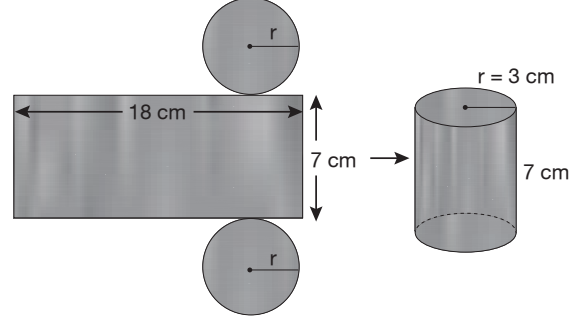
Çözüm

Teneke kutuların yapımında kullanılan dikdörtgen şeklindeki sac levhalar, üretilcek olan silindirik şeklindeki kutuların yan yüzünü oluşturacaktır. Buna göre sac levhanın kısa kenarı, kutunun yüksekliği; uzun kenarı ise kutulara konulacak kapakların çevresi olur. Dik dairesel silindir şeklindeki kutunun yüksekliği 7 cm, kapağın çevre uzunluğu 18 cm'dir. Kapakların yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = 2\pi r$$

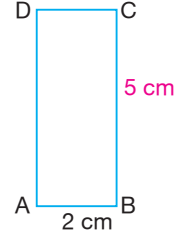
$$18 = 2 \cdot 3 \cdot r \rightarrow 18 = 6r \rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

Teneke kutuların her birinin kapağının yarıçap uzunluğu 3 cm'dir.



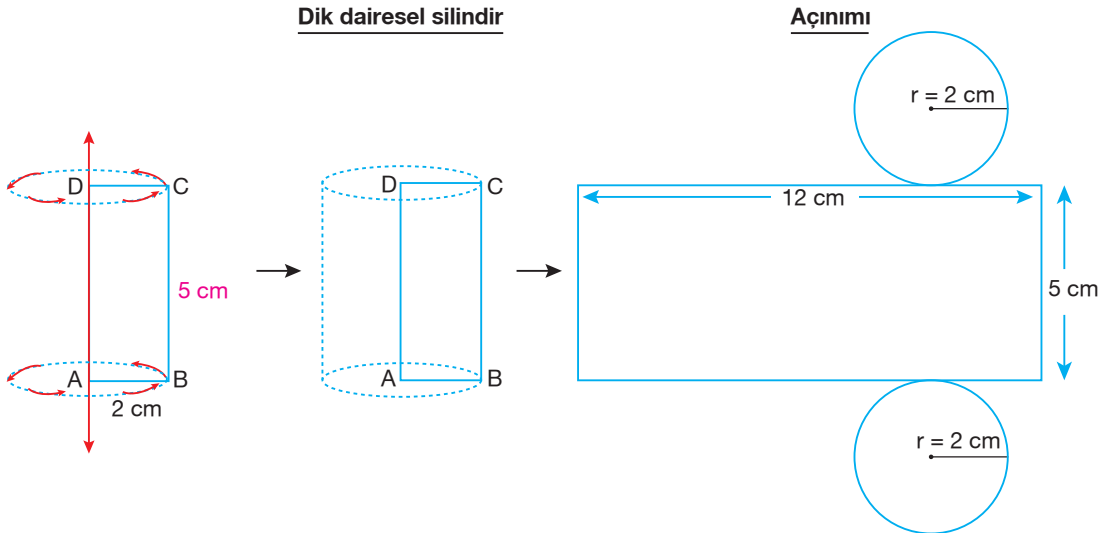
Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeni, AD kenarı etrafında 360° döndürülüyor. Buna göre oluşan geometrik cismin açılımını çiziniz (π 'yi 3 alınız.).



Çözüm

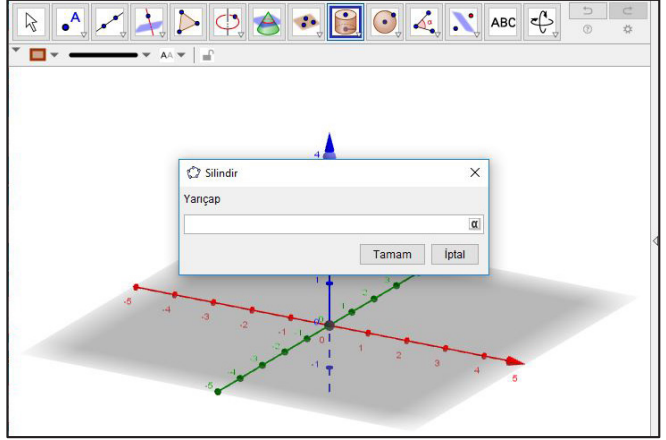
ABCD dikdörtgeni, AD kenarı etrafında 360° döndürüldüğünde taban yarıçap uzunluğu 2 cm, yüksekliği 5 cm olan bir dik dairesel silindir oluşur. Dik dairesel silindirin açılımında, yan yüzü belirten dikdörtgenin kenar uzunlukları $2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \text{ cm}$ ve 5 cm'dir. Oluşan dik dairesel silindir ve açılımı, aşağıda verilmiştir.



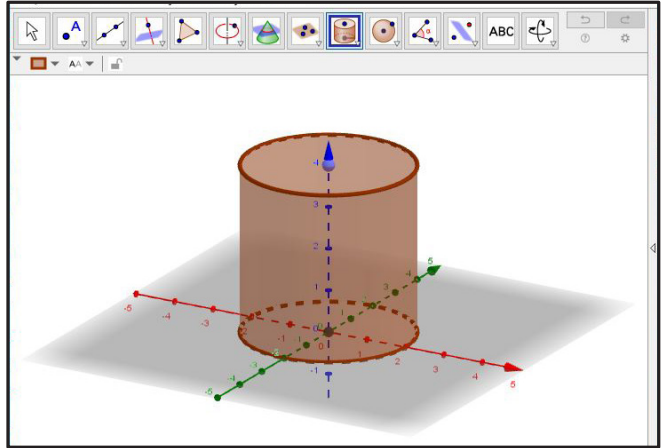


Dinamik geometri yazılımını kullanarak bir dik dairesel silindir inşa edelim.

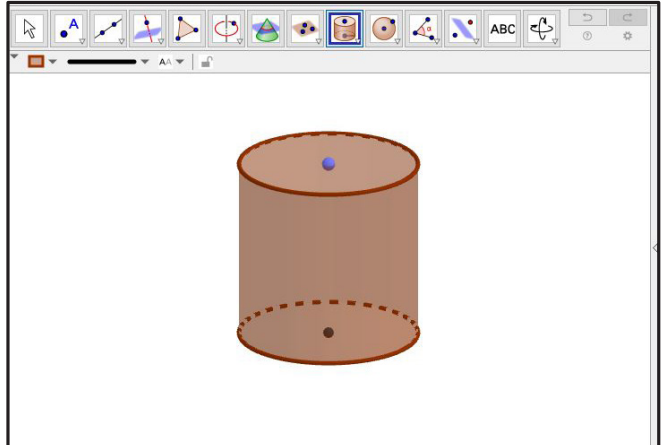
- Programdaki “3D Grafik” sayfasını açalım.  sekmesinden dik eksenle-
rin kesişim noktasına, biri 2'ye karşılık ge-
len iki nokta işaretlersek yandaki görüntü
ortaya çıkar.



- Çıkan ekrandaki yarıçap kısmına 2 yazıp
“Tamam” a tıkladığımızda istenilen ölçüler-
deki silindir yandaki gibi çizilmiş olur.

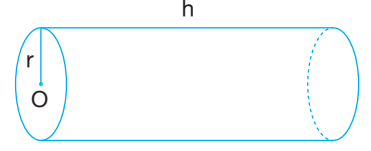


- Boş alana sağ tıklayıp “Eksenler”i, tekrar
sağa tıklayarak “Düzlem” i seçersek eksen-
ler ve düzlem gizlenir ve yandaki gibi olur.
- Oluşan silindiri inceleyelim.
- Siz de başka çalışma sayfalarında farklı ya-
rıçap ve yüksekliğe sahip silindirleri oluştu-
runuz.

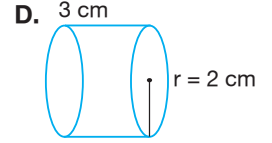
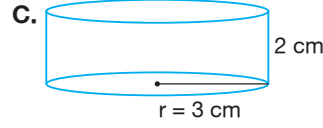
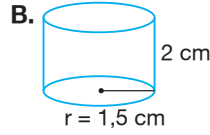
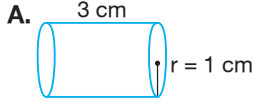
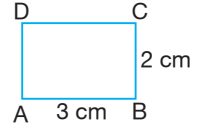


Alıştırmalar

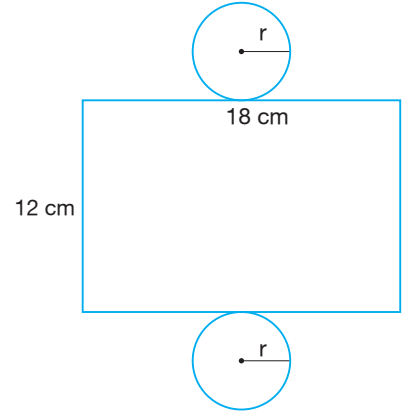
1. Yandaki dik dairesel silindirin temel elemanlarını belirleyip açılımını çiziniz.



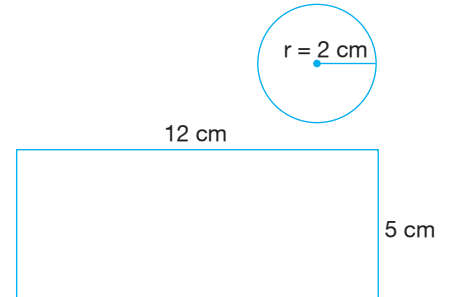
2. Yandaki ABCD dikdörtgeni, BC kenarı etrafında 360° döndürülürse aşağıdaki dik dairesel silindirlere hangisi elde edilir?



3. Yanda açılımı verilen dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu kaç cm'dir? (π 'yi 3 alınız.)



4. Cahide, yandaki yüzleri kullanarak bir dik dairesel silindir inşa etmek istiyor. Bunun için verilen yüzleri kartona çizip kesiyor. Ancak bir yüzü çizmeyi unuttuğunu fark ediyor. Cahide'nin çizmeyi unuttuğu yüzü belirleyerek silindiri inşa ediniz.



Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı

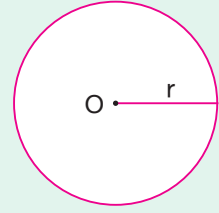
Boya ustaları, duvarları boyarken rulo fırça kullanırlar. Ustaların, dik dairese silindir biçimindeki rulo fırçaları kullanmasının sebebi ne olabilir?

Boya ustalarının kullandıkları rulo fırçaların boyutları, duvarların boyanmasında etkili olabilir mi? Nedenini açıklayınız.



Hatırlatma

Yarıçap uzunluğu r birim olan bir dairenin alanı,
 $A = \pi r^2$ bağıntısı ile hesaplanır.

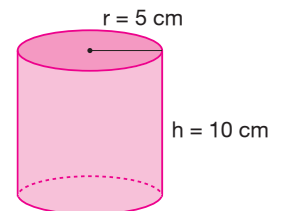


Etkinlik

Araç Gereçler: Dik dairese silindir biçiminde kartondan nesne, makas, cetvel, hesap makinesi.

- Dik dairese silindir biçimindeki nesnenin tabanlarını makasla keserek ayıralım. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- Tabanları oluşturan dairelerin yarıçap uzunluklarını cetvelle ölçelim ve not edelim.
- ➔ Dik dairese silindirin tabanındaki dairenin alanını, π 'yi 3 alarak hesap makinesi yardımıyla bulunuz.
- Nesnenin kalan parçasının (yan yüzünün) ucundan bir doğru boyunca makasla keserek bir dikdörtgen elde edelim.
- Dikdörtgenin kenar uzunluklarını cetvelle ölçelim ve not edelim.
- ➔ Dik dairese silindirin yan yüzünü belirten dikdörtgenin alanını hesap makinesi yardımıyla bulunuz.
- ➔ Dik dairese silindirin yüzey alanını, hesaplamalarınızı kullanarak nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.
- ➔ Yaptığınız açıklamaya göre dik dairese silindirin yüzey alan bağıntısını oluşturunuz. Oluşturduğunuz bağıntıyı arkadaşlarınızla paylaşınız.

Taban yarıçap uzunluğu 5 cm, yüksekliği 10 cm olan yandaki dik dairese silindirin yüzey alanını π 'yi 3 alarak hesaplayalım.



Dik dairesel silindirin açınımda, yarıçap uzunluğu 5 cm olan iki eş daire ve bir kenar uzunluğu 10 cm olan bir dikdörtgen bulunur.

Açınımdaki dikdörtgenin uzun kenar uzunluğunu bularak alanını hesaplayalım.

Dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu, tabanı oluşturan dairenin çevre uzunluğuna eşittir. O hâlde dikdörtgenin uzun kenarı, $2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ cm'dir.

Dikdörtgenin alanını hesaplayarak dik dairesel silindirin yan yüzünün alanını bulalım.

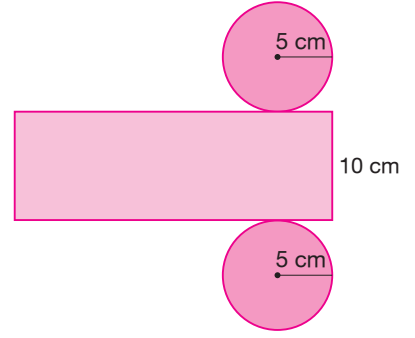
$$\text{Silindirin yan yüzünün alanı} = 30 \cdot 10 = 300 \text{ cm}^2$$

Dik dairesel silindirin, daire biçimindeki eş tabanlarından birinin alanını bulalım.

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2 = 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75 \text{ cm}^2$$

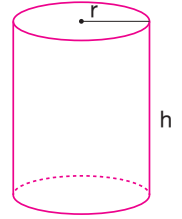
Dik dairesel silindirin yüzey alanı, taban alanları toplamı ile yan yüzünün alanının toplamına eşittir.

$$\text{Yüzey alanı} = 2 \cdot 75 + 300 = 150 + 300 = 450 \text{ cm}^2$$



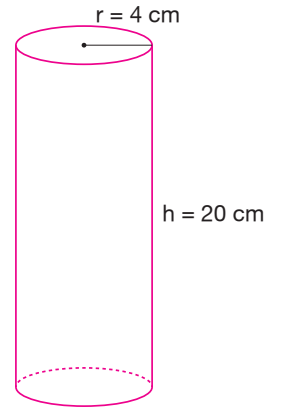
Bir dik dairesel silindirin yüzey alanı; taban alanları toplamına, yan yüzünün alanı eklenerek bulunur.

$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r \cdot (r + h)$$



Örnek

Taban yarıçap uzunluğu 4 cm, yüksekliği 20 cm olan yandaki dik dairesel silindirin yan yüzünün alanını, taban alanını ve yüzey alanını bulunuz (π 'yi 3 alınız.).



Çözüm

Dik dairesel silindirin sırasıyla yan yüzünün alanını, taban alanını ve yüzey alanını bulalım.

$$\text{Yan yüzünün alanı} = 2\pi rh = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 20 = 480 \text{ cm}^2$$

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2 = 3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ cm}^2$$

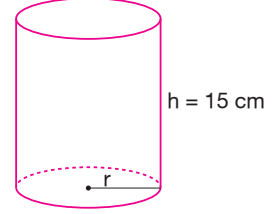
$$\text{Yüzey alanı} = 2 \cdot \text{Taban alanı} + \text{Yan yüzünün alanı}$$

$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r \cdot (r + h) = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot (4 + 20) = 24 \cdot 24 = 576 \text{ cm}^2$$

Örnek

Yüksekliği 15 cm olan yandaki dik dairesel silindirin yan yüzünün alanı 270 cm²dir. Buna göre dik dairesel silindirin yüzey alanı kaç cm²dir (π 'yi 3 alınız.)?



Çözüm

Dik dairesel silindirin yüksekliğinden ve yan yüzünün alanından yararlanarak taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Yan yüzünün alanı} = 2\pi rh$$

$$270 = 2 \cdot 3 \cdot r \cdot 15$$

$$270 = 90 \cdot r \rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

$r = 3 \text{ cm}$ ve $h = 15 \text{ cm}$ olduğuna göre dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım.

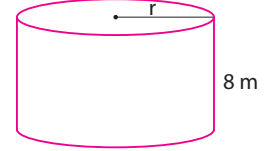
$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r \cdot (r + h)$$

$$\text{Yüzey alanı} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (3 + 15)$$

$$\text{Yüzey alanı} = 18 \cdot 18 = 324 \text{ cm}^2$$

Örnek

Yüksekliği 8 m olan yandaki dik dairesel silindirin taban alanı 154 m²dir. Buna göre, dik dairesel silindirin yüzey alanı kaç m²dir (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?



Çözüm

Taban alanı 154 m² olan dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2$$

$$154 = \frac{22}{7} \cdot r^2 \rightarrow r^2 = \frac{7 \cdot 154}{22}$$

$$r^2 = 49 \rightarrow r = 7 \text{ m}$$

Yarıçap uzunluğu 7 m ve yüksekliği 8 m olan dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım.

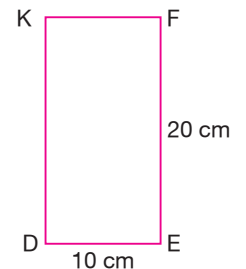
$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r \cdot (r + h)$$

$$\text{Yüzey alanı} = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot (7 + 8)$$

$$\text{Yüzey alanı} = 44 \cdot 15 = 660 \text{ m}^2$$

Örnek

Yandaki DEFK dikdörtgeni, DK kenarı etrafında 360° döndürülüyor ve tabanlarına eş daireler konularak bir dik dairesel silindir oluşturuluyor. Oluşturulan dik dairesel silindirin yüzey alanı kaç cm²dir (π 'yi 3,14 alınız.)?



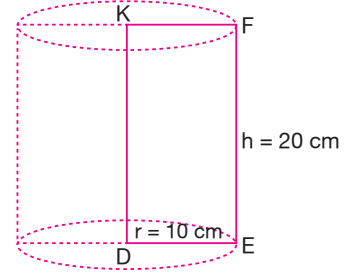
Çözüm

DEFK dikdörtgeni, DK kenarı etrafında 360° döndürüldüğünde taban yarıçap uzunluğu 10 cm, yüksekliği 20 cm olan yandaki dik dairesel silindir oluşur. Oluşan dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım.

$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r \cdot (r + h)$$

$$\text{Yüzey alanı} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot (10 + 20)$$

$$\text{Yüzey alanı} = 62,8 \cdot 30 = 1884 \text{ cm}^2$$



Örnek

Nazlı, taban yarıçap uzunluğu 4 cm ve yüksekliği 12 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki kalemliğin dış yüzünü renkli kâğıtla kaplayacaktır. Bu iş için Nazlı'nın en az kaç cm^2 renkli kâğıda ihtiyacı vardır (π 'yi 3 alınız.)?

Çözüm

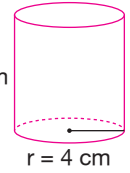
Kalemliğin yandaki dik dairesel silindir ile modelleyelim.

Nazlı, kalemliğin yan yüzünü ve alt tabanını renkli kâğıtla kaplayacaktır. Buna göre dik dairesel silindirin taban alanını ve yan yüzünün alanını bulalım.

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2 = 3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ cm}^2$$

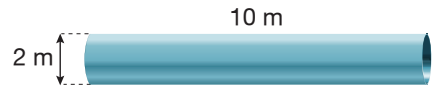
$$\text{Yan yüzünün alanı} = 2\pi rh = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12 = 288 \text{ cm}^2$$

Nazlı'nın en az, $48 + 288 = 336 \text{ cm}^2$ renkli kâğıda ihtiyacı vardır.



Örnek

Bir firmada, yanda ölçüleri verilen dik dairesel silindir şeklindeki borulardan üretilmektedir. Bu borulardan 6000 adet üreten firma kaç m^2 sac kullanmış olur (π 'yi 3 alınız.)?



Çözüm

Firmada üretilen dik dairesel silindir şeklindeki boruların tabanları bulunmamaktadır. Bu durumda 1 adet boru üretiminde kullanılacak olan sac miktarı bulunurken dik dairesel silindirin yan yüzünün alanı hesaplanmalıdır. Silindirin taban yarıçap uzunluğu $\frac{2}{2} = 1 \text{ m}$ 'dir.

Dik dairesel silindirin yan yüzünün alanını bulalım.

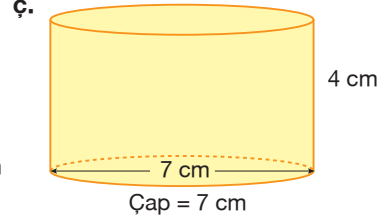
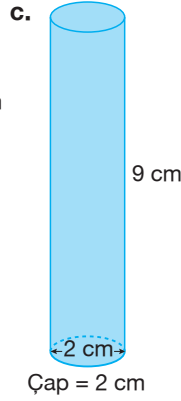
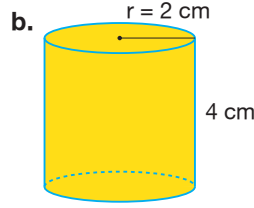
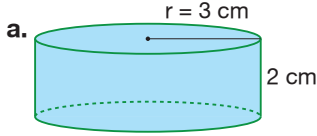
$$\text{Yan yüzünün alanı} = 2\pi rh$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 10 = 60 \text{ m}^2$$

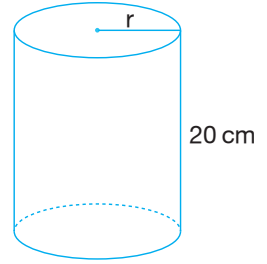
Dik dairesel silindir şeklindeki borulardan 6000 adet üreten firma, $60 \cdot 6000 = 360\,000 \text{ m}^2$ sac kullanmış olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki dik dairesel silindirlerin yüzey alanlarını hesaplayınız (π 'yi 3 alınız.).

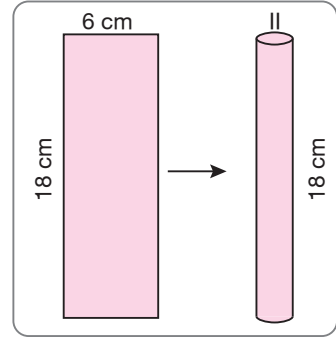
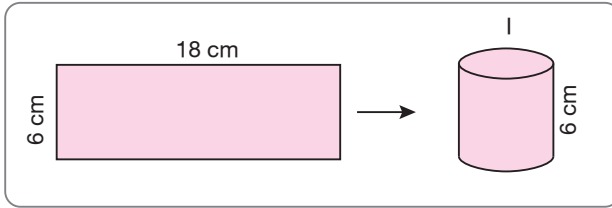


2. Yan yüzünün alanı 880 cm^2 , yüksekliği 20 cm olan yandaki dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.).

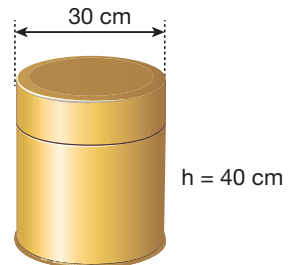


3. Taban alanı 314 cm^2 , yüksekliği 6 cm olan dik dairesel silindirin yan yüzünün alanı kaç cm^2 'dir (π 'yi 3,14 alınız.)?

4. Kenar uzunlukları 6 cm ve 18 cm olan dikdörtgen şeklindeki eş kartonlar aşağıdaki gibi kıvrılarak ve tabanlarına daireler yerleştirilerek iki farklı dik dairesel silindir oluşturuluyor. Buna göre oluşturulan dik dairesel silindirlerin yüzey alanlarının farkı kaç cm^2 'dir (π 'yi 3 alınız.)?



5. Taban çap uzunluğu ve yüksekliği verilen yandaki dik dairesel silindir biçimindeki kutunun dışı boyanacaktır. Buna göre kaç cm^2 'lik alan boyanacaktır (π 'yi 3 alınız.)?



Dik Dairesel Silindirin Hacmi

Bir tesiste sular kesildiğinde kullanılmak üzere dik dairese silindir biçiminde su depoları bulunmaktadır.

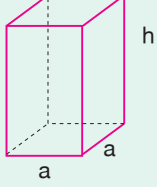
Bir su deposu tamamen dolu iken içindeki suyun yaklaşık olarak yarısı kullanıldığında kalan suyun miktarının bulunabilmesi için nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.



Hatırlatma

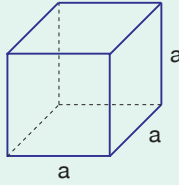
- Dik prizmanın hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Kare prizma



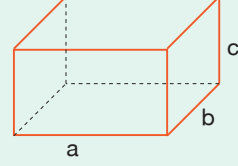
$$\text{Hacim} = a^2 \cdot h$$

Küp



$$\text{Hacim} = a^2 \cdot a = a^3$$

Dikdörtgenler prizması



$$\text{Hacim} = a \cdot b \cdot c$$

- $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$

Etkinlik

Araç Gereçler: 1 TL'lik madenî paralar, kare prizma biçiminde ilaç kutusu, cetvel, hesap makinesi.

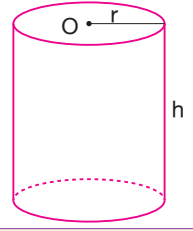
- Kare prizma biçimindeki ilaç kutusunun ayrıt uzunluklarını cetvelle ölçerek not edelim.
- Kare prizmanın taban alanını hesaplayalım.
- Bulduğumuz taban alanı ile kare prizmanın yüksekliğini çarparak hacmini hesaplayalım.
- 1 TL'lik madenî paraları üst üste koyarak bir dik dairese silindir modeli oluşturalım.
- Dik dairese silindir modelinin taban yarıçap uzunluğunu ve yüksekliğini cetvelle ölçelim.
- π 'yi 3,14 alarak dik dairese silindirin tabanını oluşturan dairenin alanını hesap makinesi yardımıyla hesaplayalım.
- ➔ Kare dik prizmanın hacmini bulduğunuz yöntemi kullanarak dik dairese silindirin hacmini hesaplayabilir misiniz? Açıklayınız.
- ➔ Kullandığınız yöntemden yararlanarak dik dairese silindirin hacmini bulmaya yönelik bir bağıntı yazınız. Yazdığınız bağıntıyı arkadaşlarınızla paylaşınız.



Dik dairesel silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Hacim = Taban alanı · Yükseklik

Hacim = $\pi r^2 h$



Yanda ölçüleri verilen dik dairesel silindirin hacmini tahmin edelim ve π 'yi $\frac{22}{7}$ olarak hesaplayalım.

Dik dairesel silindirin tabanını, yandaki gibi kareli kâğıt üzerine koyalım. Her birinin alanı 1 cm^2 olan birim kareleri saydığımızda dairenin alanının yaklaşık 24 cm^2 olduğunu tahmin edebiliriz. Buna göre silindirin hacmi;

Hacim = Taban alanı · Yükseklik

= $24 \cdot 14 = 336 \text{ cm}^3$ olarak tahmin edilebilir.

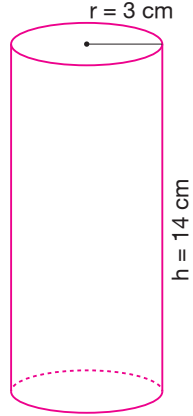
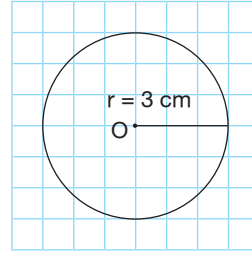
Dik dairesel silindirin hacmini, silindirin hacim bağıntısını kullanarak bulalım.

Hacim = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \cdot 3^2 \cdot 14$$

$$= 22 \cdot 9 \cdot 2 = 396 \text{ cm}^3$$

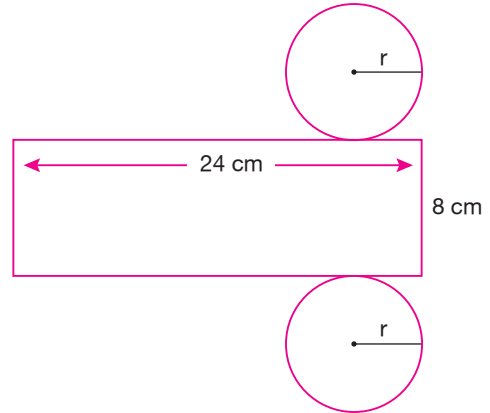
Tahminimiz (336 cm^3), işlem sonucuna (396 cm^3) yakındır.



Örnek

Yanda açınımlı verilen dik dairesel silindirin;

- Taban yarıçap uzunluğunu,
- Taban alanını,
- Hacmini bulunuz (π 'yi 3 alınız.).



Çözüm

a. Dik dairesel silindirin tabanındaki dairenin çevre uzunluğu 24 cm 'dir. Dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = 2\pi r \rightarrow 24 = 2 \cdot 3 \cdot r \rightarrow 24 = 6r \rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

b. Dik dairesel silindirin taban alanını bulalım.

Taban alanı = πr^2

$$= 3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ cm}^2$$

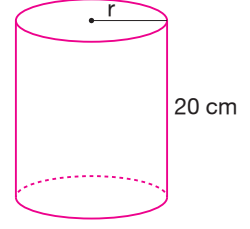
c. Dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

Hacim = $\pi r^2 h$

$$= 48 \cdot 8 = 384 \text{ cm}^3$$

Örnek

Yandaki dik dairesel silindirin taban alanı 314 cm^2 , yüksekliği 20 cm ise taban yarıçap uzunluğunu ve hacmini bulunuz (π 'yi $3,14$ alınız.).



Çözüm

Dik dairesel silindirin taban alanından yararlanarak taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2$$

$$314 = 3,14 \cdot r^2 \rightarrow r^2 = 100 \rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

Dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$

$$= 3,14 \cdot 10^2 \cdot 20$$

$$= 3,14 \cdot 100 \cdot 20 = 6280 \text{ cm}^3$$

Örnek

Yan yüzünün alanı 96 cm^2 , taban yarıçap uzunluğu 2 cm olan bir dik dairesel silindirin hacmi kaç cm^3 tür (π 'yi 3 alınız.)?

Çözüm

Dik dairesel silindirin dikdörtgen şeklindeki yan yüzünün alanından yararlanarak yüksekliğini bulalım.

$$\text{Yan yüzünün alanı} = 2\pi r h$$

$$96 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot h$$

$$96 = 12 \cdot h$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

Dik dairesel silindirin hacim bağıntısında π yerine 3 , r yerine 2 , h yerine 8 yazarak hacmini bulalım.

$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$

$$= 3 \cdot 2^2 \cdot 8$$

$$= 3 \cdot 4 \cdot 8 = 96 \text{ cm}^3$$

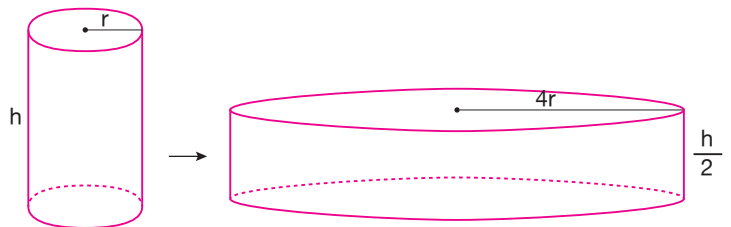
Örnek

Bir dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 4 katına çıkarılır, yüksekliği yarıya indirilirse hacminde nasıl bir değişim olur?

Çözüm

Taban yarıçap uzunluğu r , yüksekliği h olan dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$



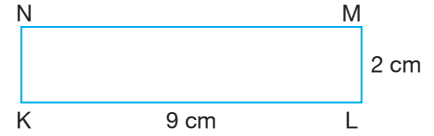
Dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 4 katına çıkarılırsa $4r$, yüksekliği yarıya indirilirse $\frac{h}{2}$ olur. Oluşan dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Hacim} &= \pi \cdot (4r)^2 \cdot \frac{h}{2} \\ &= \pi \cdot 16r^2 \cdot \frac{h}{2} \\ &= 8\pi r^2 h \end{aligned}$$

Bir dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 4 katına çıkarılır, yüksekliği yarıya indirilirse hacmi 8 katına çıkar.

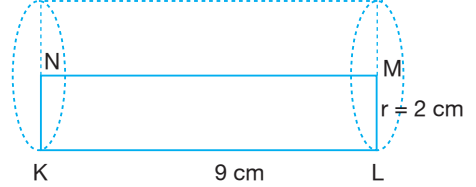
Örnek

Yandaki KLMN dikdörtgeni, MN kenarı etrafında 360° döndürülüyor ve bir dik dairesel silindir oluşturuluyor. Oluşturulan dik dairesel silindirin hacmi kaç cm^3 tür (π 'yi 3 alınız.)?



Çözüm

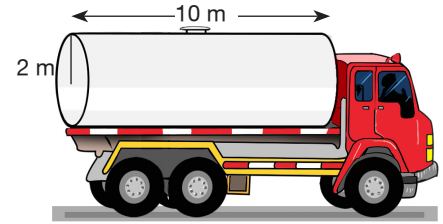
KLMN dikdörtgeni, MN kenarı etrafında 360° döndürüldüğünde taban yarıçap uzunluğu 2 cm, yüksekliği 9 cm olan yandaki gibi bir dik dairesel silindir oluşur. Oluşan dik dairesel silindirin hacmini bulalım.



$$\begin{aligned} \text{Hacim} &= \pi r^2 h \\ &= 3 \cdot 2^2 \cdot 9 \\ &= 3 \cdot 4 \cdot 9 = 108 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Örnek

Bir akaryakıt firması, ölçüleri yanda verilen tankerlerinin dik dairesel silindir biçimindeki deposunu mazot ile dolduruyor. Buna göre tankerdeki depoda bulunan mazotun litresini 20 TL'den satan firma kaç TL kazanç elde eder (π 'yi 3 alınız.)?



Çözüm

Tankerin dik dairesel silindir biçimindeki deposuna kaç L mazot doldurulduğunu bulmalıyız. Bunun için deponun hacmini hesaplayalım.

$$\begin{aligned} \text{Hacim} &= \pi r^2 h \\ &= 3 \cdot 2^2 \cdot 10 \\ &= 3 \cdot 4 \cdot 10 = 120 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Tankerin deposunda 120 m^3 mazot vardır.

$$120 \text{ m}^3 = 120 \cdot 1000 = 120\,000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L olduğundan } 120\,000 \text{ dm}^3 = 120\,000 \text{ L bulunur.}$$

Depoda 120 000 L mazot vardır. Firma, mazotun litresini 20 TL'den sattığına göre, $20 \cdot 120\,000 = 2\,400\,000$ TL kazanç elde eder.

Örnek

Selin, taban yarıçap uzunluğu 10 cm, yüksekliği 40 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki saksıyı toprakla doldurarak saksıya çiçek dikti. Selin, saksıyı kaç cm^3 toprakla doldurmuştur (π 'yi 3 alınız.)?

Çözüm

Selin, dik dairesel silindir biçimindeki saksıyı toprakla doldurduğuna göre saksıya, silindirin hacmi kadar toprak doldurmuştur. O hâlde dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$

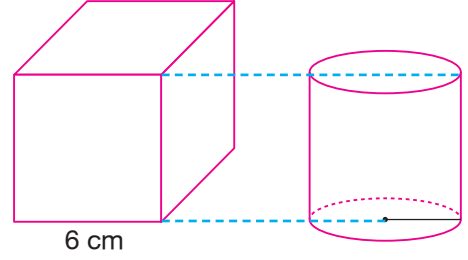
$$\text{Hacim} = 3 \cdot 10^2 \cdot 40$$

$$\text{Hacim} = 3 \cdot 100 \cdot 40 = 12\,000 \text{ cm}^3$$

Selin, saksıyı $12\,000 \text{ cm}^3$ toprakla doldurmuştur.

Örnek

Yandaki küpün ayrıt uzunluğu 6 cm'dir. Buna göre verilen dik dairesel silindirin hacmini tahmin ediniz (π 'yi 3 alınız.).



Çözüm

Önce küpün hacmini bulalım.

$$\text{Hacim} = 6 \cdot 6 \cdot 6$$

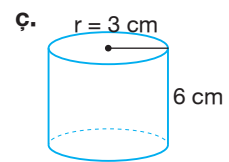
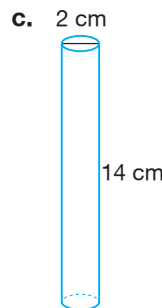
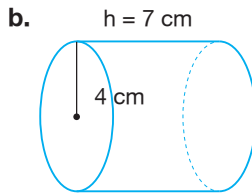
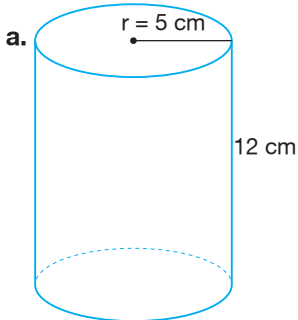
$$= 216 \text{ cm}^3$$

Küpün hacmi 216 cm^3 tür. Dik dairesel silindirin çapı ve yüksekliği, küpün bir ayrıtına yaklaşık olarak eşittir. Bu durumda dik dairesel silindirin hacmi, yaklaşık olarak küpün hacmine eşit alınabilir.

Öyleyse dik dairesel silindirin hacminin yaklaşık olarak 216 cm^3 olduğu tahmin edilebilir.

Alıştırmalar

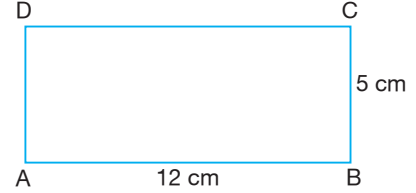
1. Verilen dik dairesel silindirlerin hacimlerini bulunuz (π 'yi 3 alınız.).



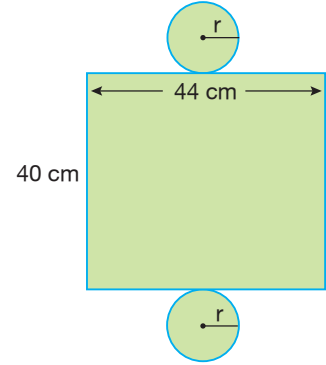
2. Taban yarıçap uzunluğu 2 cm ve hacmi 120 cm^3 olan bir dik dairesel silindirin yüksekliği kaç cm'dir (π 'yi 3 alınız.)?

3. Taban yarıçap uzunluğu 2 m ve yüksekliği 5 m olan dik dairesel silindir biçimindeki su tankeri, boş hâldeyken kaç litre su ile dolar (π 'yi 3 alınız.)?
4. Bir dik dairesel silindirin yüksekliği $\frac{1}{8}$ 'ine düşürülür, taban yarıçap uzunluğu 2 katına çıkarılırsa hacminde nasıl bir değişim olur?

5. Yandaki ABCD dikdörtgeni, CD kenarı etrafında 360° döndürülüyor ve bir dik dairesel silindir oluşturuluyor. Oluşturulan dik dairesel silindirin hacmi kaç cm^3 tür (π 'yi 3 alınız.)?

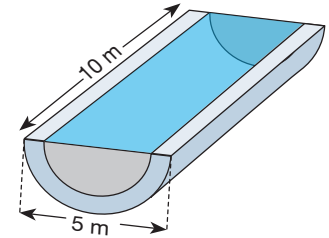


6. Yanda açılımı verilen dik dairesel silindirin hacmi kaç cm^3 tür (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?

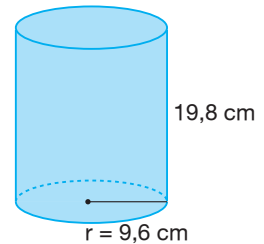


7. Taban alanı 1256 cm^2 , yüksekliği 20 cm olan bir dik dairesel silindirin hacmi kaç cm^3 tür?
8. Yan yüzünün alanı 288 cm^2 , yüksekliği 12 cm olan dik dairesel silindirin hacmi kaç cm^3 tür (π 'yi 3 alınız.)?

9. Nimet Hanım, yanda ölçüleri verilen yarım dik dairesel silindir biçimindeki depo doluyken deponun içindeki suyun tamamıyla bahçesini suluyor. Buna göre Nimet Hanım, bahçesini sulamak için kaç L su kullanmaktadır (π 'yi 3 alınız.)?



10. Yandaki dik dairesel silindirde verilen ölçülere göre, silindirin hacmini tahmin ediniz (π 'yi 3 alınız.).



Dik Piramitler

Antalya Kültür Merkezi olarak hizmet veren Cam Piramit, her yönüyle  a da  mimarinin örnekleri arasında yer almaktadır. Yapı, güneş enerjisinden daha fazla yararlanmak için piramit şeklinde tasarlanmıştır.

Yapı, giriş ve bodrum olmak üzere iki kattan oluşmaktadır. Giriş katındaki ana salonun üzeri, piramit biçiminde bir çatı ile örtülüdür. Bu çatıya uzay çatı da denmektedir. Uzay çatının yerden yüksekliği 22,76 metredir.



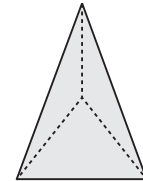
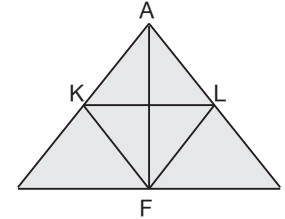
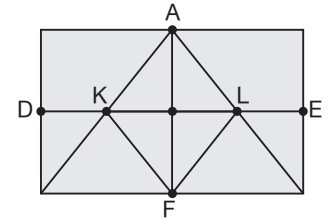
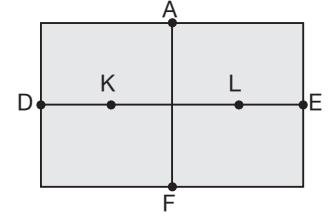
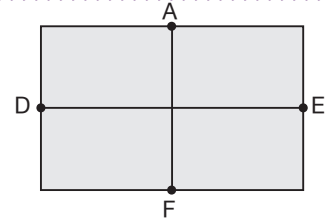
E er siz bir yapı tasarlasaydınız yapının hangi geometrik cisme benzemesini isterdiniz? Nedenini a ıklayınız.

www.sabancivakfi.org

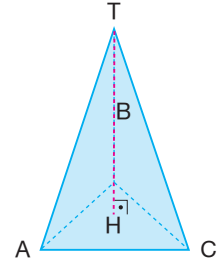
Etkinlik

Araç Gereçler: Karton, kalem, makas, selobant, cetvel.

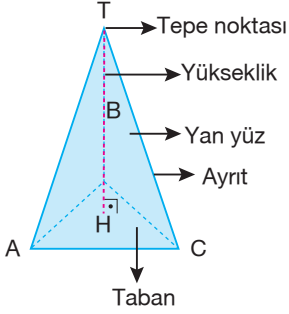
- Dikdörtgen şeklindeki kartonun uzun ve kısa kenarlarını cetvelle ölçerek orta noktalarını i aretleyelim ve noktaları isimlendirelim.
- Bu noktaları 4 e  dikdörtgen elde edecek şekilde yandaki gibi karşılıklı birle tirelim.
- [DE]'ni dört e  parçaya ayıracak şekilde K ve L noktalarını belirleyelim.
- K ve L noktalarından geçecek şekilde A noktasını karşısındaki k  elere birleştiren doğru parçalarını cetvel yardımıyla  izelim.
- K ile F ve L ile F noktalarını cetvel yardımıyla birle tirelim.
- Oluşan büyük   geni makasla keserek kartondan ayıralım. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- KF, LF ve KL kenarları boyunca kartonu katlayarak büyük üçgenin k  e noktalarını bir noktada birle tirelim.
- İ na ettiğimiz geometrik cismin yan yüz ayrıtlarını selobantla ya ı tıralım.
- ➔ İ na ettiğiniz geometrik cismin temel elemanlarını belirleyiniz.
- ➔ Geometrik cismin yüzleri hangi çokgenden oluşmuştur?
- ➔ Geometrik cismin yüzlerinden birini taban olarak belirleyiniz.
- ➔ Bir yüzünü taban olarak belirledi iniz geometrik cismi, tabanındaki  okgeni dikkate alarak nasıl isimlendirebilirsiniz? Açıklayınız.



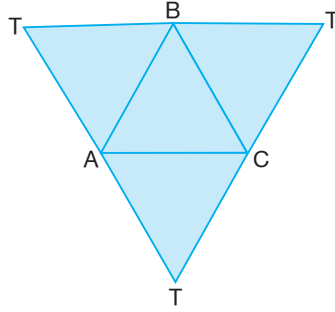
Yanda verilen geometrik cismi inceleyerek temel elemanlarını belirleyelim ve açılımını çizelim.



Piramit



Açılımı



Piramidin açılımı incelendiğinde, tabanının üçgen olduğu görülür. Böylece piramit, **üçgen piramit** olarak adlandırılır.

Piramidin tepe noktasını taban merkezine birleştiren doğru parçası tabana dik olduğu için piramit, **üçgen dik piramit** olarak adlandırılır.

Üçgen dik piramidin temel elemanlarını belirleyelim.

Piramidin tabanı ve yan yüzleri üçgen şeklindedir. Tepe noktası, T noktasıdır.

Tepe noktasını taban merkezine birleştiren dik doğru parçası olan [TH], piramidin yüksekliğidir.

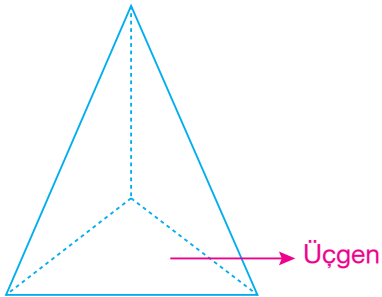
Üçgen dik piramitte ayırıt sayısı 6, köşe sayısı ve yüz sayısı 4'tür.

- Bir çokgenin köşelerinin bulunduğu düzlemin dışındaki herhangi bir nokta ile birleştirilmesi sonucu elde edilen kapalı geometrik cisme **piramit** denir. Burada çokgen, piramidin tabanı iken dışındaki nokta piramidin tepe noktasıdır.

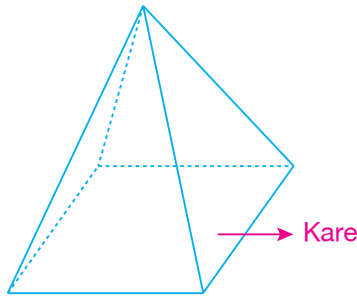
- Piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüz, ayırıt ve yüksekliktir. Piramidin yan yüzleri üçgen şeklindedir. Piramidin yüksekliği, tepe noktasından tabana indirilen dikmedir.

- Piramidin tepe noktasını, taban merkezine birleştiren doğru parçası tabana dik ise piramit, **dik piramit** olarak adlandırılır.

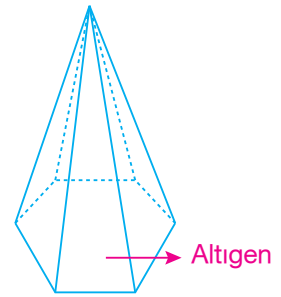
- Dik piramitler, tabanında bulunan çokgenlere göre isimlendirilir.



Üçgen dik piramit



Kare dik piramit

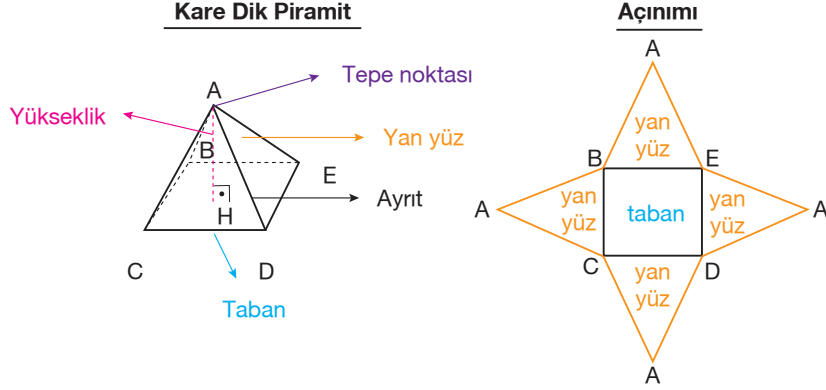


Altıgen dik piramit

Örnek

Kare dik piramit, dikdörtgen dik piramit ve düzgün altıgen dik piramidin temel elemanlarını belirleyiniz ve açılımını çiziniz.

Çözüm



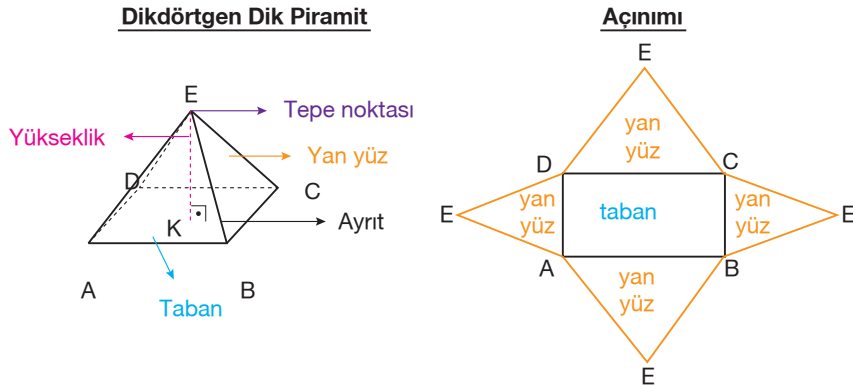
Kare dik piramit, dikdörtgen dik piramit ve düzgün altıgen dik piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüz, ayrit ve yüksekliktir.

Piramidin tabanı kare olduğu için piramit, **kare piramittir**.

Piramidin tepe noktasını taban merkezine birleştiren doğru parçası tabana dik olduğu için piramit, **kare dik piramit** olarak adlandırılır. Kare dik piramidin tabanı kare, yan yüzleri birbirine eş ikizkenar üçgenler şeklindedir.

Tepe noktasından taban düzlemine indirilen dikme olan $[AH]$, kare dik piramidin yüksekliğidir.

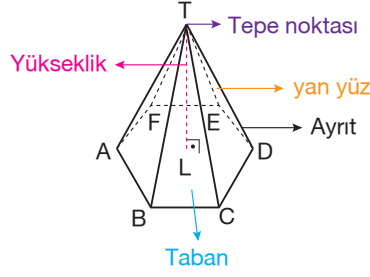
Kare dik piramidin ayrit sayısı 8, köşe ve yüz sayısı 5'tir.



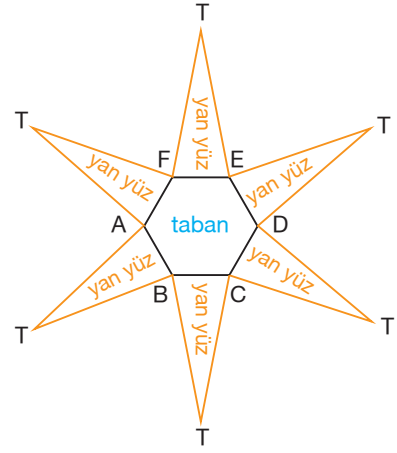
Piramidin tabanı dikdörtgen olduğu için piramit, **dikdörtgen piramittir**. Piramidin tepe noktasını taban merkezine birleştiren doğru parçası tabana dik olduğu için piramit, **dikdörtgen dik piramit** olarak adlandırılır. Dikdörtgen dik piramidin tabanı dikdörtgen, karşılıklı yan yüzleri birbirine eş ikizkenar üçgenler şeklindedir. Dikdörtgen dik piramidin yüksekliği, $[EK]$ 'dir. Dikdörtgen dik piramidin ayrit sayısı 8, köşe ve yüz sayısı 5'tir.

Piramidin tabanı düzgün altıgen ve piramidin tepe noktasını taban merkezine birleştiren doğru parçası tabana dik olduğu için piramit, **düzgün altıgen dik piramit** olarak adlandırılır. Düzgün altıgen dik piramidin tabanı altıgen, yan yüzleri üçgen şeklindedir. Düzgün altıgen dik piramidin yüksekliği, $[TL]$ 'dir. Düzgün altıgen dik piramidin ayrıt sayısı 12, köşe ve yüz sayısı 7'dir.

Düzgün Altıgen Dik Piramit

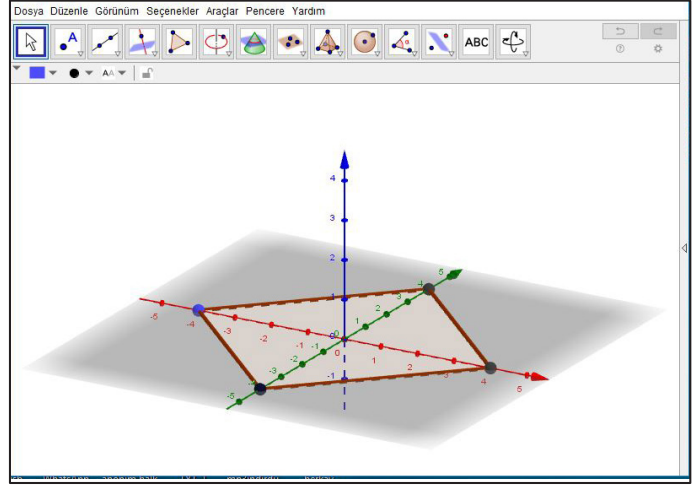


Açınımı

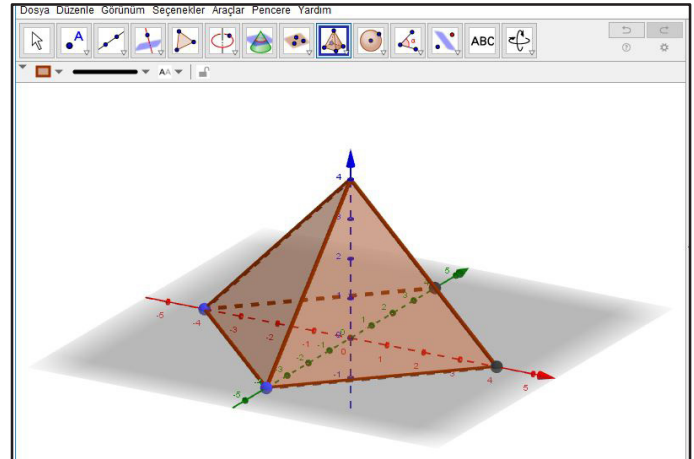


Dinamik geometri yazılımını kullanarak bir dik piramit inşa edelim ve dik piramidin açınımını oluşturalım.

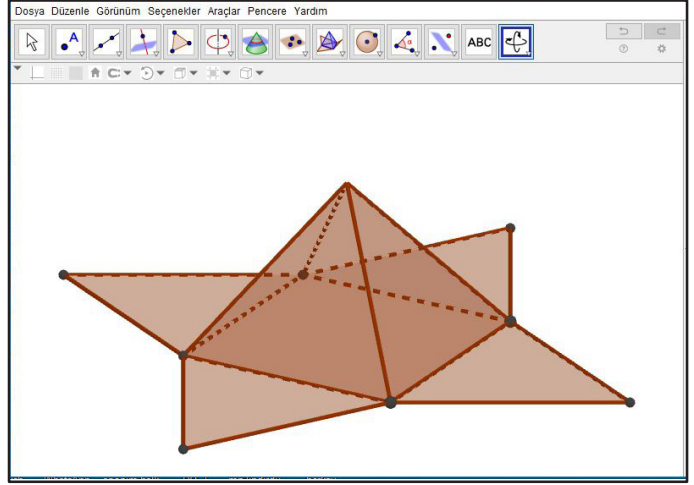
- Programdaki “Geometri” sayfasını açalım.  sekmesinden “Düzgün çokgen”i seçip çalışma sayfasında iki nokta işaretleyelim. Çıkan ekrana 4 yazıp “Tamam”’a bastığımızda kare çizilmiş olur.
- “Görünüm” menüsünden “3D Grafik”i seçersek kare “3D Grafik” sayfasına aktarılır. Soldan 1. sıradan “Taşı” ile bu karenin köşelerini yatay eksenler üzerine taşırsak yandaki gibi olur.



-  sekmesinden “Piramit”i seçelim. Karenin köşelerini ve sonra yer düzlemine dik eksende bir nokta seçersek kare dik piramit yandaki gibi çizilmiş olur.



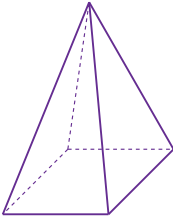
-  sekmesinden “Düzleme Aç”ı seçip kare dik piramide tıkladığımızda yandaki gibi açınımlı çizilmiş olur. (Eksenler ve düzlem gizlenmiştir.)
- Siz de piramidin kenar sayısını ve uzunluklarını değiştirerek farklı açınımlar oluşturunuz.



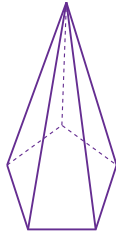
Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen dik piramitlerin temel elemanlarını belirleyiniz ve açınımlarını çiziniz.

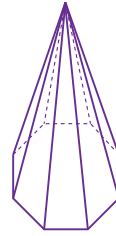
a.



b.

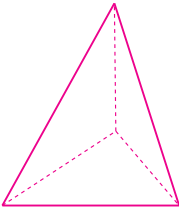


c.

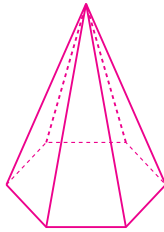


2. Aşağıda verilen piramitleri isimlendirerek her bir dik piramidin yüksekliğini çiziniz.

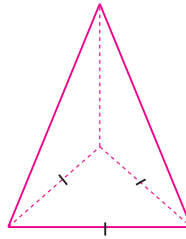
a.



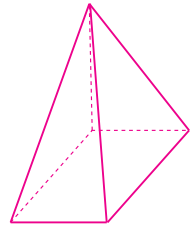
b.



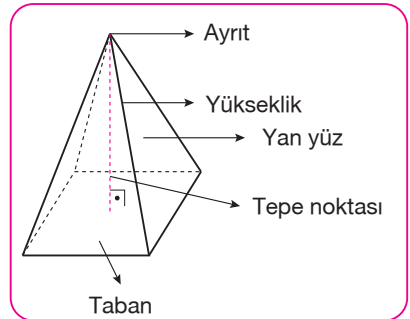
c.



ç.



3. Mert, yandaki dikdörtgen dik piramidin temel elemanlarını oklarla gösterdi. Buna göre Mert'in yaptığı hataları bularak düzeltiniz.



Dik Koniler

Türkiye'de en çok ziyaret edilen yerler arasında yer alan Ayasofya Camii, sanat ve mimari bakımından dünyanın en önemli yapıları arasında yer almaktadır.

Ayasofya Camii'nin minarelerinde bulunan dik koni biçimindeki yapılar dikkat çekmektedir.

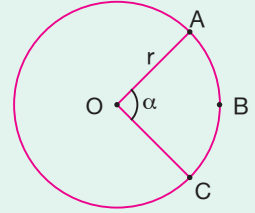
Çevrenizde dik koni biçiminde yapılar var mıdır? Belirtiniz.



Hatırlatma

Yandaki O merkezli, yarıçap uzunluğu r olan çemberde $\widehat{ABC}$ aşağıdaki bağıntı ile bulunabilir.

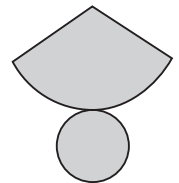
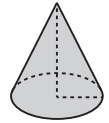
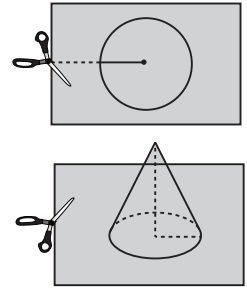
$$|\widehat{ABC}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



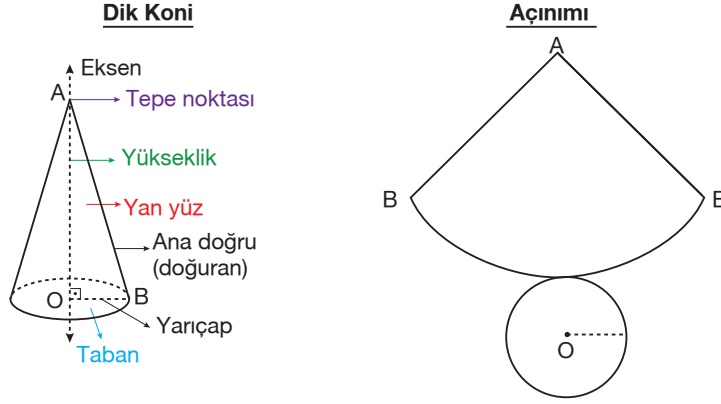
Etkinlik

Araç Gereçler: Makas, 2 adet karton, selobant, pergel.

- Kartonumuzun üzerine pergel yardımıyla bir daire çizelim.
- Çizdiğimiz daireyi yandaki gibi kenardan merkeze doğru yarıçapı boyunca keselim. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- Kesik parçaları birbirinin tersi yönünde dairenin merkezi etrafında döndürelim ve kestığımız yarıçap boyunca selobantla yapıştırarak bir külah oluşturalım.
- Oluşturduğumuz külahı, diğer kartonumuzun üzerine koyarak külahın açık kısmını kapatacak şekilde bir daire çizelim.
- Çizdiğimiz daireyi keselim ve külahın açık kısmını kapatacak şekilde selobantla yapıştıralım. (Makas ve yapıştırıcı kullanırken dikkatli olalım.)
- ➔ Hangi geometrik cisim inşa ettiniz?
- İnşa ettiğimiz geometrik cismin tabanı ile yan yüzünü ayıralım.
- Geometrik cismin yan yüzünde tabanının çevresindeki herhangi bir noktayı tepe noktasına birleştiren bir ana doğru belirleyelim.
- Belirlediğimiz ana doğru boyunca yan yüzü makasla keselim ve geometrik cismin yan yüzünün açınımını elde edelim. (Makas kullanırken dikkatli olalım.)
- Yan yüzünün açınımının yanına tabanı yerleştirerek geometrik cismin açınımını elde edelim.
- ➔ İnşa ettiğiniz geometrik cismin açınımındaki şekillerin özellikleri nelerdir?
- ➔ İnşa ettiğiniz geometrik cismin eksenini, tabana dik midir? Eksenini tabana dik ise geometrik cisim nasıl isimlendirilebilir? Açıklayınız.



Bir dik koninin temel elemanlarını belirleyelim ve açılımını çizelim.



Koninin eksenini tabana dik olduğundan koni, **dik koni** olarak adlandırılır.

Tepe noktasından tabana indirilen dikme olan [AO], dik koninin yüksekliğidir. Dik dairesel koninin tabanı dairedir. Dik koninin 1'i yan yüz, 1'i taban olmak üzere 2 yüzü vardır. Dik konideki [AB]'na ana doğru (doğuran) adı verilir.

- Dik koninin temel elemanları; taban, tepe noktası, eksen, yükseklik, yan yüz, ana doğru (doğuran) ve yarıçaptır.
- Dik dairesel koninin tabanı daire, yan yüzünün açılımı ise daire dilimi şeklindedir. Daire diliminin yay uzunluğu, koninin taban çevre uzunluğuna eşittir.
- Koninin eksenini, tabana dik ise koni, **dik koni** olarak adlandırılır.

Örnek

Yanda verilen dik koninin tabanındaki dairenin alanı 90 cm^2 'dir. Yüksekliği 12 cm ise ana doğrusunun uzunluğunu (a) bulunuz (π 'yi 3 alınız.).

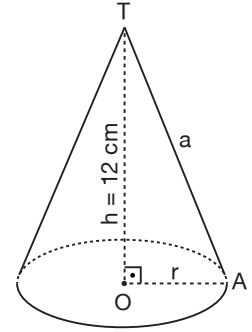
Çözüm

Bir dairenin alanı, πr^2 bağıntısıyla bulunur. Buna göre, dik koninin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Dairenin alanı} &= \pi r^2 \\ 90 &= 3 \cdot r^2 \\ 30 &= r^2 \rightarrow r = \sqrt{30} \text{ cm} \end{aligned}$$

TOA dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve dik koninin ana doğrusunun uzunluğunu (a) bulalım.

$$\begin{aligned} a^2 &= h^2 + r^2 \\ a^2 &= 12^2 + \sqrt{30}^2 \\ a^2 &= 144 + 30 \\ a^2 &= 174 \rightarrow a = \sqrt{174} \text{ cm} \end{aligned}$$

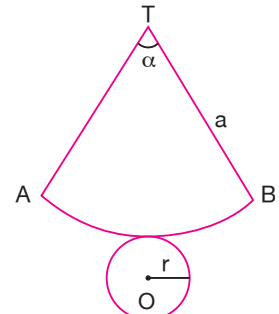


- Yandaki dik koni açılımında $\widehat{AB}$, aşağıdaki bağıntı ile bulunabilir.

$$\widehat{AB} = 2\pi a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

- Dik koninin taban yarıçap uzunluğu ile ana doğrusunun uzunluğu arasında aşağıdaki ilişki vardır.

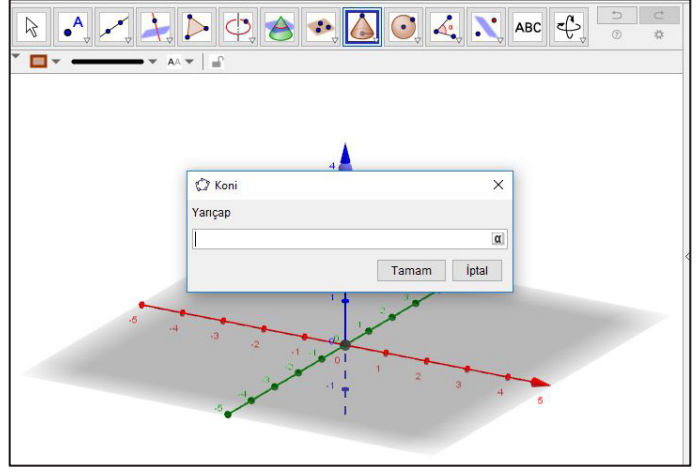
$$\frac{r}{a} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$



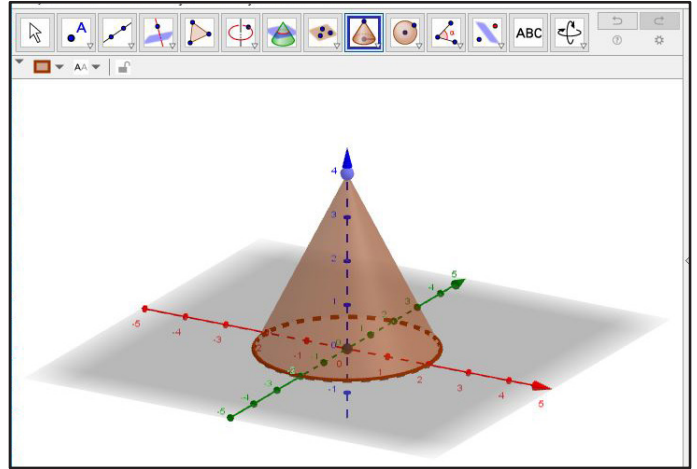


Dinamik geometri yazılımını kullanarak bir koni inşa edelim.

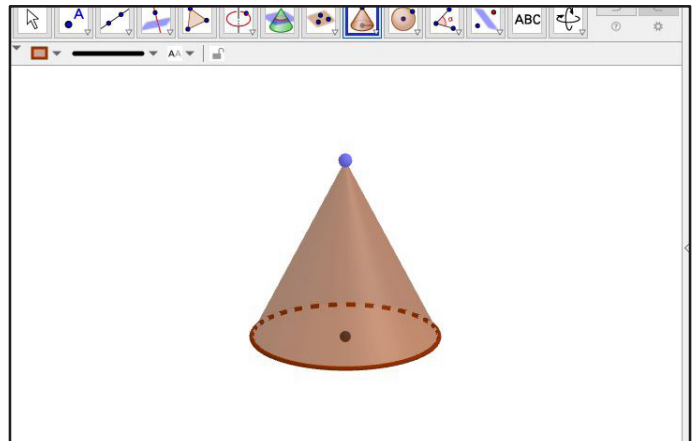
- Programdaki “3D Grafik” sayfasını açalım.  sekmesinden “Koni”yi seçelim. Biri eksenlerin kesişim noktasına, biri 2’ye karşılık gelen iki nokta işaretlersek (yer düzlemine dik eksende) yandaki gibi bir ekran açılır.



- Ekrana çıkan sekmede yarıçap yerine 2 yazıp “Tamam”a bastığımızda yüksekliği 2 br, yarıçapı 2 br olan dik koni yandaki gibi çizilmiş olur.

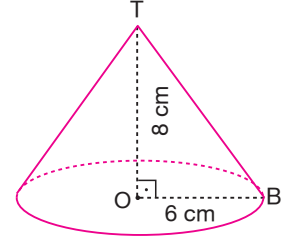


- Boşluğa sağ tıklayıp “Eksenler”i ve tekrar sağa tıklayıp “Düzlem”i seçersek yandaki gibi görüntü oluşur.
- Siz de farklı çalışma sayfalarında farklı yükseklik ve yarıçapa sahip dik koniler oluşturunuz.



Örnek

Yanda bazı ölçüleri verilen dik dairesel koninin açılımını çiziniz (π 'yi 3 alınız.).



Çözüm

Dik dairesel koninin açılımını çizebilmek için, ana doğrusunun uzunluğunu ve yan yüzüne ait tepe açısının ölçüsünü bulalım. Önce TOB dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve dik koninin ana doğrusunun (a) uzunluğunu bulalım.

$$|TB|^2 = |TO|^2 + |OB|^2$$

$$a^2 = 8^2 + 6^2$$

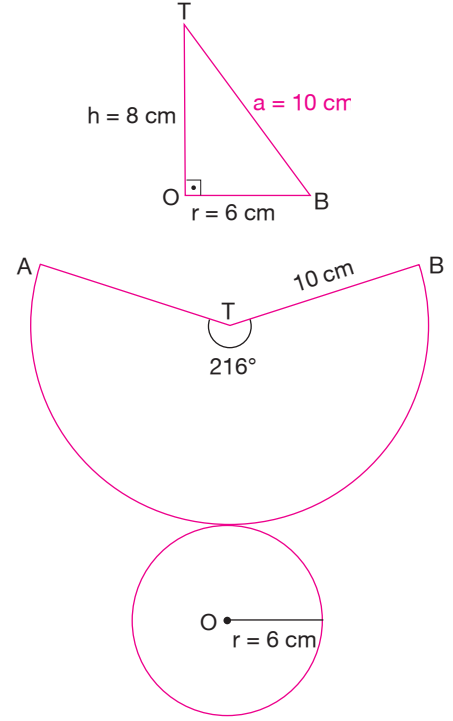
$$a^2 = 100$$

$$a = 10 \text{ cm}$$

Şimdi, dik koninin yan yüzüne ait tepe açısının ölçüsünü bulalım.

$$\frac{r}{a} = \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$
$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot 6}{10} = 216^\circ$$

Dik koninin açılımı, yandaki gibidir.



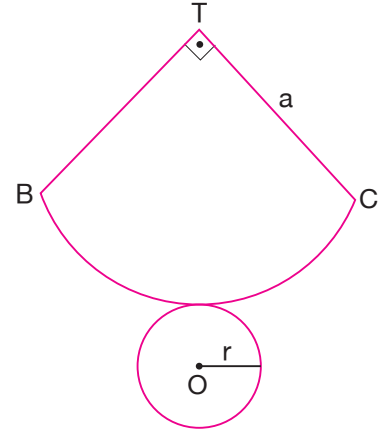
Örnek

Yanda bir dik dairesel koninin açılımı verilmiştir. Açınımında $|\widehat{BC}| = \frac{45}{2} \text{ cm}$ ve dik koninin yüksekliği $10\sqrt{2} \text{ cm}$ olduğuna göre dik koniyi çiziniz (π 'yi 3 alınız.).

Çözüm

Dik koninin açılımında verilenlere göre ana doğrusunun uzunluğunu (a) bulalım.

$$|\widehat{BC}| = 2\pi a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow \frac{45}{2} = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$
$$\frac{45}{2} = \frac{6a}{4} \rightarrow 12a = 180$$
$$a = 15 \text{ cm}$$



Ana doğrusunun uzunluğu 15 cm, yüksekliği $10\sqrt{2}$ cm olan dik koninin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

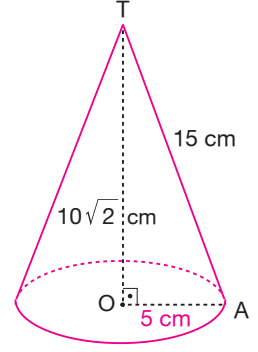
$$|TA|^2 = |TO|^2 + |OA|^2$$

$$a^2 = h^2 + r^2$$

$$15^2 = (10\sqrt{2})^2 + r^2$$

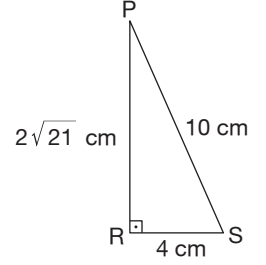
$$225 = 200 + r^2 \rightarrow 25 = r^2 \rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

Açınımı verilen dik koni yandaki gibi çizilebilir.



Örnek

Yanda kenar uzunlukları verilen PRS dik üçgeni, PR kenarı etrafında 360° döndürülerek bir dik dairesel koni oluşturuluyor. Oluşturulan dik dairesel koninin açınımını çiziniz.

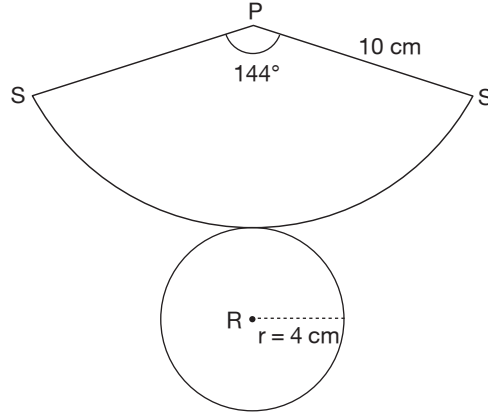
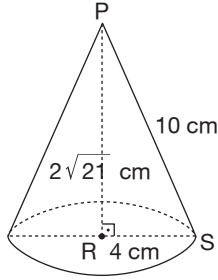


Çözüm

PRS dik üçgeni, PR kenarı etrafında 360° döndürülürse yarıçap uzunluğu 4 cm, yüksekliği $2\sqrt{21}$ cm, ana doğrusunun uzunluğu 10 cm olan aşağıdaki dik koni oluşturulur.

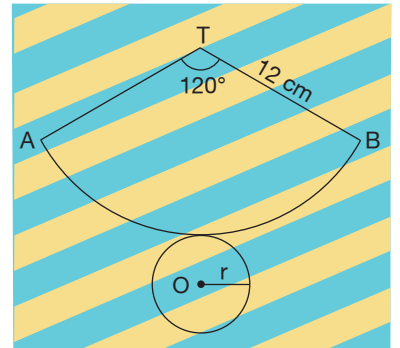
Dik koninin açınımindaki yan yüzün tepe açısının ölçüsünü belirleyelim ve dik koninin açınımını aşağıdaki gibi çizelim.

$$\frac{r}{a} = \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow \alpha = \frac{360^\circ \cdot 4}{10} = 144^\circ$$



Örnek

Hakkı, dik koni biçiminde bir şapka yapmak için kartona yandaki açınımı çizdi ve keserek şapkayı yaptı. Hakkı'nın yaptığı şapkanın taban yarıçap uzunluğu kaç cm'dir (π 'yi 3 alınız)?



Çözüm

Dik koninin açınımında bulunan daire diliminin yay uzunluğu, koninin tabanının çevre uzunluğuna eşittir. O hâlde önce $\widehat{AB}$ 'ni ,sonra koninin taban yarıçap uzunluğunu hesaplayalım.

$$|\widehat{AB}| = 2\pi a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$|\widehat{AB}| = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{72}{3} = 24 \text{ cm}$$



Taban çevre uzunluğu = $2\pi r$

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot r$$

$$24 = 6r \Rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

Hakkı'nın yaptığı şapkanın taban yarıçap uzunluğu 4 cm'dir.

Alıştırmalar

1.

Taban

Tepe noktası

Eksen

Yan yüz

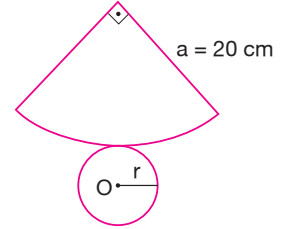
Ana doğru

Yarıçap

Yukarıda verilen temel elemanların tamamının hangi geometrik cisme ait olduğunu belirtiniz.

2.

Yanda açınımı verilen dik koniyi çizerek temel elemanlarını, dik koninin üzerinde gösteriniz.

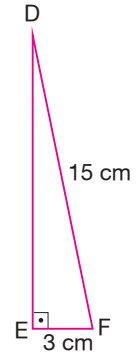


3.

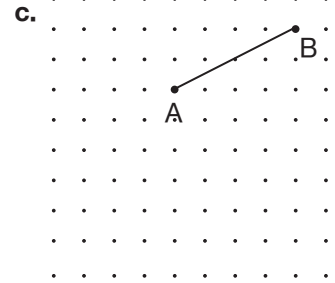
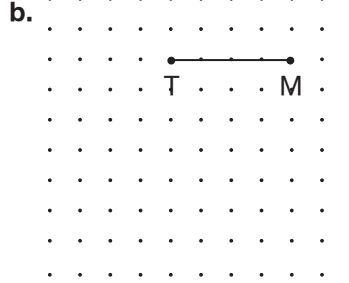
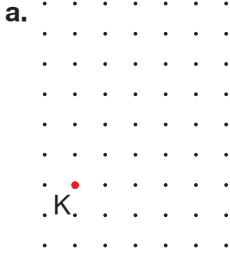
Taban yarıçap uzunluğu 3 cm, yüksekliği 4 cm olan bir dik dairesel koninin açınımını çiziniz.

4.

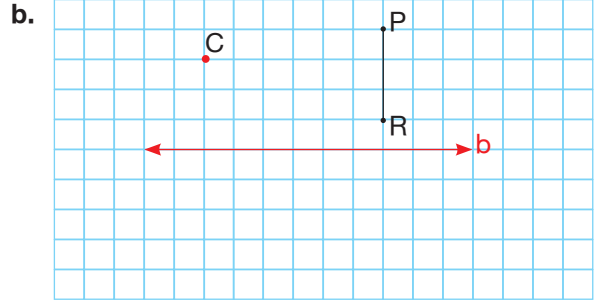
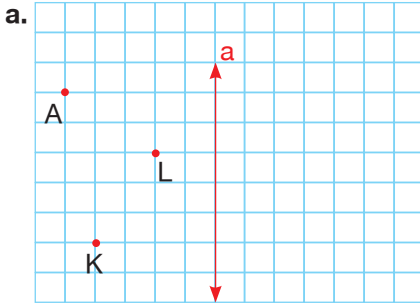
Yanda bazı ölçüleri verilen DEF dik üçgeni, DE kenarı etrafında 360° döndürülerek bir dik koni oluşturuluyor. Oluşturulan dik koninin açınımını çiziniz.



1. Aşağıdaki noktalı kâğıtta verilen noktanın 5 birim sağa ve 3 birim yukarıya, doğru parçalarının 2 birim sola ve 4 birim aşağıya öteleme sonucunda oluşan görüntülerini belirleyiniz.



2. Aşağıdaki kareli kâğıtta verilen noktaların ve doğru parçalarının a ve b doğrularına göre yansıma sonucunda oluşan görüntülerini belirleyiniz.



3. A(2, -1) noktasının x eksenine göre yansıması B, B noktasının y eksenine göre yansıması C noktasıdır. Buna göre C noktası koordinat düzleminin kaçınıcı bölgesindedir?

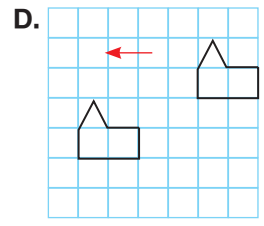
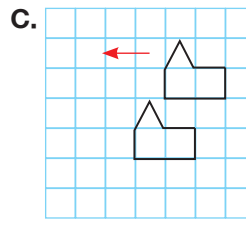
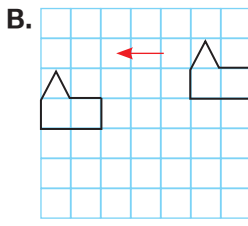
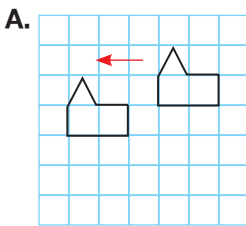
A. I

B. II

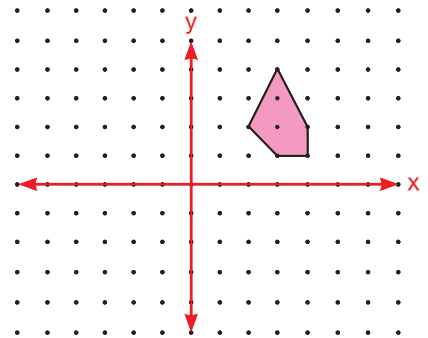
C. III

D. IV

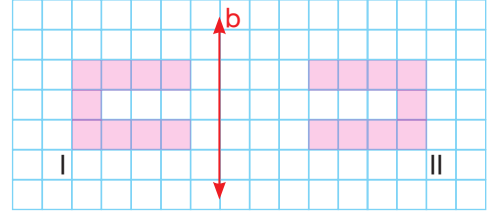
4. Aşağıdaki şekillerden hangisi 3 birim sola ve 1 birim aşağıya ötelenmiştir?



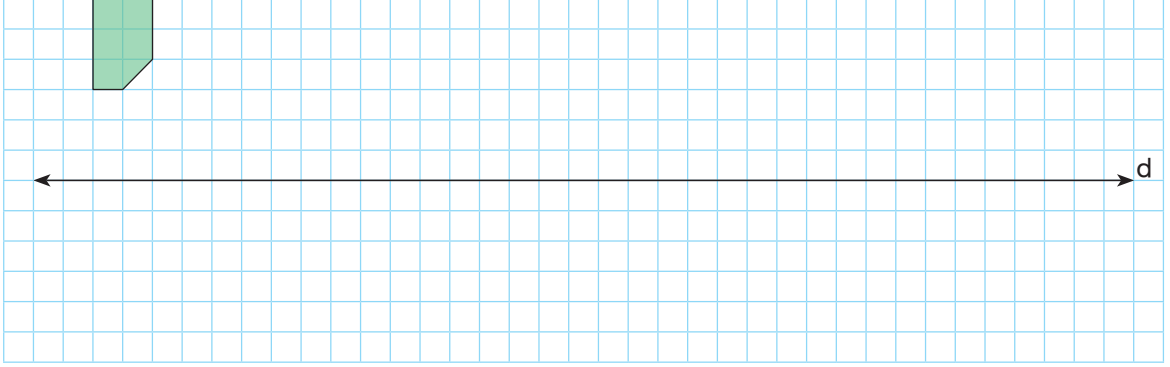
5. Koordinat sistemindeki şeklin x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünün y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çizin.



6. Yandaki şekle ardışık hangi iki hareket uygulanırsa şekil I numaralı konumdan II numaralı konuma gelir?



7.



Yukarıdaki şekli, d doğrusu boyunca 4 birim sağa öteleyiniz ve d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz. Belirtilen hareketleri 5 kez tekrar ederek oluşan şekilleri çiziniz.

8. Aşağıda prizmalarla ilgili verilen ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa “D”, yanlış olanların başındaki kutucuğa “Y” yazınız.

☐

Üçgen dik prizmanın yan yüzleri, dikdörtgendir.

☐

Prizmalardan sadece eşkenar üçgen dik prizmanın tabanları birbirine eştir.

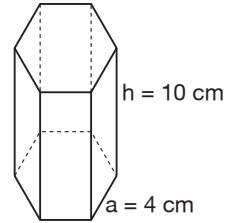
☐

Dik üçgen dik prizmanın 6 köşesi vardır.

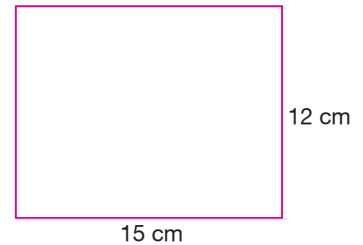
☐

Beşgen dik prizmanın 9 ayrıtı vardır.

9. Yanda bazı ölçüleri verilen düzgün altıgen dik prizmanın açılımını çiziniz ve temel elemanlarını belirtiniz.

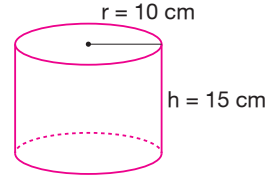


10. Yanda verilen dikdörtgen biçimindeki kâğıt, uzun kenarları çakişacak şekilde kıvrılarak ve tabanlarına eş daireler yerleştirilerek bir dik dairesel silindir oluşturuluyor. Buna göre oluşan dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulunuz (π 'yi 3 alınız.). Açılımını çiziniz ve temel elemanlarını belirtiniz.



11. Tabanındaki dairenin yarıçap uzunluğu 3 cm olan bir dik dairesel silindirin açılımında yan yüz bir karedir. Buna göre silindirin yan yüzünün alanı kaç cm^2 'dir (π 'yi 3 alınız.)?

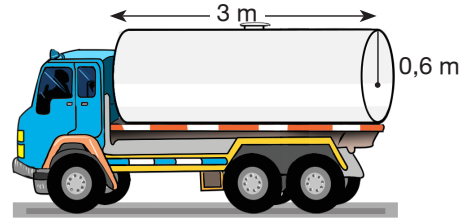
12. Taban yarıçap uzunluğu 10 cm, yüksekliği 15 cm olan yandaki dik dairesel silindirin yüzey alanını ve hacmini bulunuz (π 'yi 3 alınız.).



13. Bir dik dairesel silindirin yarıçap uzunluğu ve yüksekliği yarıya indirilirse hacmindeki değişim aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

- A. İlk hacminin $\frac{1}{2}$ 'si kadar olur.
- B. İlk hacminin $\frac{1}{4}$ 'ü kadar olur.
- C. İlk hacminin $\frac{1}{8}$ 'i kadar olur.
- D. İlk hacminin $\frac{1}{16}$ 'sı kadar olur.

14. Taban yarıçap uzunluğu 0,6 m, yüksekliği 3 m olan dik dairesel silindir biçimindeki bir tankerin deposunda 2 m^3 mazot vardır. $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ olduğuna göre, deponun tamamını doldurmak için kaç litre daha mazota ihtiyaç vardır (π 'yi 3 alınız.)?

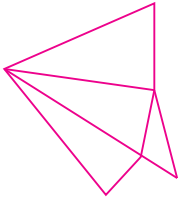


- A. 1240
- B. 1360
- C. 1400
- D. 1580

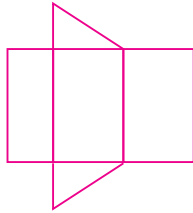
15. Bir asfalt düzeltme makinesinin ön tarafında bulunan silindirin taban yarıçap uzunluğu 60 cm, yüksekliği 1 m'dir. Dik dairesel silindir 10 tur attığında kaç m^2 lik alanı düzeltmiş olur (π 'yi 3 alınız.)?

16. Aşağıdakilerden hangisi, bir üçgen dik piramidin açılımı olabilir?

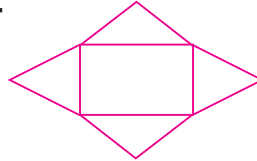
A.



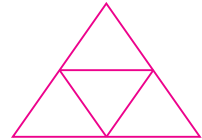
B.



C.



D.



17. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

☐

Ana doğru, prizmaların temel elemanıdır.

☐

Dik dairesel silindirin 2 yüzü daire şeklindedir.

☐

Her dik koninin ekseni, tabana diktir.

☐

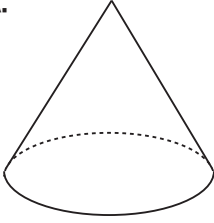
Bir piramitte tepe noktasından taban düzlemine indirilen dikme, piramidin ayrıtıdır.

☐

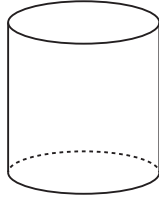
Dik koninin temel elemanları; taban, tepe noktası, eksen, yükseklik, yan yüz, ana doğru ve yarıçaptır.

18. Aşağıdaki geometrik cisimlerden hangisinin temel elemanları arasında “tepe noktası” bulunmaz?

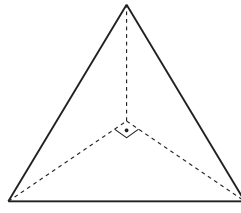
A.



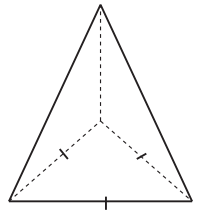
B.



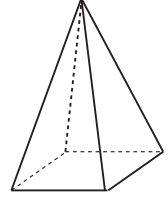
C.



D.



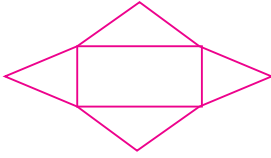
19. Yanda verilen kare dik piramidin temel elemanlarını belirleyiniz.



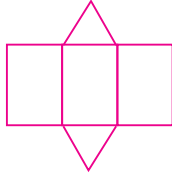
20. “Kare dik piramidin tepe noktası ile taban merkezini birleştiren doğru parçasına, piramidin denir.” ifadesindeki noktalı yere, kare dik piramidin hangi temel elemanı yazılmalıdır?

21. Aşağıdaki açınımlardan hangisi, dikdörtgen dik piramide aittir?

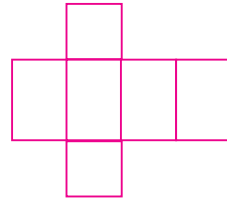
A.



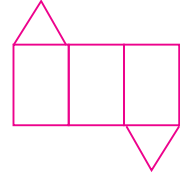
B.



C.



D.

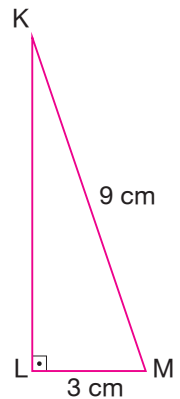


22. Tablo : Geometrik Cisimler

Geometrik Cisim	Temel Elemanları
Dik Koni	
Dik Dairesel Silindir	
Beşgen Dik Piramit	

Yukarıdaki tabloda belirtilen geometrik cisimlerin temel elemanlarını tablodaki uygun bölümlere yazınız.

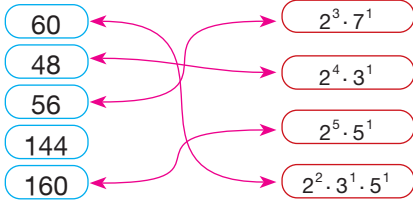
23. Yandaki KLM dik üçgeni, KL kenarı etrafında 360° döndürülerek bir dik koni oluşturuluyor. Oluşturulan dik koninin açılımını çiziniz (π 'yi 3 alınız.).



CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE

1. Ünite Değerlendirmesi (53. Sayfa)

1. 
2. 25 3. 4
4. 12 5. 8
6. a. 125 b. 4 c. 1100 ç. 24 d. 200 e. 6
7. a. $\frac{1}{9}$ b. $\frac{1}{625}$ c. 16 ç. -3 d. $\frac{1}{5}$ e. -1024 f. 1 g. -1
8. a. $0,024 = 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$ b. $3,402 = 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-3}$ 9. A
c. $79,43 = 7 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$ ç. $0,005 = 5 \cdot 10^{-3}$
10. a. $\frac{9}{2}$ b. -4 c. 125 ç. $\frac{1}{625}$ d. -4 e. 0,0000108
11. a. 1000 b. $\left(\frac{2}{5}\right)^6$ c. 20 ç. $\frac{1}{243}$ d. 5^{30} e. 3^{-6}
12. Cevaplar farklılık gösterebilir.
 $0,00000048 = 0,0000048 \cdot 10^{-1}$
 $= 0,000048 \cdot 10^{-2}$
 $= 0,00048 \cdot 10^{-3}$
 $= 0,0048 \cdot 10^{-4}$
 $= 0,048 \cdot 10^{-5}$
 $176\,000\,000 = 176 \cdot 10^6$
 $= 1760 \cdot 10^5$
 $= 17\,600 \cdot 10^4$
 $= 176\,000 \cdot 10^3$
 $= 1\,760\,000 \cdot 10^2$
13. a. $5,618 \cdot 10^{-17}$ b. $6,1238 \cdot 10^{-3}$ c. $1,613 \cdot 10^6$ ç. $4 \cdot 10^5$ d. $4,8 \cdot 10^{-27}$ e. $5,28 \cdot 10^2$
14. a. $5,03 \cdot 10^{-6} < 5,3 \cdot 10^{-6}$ b. $1,3 \cdot 10^9 < 9,48 \cdot 10^{10}$ c. $3,8 \cdot 10^{-22} < 3,8 \cdot 10^{-20}$

2. ÜNİTE

2. Ünite Değerlendirmesi (92. Sayfa)

1. a. 12 b. 21 c. 19 ç. 16
2. a. 4 ve 5 b. 11 ve 12 c. 14 ve 15 ç. 17 ve 18 d. 3 ve 4 e. 7 ve 8 3. 16
4. $\frac{x - \sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ $x(\sqrt{2} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{5})$ 5. 15 6. a. irrasyonel b. rasyonel c. irrasyonel
7. a. $\varphi = 16\sqrt{2}$ cm, $A = 30$ cm² b. $\varphi = 3\sqrt{3} + \sqrt{15}$ cm, $A = 3$ cm² c. $\varphi = 12\sqrt{5}$ cm, $A = 45$ cm²
8. $\sqrt{216}$ 9. $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ $7\sqrt{10} = \sqrt{490}$ $6\sqrt{3} = \sqrt{108}$ $3\sqrt{12} = \sqrt{108}$
10. $3\sqrt{6} - 4\sqrt{5}$ 11. 16,7 12. Öğrenci yorumuna bağlıdır.
13. Öğrenci yorumuna bağlıdır. 14. Öğrenci yorumuna bağlıdır. 15. Öğrenci yorumuna bağlıdır.

3. ÜNİTE

3. Ünite Değerlendirmesi (131. Sayfa)

1. Olası durumlar: topun turuncu olması, siyah olması ve beyaz olması.

2. Sayının;

Tek sayı olma olasılığı, çift sayı olma olasılığına eşittir.

Tek sayı olma olasılığı, asal sayı olma olasılığından daha fazladır.

Tek sayı olma olasılığı, 2'den büyük bir sayı olma olasılığından daha azdır.

Çift sayı olma olasılığı, asal sayı olma olasılığından daha fazladır.

Çift sayı olma olasılığı, 2'den büyük bir sayı olma olasılığından daha azdır.

Asal sayı olma olasılığı, 2'den büyük bir sayı olma olasılığından daha azdır.

3. $\frac{1}{4}$

4. a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{5}{6}$

c. $\frac{1}{3}$

ç. $\frac{5}{6}$

d. 0

e. 1

f. $\frac{2}{3}$

5. 1 ile 0

6. a. 1

b. $\frac{7}{45}$

c. 0

ç. $\frac{38}{45}$

d. $\frac{8}{45}$

e. $\frac{4}{9}$

f. 0

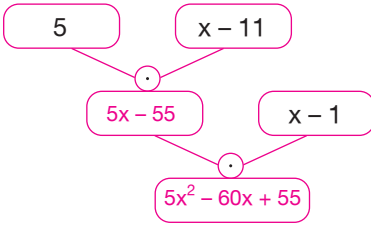
7. $12x^2y$

8. $50a^2 + 40b$ cebirsel ifadesinde iki terim vardır. Terimler $50a^2$ ve $40b$ 'dir. Değişkenler a ile b, katsayılar 50 ve 40'tır.

$$\begin{aligned} 50a^2 &= 25a \cdot 2a \\ &= 50a \cdot a \\ &= 5 \cdot 10a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 40b &= 5 \cdot 8b \\ &= (-10) \cdot (-4b) \\ &= 2b \cdot 20 \end{aligned}$$

9.



10. $(x^2 + 8x + 16) \text{ br}^2$

11. $(3a^2 + 16a - 35) \text{ kg}$

12. $(2x + 3) \cdot (x + 5)$

13. a. $3a^2 + 2a - 21$

ç. $25y^2 + 10y + 1$

f. $x^2 - 16$

b. $4x^2 - 1$

d. $6y^2 - y - 1$

g. $c^2 - 4c - 12$

c. $15a^2 - 25a$

e. $32c - 4c^2$

ğ. $4d^2 + 8d$

14. Tablo: Çarpma işlemleri

İşlem	Çarpım
$(2a - 5) \cdot (a + 4)$	$2a^2 + 3a - 20$
$(a - 8) \cdot (a + 2)$	$a^2 - 6a - 16$
$(3x - 7) \cdot (7 - x)$	$-3x^2 + 28x - 49$
$(x - 5) \cdot (x - 3)$	$x^2 - 8x + 15$
$(y + 2) \cdot (2y - 1)$	$2y^2 + 3y - 2$

15. ☒ D $x \cdot (x + 5) = x^2 + 5 \cdot (x - 2)$

☐ Ö $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

☒ D $2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + 7$

☒ D $(9 - 4x)^2 = (3 - 2x) \cdot (3 + 2x)$

☒ D $5x - 8 = 3x + 2$

☒ D $3x \cdot (x + 5) = 3x^2 + 6x$

☐ Ö $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

☐ Ö $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

☒ D $x + 4 = 3 \cdot (x - 1)$

☐ Ö $x^2 - 25 = (x - 5) \cdot (x + 5)$

16. a. $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ b. $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ c. $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ ç. $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$
17. a. $(2x - 4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$ b. $73^2 - 72^2 = (73 - 72) \cdot (73 + 72)$
c. $(5 + 2x)^2 = 25 + 20x + 4x^2$ ç. $(a + 8)^2 = a^2 + 16a + 64$
18. a. $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$ b. $25x^2 - 9y^2 = (5x - 3y) \cdot (5x + 3y)$
c. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$ ç. $3x^2 - 27 = 3(x - 3) \cdot (x + 3)$
d. $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ e. $(3x - 4) \cdot (3x + 4) = 9x^2 - 16$
19. C
20. a. $20a + 15 = 5(4a + 3)$ b. $16 - 32y = 16(1 - 2y)$ c. $121x^2 - 100 = (11x - 10) \cdot (11x + 10)$
ç. $3x^2 - 9x = 3x(x - 3)$ d. $10x - 5y = 5(2x - y)$ e. $25a^2 - 81b^2 = (5a - 9b) \cdot (5a + 9b)$
21. a. $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ b. $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$ c. $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$ 22. 5
ç. $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ d. $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$ e. $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$
23. a. $(x + 6) \text{ br}$ b. $(3a + 2) \text{ br}$ c. $(y + 3) \text{ br}$

4. ÜNİTE

4. Ünite Değerlendirmesi (174. Sayfa)

1. Tablo: Okunan Sayfalar

Geçen gün sayısı (x)	İlişki	Kalan sayfa sayısı (y)
0	$96 - 0 \cdot 8$	96
1	$96 - 1 \cdot 8$	88
2	$96 - 2 \cdot 8$	80
3	$96 - 3 \cdot 8$	72
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x	$96 - x \cdot 8$	$y = 96 - 8x$

x (geçen gün sayısı) bağımsız, y (kalan sayfa sayısı) bağımlı değişken olmak üzere denklem;
 $y = 96 - 8x$ şeklindedir.

Grafik: Okunan Sayfalar
Kalan Sayfa Sayısı



Grafığe göre, geçen gün sayısı 0 iken Suna'nın kitabında okunmayan 96 sayfa vardır. Suna her gün 8 sayfa kitap okuduğunda, kalan sayfa sayısı 8 azalmaktadır.

2. a. D b. 0 c. F 3. B 4. A 5. C 6. $\frac{2}{5}$ 7. II ve III 8. B
9. a. $x = 12$ b. $x = \frac{55}{13}$ c. $x = \frac{60}{13}$
ç. $x = -\frac{12}{41}$ d. $x = 27$ e. $x = 110$
10. C 11. 5 12. 60 13. 14 14. B
15. II. bölge 16. 11 17. 2 18. B
19. a. B: $x = -4$ E: $a = 8$ H: $b = -11$
b.
- c. A 20. D

21. a. $3 < b \leq 7$
 b. $-1 \leq b < 4$
 c. $6 \leq b \leq 10$
 ç. $-7 < b < -5$

22. ☐ D Dikdörtgenin uzun kenarı, 11 cm uzunluğundadır.
☐ Y Karenin alanı, 64 cm^2 dir.
☐ D Karenin çevre uzunluğunun, dikdörtgenin çevre uzunluğuna oranı $\frac{3}{8}$ 'dir.
☐ Y Dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu, karenin bir kenar uzunluğunun $\frac{16}{3}$ katıdır.
☐ D Dikdörtgenin alanı 55 cm^2 dir.

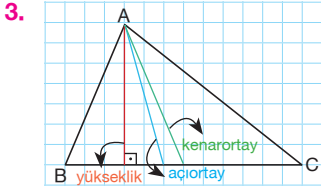
23. $\frac{k+3}{2} > 14 \rightarrow k > 25$ 24. D

25. a. $4x > 24$ b. $2x + 2 < x + 5$

5. ÜNİTE

5. Ünite Değerlendirmesi (220. Sayfa)

1. 5. çıkış 2. a. açortay b. kenarortay c. yükseklik



4. B 5. A 6. C

7. a. 2 numaralı b. 1 numaralı c. 1 numaralı ç. 6 numaralı

8. a. $c = 11 \text{ cm}$ b. $k = 16 \text{ cm}$ 9. I ve II 10. $|BC| = 3,5 \text{ cm}$
 11. a. $x = \sqrt{37} \text{ cm}$ b. $y = 8\sqrt{2} \text{ cm}$ c. $a = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

12. $\frac{9}{5}$

13. D

14. A

15. 8 16. Dik üçgen değildir. 17. 6

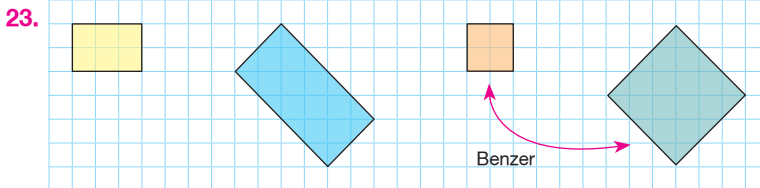
18. Karşılıklı açıları ve kenarları eş olduğundan KPRS ve ALMN dörtgenleri eştir.

19. Eş olan şekiller her zaman benzerdir ancak benzer olan şekiller her zaman eş olmayabilir.

20. ABDC ile KLMN dörtgenleri benzerdir.

21. Öğrenci yorumuna bağlıdır.

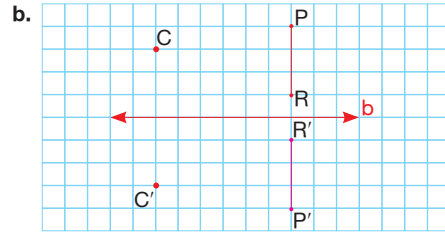
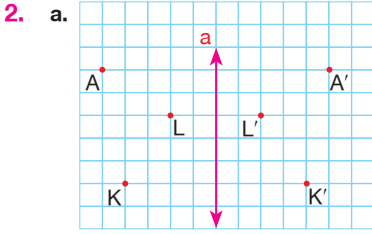
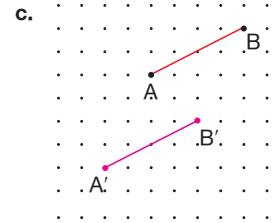
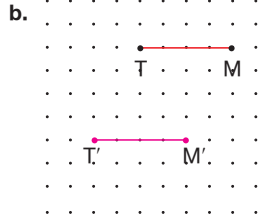
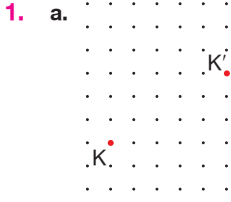
22. D



24. $\frac{3}{4}$

6. ÜNİTE

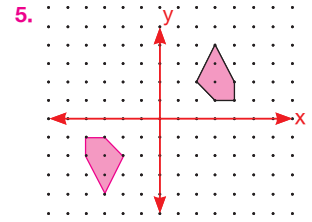
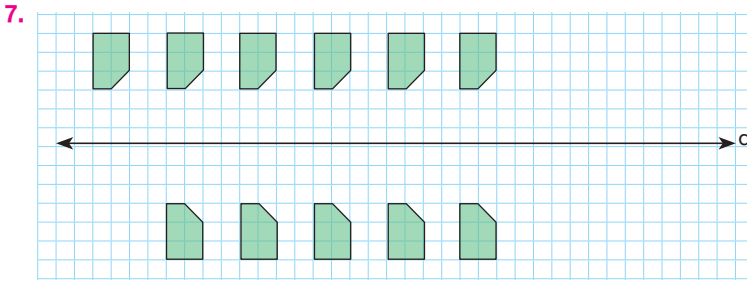
6. Ünite Değerlendirmesi (276. Sayfa)



3. B

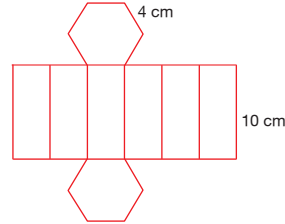
4. A

6. b doğrusuna göre yansıma ve 2 birim sağa öteleme

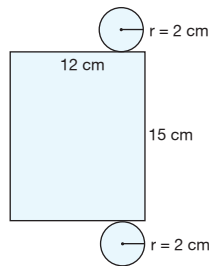


8. D, Y, D, Y

9. Temel elemanlar: Taban, yan yüz, ayrint, köşe ve yükseklik.



10. Temel elemanları: taban, yan yüz, yükseklik yarıçap, eksen ve ana doğrular.



11. 324

12. Yüzey alanı = 1500 cm^2
Hacim = 4500 cm^3

13. C

14. A

15. 36

16. D

17. Y, D, D, Y, D

18. B

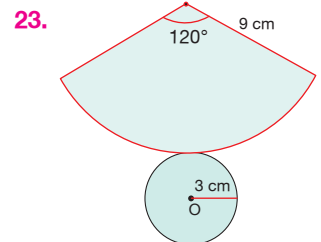
19. Tepe noktası, taban, yan yüz, ayrint ve yükseklik.

20. yüksekliği

21. A

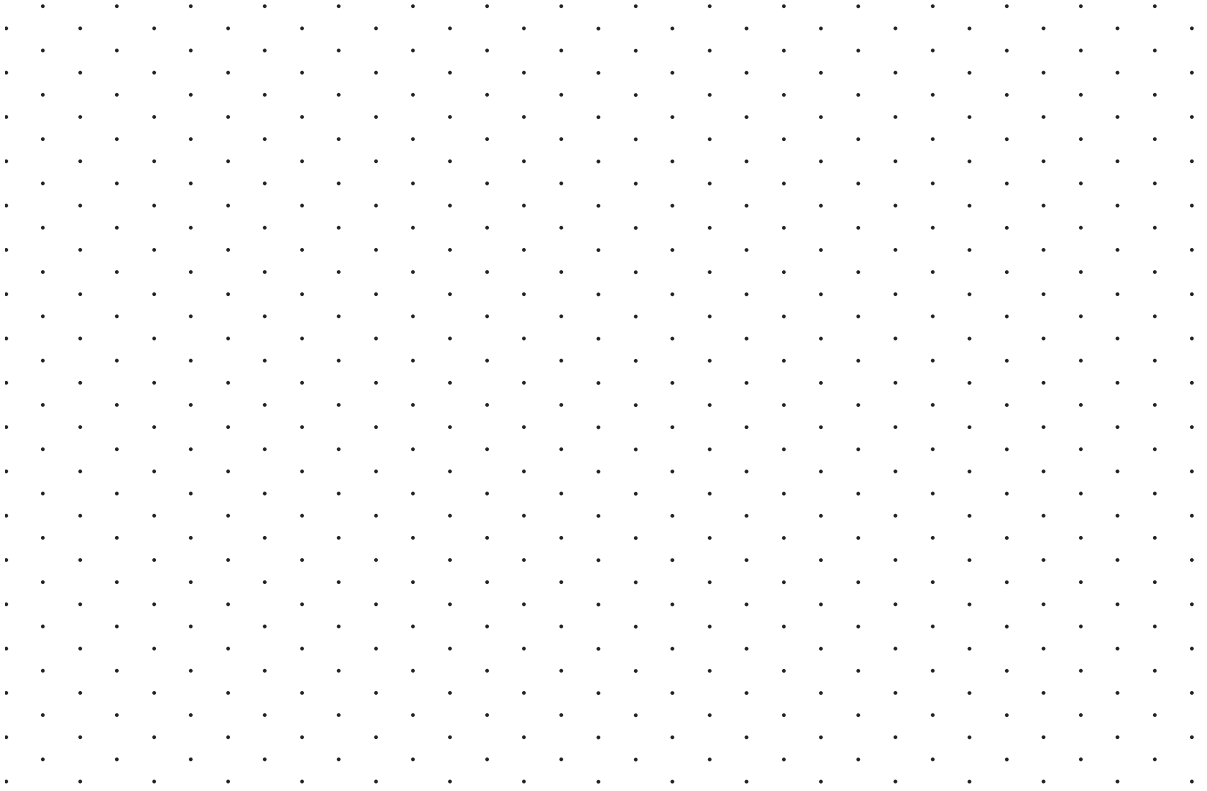
22. Tablo : Geometrik Cisimler

Geometrik Cisim	Temel Elemanları
Dik Koni	Taban, tepe noktası, eksen, yan yüz, ana doğru, yarıçap, yükseklik
Dik Dairesel Silindir	Taban, yan yüz, yükseklik, yarıçap, eksen, ana doğrular
Beşgen Dik Piramit	Tepe noktası, taban, yan yüz, ayrint, yükseklik

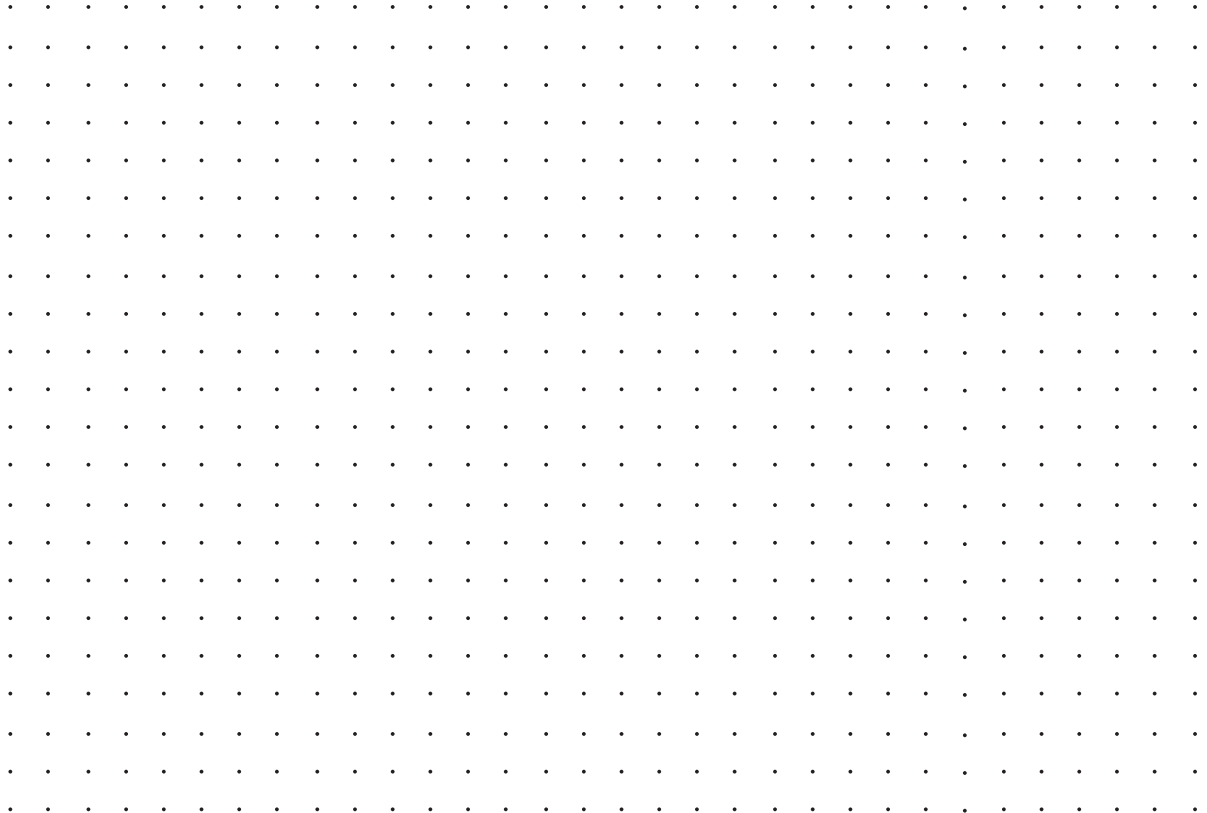


EKLER

İZOMETRİK KÂĞIT



NOKTALI KÂĞIT



SÖZLÜK

– A –

açıortay: Bir açıyı, ölçüleri birbirine eşit olan iki açısal bölgeye ayıran doğru parçası.

ana doğru: Konide, tepe noktası ve tabanın sınırı olan çemberin bir noktasından geçen doğrulardan her biri.

ayrıt: İki düzlemin ara kesiti.

– B –

benzer terim: Bir cebirsel ifadede kuvvetleri aynı olan bir değişkenin aynı veya farklı katsayılara sahip terimleri.

bilinmeyen: Bir eşitliği sağlayan sayılara karşılık gelen sembol veya harf.

– C –

cebirsel ifade: En az bir değişken ve işlem içeren ifade.

– Ç –

çap: Dairenin merkezinden geçen ve uç noktaları çember üzerinde bulunan doğru parçası.

– D –

daire: Çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimi.

daire dilimi: Bir dairede, merkez açının iç bölgesinin gördüğü yayla sınırlı olan kısmı.

daire grafiği: Bir bütünün parçaları hakkında bilgi sunmada kullanılan daire şeklindeki grafik türü.

değişken: Sayıları temsil eden harf.

denklem: İçinde en az bir bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenin aldığı özel değerler için doğruluğu sağlanan eşitlikler.

dik kenar: Bir dik üçgende dik açıyı oluşturan kenarlardan her biri.

dikme: Bir doğru parçasının üzerindeki veya dışındaki bir noktadan bir doğru parçasına dik olarak inilen ya da çıkılan doğru parçası.

dönme: Bir şeklin, bir nokta ya da eksen etrafındaki hareketi.

dönme açısı: Bir şeklin dönme merkezi etrafında döndürülme açısı.

– E –

eksen: Dairesel silindirde birbirine eş ve paralel iki daire olan tabanları birleştiren doğru.

eş: Birbirinin aynı olan.

eş açılar: Ölçüleri birbirine eşit olan açılar.

eşitlik: İçinde = sembolü bulunan matematik cümlesi.

eşlik: Eş olma durumu.

– H –

hacim: Bir cismin uzayda doldurduğu boşluk.

– K –

kenarortay: Bir üçgende bir kenarın orta noktasının, karşıdaki köşe ile birleştirilmesi sonucu elde edilen doğru parçası.

koni: Tabanı daire şeklinde olan ve bir tane tepe noktası bulunan geometrik cisim.

– M –

merkez aç: Köşesi, çemberin merkezinde olup kenarları çemberle kesişen aç.

– O –

olasılık: Bir olayın olabirliğine ilişkin ölçüm.

– Ö –

öteleme: Bir cismin bütün noktalarının eşit, paralel ve yöndeş yollar çizilmesiyle beliren hareketi.

– P –

pozitif kuvvet: a^n ifadesindeki n sayısının pozitif olma durumu (a, rasyonel bir sayıdır.).

– R –

rasyonel sayı: a bir tam sayı, b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılar.

– T –

tepe noktası: Piramitte ve konide, yanal ayrıtların kesiştiği nokta.

– Y –

yansıma: Bir şeklin doğruya göre simetriği.

yarıçap: Çemberin herhangi bir noktasıyla merkezini birleştiren doğru parçası, çapın yarısı.

yay: Çemberde, farklı iki nokta arasındaki çember parçası.

yükseklik: Geometrik cisimlerde tabandan tepeye olan en kısa uzaklık.

yüzey alanı: Bir geometrik cisimdeki yüzeylerin alanları toplamı.

KISALTMA ve SEMBOLLER			
[AB]	AB doğru parçası	$m(\widehat{AB})$	AB yayının ölçüsü
[AB]	AB ışını	π	Pi sayısı
//	Paralellik işareti	(x, y)	Sıralı ikili
$\perp$	Diklik işareti	A(x, y)	Koordinat sisteminde kordinatları (x, y) sıralı ikilisi olan A noktası
$\approx$	Benzerlik	$a : b, \frac{a}{b}, a/b$	a'nın b'ye oranı
$\cong$	Eşlik	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	a'nın b'ye oranının, c'nin d'ye oranına eşit olması; orantı
$m(\widehat{ABC})$	ABC açısının ölçüsü	%	Yüzde sembolü
$\widehat{B}$	B açısı		

KAYNAKÇA

- Erkan Yazıcı, Y. (2011). *Matematikten sanata yansımalar, M.C. escher. Sanat ve Tasarım Dergisi, 1(8), 59-75.*
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar).* Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Türk Dil Kurumu. (2000). *Matematik terimleri sözlüğü.* Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Türk Dil Kurumu. (2017). *Okullar için Türkçe sözlük.* Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Türk Dil Kurumu. (2016). *Okullar için yazım kılavuzu.* Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S. ve Bay – Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşım ile öğretim.* Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

İnternet Adresleri

- <http://www.bilimtekniik.tubitak.gov.tr/system/files/hucre.pdf> adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa: 13 - E.Tarihi: 01.02.2018)
- http://www.academia.edu/6957234/Üslü_Sayılar_Tarihçesi (Leyla Köroğlu makalesi) (Sayfa: 13 - E.Tarihi: 02.05.2019)
- <http://www.bilimtekniik.tubitak.gov.tr/system/files/bilimsiteleri3.pdf> sayfasından düzenlenmiştir. (Sayfa 55 E.Tarihi: 01.02.2018)
- http://ogmmateryal.eba.gov.tr/files/basic_html (Sayfa 78 E.Tarihi: 02.05.2019)
- http://www.baskent.edu.tr/olasilik_tarihi adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa 95 E.Tarihi: 04.05.2019)
- www.tdf.gov.tr adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa 137 E.Tarihi: 01.02.2018)
- <https://earsiv.anadolu.edu.tr/xmlui/handle/11421/849> adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa 181 E.Tarihi: 3.02.2018)
- <http://www.iep.utm.edu/thales> adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa 181 E.Tarihi: 04.02.2018)
- http://www.bilimgenc.tubitak.gov.tr/makale_kozmik-isinlar-buyuk-piramitte-gizli-bir-oda-ortaya-cikardi adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa 227 E.Tarihi: 04.02.2018)
- www.tdf.gov.tr (Sayfa: 238 – E.Tarihi: 10.07.2018)
- <http://www.tuik.gov.tr/TuikCocuk/Start.do> adresinden düzenlenmiştir. (Sayfa: 322 - E.Tarihi: 19.07.2018)

Görsel Kaynakça

Shutterstock harici görseller yayınevi arşivimizden alınmıştır.

Aşağıda verilen görseller ücreti ödenerek satın alınmıştır. Görseller 02.01.2018 - 26.02.2018 tarihleri arasında indirilmiştir.

shutterstock_209057953 S. 13	shutterstock_184716338 S. 104	shutterstock_284475170 S. 174
shutterstock_473244196 S. 18	shutterstock_198832400 S. 106	shutterstock_204774322 S.198
shutterstock_215984278 S. 36	shutterstock_317201993 S. 111	shutterstock_204774322 S.199
shutterstock_146899991 S. 52	shutterstock_326075381 S. 135	shutterstock_246598444 S. 211
shutterstock_132903539 S. 52	shutterstock_478430365 S. 140	shutterstock_73797145 S. 225
shutterstock_150052484 S. 52	shutterstock_246896878 S. 156	shutterstock_89223805 S. 232
shutterstock_120115609 S. 52	shutterstock_1474361966 S. 161	shutterstock_190571321 S. 265
shutterstock_590308763 S. 56	shutterstock_36469087 S. 161	
shutterstock_166587908 S. 96	shutterstock_246154498 S. 167	
shutterstock_265910411 S. 96	shutterstock_236471344 S. 168	
shutterstock_221031841 S. 97	shutterstock_400399342 S. 169	
shutterstock_198832400 S. 100	shutterstock_128750762 S. 169	
shutterstock_221031841 3 S. 103	shutterstock_197884757 S. 169	

Bu kitaba sığmayan daha neler var!



Karekodu okutun, bu kitapla
ilgili EBA içeriklerine ulaşın!

ÖDS

ÖĞRENCİ/ÖĞRETMEN DESTEK SİSTEMİ

<https://ods.eba.gov.tr>

- Konu Anlatımlı
Ders Videoları
- Soru Çözüm
Videoları
- Ders Anlatım
Videoları
- Çoktan Seçmeli
Sorular



Kişiselleştirilmiş
Öğrenme ve
Raporlama

Animasyonlar,
3B Modeller,
Simülasyon ve Oyunlar

Paylaşım ve
İş birliği

Ortak / Özel
Takvim

eba
www.eba.gov.tr



**BU DERS KİTABI MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINCA
ÜCRETSİZ OLARAK VERİLMİŞTİR.
PARA İLE SATILAMAZ.**

Bandrol Uygulamasına İlişkin Usul ve Esaslar Hakkında Yönetmelik'in 5'inci Maddesinin
İkinci Fıkrası Çerçevesinde Bandrol Taşınması Zorunlu Değildir.