

ORTAOKUL VE İMAM HATİP ORTAOKULU

MATEMATİK

Ders Kitabı

7. Sınıf

Yazar

Bülent AKBULUT

Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 28.05.2018 tarihli ve 78 sayılı kararıyla 2018-2019 Öğretim Yılından itibaren 5 (beş) yıl süreyle ders kitabı olarak kabul edilmiştir.



İvedik Organize Sanayi Bölgesi 1532. Cadde No.: 9/4 Yenimahalle / ANKARA
tel.: (0312) 342 51 51 - (0312) 342 51 91 • Faks: (0312) 342 51 56
www.berkayyayin.com.tr

Bu kitabın basım ve yayım hakkı BERKAY YAYINCILIK'a aittir. Fikir ve Sanat Eseri Yasası uyarınca yazılı izin alınmaksızın alıntı yapılamaz, basılamaz, CD, video, fotokopi vb. ile çoğaltılıp kullanılamaz.

Dil Uzmanı

Melis Kübra ÖZOĞLU

Görsel Tasarım

Erman BİLİNGEN



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlahî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerâhamdan İlahî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'sım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

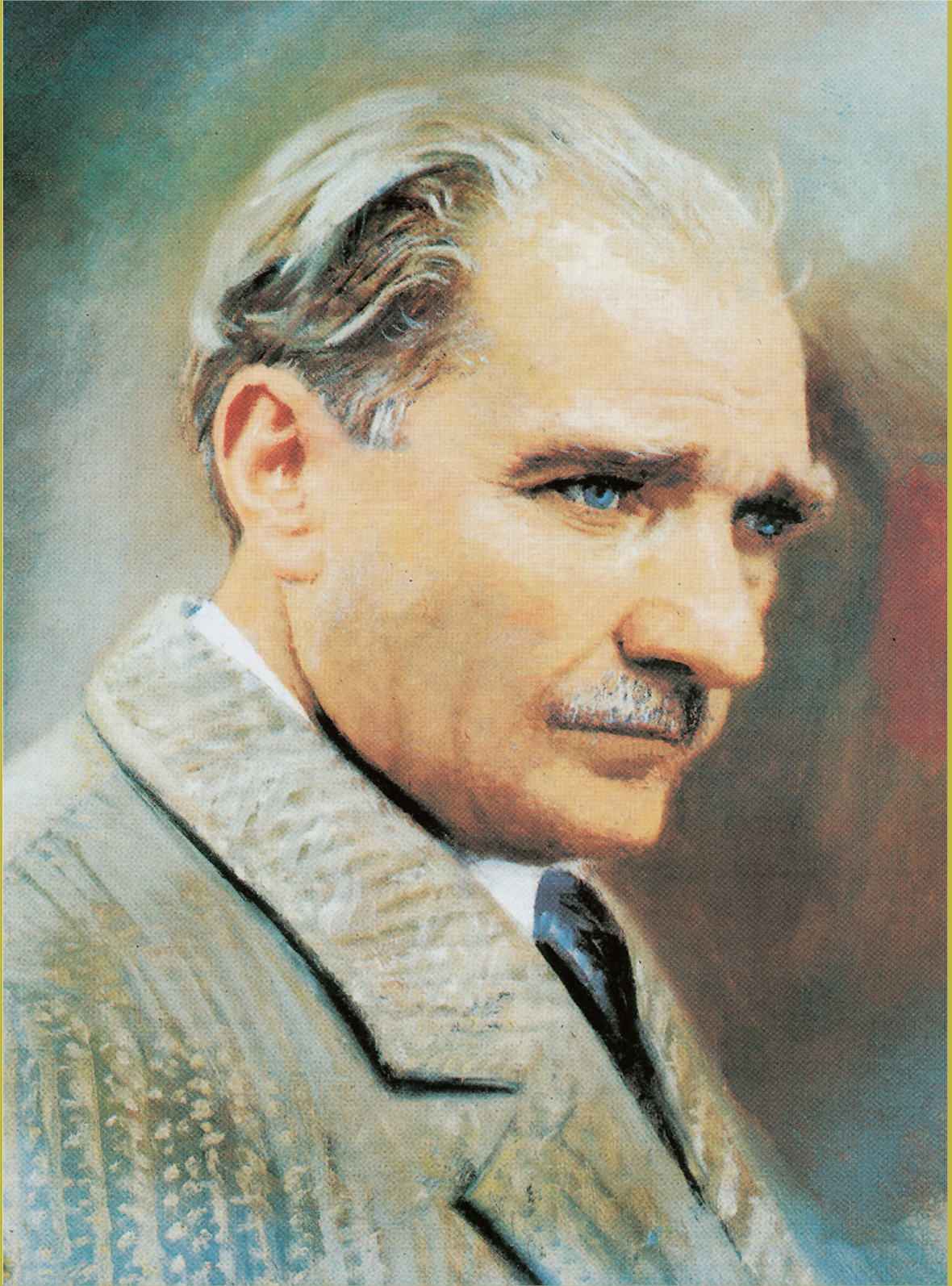
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namûsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

KİTABIMIZI TANIYALIM 8

1. ÜNİTE

- Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri 12
- Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri .. 18
- Tam Sayıların Tekrarlı Çarpımı 28
- Tam Sayılarla İlgili Problemler 33
- 1. Ünite Değerlendirmesi 36**

2. ÜNİTE

- Rasyonel Sayıları Tanıma ve Sayı Doğrusunda Gösterme 38
- Rasyonel Sayılar ile Ondalık Gösterim İlişkisi 42
- Rasyonel Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama 48
- Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri 53
- Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri 60
- Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler ile Rasyonel Sayıların Kare ve Küpleri 66
- Rasyonel Sayılarla İlgili Problemler 71
- 2. Ünite Değerlendirmesi 74**

3. ÜNİTE

- Cebirsel İfadelerle İşlemler 78
- Sayı Örüntüleri 84
- Eşitliğin Korunumu ve Denklem Kurma 87
- Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Çözme 93
- Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler 98
- 3. Ünite Değerlendirmesi 101**

4. ÜNİTE

- Oran ve Orantıyı Tanıyalım 106
- Doğru Orantı 111
- Ters Orantı 118

- Orantı ile İlgili Problemler 121
- Yüzde Hesapları 127
- Yüzde ile İlgili Problemler 137
- 4. Ünite Değerlendirmesi 141**

5. ÜNİTE

- Açortay 144
- İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar 147
- Düzgün Çokgenler ve Çokgenlerin Özellikleri 154
- Dikdörtgen, Paralelkenar, Yamuk ve Eşkenar Dörtgen 164
- Eşkenar Dörtgen ve Yamuğun Alanı 171
- Alan ile İlgili Problemler 179
- Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açıların Gördüğü Yaylar 184
- Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu 189
- Dairenin ve Daire Diliminin Alanı 194
- 5. Ünite Değerlendirmesi 199**

6. ÜNİTE

- Çizgi Grafiği 204
- Aritmetik Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer 210
- Daire Grafiği 216
- Verilerin Farklı Gösterimleri 224
- Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri 230
- 6. Ünite Değerlendirmesi 235**

- CEVAP ANAHTARI 237**
- EKLER (Proje Örnekleri, Formlar; Kareli, İzometrik, Noktalı, Santimetrekairelik, Milimetrekairelik Noktalı Çembersel ve Çembersel Kâğıt) 241**
- SÖZLÜK 251**
- KISALTMA VE SEMBOLLER 253**
- KAYNAKÇA 254**

KİTABIMIZI TANIYALIM

Kitabımızla matematiği öğrenmek daha ilginç ve zevkli hâle gelecektir. Matematiği yaşayarak ve keşfederek öğreneceksiniz. Aynı zamanda matematiğin hayatınızdaki yerini fark edeceksiniz.

Kitabımızda yer alan bölümler ve bu bölümlerin içerikleri hakkındaki açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ünitenin giriş sayfasıdır. Üniteye yer alan konu başlıkları bu sayfada yer almaktadır.

Üniteye yer alan konularla ilgili günlük hayattan örnekler, bilimsel ve tarihî bilgiler yer almaktadır.

Üniteye yer alan konu başlıklarını gösterir.

2. Ünite

KONULAR

RASYONEL SAYILAR

- Rasyonel Sayıların Tanıma ve Sayı Doğrusunda Gösterme
- Rasyonel Sayılar ile Ondalık Gösterim İlişkisi
- Rasyonel Sayıların Karşılaştırma ve Sıralama

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

- Rasyonel Sayıların Toplama ve Çıkarma İşlemleri
- Rasyonel Sayıların Çarpma ve Bölme İşlemleri
- Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler ile Rasyonel Sayıların Kare ve Kökleri
- Rasyonel Sayılarla İlgili Problemler

Terimler veya Kavramlar

- rasyonel sayılar
- devirli ondalık gösterim

Semboller

- Q, Q⁺, Q⁻

Hesap makinesi, icat edildiği ilk zamanlarda sadece dört işlem yapabilen, daha sonraları ise geliştirilerek her türlü sayı ile işlem yapar duruma getirilen elektronik bir araçtır.

Hesap makinesi ile işlem yaparken tuşların anlamını ve yaptığı işlemi bilmek gerekir. Şimdi yeni üretilen bütün bilgisayarlarda, telefonlarda ve tabletlerde hesap makinesi yer almaktadır.

$\frac{1}{5}$ ve $\frac{1}{3}$ sayılarının hesap makinesi ile nasıl toplanabileceğini gösterebiliriz.

$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \rightarrow 5 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{x} = 0.5333333...$

<http://www.bilmakineki.kutadai.gov.tr/soanchoisite/hesap%20makinesi/adresinden-yapilanlari-gizlemeyiniz>

Konu başlığını belirtir.

Konu ile ilgili ön bilgileri ortaya çıkaracak soruların sorulduğu, günlük hayatla ilişkilendirmelerin yapıldığı bölümdür.

Konu ile ilgili önceki bilgilerin hatırlatıldığı bölümdür.

Konunun keşfedilerek öğrenilmesini sağlayan etkinliklerin bulunduğu bölümdür.

Öğrencilerin grup çalışması yaparak veya bireysel olarak uygulayacağı etkinliklerin adımlarını gösterir.

Etkinlikte çıkarımların yapılacağı, etkinliğin sonuca bağlandığı adımı gösterir.

Tam Sayıların Tekrarlı Çarpımı

Bir hücre, her gün 2 parçaya ayrılmaktadır. Yeni oluşan her bir hücre de bir sonraki gün 2 parçaya ayrılmaktadır. Buna göre, 200 günün sonunda oluşacak toplam hücre sayısı kısa yoldan nasıl hesaplanabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımı üslü ifade olarak yazılabilir.

$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \rightarrow 5$ tane 3 sayısının tekrarlı çarpımıdır.

3^5 üslü ifadesinde 3 sayısı taban, 5 sayısı kuvvet (üs) olarak adlandırılır.

Etkinlik

- 2 doğal sayısının tekrarlı çarpımlarını örüntü oluşturacak şekilde yazarak yandaki tablonun ilk sütununda boş bırakılan yerleri doldurularak.
- Yazdığımız tekrarlı çarpımları, üslü ifade biçiminde yazarak tablonun ikinci sütununda boş bırakılan yerleri doldurularak ve tabloyu tamamlayalım.
- Tabloyu tamamlayarak nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.
- 2 doğal sayısının yerine negatif bir tam sayı seçerek benzer bir tablo oluşturalım.
- Tabloyu oluştururken nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.
- Oluşturduğunuz iki tablodaki benzerlik ve farklılıkları belirtiniz.

Tekrarlı Çarpım	Üslü İfade
2	2 ¹
2 · 2	2 ²
2 · 2 · 2	
2 · 2 · 2 · 2	

$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$ $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$ $(-6) \cdot (-6) =$

$(+4) \cdot (+4) =$ $(+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) =$ $(+5) \cdot (+5) \cdot (+5) =$

Kutucuklarda verilen tekrarlı çarpımları üslü ifade biçiminde yazalım.

Konu ile ilgili çözümlü örneklerin bulunduğu bölümdür.

Konu ile ilgili öğrenilenlerin pekiştirilmesini sağlayacak alıştırmalar ve problemlerin bulunduğu bölümdür.

Örnek

$3x = 4y = k$ eşliğinde x , 3 ile; y , 4 ile ters orantıdır. k 'nin değeri 240 olduğuna göre $x + y$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$3x = 4y = k$ eşliğinde $k = 240$ ise $3x$ ve $4y$ ifadelerini aynı k 'ye yani 240'a eşitleyelim.

$$3x = k \Rightarrow 3x = 240 \Rightarrow x = \frac{240}{3} = 80$$

$$4y = k \Rightarrow 4y = 240 \Rightarrow y = \frac{240}{4} = 60$$

$x + y$ işleminin sonucunu bulalım.

$$x + y = 80 + 60 = 140$$

Alıştırmalar

1. Bir firma sahibi, işlerini aynı kapasitedeki işçilere 20 günde yaptırmaktadır. İşlerini 10 günde yaptırmak isteyen firma sahibi, aynı kapasitedeki işçilerin sayısını kaç katna çıkartmalıdır?

2. Yandaki tabloda, c ile d değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir. Tabloya göre c ile d değişkenlerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

Tablo: c ile d Değişkenleri

c	d
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2
100	1

3. Yandaki tabloda, x ile y değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir.

x ile y değişkenleri ters orantılı olduğuna göre tablodaki sembollerin yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Tablo: x ile y Değişkenleri

x	y
1	80
2	40
4	▲
5	*
8	◆
20	■
40	▼
80	1

4. p ile r ters orantılıdır. $p = 17$ iken $r = 12$ ise $r = 6$ iken p kaç olur?

5. $5x = 8y$ eşliğinde x , 5 ile; y , 8 ile ters orantıdır. Buna göre $x = 40$ iken y kaç olur?

120

Çözümlü problemlerin bulunduğu bölümdür.

Yüzde ile İlgili Problemler



Tülin ile Ferhat, kalan paralarının birbirlerinden daha fazla olduğunu savunuyorlar. Sizce hangisi haklıdır? Nedenini açıklayınız.

Problem

Bir beyaz eşya mağazasında, bazı ürünlerde indirim yapılmıştır. Mağazada indirim yapılan ürünler, indirim yapılmadan önceki fiyatları ve indirim oranları yandaki tabloda verilmiştir. Mağazadan bir buzdolabı, televizyon ve fırın alan Emir Bey, indirim sonrası kaç TL öder?

Tablo: Ürünlerin İndirimleri

Ürün Adı	İndirim Öncesi Fiyatı (TL)	İndirim Oranı (%)
Buzdolabı	30 000	40
Televizyon	20 000	25
Fırın	8000	10

Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde 30 000 TL'lik buzdolabının %40 indirimle, 20 000 TL'lik televizyonun %25 indirimle ve 8000 TL'lik fırının %10 indirimle satıldığı belirtilmektedir. Bizden ürünlerin, indirimden sonraki fiyatlarını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce ürünlerin indirimli fiyatlarını bulalım. Sonra indirim sonrası birer buzdolabı, televizyon ve fırın alan Emir Bey'in ödeyeceği parayı, toplama işlemi yaparak bulalım.

Problemi Çözelim

- Buzdolabının indirim tutarı: $30\,000 - \frac{40}{100} \times 30\,000 = 18\,000$ TL

- İndirim sonrası fiyat: $30\,000 - 12\,000 = 18\,000$ TL

- Televizyonun indirim tutarı: $20\,000 - \frac{25}{100} \times 20\,000 = 15\,000$ TL

- İndirim sonrası fiyat: $20\,000 - 5000 = 15\,000$ TL

137

Konu ile ilgili önemli bilgi ve tanımların yer aldığı bölümdür.

Konu ile ilgili anlatımın yapıldığı bölümdür.

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken paylar çarpılıp paya, paydalar çarpılıp paydaya yazılır.

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{(-1) \cdot 3}{2 \cdot 5} = -\frac{3}{10}$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

Çarpma işlemlerini, tam sayılarla çarpma işlemi yaparken kullandığımız kuralın göz önüne alarak yapalım.

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{(-1) \cdot 3}{2 \cdot 5} = -\frac{3}{10}$$

$$\left(-\frac{2}{11}\right) \cdot \left(-\frac{22}{5}\right) = \frac{(-2) \cdot (-22)}{11 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 11}{11 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$\left(-0,5\right) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{5}{10}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{(-5) \cdot 4}{10 \cdot 3} = -\frac{20}{30} = -\frac{2}{3}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (-0,25) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{25}{100}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{(-3) \cdot (-1)}{5 \cdot 4} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \frac{1}{35}$$

$$\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot (0,07) = \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{7}{100} = \frac{(-1) \cdot 7}{7 \cdot 100} = -\frac{1}{100}$$

69

Öğrenilen bilgilerin uygulanabileceği soru ve problemlerin bulunduğu ünite sonlarında yer alan bölümdür.

3. Ünite Değerlendirmesi

1. İşlemler ile işlemlerin sonuçlarını eşleştiriniz.

$$(5c + 2) + (2c - 3) =$$

$$(4c - 2) - (-c + 1) =$$

$$2 \cdot (3c - 1) =$$

$$3 \cdot (2c + 1) =$$

$$6c + 3$$

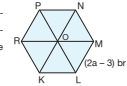
$$5c - 3$$

$$6c - 2$$

$$7c - 1$$

$$7c + 4$$

2. Yanda altı tane eşkenar üçgenin aralarında boşluk kalmayacak şekilde dizilmesi ile elde edilmiş bir şekil verilmiştir. OML eşkenar üçgeninin bir kenarının uzunluğu $(2a - 3)$ br'dir. Buna göre, şeklin çevre uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



3. 6 — 10 — 14 — 18 — 22 — ...

Yukarıdaki sayı örüntüsünün;

a. Kuralını harfle ifade ediniz.

b. 25. terimdeki sayıyı bulunuz.

c. 100 ile 50. terimlerdeki sayıların farkını bulunuz.

Ünite Değerlendirmesi sorularının cevaplarının verildiği bölümdür.

CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. $(+6) - (-3) = +9$ 2. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 3. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 4. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 5. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 6. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 7. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 8. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 9. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 10. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 11. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 12. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 13. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 14. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 15. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 16. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 17. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 18. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 19. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 20. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 21. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 22. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 23. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 24. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 25. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 26. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 27. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 28. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 29. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 30. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 31. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 32. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 33. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 34. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 35. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 36. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 37. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 38. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 39. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 40. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 41. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 42. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 43. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 44. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 45. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 46. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 47. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 48. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 49. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 50. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 51. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 52. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 53. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 54. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 55. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 56. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 57. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 58. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 59. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 60. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 61. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 62. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 63. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 64. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 65. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 66. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 67. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 68. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 69. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 70. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 71. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 72. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 73. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 74. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 75. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 76. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 77. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 78. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 79. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 80. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 81. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 82. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 83. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 84. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 85. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 86. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 87. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 88. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 89. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 90. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 91. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 92. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 93. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 94. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 95. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 96. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 97. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 98. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 99. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 100. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$

2. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 2. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 3. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 4. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 5. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 6. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 7. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 8. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 9. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 10. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 11. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 12. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 13. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 14. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 15. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 16. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 17. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 18. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 19. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 20. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 21. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 22. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 23. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 24. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 25. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 26. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 27. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 28. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 29. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 30. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 31. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 32. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 33. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 34. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 35. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 36. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 37. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 38. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 39. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 40. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 41. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 42. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 43. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 44. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 45. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 46. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 47. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 48. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 49. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 50. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 51. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 52. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 53. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 54. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 55. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 56. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 57. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 58. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 59. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 60. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 61. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 62. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 63. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 64. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 65. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 66. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 67. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 68. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 69. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 70. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 71. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 72. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 73. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 74. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 75. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 76. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 77. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 78. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 79. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 80. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 81. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 82. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 83. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 84. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 85. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 86. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 87. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 88. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 89. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 90. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 91. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 92. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 93. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 94. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 95. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 96. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 97. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 98. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 99. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$ 100. $\frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$

- Kitabın 241 ve 242. sayfalarında öğrenilen bilgilerin uygulamalarının yapıldığı projeler yer almaktadır. Bu projeler öğretmenler gözetiminde yapılabilir.
- Kitabın 243. sayfasında “Problem Çözme Becerilerini Değerlendirme Formu” bulunmaktadır. İlgili çalışmalar gerçekleştirildikten sonra verilen form kullanılarak değerlendirme yapılabilir.
- Kitabın 244. sayfasında “Öz Değerlendirme Formu” bulunmaktadır. Bu form çoğaltılıp her ünite bitiminden sonra doldurularak ünite boyunca yapılanlar değerlendirilebilir.

1. Ünite



KONULAR

TAM SAYILARLA TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMLERİ

- Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

TAM SAYILARLA ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMLERİ

- Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri
- Tam Sayıların Tekrarlı Çarpımı
- Tam Sayılarla İlgili Problemler

Terimler veya Kavramlar

- etkisiz eleman
- yutan eleman
- ters eleman
- dağılma özelliği

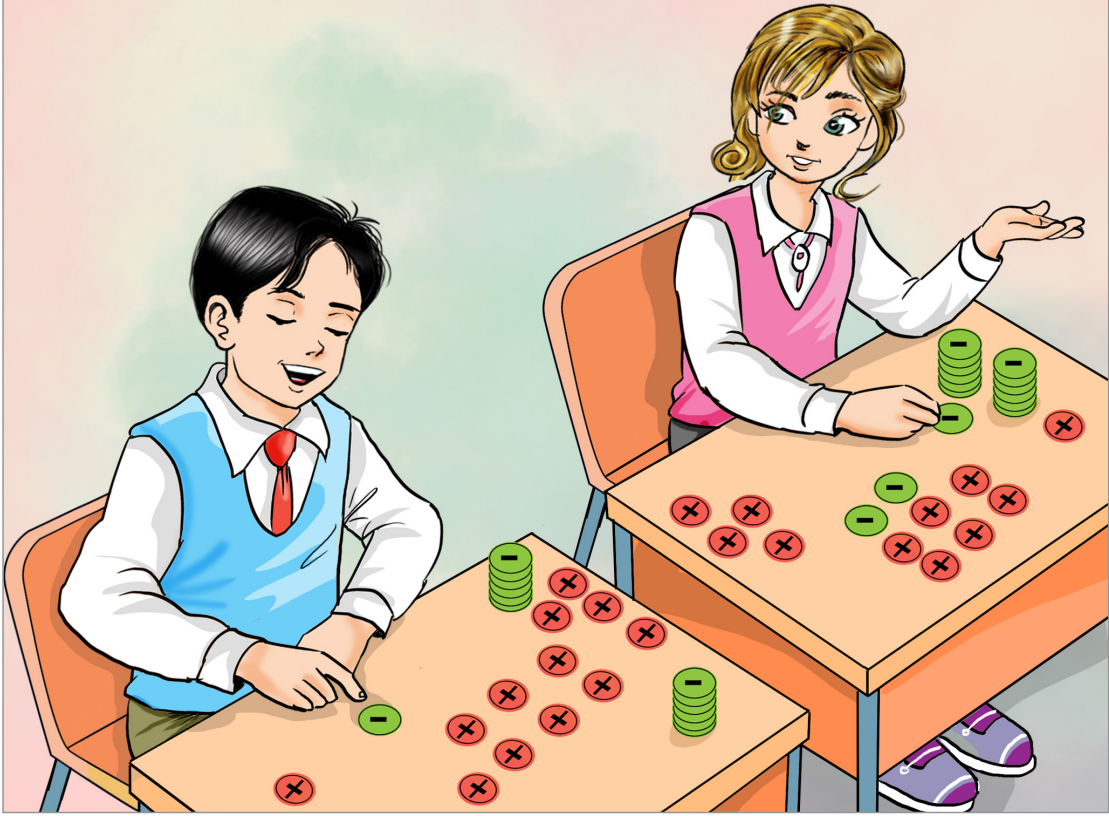


Tam sayılar; pozitif tam sayılar, sıfır ve negatif tam sayılar olmak üzere üç bölümde incelenir. Pozitif tam sayıların ortaya çıkış tarihi tam olarak bilinmemektedir. Güney Afrika'da bulunan bazı taşların üzerindeki işaretler, yılın altı ayının yirmi sekizer günlük ay takvimine göre sayıldığı ve sayılırken çentikler atıldığını göstermektedir. Bu çentiklerin sayma aracı olarak kullanılmasını matematik olarak nitelemek zordur. Sayıları ifade etmek için her sayıya karşılık bir işaretin, bugünkü tabirle rakamların icadı matematiğin başlangıcı sayılabilir. Bu amaçla oluşturulan ilk yazılı kayıtlara MÖ 2000 yıllarında Babil'de rastlanmaktadır. 60 tabanına göre kurulmuş bu sayı sisteminde negatif tam sayılar olmamasına rağmen, kavram olarak sıfır bulunmaktadır. Negatif tam sayılara ise ilk olarak MÖ 100 – 50 yılları arasındaki Çin kayıtlarında rastlanmaktadır.

Günümüzde kullandığımız sayı sistemine Hint- Arap sayı sistemi denilmektedir. Ondalık gösterimli sayı sistemi, Hindistan'dan Arap yarımadasına, oradan da İslam İmparatorluğu'nun genişlemesiyle Kuzey Afrika ve Endülüs üzerinden Avrupa'ya ulaşmıştır. Becaiye'de (Cezayir) yetişmiş olan ünlü matematikçi Fibonacci (Fibonacci), 1202'de yayınladığı Liber Abaci adlı eseri ile birlikte bu sistemi Avrupa'ya tanıtmıştır.

http://www.bilimteknik.tubitak.gov.tr/system/files/biltek_arsiv/S-532-87.pdf sayfasından düzenlenmiştir.

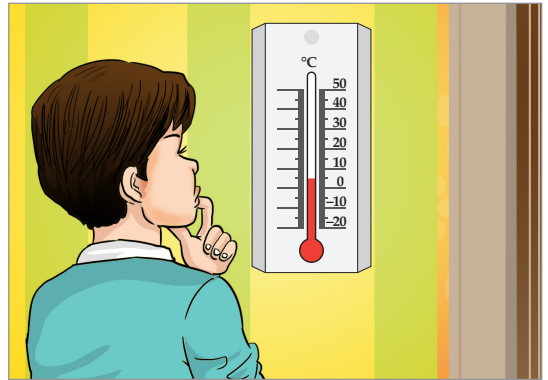
Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri



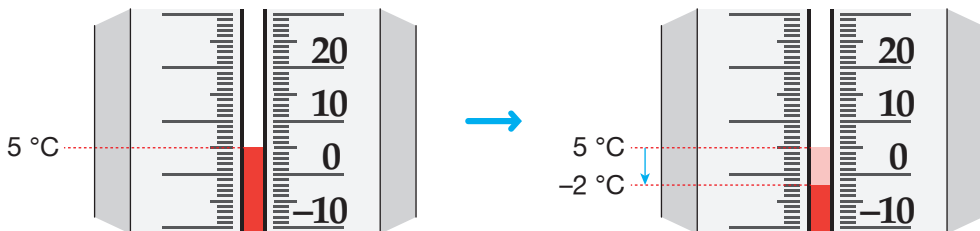
7/A sınıfı öğrencileri, sayma pulları ile etkinlik yapıyorlar. Etkinlik yaparken sayma pullarını bazen bir araya getiriyorlar. Bazen birbirlerinden ayırıyorlar. 7/A sınıfı, yaptıkları etkinliklerde neden sayma pullarını bir araya getiriyor veya ayırıyor olabilir? Açıklayınız.

Örnek

Selman, termometreye baktığında oda sıcaklığının 5°C olduğunu görüyor. Sonra Selman'ın evinde elektrik kesiliyor. Bundan dolayı evlerindeki kombi çalışmıyor ve Selman'ın odası, 7°C soğuyor. Son durumda, Selman'ın odasının sıcaklığı kaç $^{\circ}\text{C}$ 'tur?



Çözüm

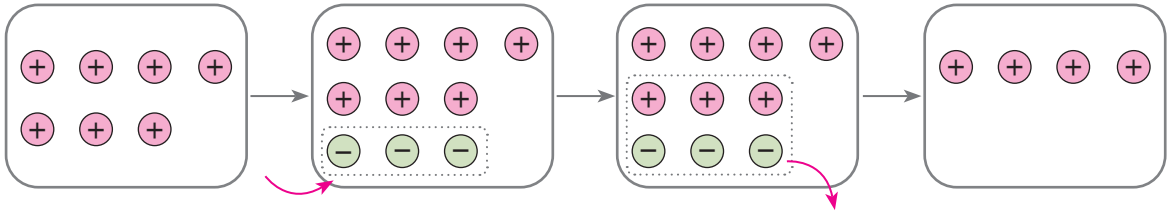


Kombi çalıştığında Selman'ın odasının sıcaklığı $+5^{\circ}\text{C}$ 'tur. Elektrik kesildiğinde Selman'ın odası 7°C soğuduğuna göre son durumda odanın sıcaklığını tespit etmek için $(+5) + (-7)$ işleminin sonucunu bulmalıyız.

$$(+5) + (-7) = -2$$

Son durumda Selman'ın odasının sıcaklığı -2°C 'tur.

Örnek



Sayma pulları ile modellenen toplama işlemini yazınız.

Çözüm

Birinci kutucukta 7 adet $(+)$ sayma pulu vardır. 1. toplanan $(+7)$ 'dir. İkinci kutucukta $(+)$ sayma pullarının yanına 3 adet $(-)$ sayma pulu yerleştirilmiştir. 2. toplanan (-3) 'tür. Üçüncü kutucukta üçer adet $(+)$ ve $(-)$ sayma pulları ile 3 adet 0 (sıfır) çifti oluşturulmuş ve modelden çıkarılmıştır. Dördüncü kutucukta 4 adet $(+)$ sayma pulu vardır. Toplam $(+4)$ 'tür. Öyleyse, sayma pullarıyla modellenen toplama işlemi;

$$(+7) + (-3) = (+4) \text{ olarak yazılır.}$$

Tam sayılarla toplama işlemi yapılırken toplananların işaretlerine bakılır. Toplananların işaretleri;

- Aynı ise toplananların mutlak değerleri toplanır. Toplamın işareti olarak toplananların ortak işareti yazılır.
- Aynı değil ise mutlak değeri büyük olan toplanandan küçük olan toplanan çıkarılır. Farkın işareti olarak toplananlardan mutlak değeri büyük olanın işareti yazılır.

$$(+7) + (+8) =$$

$$(+9) + (-11) =$$

$$(-13) + (+4) =$$

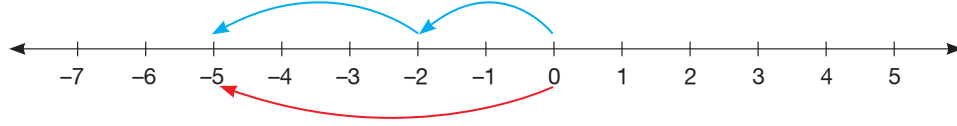
$$(-10) + (-17) =$$

$$(-19) + (+2) =$$

Kutucuklardaki toplama işlemlerini yapalım.

- $(+7) + (+8) = +15$
- $(+9) + (-11) = -2$
- $(-13) + (+4) = -9$
- $(-10) + (-17) = -27$
- $(-19) + (+2) = -17$

Örnek



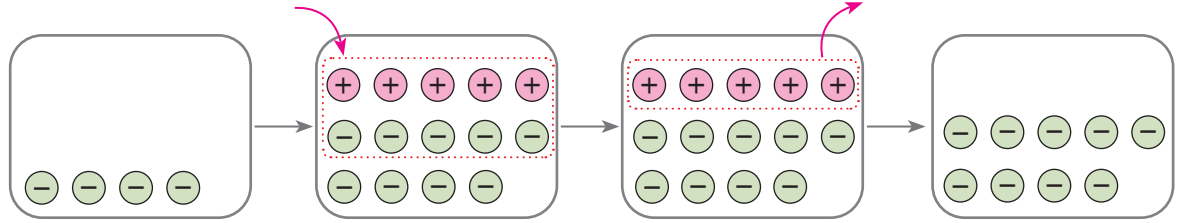
Sayı doğrusunda gösterilen toplama işlemini yazınız.

Çözüm

Sayı doğrusunda önce okla (-2) tam sayısı gösterilmiştir. 1. toplanan (-2) 'dir. Sonra (-2) tam sayısından negatif yönde 3 birim ilerlenmiştir. 2. toplanan (-3) 'tür. Toplam ise kırmızı okla (-5) olarak belirtilmiştir.

Modellenen toplama işlemi, $(-2) + (-3) = (-5)$ 'tir.

Örnek



Sayma pulları ile modellenen çıkarma işlemini yazınız.

Çözüm

Birinci kutucukta 4 adet $(-)$ sayma pulu vardır. Eksilen (-4) 'tür. İkinci kutucukta beşer adet $(-)$ ve $(+)$ pulları ile 0 (sıfır) çiftleri modele eklenmiş. Üçüncü kutucukta 5 adet $(+)$ sayma pulu modelden çıkarılmış. Çıkan $(+5)$ 'tir. Dördüncü kutucukta 9 adet $(-)$ sayma pulu vardır. Fark (-9) 'dur. Sayma pulları ile modellenen çıkarma işlemini yazalım.

$$(-4) - (+5) = (-4) + (-5) = -9$$

Çıkarma işlemi, eksilen ile çıkanın ters işaretlisinin toplamı anlamına gelir.

Örnek

Verilen işlemleri yapınız.

a. $(+3) - (+8) =$

b. $(+9) - (-9) =$

c. $(-14) - (+18) =$

ç. $(-11) - (-10) =$

d. $(+2) - (-14) =$

e. $(-6) - (-6) =$

Çözüm

a. $(+3) - (+8) = (+3) + (-8) = -5$

b. $(+9) - (-9) = (+9) + (+9) = +18$

c. $(-14) - (+18) = (-14) + (-18) = -32$

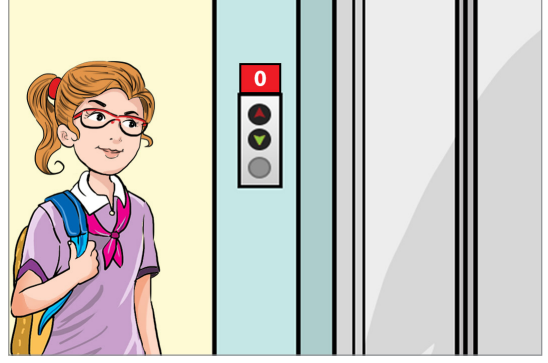
ç. $(-11) - (-10) = (-11) + (+10) = -1$

d. $(+2) - (-14) = (+2) + (+14) = +16$

e. $(-6) - (-6) = (-6) + (+6) = 0$

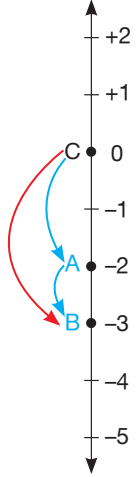
Örnek

Cemre, zemin kattan asansörle önce 2 kat aşağıya iniyor. Sonra asansörle 1 kat daha iniyor. Son durumda asansörün kat göstergesinde hangi tam sayı yazar?



Çözüm

Son durumda Cemre'nin kaçınıcı katta olduğu bulunurken dikey sayı doğrusundan yararlanılabilir. İlk durumda Cemre, zemin katta olduğundan 0. kattadır. Sonra Cemre asansörle 2 kat aşağıya iniyor. Cemre'nin asansörle geldiği kat, dikey sayı doğrusunda A noktasına, yani (-2) tam sayısına karşılık gelir. Son olarak Cemre, asansörle 1 kat daha indiğinde bulunduğu kat dikey sayı doğrusunda B noktasına, yani (-3) tam sayısına karşılık gelir.



Son durumda asansörün kat göstergesinde (-3) tam sayısı yazar.

Aynı sonucu çıkarma işlemi yaparak da bulabiliriz.

$$0 - (+2) = 0 + (-2) = -2$$

$$(-2) - (+1) = (-2) + (-1) = -3$$

Toplama işleminin özellikleri akıcı işlem yapmak için birer yöntem olarak kullanılabilir.

Örnek: Tam sayılarla toplama işleminin değişme ve birleşme özelliklerini inceleyiniz.

Çözüm: I $(+7) + (-5) =$

II $(-5) + (+7) =$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım. İşlem sonuçlarını karşılaştıralım.

• $(+7) + (-5) = +2$

• $(-5) + (+7) = +2$

I numaralı kutucukta verilen toplama işlemindeki toplananlar yer değiştirilirse II numaralı kutucukta verilen toplama işlemi elde edilir. İşlem sonuçları eşit olduğundan tam sayılarla toplama işleminin değişme özelliği vardır.

I $[(-1) + (-3)] + (+1) =$

II $(-1) + [(-3) + (+1)] =$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım. İşlem sonuçlarını karşılaştıralım.

• $[(-1) + (-3)] + (+1) = [-4] + (+1) = -3$

• $(-1) + [(-3) + (+1)] = (-1) + [-2] = -3$

Kutucuklardaki işlemler incelendiğinde toplananların aynı olduğu görülür. I numaralı kutucuktaki işlemin sonucu 1 ve 2. toplananın toplamına 3. toplanan eklenerek bulunmuştur. II numaralı kutucuktaki işlemin sonucu ise 2 ve 3. toplananın toplamına 1. toplanan eklenerek bulunmuştur. Kutucuklardaki işlemlerin sonuçları eşittir. Bundan dolayı tam sayılarla toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

Örnek:

Tam sayılarla toplama işleminin ters eleman ve etkisiz eleman özelliklerini inceleyiniz.

Çözüm

$$(-9) + 0 =$$

$$0 + (+13) =$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

$$\bullet (-9) + 0 = (-9)$$

$$\bullet 0 + (+13) = +13$$

Bir tam sayı ile 0 (sıfır) toplanırsa toplam, tam sayıya eşit olur. Öyleyse tam sayılarla toplama işleminin etkisiz elemanı 0 (sıfır)'dır.

$$(+15) + (-15) =$$

$$(-7) + (+7) =$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

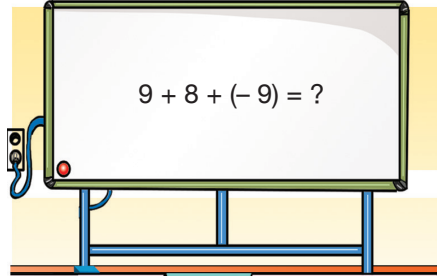
$$\bullet (+15) + (-15) = 0$$

$$\bullet (-7) + (+7) = 0$$

Bir tam sayı ile o tam sayının zıt işaretlisi olan tam sayı toplanırsa sonuç, toplama işleminin etkisiz elemanı olan 0 (sıfır) olur. Bir tam sayı ile o tam sayının toplama işlemine göre tersi toplanırsa sonuç, etkisiz elemana eşit olur. Öyleyse bir tam sayının toplama işlemine göre tersi, o tam sayının zıt işaretlisidir. Tam sayılarla toplama işleminin ters eleman özelliği vardır.

Örnek

Tahtada yazılı olan işlemin sonucunu bulunuz.



Çözüm

Toplama işleminin değişme özelliğini kullanarak 8 ile (-9) tam sayılarının yerlerini değiştirelim. Bu şekilde yazdığımızda 9 ile (-9) 'un toplama işlemine göre birbirinin tersi olduklarını görürüz. Ters elemanların toplamı etkisiz elemanı verir.

$$9 + 8 + (-9) = 9 + (-9) + 8$$

$$= 0 + 8$$

(Ters eleman özelliği)

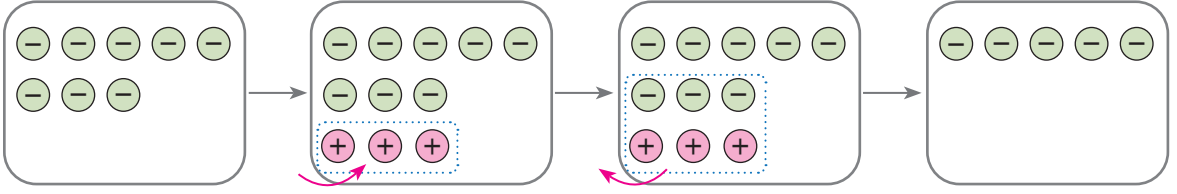
$$= 8$$

(Etkisiz eleman özelliği)

İşlemin sonucu 8'dir.

Alıştırmalar

1.



Sayma pulları ile modellenen toplama işlemini yazınız.

2. Verilen işlemleri yapınız.

a. $(-7) + (+3) =$

b. $(-40) + (-10) =$

c. $(+6) + (+7) =$

ç. $(+8) + (-8) =$

d. $(-6) - (-10) =$

e. $(-17) - (+23) =$

f. $(+12) - (-12) =$

g. $(+18) - (+18) =$

ğ. $(-7) - (-7) =$

3.

$(-6) + (-7) + (+6) =$

$19 + 3 + (-19) =$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını, toplama işleminin özelliklerini kullanarak bulunuz.

4. İfadelerdeki sembollerin yerine uygun tam sayıları yazınız.

a. $[(-8) + (+4)] + (+3) = \blacktriangle + [(+4) + (+3)]$

b. $\star + (-11) = (-11) + (+2)$

c. $\blacksquare + (-6) = 0$

ç. $\bullet + (-14) = -14$

5. Selahattin Bey ilk durumda para bulunmayan hesap cüzdanına önce 200 TL yatırıyor. Sonra yatırdığı bu paradan 40 TL çekiyor. Buna göre, son durumda Selahattin Bey'in hesap cüzdanının bakiyesinde hangi tam sayı yazar?

Hesap Cüzdanı

Yatan : +200

Çekilen : -40

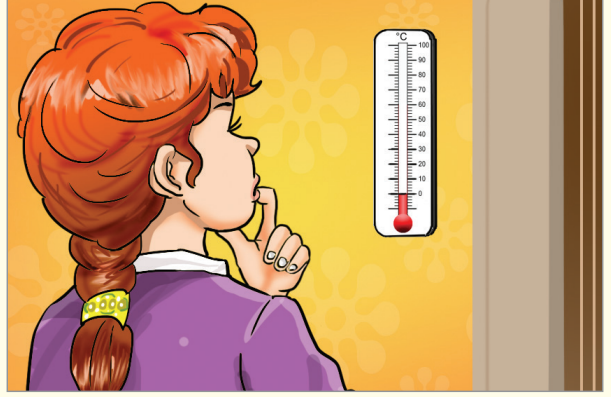
Bakiye :

6. Bir şehirde ortalama hava sıcaklığı gündüz $(+5)^\circ\text{C}$, gece $(-3)^\circ\text{C}$ 'tur. Şehirdeki gece ve gündüz ortalama hava sıcaklıkları arasındaki fark kaç $^\circ\text{C}$ 'tur?

Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

Ceren, havanın soğuduğunu hissedip odasındaki termometreye baktığında sıcaklığın 0°C olduğunu görüyor. Her saat başında termometreye bakan Ceren, termometrede okuduğu değerleri kaydediyor. Bir süre sonra elde ettiği değerleri incelediğinde değerlerin her seferinde 3°C arttığını fark ediyor.

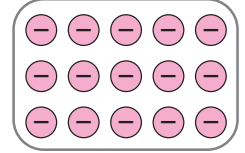
Ceren, 7 saat sonraki oda sıcaklığını hesaplamak için nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.



Etkinlik

Araç Gereç: sayma pulları

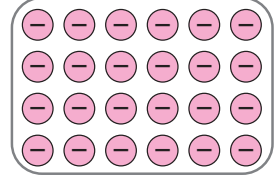
- Beşer adet $-$ sayma pulunu yandaki gibi üçer sıra hâlinde dizelim.
- Her bir sıradaki sayma pullarının değerleri toplamını yazalım.
- Sayma pullarının toplam değerini toplama işlemi yaparak bulunuz.
- Aynı sonucu çarpma işlemi yaparak kısa yoldan nasıl bulurdunuz? Tartışınız.



Etkinlik

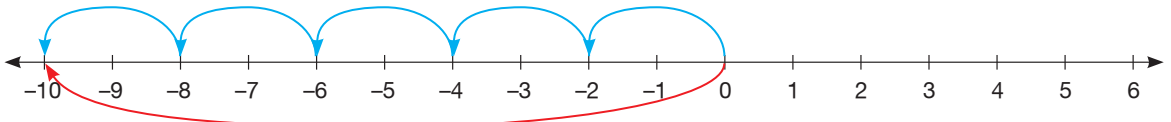
Araç Gereç: sayma pulları

- 24 adet $-$ sayma pulunu alalım.
- Sayma pullarını 4 eş bölüme ayıralım.
- Her bir bölümde kaç adet $-$ sayma pulu oldu?
- Sayma pullarını eş bölümlere ayırırken kullandığınız yöntemi açıklayınız.
- Sayma pulu sayısını bulmaya yönelik bir işlem yazınız. Yazdığınız işlemi arkadaşlarınızla paylaşınız.



Tam sayılarla çarpma işleminde aynı işaretli iki tam sayının çarpımı pozitif, zıt işaretli iki tam sayının çarpımı negatif bir tam sayıdır.

Örnek



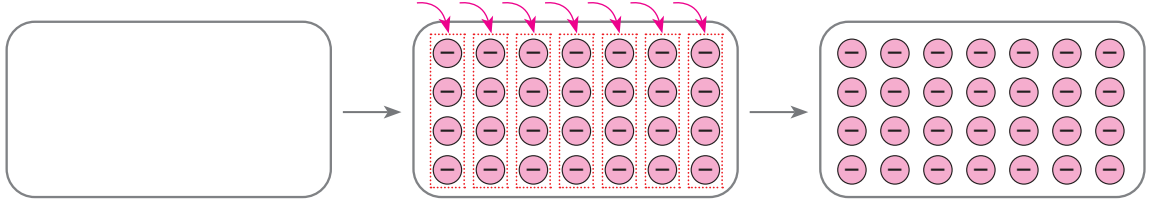
Yukarıdaki sayı doğrusunda modellenen işlemi yazınız.

Çözüm

Sayı doğrusundaki tam sayılar, ikişer azalmakta ve bu işlem 5 kez tekrar etmektedir. O hâlde sayı doğrusunda modellenen işlem $(+5) \cdot (-2)$ 'tir.

$$(+5) \cdot (-2) = -10$$

Örnek



Sayma pulları ile yukarıda modellenen çarpma işlemini yazınız.

Çözüm

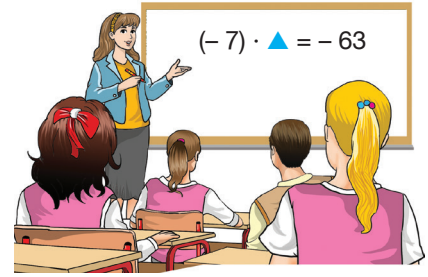
Modelde dörder $\ominus$ sayma pulu 7 sıra hâlinde dizilmiştir. Her bir sıradaki sayma pullarının değeri (-4) 'tür. Buna göre, modellenen çarpma işlemi $(+7) \cdot (-4)$ 'tür.

$$(+7) \cdot (-4) = -28$$

Modeldeki $\ominus$ sayma pullarının değerleri toplamı (-28) 'dir.

Örnek

Emine Öğretmen'in tahtaya yazdığı işleme göre " $\blacktriangle$ " yerine kaç yazılmalıdır?



Çözüm

Emine Öğretmen'in tahtaya yazdığı işlemde (-7) ile $\blacktriangle$ çarpılmış ve sonuç (-63) olarak bulunmuştur.

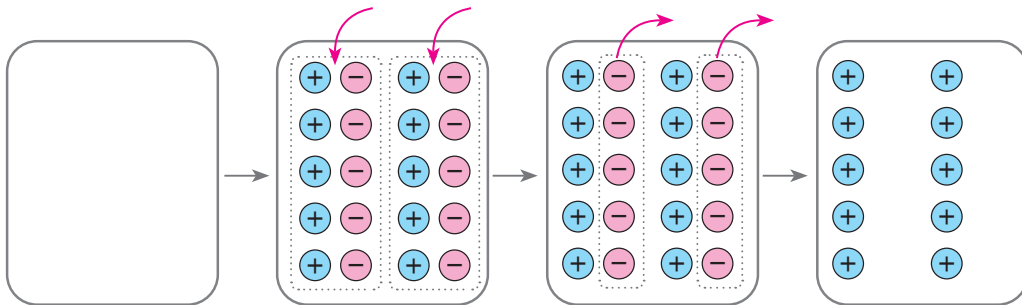
$$(-7) \cdot \blacktriangle = -63$$

Farklı işaretli iki tam sayının çarpımı negatif olduğuna göre $\blacktriangle$ yerine yazılması gereken tam sayının işareti $(+)$ olmalıdır.

7'nin 9 katı 63 olduğu için $\blacktriangle$ yerine $(+9)$ yazılmalıdır.

$$(-7) \cdot \blacktriangle = -63 \rightarrow (-7) \cdot (+9) = -63$$

Örnek



Yukarıda sayma pulları ile modellenen işlemi yazınız.

Çözüm

Modelde önce 2 tane 5'li sıfır çifti oluşturulmuştur. Modelden 2 tane 5'li $-$ sayma pulu çıkarılmıştır. Sonuçta 10 tane $+$ sayma pulu elde ettiğimize göre modellenen işlem $(-2) \cdot (-5) = (+10)$ olur.

Örnek

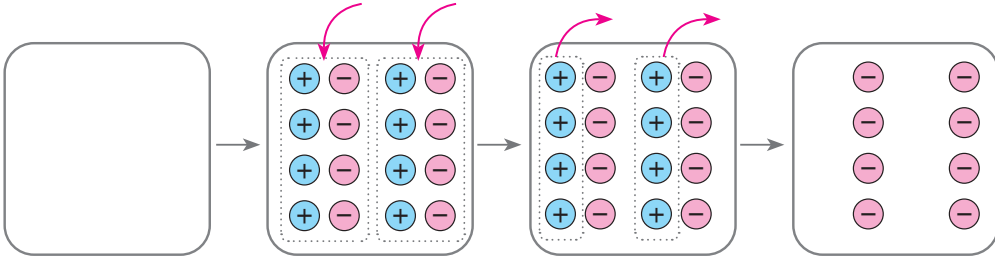


Yukarıda sayma pulları ile modellenen işlemi yazınız.

Çözüm

Modelde önce 2 tane 4'lü $-$ sayma pulu bulunmaktadır. Sonuçta 8 tane $-$ sayma pulu elde ettiğimize göre modellenen işlem $(+2) \cdot (-4) = (-8)$ olur.

Örnek



Yukarıda sayma pulları ile modellenen işlemi yazınız.

Çözüm

Modelde önce 2 tane 4'lü sıfır çifti oluşturulmuştur. Modelden 2 tane 4'lü $+$ sayma pulu çıkarılmıştır. Sonuçta 8 tane $-$ sayma pulu elde ettiğimize göre modellenen işlem $(-2) \cdot (+4) = (-8)$ olur.

Örnek

$(-8) \cdot (+2) =$	$(-5) \cdot (-3) =$	$8 \cdot (-4) =$	$(+6) \cdot (-7) =$	$(+9) \cdot (+3) =$	$5 \cdot 8 =$
---------------------	---------------------	------------------	---------------------	---------------------	---------------

Yukarıdaki kutucuklarda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

Aynı işaretli tam sayıların çarpımı pozitifdir.

- $(-5) \cdot (-3) = + (5 \cdot 3) = + 15$
- $(+9) \cdot (+3) = + (9 \cdot 3) = + 27$
- $5 \cdot 8 = 40$

Farklı işaretli tam sayıların çarpımı negatiftir.

- $(-8) \cdot (+2) = - (8 \cdot 2) = - 16$
- $8 \cdot (-4) = - (8 \cdot 4) = - 32$
- $(+6) \cdot (-7) = - (6 \cdot 7) = - 42$

Sıfırdan farklı bir tam sayı “- 1” ile çarpıldığında sayının işareti değişir.
0 (sıfır) tam sayısı, bir tam sayı ile çarpıldığında sonuç 0 (sıfır) olur.

Örnek

$$(-1) \cdot (+3) =$$

$$(-4) \cdot (-1) =$$

$$(-1) \cdot (-8) =$$

$$(+13) \cdot (-1) =$$

$$0 \cdot (-32) =$$

$$(-1) \cdot 0 =$$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

(-1) ile çarpılan negatif bir tam sayının işareti “+” olur.

$$\bullet (-4) \cdot (-1) = +4$$

$$\bullet (-1) \cdot (-8) = +8$$

0 (sıfır) sayısı bir tam sayı ile çarpıldığında sonuç sıfır olur.

$$0 \cdot (-32) = 0$$

$$(-1) \cdot 0 = 0$$

(-1) ile çarpılan pozitif bir tam sayının işareti “-” olur.

$$\bullet (-1) \cdot (+3) = -3$$

$$\bullet (+13) \cdot (-1) = -13$$

Örnek

Tam sayılarla çarpma işleminin;

- Değişme özelliğini,
- Birleşme özelliğini inceleyiniz.

Çözüm

a.

I

$$(+2) \cdot (-9) =$$

II

$$(-9) \cdot (+2) =$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım. İşlem sonuçlarını karşılaştıralım.

$$\bullet (+2) \cdot (-9) = -18$$

$$\bullet (-9) \cdot (+2) = -18$$

I numaralı kutucukta verilen çarpma işlemindeki çarpanların yerleri değiştirilirse II numaralı kutucukta verilen çarpma işlemi elde edilir. İşlem sonuçları eşit olduğundan tam sayılarla çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

b.

I

$$[(-4) \cdot (+2)] \cdot (+3) =$$

II

$$(-4) \cdot [(+2) \cdot (+3)] =$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım. İşlem sonuçlarını karşılaştıralım.

- $[(-4) \cdot (+2)] \cdot (+3) = [-8] \cdot (+3) = -24$
- $(-4) \cdot [(+2) \cdot (+3)] = (-4) \cdot [+6] = -24$

Kutucuklardaki işlemler incelendiğinde çarpanların aynı olduğu görülür. I numaralı kutucuktaki işlemin sonucu 1 ve 2. çarpanın çarpımı ile 3. çarpan çarpılarak bulunmuştur. II numaralı kutucuktaki işlemin sonucu ise 2 ve 3. çarpanın çarpımı ile 1. çarpan çarpılarak bulunmuştur. Kutucuklardaki işlemlerin sonuçları eşittir. Bundan dolayı tam sayılarla çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

Örnek

Çarpma işleminin etkisiz eleman ve yutan eleman özelliklerini inceleyiniz.

Çözüm

I

$$(-13) \cdot (+1) =$$

II

$$(+1) \cdot (+8) =$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

- $(-13) \cdot (+1) = -13$
- $(+1) \cdot (+8) = (+8)$

Bir tam sayı ile $(+1)$ çarpılırsa, çarpım o tam sayıya eşit olur. Öyleyse tam sayılarla çarpma işleminin etkisiz elemanı 1'dir.

$$0 \cdot (-17) =$$

$$(+4) \cdot 0 =$$

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

- $0 \cdot (-17) = 0$
- $(+4) \cdot 0 = 0$

Bir tam sayı ile 0 çarpılırsa, çarpım 0'a eşit olur. Öyleyse tam sayılarla çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.

Örnek

Bir tam sayının çarpma işlemine göre tersi nasıl bulunabilir? Açıklayınız. $(+8)$ ile $(+11)$ tam sayılarının çarpma işlemine göre tersi olan sayıları belirleyiniz.

Çözüm

Bir tam sayı ile aynı tam sayının çarpma işlemine göre tersinin çarpımı, etkisiz eleman olan 1'e eşittir.

- $(+8) \cdot \triangle = (+1) \rightarrow \triangle = +\frac{1}{8}$
 $(+8)$ 'in çarpma işlemine göre tersi $+\frac{1}{8}$ 'dir.
- $(+11) \cdot \blacksquare = (+1) \rightarrow \blacksquare = +\frac{1}{11}$ 'dir.
 $(+11)$ 'in çarpma işlemine göre tersi $+\frac{1}{11}$ 'dir.

Örnek

$$(-6) \cdot [(+4) + (-2)] =$$

$$(+7) \cdot [(-5) - (-1)] =$$

Kutucuklardaki işlemleri, çarpma işleminin, toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliklerini kullanarak yapınız.

Çözüm

$$\begin{aligned} \bullet (-6) \cdot [(+4) + (-2)] &= (-6) \cdot (+4) + (-6) \cdot (-2) \\ &= (-24) + (+12) \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (+7) \cdot [(-5) - (-1)] &= (+7) \cdot (-5) - (+7) \cdot (-1) \\ &= (-35) - (-7) \\ &= (-35) + (+7) = -28 \end{aligned}$$

Tam sayılarla bölme işleminde aynı işaretli iki tam sayının bölümü pozitif, farklı işaretli iki tam sayının bölümü negatiftir.

Örnek

$$(-10) \div (-2) =$$

$$(-20) \div (+4) =$$

$$(+21) \div (-3) =$$

$$(+8) \div (+1) =$$

$$(-45) \div (-5) =$$

$$(+27) \div (-9) =$$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

$$\bullet (-10) \div (-2) = + (10 \div 2) = +5$$

$$\bullet (-20) \div (+4) = - (20 \div 4) = -5$$

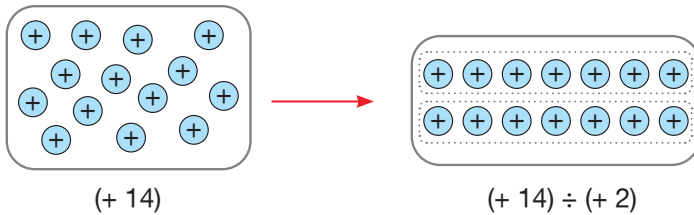
$$\bullet (+21) \div (-3) = - (21 \div 3) = -7$$

$$\bullet (+8) \div (+1) = + (8 \div 1) = +8$$

$$\bullet (-45) \div (-5) = + (45 \div 5) = +9$$

$$\bullet (+27) \div (-9) = - (27 \div 9) = -3$$

Örnek



Sayma pulları ile yukarıda modellenen işlemi yazınız.

Çözüm

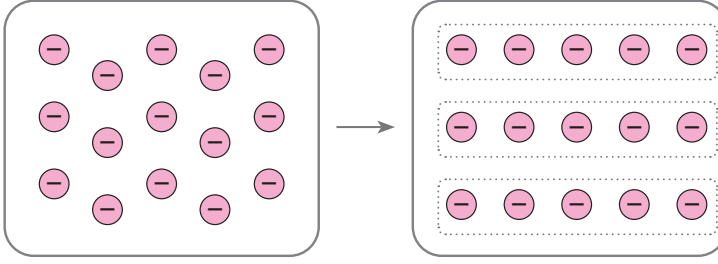
Modelin ilk aşamasında 14 adet $\oplus$ sayma pulu verilmiştir. Sonraki aşamada ise sayma pulları 2 sıra hâlinde dizilmiştir.

Modellenen işlem $(+14) \div (+2)$ 'dir ve her bir sıradaki sayma pulunun değerleri toplamı $(+7)$ 'dir.

İşlemin sonucu $(+14) \div (+2) = (+7)$ olur.

Örnek

Aşağıda sayma pulları ile modellenen işlemi yazınız.



$$(-15)$$

$$(-15) \div (+3)$$

Çözüm

Modelin ilk aşamasında 15 adet $-$ sayma pulu bulunmaktadır. Sonraki aşamasında sayma pulları 3 sıra hâlinde beşerli olarak gruplandırılmıştır. Her birinde 5 tane $-$ sayma pulu olan 3 grup oluşturulmuştur. Bu durumda modellenen işlem $(-15) \div (+3) = (-5)$ olur.

Örnek

Yandaki tabloda, bazı işlemler ve işlemlerin sonuçları verilmiştir. Sonucu verilmeyen işlemleri yaparak renkli bölgelere yazılması gereken tam sayıları bulunuz.

Çözüm

$$\bullet (+40) \div (-4) = -10$$

Sarı bölgeye -10 yazılmalıdır.

$$\bullet (+20) \cdot (+10) = +200$$

Pembe bölgeye $+200$ yazılmalıdır.

$$\bullet (-8) \cdot (-7) = +56$$

Yeşil bölgeye $+56$ yazılmalıdır.

$$\bullet \frac{-51}{+3} = -17$$

Turuncu bölgeye -17 yazılmalıdır.

Tablo: İşlemler

İşlem	Sonuç
$(-7) \cdot (-2)$	$+14$
$(-21) \div (-1)$	$+21$
$(+40) \div (-4)$	
$(+20) \cdot (+10)$	
$(-8) \cdot (-7)$	
$\frac{-51}{+3}$	

Sıfırdan farklı bir tam sayı -1 ile çarpıldığında ya da -1 'e bölüldüğünde tam sayının işareti değişir. 0'ın (sıfır), 0 hariç her tam sayıya bölümü 0'dır.

Bir tam sayının 1 ile çarpımı ya da 1'e bölümü o tam sayıya eşittir.

Örnek

$$(-33) \div (-1) =$$

$$18 \cdot (-1) =$$

$$0 \div (-1) =$$

$$\frac{+60}{+1} =$$

$$\frac{0}{-12} =$$

$$(-17) \cdot (+1) =$$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

(-1) ile çarpılan veya (-1) 'e bölünen negatif tam sayının işareti "+", pozitif tam sayının işareti "-" olur.

$$\bullet (-33) \div (-1) = +33$$

$$\bullet 18 \cdot (-1) = -18$$

0'ın (sıfır), 0 hariç her tam sayıya bölümü 0 olur.

$$\bullet 0 \div (-1) = 0$$

$$\bullet \frac{0}{-12} = 0$$

Bir tam sayının $(+1)$ ile çarpımı veya $(+1)$ 'e bölümü, o tam sayıya eşittir.

$$\bullet \frac{+60}{+1} = +60$$

$$\bullet (-17) \cdot (+1) = -17$$

Örnek

Ayşe'nin tahtaya yazdığı işlemlerdeki ▲, ■ ve ★ yerine hangi tam sayılar yazılmalıdır?

Çözüm

$(-4) \cdot \blacktriangle = +20$ işlemindeki ▲ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulabilmek için $(+20)$ 'yi (-4) 'e bölmeliyiz.

$$(+20) \div (-4) = -5$$

▲ yerine -5 yazılmalıdır.

$(-52) \div \blacksquare = -13$ işlemindeki ■ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulabilmek için (-52) 'yi (-13) 'e bölmeliyiz.

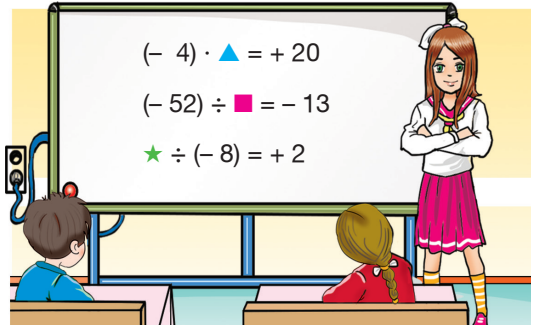
$$(-52) \div (-13) = +4$$

■ yerine $+4$ yazılmalıdır.

$\star \div (-8) = +2$ işlemindeki ★ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulabilmek için (-8) ile $(+2)$ 'yi çarpmalıyız.

$$(-8) \cdot (+2) = -16$$

★ yerine -16 yazılmalıdır.



Örnek

$[(-2) + (-8)] \cdot [(+6) + (-8)]$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

İşlemlerin öncelik sırasına göre köşeli ayraç içindeki toplama işlemlerini yapıp bulduğumuz sonuçları çarpalım.

$$[(-2) + (-8)] \cdot [(+6) + (-8)] = (-10) \cdot (-2) = +20$$

İşlemin sonucu $+20$ 'dir.

Örnek

$$(-55) \div (-11) =$$

$$(+8) \div (-2) =$$

$$(-14) \div (-7) =$$

$$0 \div (-41) =$$

$$(-10) \div (-1) =$$

$$(+1) \div (-1) =$$

Kutucuklarda verilen işlemlerin sonuçlarının toplamı kaçtır?

Çözüm

Önce işlemleri yapalım.

$$\bullet (-55) \div (-11) = +5$$

$$\bullet (+8) \div (-2) = -4$$

$$\bullet (-14) \div (-7) = +2$$

$$\bullet 0 \div (-41) = 0$$

$$\bullet (-10) \div (-1) = +10$$

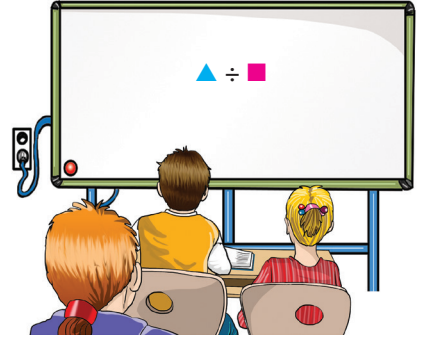
$$\bullet (+1) \div (-1) = -1$$

Şimdi işlemlerin sonuçlarının toplamını bulalım.

$$(+5) + (-4) + (+2) + 0 + (+10) + (-1) = (+17) + (-5) = +12$$

Örnek

Tahtada yazılı olan işlemde ▲ yerine (-60), ■ yerine (+6) yazılırsa işlemin sonucu kaç olur?



Çözüm

İşlemdeki ▲ yerine (-60), ■ yerine (+6) yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\blacktriangle \div \blacksquare \longrightarrow (-60) \div (+6) = -10$$

Örnek

Kalansız bir bölme işleminde bölen (-7), bölüm (-12) ise bölünen kaçtır?

Çözüm

Kalansız bölme işleminde bölen (-7), bölüm (-12) olduğuna göre, işlemi $\blacktriangle \div (-7) = (-12)$ olarak yazabiliriz.

İşlemdeki ▲ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulabilmek için (-7) ile (-12) sayılarını çarpalım.

$$(-12) \cdot (-7) = +84$$

Kalansız bölme işleminde bölünen +84'tür.

Alıştırımlar

1. Aşağıda verilen çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a. $(-8) \cdot (-9) =$

b. $0 \cdot (+5) =$

c. $(+2) \cdot (-1) =$

ç. $(-10) \cdot 0 =$

d. $(+8) \cdot (-1) =$

e. $(+4) \cdot (+14) =$

f. $(-20) \cdot (+4) =$

g. $(-7) \cdot (-4) =$

ğ. $|-3| \cdot |-1| =$

h. $|-6| \cdot (-2) =$

ı. $(+5) \cdot |+6| =$

i. $(+1) \cdot |-4| =$

2. Aşağıda verilen bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a. $(+14) \div (-2) =$

b. $(+6) \div (+6) =$

c. $(-40) \div (-1) =$

ç. $(-24) \div (+4) =$

d. $(-18) \div (+3) =$

e. $(-60) \div (-12) =$

f. $(+80) \div (+16) =$

g. $(+12) \div (-6) =$

ğ. $\frac{-20}{+1} =$

h. $\frac{-15}{-15} =$

ı. $\frac{0}{+7} =$

i. $\frac{-23}{-1} =$

3. Aşağıda verilen işlemlerdeki ▲ yerine uygun tam sayıları yazınız.

a. $(+8) \cdot \blacktriangle = (-88)$

b. $(-7) \cdot (-4) = \blacktriangle$

c. $\blacktriangle \cdot (+3) = (-15)$

ç. $\blacktriangle \cdot (-1) = (+41)$

d. $(+6) \cdot \blacktriangle = (+72)$

e. $(+9) \cdot (-2) = \blacktriangle$

4. Aşağıda verilen çarpma ve bölme tablolarındaki işlemleri örneklerdeki gibi yaparak boş bırakılan yerlere uygun sayıları yazınız.

a.

.	+4	-8	+6	-1
-10				
-5			-30	
-2				
-1				

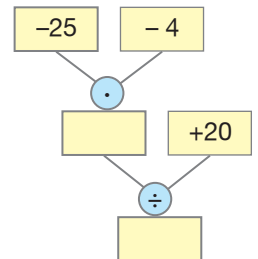
Örnek: $(-5) \cdot (+6) = -30$

b.

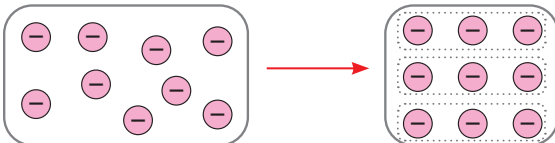
÷	-1	+2	-5	+10
-20				
-40		-20		
+30				
-60				

Örnek: $(-40) \div (+2) = -20$

5. Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak boş bırakılan kutucuklara uygun tam sayıları yazınız.

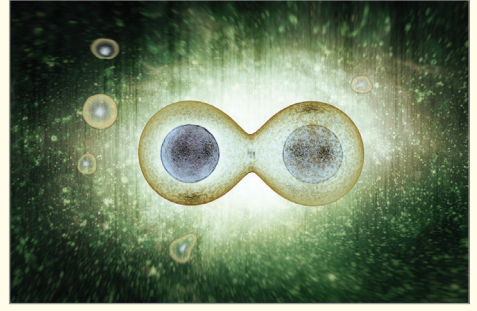


6. Sayma pulları ile aşağıda modellenen işlemi yazınız.



Tam Sayıların Tekrarlı Çarpımı

Bir hücre, her gün 2 parçaya ayrılmaktadır. Yeni oluşan her bir hücre de bir sonraki gün 2 parçaya ayrılmaktadır. Buna göre, 200 günün sonunda oluşacak toplam hücre sayısı kısa yoldan nasıl hesaplanabilir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımı üslü ifade olarak yazılabilir.

$$3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{5 \text{ tane}} \rightarrow 5 \text{ tane } 3 \text{ sayısının tekrarlı çarpımıdır.}$$

3^5 üslü ifadesinde 3 sayısı taban, 5 sayısı kuvvet (üs) olarak adlandırılır.

Etkinlik

- 2 doğal sayısının tekrarlı çarpımlarını örüntü oluşturacak şekilde yazarak yandaki tablonun ilk sütununda boş bırakılan yerleri dolduralım.
- Yazdığımız tekrarlı çarpımları, üslü ifade biçiminde yazarak tablonun ikinci sütununda boş bırakılan yerleri dolduralım ve tabloyu tamamlayalım.
- Tabloyu tamamlarken nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.
- 2 doğal sayısının yerine negatif bir tam sayı seçerek benzer bir tablo oluşturalım.
- Tabloyu oluştururken nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.
- Oluşturduğunuz iki tablodaki benzerlik ve farklılıkları belirtiniz.

Tablo: Tekrarlı Çarpımlar

Tekrarlı Çarpım	Üslü İfade
2	2^1
$2 \cdot 2$	2^2
$2 \cdot 2 \cdot 2$	
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	

$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$$

$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$$

$$(-6) \cdot (-6) =$$

$$(+4) \cdot (+4) =$$

$$(+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) =$$

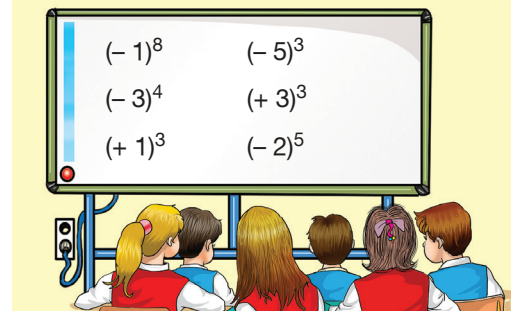
$$(+5) \cdot (+5) \cdot (+5) =$$

Kutucuklarda verilen tekrarlı çarpımları üslü ifade biçiminde yazalım.

- $\underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{3 \text{ tane}} = (-3)^3$
- $\underbrace{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)}_{4 \text{ tane}} = (-1)^4$
- $\underbrace{(-6) \cdot (-6)}_{2 \text{ tane}} = (-6)^2$
- $\underbrace{(+4) \cdot (+4)}_{2 \text{ tane}} = (+4)^2$
- $\underbrace{(+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2)}_{5 \text{ tane}} = (+2)^5$
- $\underbrace{(+5) \cdot (+5) \cdot (+5)}_{3 \text{ tane}} = (+5)^3$

Örnek

Tahtada yazılı olan üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.



Çözüm

- $(-1)^8 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$
- $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$
- $(+1)^3 = (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) = +1$
- $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$
- $(+3)^3 = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = +27$
- $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

Pozitif tam sayıların tek ve çift doğal sayı kuvvetlerinin değeri pozitif bir tam sayıdır. Negatif tam sayıların tek doğal sayı kuvvetlerinin değeri negatif, çift doğal sayı kuvvetlerinin değeri pozitif bir tam sayıdır.

(-1) 'in tek doğal sayı kuvvetlerinin değeri (-1) 'e, çift doğal sayı kuvvetlerinin değeri $(+1)$ 'e eşittir.

$(+1)$ 'in tüm doğal sayı kuvvetlerinin değeri $(+1)$ 'e eşittir.

Örnek

$(-8)^{20}$	$(-7)^{11}$	$(+3)^{40}$	$(+6)^3$	$(-9)^{30}$	$(+4)^{46}$
-------------	-------------	-------------	----------	-------------	-------------

Kutucuklarda verilen üslü ifadelerin değerlerinin işaretlerini belirleyiniz.

Çözüm

• $(-8)^{20} \xrightarrow{\text{Çift}} (+)$ Negatif tam sayı • $(+3)^{40} \xrightarrow{\text{Çift}} (+)$ Pozitif tam sayı • $(-9)^{30} \xrightarrow{\text{Çift}} (+)$ Negatif tam sayı	• $(-7)^{11} \xrightarrow{\text{Tek}} (-)$ Negatif tam sayı • $(+6)^3 \xrightarrow{\text{Tek}} (+)$ Pozitif tam sayı • $(+4)^{46} \xrightarrow{\text{Çift}} (+)$ Pozitif tam sayı
---	--

Örnek



Bir okulda düzenlenen kermesteki ürünlerin fiyatları, matematik etkinlikleri nedeniyle üslü ifade ile belirtilmiştir. Ayşe ile Murat, kermesten 1 pantolon ve 2 çift çorap aldıklarında kaç TL öderler?

Çözüm

Pantolon ve 1 çift çorabın fiyatlarını bulmak için üslü ifadelerin değerlerini belirleyelim.

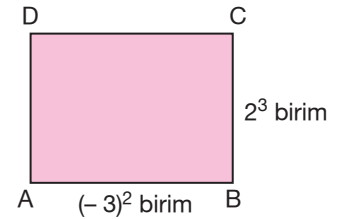
$$(-2)^8 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +256$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

1 pantolonun fiyatı 256 TL, 1 çift çorabın fiyatı 81 TL'dir. Buna göre Ayşe ile Murat, 1 pantolon ve 2 çift çorap aldıklarında $(+256) + 2 \cdot (+81) = 256 + 162 = 418$ TL öderler.

Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninin uzun kenarı $(-3)^2$ birim, kısa kenarı 2^3 birim uzunluğundadır. Buna göre ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu kaç birimdir?



Çözüm

ABCD dikdörtgeninin kenar uzunluklarını belirleyelim.

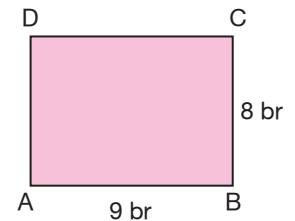
$$\text{Uzun kenar: } (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9 \text{ birim}$$

$$\text{Kısa kenar: } 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ birim}$$

Dikdörtgenin çevre uzunluğu, birer uzun ve kısa kenar uzunluğunun toplamının 2 katına eşittir.

$$\text{Ç} = 2 \cdot (9 + 8) = 2 \cdot 17 = 34 \text{ birim}$$

ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu 34 birimdir.



Örnek

$$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$$

$$2^7$$

Kutucuklarda verilen tekrarlı çarpım ile üslü ifadenin değerleri toplamı $3^{\blacktriangle}$ olduğuna göre $\blacktriangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

Kutucuklarda verilen üslü ifadenin ve tekrarlı çarpımın değerlerini ayrı ayrı bulalım.

$$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

$$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$$

Kutucuklardaki ifadelerin toplamını bulalım.

$$(-125) + 128 = 3$$

Toplam, $3^{\blacktriangle}$ ifadesine eşit olduğuna göre $3^{\blacktriangle}$ ifadesi 3'e eşitlenmelidir. $3^{\blacktriangle} = 3^1$ ise $\blacktriangle$ yerine 1 yazılmalıdır.

Örnek

Yandaki tabloda, bazı üslü ifadeler ve değerleri belirtilmiştir. Buna göre tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken sayıları bulunuz.

Tablo: Üslü İfadeler

Üslü İfade	Değeri
$(-2)^8$	256
$(-1)^9$	-1
$(-1)^{82}$	
$(-3)^5$	

Çözüm

- (-1) 'in çift kuvvetlerinin değeri + 1'dir.

$$(-1)^{82} = +1$$

Yeşil bölgeye +1 yazılmalıdır.

- $(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

Sarı bölgeye -243 yazılmalıdır.

Alıştırımlar

1. Aşağıda verilen tekrarlı çarpımları üslü ifade biçiminde yazınız.

- a. $(+7) \cdot (+7) \cdot (+7) \cdot (+7)$ b. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$ c. $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
ç. $(+5) \cdot (+5) \cdot (+5) \cdot (+5)$ d. $(+1) \cdot (+1) \cdot (+1)$ e. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$

2. Aşağıda verilen üslü ifadelerin değerlerinin işaretini belirleyiniz.

- a. $(-1)^{17}$ b. $(+4)^{14}$ c. $(-1)^{102}$ ç. $(-3)^9$
d. $(-7)^{100}$ e. $(-2)^{1002}$ f. $(+4)^{91}$ g. $(+10)^{18}$

3. Aşağıdaki tablolarda belirtilen işlemleri örneklerdeki gibi yaparak tabloları tamamlayınız.

a.

+	$(-3)^2$	$(-1)^7$	$(-2)^4$	$(+1)^3$
2^8				
$(-1)^4$			17	
$(-2)^3$				

b.

-	$(-1)^6$	$(+1)^3$	$(-2)^1$	$(-4)^3$
3^5				
$(-4)^2$				80
$(-2)^8$				

Örnek: $(-1)^4 + (-2)^4 = 1 + 16 = 17$

Örnek: $(-4)^2 - (-4)^3 = 16 - (-64) = 16 + 64 = 80$

4. Yandaki kutucuklarda verilen ifadelere göre aşağıda istenenleri yapınız.

a. A kutucuğundaki tekrarlı çarpımı üslü ifade biçiminde yazınız.

b. E ile F kutucuklarındaki üslü ifadelerin değerlerinin işaretlerini belirleyiniz.

c. B ile F kutucuklarındaki üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

ç. C ile D kutucuklarındaki ifadelerin değerleri toplamını bulunuz.

d. İfadelerden değeri en küçük olanı belirleyiniz.

e. İfadelerden değeri en büyük olanı belirleyiniz.

$(-7) \cdot (-7)$ A	$(-6)^3$ B	$(-2)^6$ C
$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ D	$(-1)^{126}$ E	$(-3)^5$ F

Tam Sayılarla İlgili Problemler

Bir bebeğin vücut sıcaklığının aniden yükselmesi veya düşmesi, bebeğin hayatını tehlikeye sokabilmektedir. Yani vücut sıcaklığının ani yükselme veya düşme durumu hayati bir önem taşımaktadır. Göstergelerin ani artışının ya da azalışının hayati önem taşıdığı başka alanlar var mıdır? Örnekler veriniz.



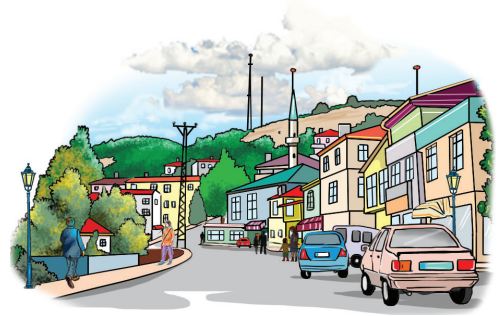
Problem

Bir ilçede, pazartesi günü ortalama hava sıcaklığı 2°C 'tur. Hava sıcaklığı her gün 3°C azaldığına göre ilçede cuma günü ortalama hava sıcaklığı kaç $^{\circ}\text{C}$ olur?

Çözüm

Problemi Anlayalım

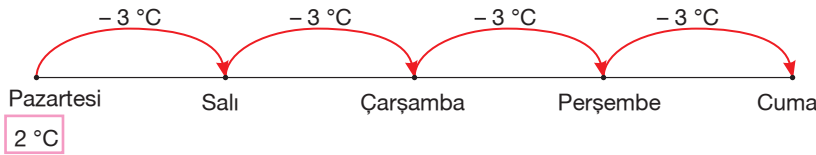
Problemde, bir ilçede pazartesi günkü ortalama hava sıcaklığı ve hava sıcaklığının sonraki her gün 3°C azaldığı belirtilmektedir. Bizden cuma günkü ortalama hava sıcaklığını bulmamız istenmektedir.



Plan Yapalım

İlçede ortalama hava sıcaklığı 2°C iken hava sıcaklığı her gün 3°C azalıyor. Bu durumu modelleyelim ve cuma günkü ortalama hava sıcaklığının kaç $^{\circ}\text{C}$ olduğunu bulalım.

Problemi Çözelim



İlçede, pazartesi gününden cuma gününe kadar sıcaklık 4 kez 3°C azalmaktadır. Bu durumu belirten işlem, $4 \cdot (-3) = -12$ 'dir. Pazartesi günü ortalama hava sıcaklığı $+2^{\circ}\text{C}$ olduğuna göre $(+2)$ ile (-12) 'yi toplayarak ilçede ortalama hava sıcaklığının cuma günü kaç $^{\circ}\text{C}$ olacağını bulabiliriz.

$$(+2) + (-12) = -10$$

İlçede cuma günü ortalama hava sıcaklığı -10°C olur.

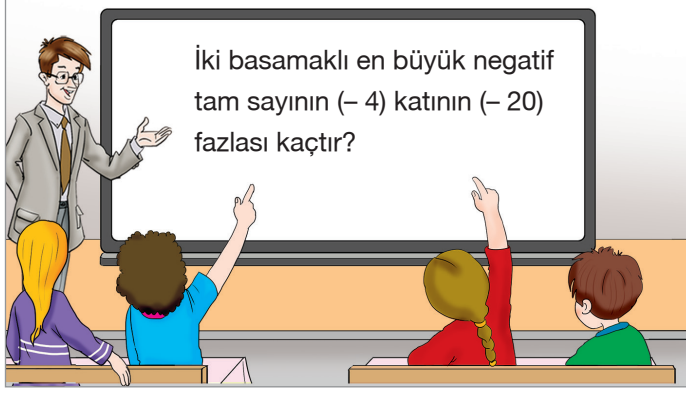
Değerlendirme Yapalım

-10°C 'u dört kez 3°C artıralım. Sonuç, ilçenin pazartesi günkü ortalama hava sıcaklığı olan 2°C 'a eşit olmalıdır.

$$\bullet (-10) + (+3) = -7 \quad \bullet (-7) + (+3) = -4 \quad \bullet (-4) + (+3) = -1 \quad \bullet (-1) + (+3) = +2$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde, iki basamaklı en büyük negatif tam sayının $(- 4)$ katının $(- 20)$ fazlası sorulmaktadır.

Plan Yapalım

Önce iki basamaklı en büyük negatif tam sayıyı belirlemeliyiz. Sonra bu negatif tam sayıyı $- 4$ ile çarpmalıyız. Son olarak çarpıma, $(- 20)$ sayısını eklemeliyiz.

Problemi Çözelim

İki basamaklı en büyük negatif tam sayı $- 10$ 'dur. Önce $(- 10)$ sayısının $(- 4)$ katını bulalım.

$$(-10) \cdot (-4) = + 40$$

Sonra $(+ 40)$ sayısının $(- 20)$ fazlasını bulalım.

$$(+ 40) + (- 20) = + 20$$

İki basamaklı en büyük negatif tam sayının $(- 4)$ katının $(- 20)$ fazlası $(+ 20)$ 'dir.

Değerlendirme Yapalım

$(+ 20)$ tam sayısından $(- 20)$ sayısını çıkaralım. Farkı $(- 4)$ tam sayısına bölelim. Sonuç, en büyük negatif tam sayı olan $- 10$ 'a eşit olmalıdır.

- $(+ 20) - (- 20) = (+ 20) + (+ 20) = + 40$
- $(+ 40) \div (- 4) = - 10$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Cengiz ile Tuncay, ok atmaca oyunu oynuyorlar. Cengiz oyunda 5 kez $(- 2)$ puan, 8 kez $(+ 3)$ puan alıyor. Tuncay ise 9 kez $(- 1)$ puan, 4 kez $(+ 6)$ puan alıyor. Oyun sonunda yüksek puanı alan oyunu kazanacağına göre oyunu kim kazanmıştır?



Çözüm

Problemde, oyun oynayan Cengiz ve Tuncay'ın oyunda aldıkları puanlar belirtilmektedir. Cengiz ve Tuncay'ın, ok atışları sonunda aldıkları puanları ayrı ayrı hesaplayalım.

Cengiz'in puanları $\rightarrow$ 5 kez $(- 2)$ puan: $5 \cdot (- 2) = - 10$ puan

8 kez $(+ 3)$ puan: $8 \cdot (+ 3) = + 24$ puan

Cengiz'in oyun sonundaki puanı, $(-10) + (+24) = +14$ 'tür.

Tuncay'ın puanları $\rightarrow$ 9 kez (-1) puan: $9 \cdot (-1) = -9$

4 kez $(+6)$ puan: $4 \cdot (+6) = +24$

Tuncay'ın oyun sonundaki puanı, $(-9) + (+24) = +15$ 'tir.

$+15 > +14$ olduğundan oyunu Tuncay kazanmıştır.

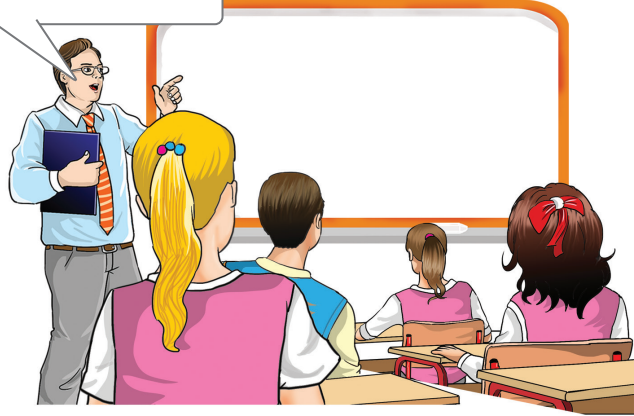
Alıştırımlar

1. Bir dağa tırmanan dağcı, her 100 m yukarıya tırmanışında sıcaklığın 4°C düştüğünü fark ediyor. Dağcı, dağa tırmanmadan önce sıcaklığın 21°C olduğunu belirlediğine göre, 1 km tırmandığında sıcaklık kaç $^{\circ}\text{C}$ olur?



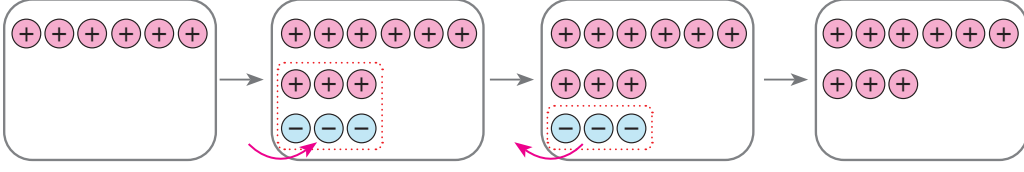
2. Abdullah Bey'in maaşı 21 600 TL'dir. Abdullah Bey, maaşını almadan önce iş yerinden 2 kez 3000 TL'lik, 3 kez de 1500 TL'lik avans almıştır. Ay sonunda Abdullah Bey'e maaşa ek olarak 2800 TL TL prim verildiğine göre Abdullah Bey, avanslar düşüldükten sonra iş yerinden kaç TL almıştır?

3. Bir basamaklı en küçük negatif tam sayının (-3) eksiğinin (-4) katı kaçtır?



4. (-22) sayısının (-3) katının (-7) eksiği kaçtır?
5. Bir firmada 13 kişi çalışmaktadır. Firma sahibi Esat Bey; maaşı 20 000 TL olan 7 kişinin, maaşı 13 500 TL olan 2 kişinin ve maaşı 32 500 TL olan 4 kişinin maaşını ödemiştir. Maaşlar ödenmeden önce kasada 320 000 TL olduğuna göre maaşlar ödendikten sonra kasada kaç TL kalır?

1. Sayma pullarıyla aşağıda modellenen işlemi yazınız.



2. Aşağıda verilen işlemler doğru ise işlemlerin başındaki kutucuğa “D”, yanlış ise “Y” yazınız.

☐ $(-8) \cdot (-1) = +8$

☐ $(+6) \div (-2) = +3$

☐ $6 + 8 + (-6) = +8$

☐ $[(-6) - (-5)] + (-2) = -1$

☐ $(+8) + (-2) = +10$

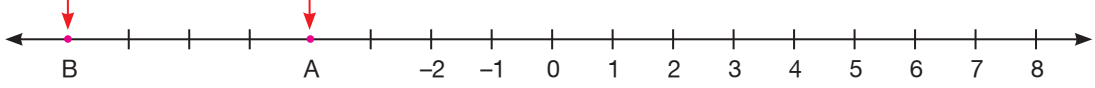
☐ $\frac{-34}{-17} = -2$

☐ $|-3| - (-6) = -18$

☐ $(+7) - (-2) = +9$

☐ $(+28) + (-7) = +21$

- 3.



Sayı doğrusunda A ve B harfleriyle belirtilen tam sayılara göre $(|B| \div A) \cdot (B \cdot A)$ işleminin sonucu kaçtır?

- 4.

$(-7)^{20}$	$(-1)^{41}$	$(-2)^8$	$(-4)^{23}$	$(-13)^{46}$	$(+1)^8$	$(+1)^{21}$	$(-8)^{29}$
-------------	-------------	----------	-------------	--------------	----------	-------------	-------------

Kutucuklarda verilen üslü ifadelerin değerlerinin işaretlerini belirleyiniz.

5. $(-3)^2 + -2^4$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -25

B) -7

C) 7

D) 25

6. En büyük negatif tam sayı hangi tam sayı ile çarpılırsa sonuç + 28 olur?

7. Bir odanın sıcaklığı -7°C 'tur. Oda sıcaklığı her saat 2°C artarsa 6 saat sonra termometre kaç $^\circ\text{C}$ 'u gösterir?

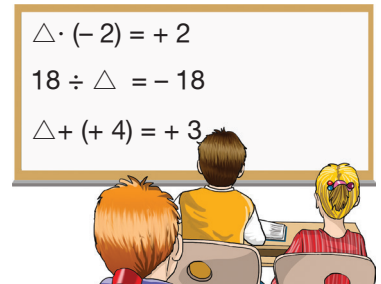
8. Tahtada verilen işlemlerde $\triangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

A) -1

B) 0

C) 1

D) 2



2. Ünite



KONULAR

RASYONEL SAYILAR

- ➔ Rasyonel Sayıları Tanıma ve Sayı Doğrusunda Gösterme
- ➔ Rasyonel Sayılar ile Ondalık Gösterim İlişkisi
- ➔ Rasyonel Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

- ➔ Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri
- ➔ Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri
- ➔ Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler ile Rasyonel Sayıların Kare ve Küpleri
- ➔ Rasyonel Sayılarla İlgili Problemler

Terimler veya Kavramlar

- rasyonel sayılar
- devirli ondalık gösterim

Semboller

- Q, Q^+, Q^-



Hesap makinesi, icat edildiği ilk zamanlarda sadece dört işlem yapabilen, daha sonraları ise geliştirilerek her türlü sayı ile işlem yapar duruma getirilen elektronik bir araçtır.

Hesap makinesi ile işlem yaparken tuşların anlamını ve yaptığı işlemi bilmek gerekir. Şimdi yeni üretilen bütün bilgisayarlarda, telefonlarda ve tabletlerde hesap makinesi yer almaktadır.

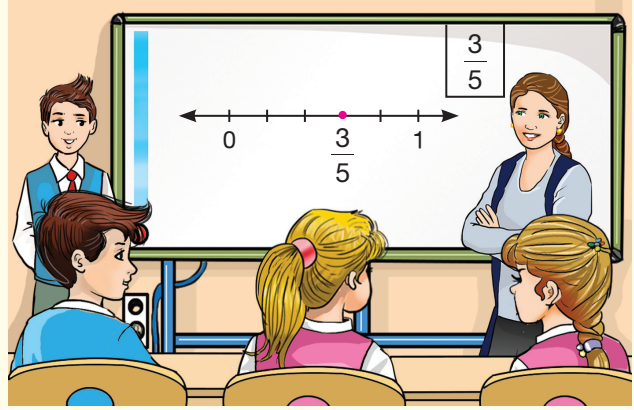
$\frac{1}{5}$ ve $\frac{1}{3}$ sayılarının hesap makinesi ile nasıl toplanabileceğini gösterelim.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \rightarrow 5 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{x} = 0,5333333...$$

<http://www.bilimtekniik.tubitak.gov.tr/search/site/hesap%20makinesi> adresinden yararlanılarak düzenlenmiştir.

Rasyonel Sayıları Tanıma ve Sayı Doğrusunda Gösterme

Öğretmeni, Selim'den tahtaya yazdığı kesri sayı doğrusunda göstermesini istedi. Selim de, öğretmenin istediğini tahtadaki gibi yaptı. Öğretmeni, Selim'den $-\frac{3}{5}$ sayısını sayı doğrusunda göstermesini isteseydi Selim, öğretmenin istediğini yapabilmek için nasıl bir yol izlerdi? Açıklayınız.

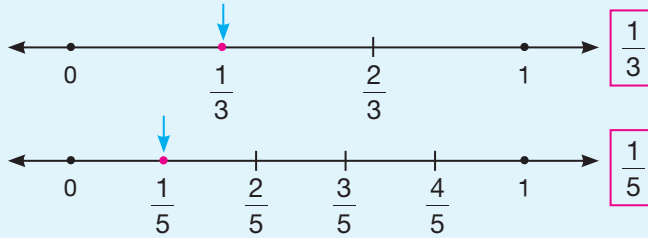


Hatırlatma

- Bir tam sayılı kesir, bileşik kesre dönüştürülürken payda aynen yazılır. Kesrin tam kısmı ile payda çarpılır, çarpıma pay eklenir ve sonuç paya yazılır.

$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

- Birim kesirler, sayı doğrusunda 0 ile 1 arasında yer alır.



a, b tam sayı ve b sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

Rasyonel sayılar $\frac{-a}{b}$, $\frac{a}{-b}$ ve $-\frac{a}{b}$ gibi farklı biçimlerde yazılabilir.

$$\frac{8}{10}$$

$$\frac{-4}{5}$$

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{12}{-15}$$

$$-\frac{8}{10}$$

$$\frac{28}{-16}$$

Kutucuklarda verilen rasyonel sayıların en sade hâllerini yazıp değerleri eşit olanları belirleyelim.

$-\frac{4}{5}$ ve $\frac{4}{7}$ rasyonel sayıları, en sade hâldedir. Diğer rasyonel sayıların en sade hâllerini yazalım.

$$\bullet \frac{8}{10} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$$

$$\bullet \frac{12}{-15} = \frac{12 \div 3}{-15 \div 3} = \frac{4}{-5}$$

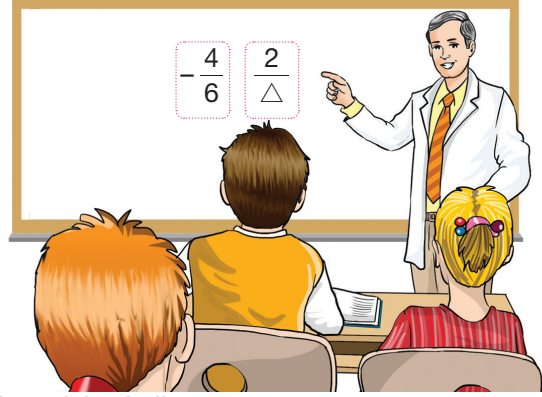
$$\bullet -\frac{8}{10} = -\frac{8 \div 2}{10 \div 2} = -\frac{4}{5}$$

$$\bullet \frac{28}{-16} = \frac{28 \div 4}{-16 \div 4} = \frac{7}{-4}$$

$-\frac{4}{5}, \frac{4}{-5}$ ve $-\frac{4}{5}$ rasyonel sayılarının değerleri eşittir.

Örnek

Tahtadaki iki rasyonel sayının değeri eşit olduğuna göre $\triangle$ yerine kaç yazılmalıdır?



Çözüm

Önce $-\frac{4}{6}$ rasyonel sayısını, payı 2 olacak şekilde sadeleştirelim.

$$-\frac{4}{6} = -\frac{4 \div 2}{6 \div 2} = -\frac{2}{3} = \frac{2}{-3}$$

$\frac{2}{-3} = \frac{2}{\triangle}$ olduğuna göre $\triangle$ yerine -3 yazılmalıdır.

Her tam sayı, paydası 1 olan rasyonel sayıdır.

Örnek

-7 -3 $+10$ $+4$ -1 -8

Kutucuklarda verilen tam sayıları, rasyonel sayı biçiminde yazınız.

Çözüm

$$\bullet -7 = \frac{-7}{1} = -\frac{7}{1} = \frac{7}{-1}$$

$$\bullet -3 = \frac{-3}{1} = -\frac{3}{1} = \frac{3}{-1}$$

$$\bullet +10 = \frac{+10}{1} = +\frac{10}{1} = \frac{10}{+1}$$

$$\bullet +4 = \frac{+4}{1} = +\frac{4}{1} = \frac{4}{+1}$$

$$\bullet -1 = \frac{-1}{1} = -\frac{1}{1} = \frac{1}{-1}$$

$$\bullet -8 = \frac{-8}{1} = -\frac{8}{1} = \frac{8}{-1}$$

Rasyonel sayılar kümesi, Q sembolü ile gösterilir. Rasyonel sayılar kümesi, **negatif rasyonel sayılar, sıfır ve pozitif rasyonel sayılar** olmak üzere üç bölümden oluşur.

Negatif rasyonel sayılar, sayı doğrusunda sıfırın solunda; pozitif rasyonel sayılar, sıfırın sağında yer alır.

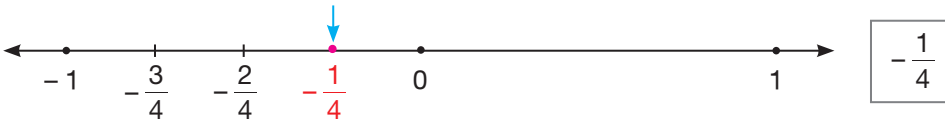
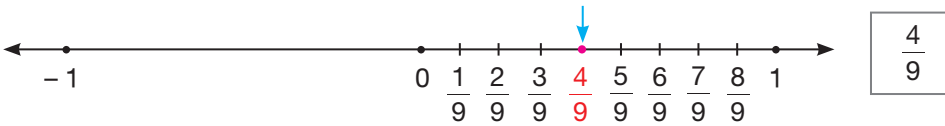
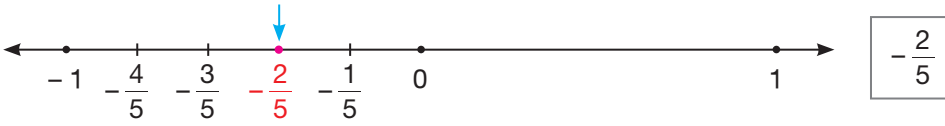
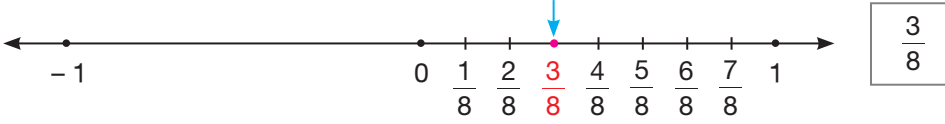
Negatif rasyonel sayılar kümesi Q^- , pozitif rasyonel sayılar kümesi Q^+ sembolü ile gösterilir.

Örnek

$\frac{3}{8}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{4}{9}$ ve $-\frac{1}{4}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.

Çözüm

$\frac{3}{8}$ ve $\frac{4}{9}$ rasyonel sayıları sayı doğrusunda 0 ile 1 arasında, $-\frac{2}{5}$ ve $-\frac{1}{4}$ rasyonel sayıları ise -1 ile 0 arasındadır. Rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterelim.



Örnek

$\frac{7}{3}$, $-\frac{5}{4}$, $\frac{8}{5}$ ve $-\frac{17}{6}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.

Çözüm

Rasyonel sayıları, tam kısmı olacak şekilde yazalım.

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

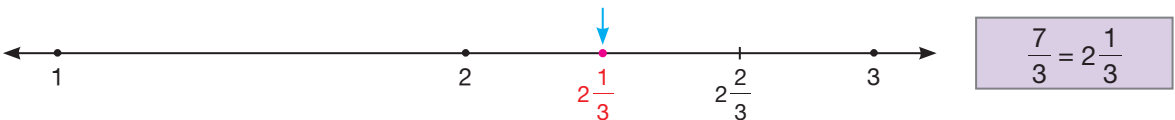
$$-\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}$$

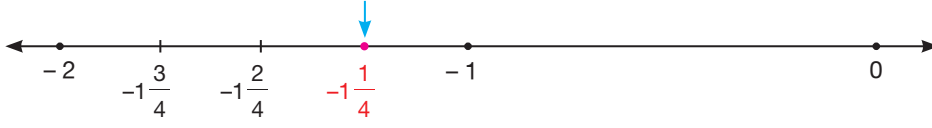
$$\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$-\frac{17}{6} = -2\frac{5}{6}$$

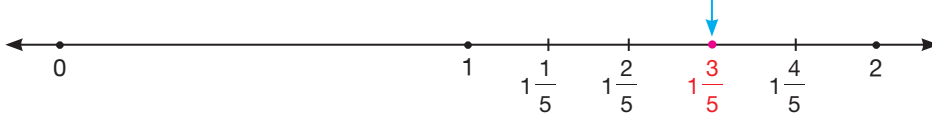
$2\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı sayı doğrusunda 2 ile 3 arasında, $-1\frac{1}{4}$ rasyonel sayısı -1 ile -2 arasında, $1\frac{3}{5}$ rasyonel sayısı 1 ile 2 arasında ve $-2\frac{5}{6}$ rasyonel sayısı -2 ile -3 arasındadır.

Rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterelim.

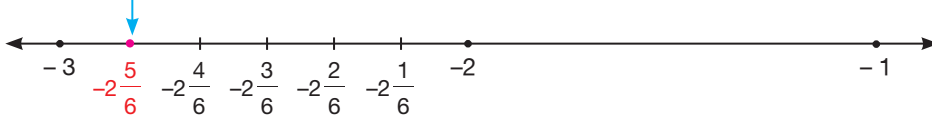




$$-\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}$$

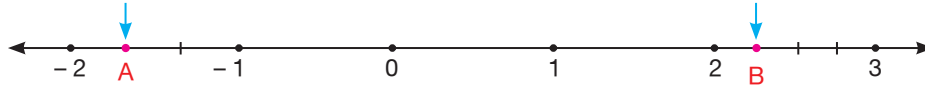


$$\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$



$$-\frac{17}{6} = -2\frac{5}{6}$$

Örnek



Yukarıdaki sayı doğrusunda A ve B harfleri ile belirtilen rasyonel sayıları bulunuz.

Çözüm

A harfi ile belirtilen rasyonel sayı -1 ile -2 arasındadır. Sayı doğrusunda, -1 ile -2 arası üç eş parçaya ayrılmıştır ve ikinci parçası işaretlenmiştir. Bu durumda A ile belirtilen rasyonel sayı $-1\frac{2}{3}$ olur.

B harfi ile belirtilen rasyonel sayı 2 ile 3 arasındadır. 2 ile 3 arası dört eş parçaya ayrılmıştır ve birinci parçası işaretlenmiştir. Bu durumda B harfi ile belirtilen rasyonel sayı $2\frac{1}{4}$ olur.

Alıştırmalar

1. $-\frac{3}{5}$ rasyonel sayısını farklı biçimlerde yazarak sayı doğrusunda gösteriniz.

2. $\frac{6}{-8}$ ile $\frac{-3}{\triangle}$ rasyonel sayıları eşittir. Buna göre $\triangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

3.

-6

-1

-16

+3

-20

+5

+11

Kutucuklardaki tam sayıları, rasyonel sayı biçiminde yazınız.

4. Q^+ ve Q^- kümelerinde bulunan üçer adet rasyonel sayı yazınız.

Rasyonel Sayılar ile Ondalık Gösterim İlişkisi



İnsanların yüzlerinde, el parmaklarında, kollarında ve DNA'larındaki bazı ölçülerin birbirlerine oranlanmasıyla altın oran elde edilir. Aynı orana; kar kristallerinde, deniz kabuğunda, çam kozalağında, salyangozda, ayçiçeğinde ve eğrelti otunda da rastlanır. Altın oran, bazı kaynaklarda yaklaşık $\frac{233}{144}$ veya $\frac{377}{233}$ olarak alınırken bazı kaynaklarda ise yaklaşık 1,618 olarak alınmaktadır. Altın oran olarak ifade edilen $\frac{233}{144}$, $\frac{377}{233}$ ve 1,618 sayılarının arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

Hatırlatma

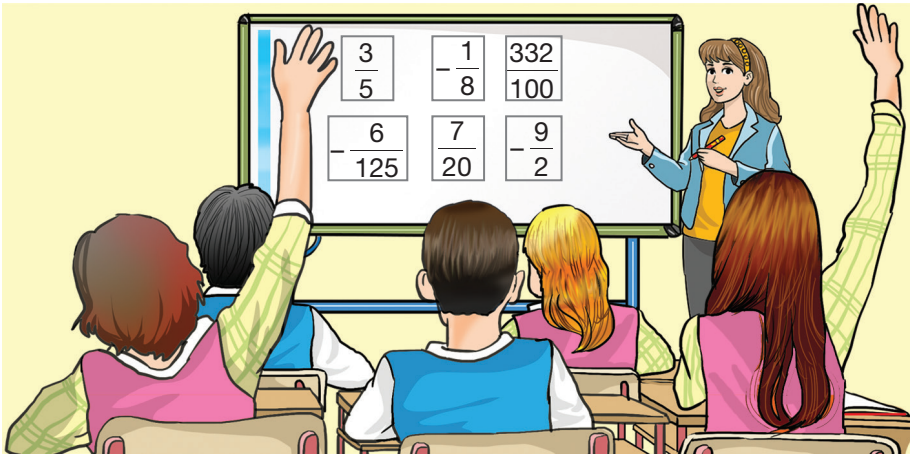
Kesirler; payı, paydasına bölünerek ondalık gösterim biçiminde ifade edilebilirler.

$$\frac{1}{20} = 0,05$$

100	20
- 100	0,05
000	

Rasyonel Sayıları Ondalık Gösterimle İfade Etme

Bazı rasyonel sayıların paydaları 10'un kuvvetleri şeklinde yazılarak rasyonel sayılar ondalık gösterimle ifade edilebilir. Eğer edilemiyor ise pay, paydaya bölünerek rasyonel sayılar ondalık gösterimle ifade edilir.



Tahtada belirtilen rasyonel sayıları, iki farklı yolu kullanarak ondalık gösterimle ifade edelim.

$$\bullet \frac{3}{5}$$

1. yol: Pay ve paydayı 2 ile çarpalım.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} = 0,6$$

2. yol: Payı, paydaya bölerek rasyonel sayıyı ondalık gösterimle ifade edelim.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 5} \\ - 30 \overline{) 0,6} \\ \hline 00 \end{array} \quad \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\bullet -\frac{1}{8}$$

1. yol: Pay ve paydayı 125 ile çarpalım.

$$-\frac{1}{8} = -\frac{1 \cdot 125}{8 \cdot 125} = -\frac{125}{1000} = -0,125$$

2. yol:

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 8} \\ - 8 \overline{) 0,125} \\ \hline 020 \\ - 16 \overline{) 040} \\ \hline 040 \\ - 40 \overline{) 00} \\ \hline 00 \end{array} \quad -\frac{1}{8} = -0,125$$

$$\bullet \frac{332}{100}$$

1. yol: Rasyonel sayının paydası 10'un kuvvetidir. Rasyonel sayıyı ondalık gösterimle ifade edelim.

$$\frac{332}{100} = 3,32$$

2. yol:

$$\begin{array}{r} 332 \overline{) 100} \\ - 300 \overline{) 3,32} \\ \hline 0320 \\ - 300 \overline{) 0200} \\ \hline 0200 \\ - 200 \overline{) 000} \\ \hline 000 \end{array} \quad \frac{332}{100} = 3,32$$

$$\bullet -\frac{6}{125}$$

1. yol: Pay ve paydayı 8 ile çarpalım.

$$-\frac{6}{125} = -\frac{6 \cdot 8}{125 \cdot 8} = -\frac{48}{1000} = -0,048$$

2. yol:

$$\begin{array}{r} 600 \overline{) 125} \\ - 500 \overline{) 0,048} \\ \hline 1000 \\ - 1000 \overline{) 0000} \\ \hline 0000 \end{array} \quad -\frac{6}{125} = -0,048$$

$$\bullet \frac{7}{20}$$

1. yol: Pay ve paydayı 5 ile çarpalım.

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35$$

2. yol:

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 20} \\ - 60 \overline{) 0,35} \\ \hline 100 \\ - 100 \overline{) 000} \\ \hline 000 \end{array} \quad \frac{7}{20} = 0,35$$

$$\bullet -\frac{9}{2}$$

1. yol: Pay ve paydayı 5 ile çarpalım.

$$-\frac{9}{2} = -\frac{9 \cdot 5}{2 \cdot 5} = -\frac{45}{10} = -4,5$$

2. yol:

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 2} \\ - 8 \overline{) 4,5} \\ \hline 10 \\ - 10 \overline{) 00} \\ \hline 00 \end{array} \quad -\frac{9}{2} = -4,5$$

Ondalık kısmında tekrar eden sayıların olduğu ondalık gösterimlere, **devirli ondalık gösterimler** denir.

a, b devirli ondalık gösterimindeki b, tekrar eden rakamdır ve bu rakam, üzerine çizgi konularak belirtilir.

Örnek

$$-\frac{11}{3}$$

$$\frac{25}{3}$$

$$-\frac{7}{11}$$

$$\frac{82}{11}$$

$$-\frac{23}{9}$$

$$\frac{17}{9}$$

Kutucuklardaki rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade ediniz.

Çözüm

Verilen rasyonel sayıların paydası 10'un herhangi bir kuvveti şeklinde yazılamaz. Bundan dolayı rasyonel sayının payını paydasına bölerek rasyonel sayıyı ondalık gösterimle ifade edelim.

• $-\frac{11}{3}$

$$\begin{array}{r} 11 \overline{)3} \\ -9 \\ \hline 020 \\ -18 \\ \hline 020 \\ -18 \\ \hline 020 \\ -18 \\ \hline 02 \end{array}$$

$$-\frac{11}{3} = -3,666... = -3,\overline{6}$$

• $\frac{25}{3}$

$$\begin{array}{r} 25 \overline{)3} \\ -24 \\ \hline 010 \\ -9 \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{25}{3} = 8,33... = 8,\overline{3}$$

• $-\frac{7}{11}$

$$\begin{array}{r} 70 \overline{)11} \\ -66 \\ \hline 040 \\ -33 \\ \hline 070 \\ -66 \\ \hline 040 \\ -33 \\ \hline 07 \end{array}$$

$$-\frac{7}{11} = -0,6363... = -0,\overline{63}$$

• $\frac{82}{11}$

$$\begin{array}{r} 82 \overline{)11} \\ -77 \\ \hline 050 \\ -44 \\ \hline 060 \\ -55 \\ \hline 050 \\ -44 \\ \hline 060 \\ -55 \\ \hline 05 \end{array}$$

$$\frac{82}{11} = 7,4545... = 7,\overline{45}$$

• $-\frac{23}{9}$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{)9} \\ -18 \\ \hline 050 \\ -45 \\ \hline 050 \\ -45 \\ \hline 050 \\ -45 \\ \hline 05 \end{array}$$

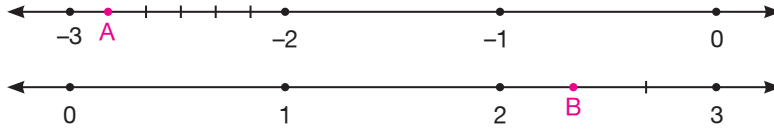
$$-\frac{23}{9} = -2,555... = -2,\overline{5}$$

• $\frac{17}{9}$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{)9} \\ -9 \\ \hline 80 \\ -72 \\ \hline 080 \\ -72 \\ \hline 080 \\ -72 \\ \hline 08 \end{array}$$

$$\frac{17}{9} = 1,888... = 1,\overline{8}$$

Örnek



Yukarıdaki sayı doğrularında A ve B harfleriyle belirtilen rasyonel sayıları ondalık gösterim ile ifade ediniz.

Çözüm

Sayı doğrusunda A harfi ile belirtilen rasyonel sayı $-2\frac{5}{6}$, B harfi ile belirtilen rasyonel sayı ise $2\frac{1}{3}$ 'tür.

$-2\frac{5}{6}$ ve $2\frac{1}{3}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim ile ifade edelim.

$$\bullet -2\frac{5}{6} = -\frac{2 \cdot 6 + 5}{6} = -\frac{17}{6}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 6} \\ - 12 \\ \hline 050 \\ - 48 \\ \hline 020 \\ - 18 \\ \hline 020 \\ - 18 \\ \hline 020 \\ - 18 \\ \hline 020 \\ \vdots \end{array}$$

$$-2\frac{5}{6} = -\frac{17}{6} = -2,833... = -2,8\overline{3}$$

$$\bullet 2\frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ - 6 \\ \hline 10 \\ - 9 \\ \hline 10 \\ - 9 \\ \hline 1 \\ \vdots \end{array}$$

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2,33... = 2,\overline{3}$$

Devirli Olmayan ve Devirli Ondalık Gösterimleri Rasyonel Sayı Olarak İfade Etme

Devirli olmayan ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak ifade edilirken sayı, paydası 10'un kuvveti olan bir rasyonel sayı biçiminde yazılır. Sonra gerekirse sadeleştirme yapılır.

Örnek

8,7; 3,26 ve 0,281 ondalık gösterimlerini, rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

Çözüm

1. yol

$$8,7 = \frac{87}{10} \quad \leftarrow 1 \text{ adet 0 var.}$$

Virgülden sonra
1 basamak var.

2. yol

Ondalık gösterimdeki ondalık kısmı, paydası 10 olan rasyonel sayı biçiminde yazalım ve 8,7 ondalık gösterimini, rasyonel sayı olarak ifade edelim.

$$\begin{aligned} 8,7 &= 8 + 0,7 \\ &= 8 + \frac{7}{10} \\ &= 8\frac{7}{10} = \frac{87}{10} \end{aligned}$$

1. yol

$$3,26 = \frac{326}{100} \quad \leftarrow 2 \text{ adet 0 var.}$$

Virgülden sonra
2 basamak var.

2. yol

Ondalık gösterimdeki ondalık kısmı, paydası 100 olan rasyonel sayı biçiminde yazalım ve 3,26 ondalık gösterimini, rasyonel sayı olarak ifade edelim. Sonra sadeleştirme yapalım.

$$\begin{aligned} 3,26 &= 3 + 0,26 \\ &= 3 + \frac{26}{100} \\ &= 3\frac{26}{100} = \frac{326}{100} = \frac{163}{50} \end{aligned}$$

$$0,281 = \frac{281}{1000} \leftarrow 3 \text{ adet 0 var.}$$

Virgülden sonra
3 basamak var.

Örnek

0,03; -1,28 ve -1,124 ondalık gösterimlerini rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

Çözüm

$$\bullet 0,03 = \frac{3}{100} \leftarrow 2 \text{ adet 0 var.}$$

Virgülden sonra
2 basamak var.

$$\bullet -1,28 = -\frac{128}{100} \leftarrow 2 \text{ adet 0 var.}$$

Virgülden sonra
2 basamak var.

$$\bullet -1,124 = -\frac{1124}{1000} \leftarrow 3 \text{ adet 0 var.}$$

Virgülden sonra
3 basamak var.

- Devirli ondalık gösterimler $\frac{a}{b}$ (a ile b tam sayı ve b, sıfırdan farklı) şeklinde yazılabilir. Bundan dolayı devirli ondalık gösterimler birer rasyonel sayıdır.
- Devirli ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak ifade edilirken önce virgül yokmuş gibi sayı yazılır. Devreden sayı kapatılarak virgül dikkate alınmadan kalan kısım sayıdan çıkarılır ve sonuç payaya yazılır. Paydaya, ondalık kısımdaki devreden her rakam için 9, devretmeyen her rakam için 0 yazılır.

Devirli ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak ifade edilir. Devirli ondalık gösterimlerin rasyonel sayı olarak ifade ediliş şekli aşağıda verilmiştir:

$$\text{Devirli ondalık gösterim} = \frac{\text{Sayının tamamı} - \text{Devretmeyen sayı}}{\text{Virgülden sonra, devreden her rakam için 9 ve devretmeyen her rakam için 0 yazılır.}}$$

Örnek

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a. $3,\overline{8}$

b. $12,\overline{46}$

c. $8,\overline{94}$

ç. $0,6\overline{12}$

d. $1,\overline{241}$

e. $6,5\overline{18}$

Çözüm

a. $3,\overline{8} = \frac{38-3}{9} = \frac{35}{9}$

Virgülden sonra 1 adet devreden rakam var. 1 adet 9 var.

b. $12,\overline{46} = \frac{1246-12}{99} = \frac{1234}{99}$

Virgülden sonra 2 adet devreden rakam var. 2 adet 9 var.

c. $8,\overline{94} = \frac{894-89}{90} = \frac{805}{90} = \frac{161}{18}$

Virgülden sonra 1 adet devretmeyen rakam var. 1 adet devreden rakam var. 1 adet 0 var. 1 adet 9 var.

ç. $0,\overline{612} = \frac{612-6}{990} = \frac{606}{990} = \frac{101}{165}$

Virgülden sonra 1 adet devretmeyen rakam var. 2 adet 9 var. 1 adet 0 var. Virgülden sonra 2 adet devreden rakam var.

d. $1,\overline{241} = \frac{1241-1}{999} = \frac{1240}{999}$

Virgülden sonra 3 adet devreden rakam var. 3 adet 9 var.

e. $6,\overline{518} = \frac{6518-651}{900} = \frac{5867}{900}$

Virgülden sonra 2 adet devretmeyen rakam var. 1 adet 9 var. 2 adet 0 var. Virgülden sonra 1 adet devreden rakam var.

Alıştırmalar

1. Yandaki tabloda, bazı rasyonel sayılar verilmiştir. Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade ederek tablodaki uygun renkli bölgelere yazınız.

Tablo: Rasyonel Sayılar

Rasyonel Sayılar	Ondalık Gösterim İle İfadesi
$-\frac{3}{5}$	
$-3\frac{2}{3}$	
$\frac{7}{6}$	
$\frac{4}{25}$	

2. Verilen ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a. $-8,241$

b. $4,13$

c. $6,\overline{125}$

ç. $13,\overline{61}$

d. $-0,07$

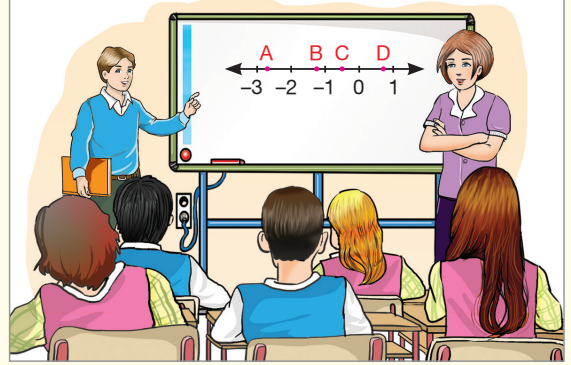
e. $3,\overline{2}$

f. $-7,9$

g. $9,\overline{102}$

Rasyonel Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama

Ayşe Öğretmen, tahtaya bir sayı doğrusu çizdi ve sayı doğrusunda A, B, C ve D harfleriyle belirtilen rasyonel sayıların değerlerinin bulunamayacağını söyledi. Buna rağmen Emin'den A, B, C ve D harfleriyle belirtilen rasyonel sayıları sıralamasını istedi. Emin sıralama yaparken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.



Hatırlatma

1. Paydaları eşit olan kesirlerden payı küçük olan diğerlerinden küçüktür.
$$\frac{3}{11} < \frac{5}{11} < \frac{7}{11}$$
2. Payları eşit olan kesirlerden paydası küçük olan diğerlerinden büyüktür.
$$\frac{5}{2} > \frac{5}{4} > \frac{5}{7}$$
3. Kesirler karşılaştırılırken sıfıra, yarıma ve bütüne olan yakınlıkları dikkate alınabilir.

Rasyonel sayılar karşılaştırılırken veya sıralanırken sayıların; paydalarının eşit olma durumu, paylarının eşit olma durumu, negatif veya pozitif olma durumu, rasyonel sayılara yakın olan tam sayıların belirlenme durumu gibi durumlar incelenebilir.

$\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{25}$, $\frac{1}{10}$ ve $\frac{1}{2}$ rasyonel sayılarını birbirleriyle karşılaştıralım ve küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$-\frac{1}{25}$ rasyonel sayısı negatif olduğundan pozitif rasyonel sayılardan küçüktür.

$$-\frac{1}{25} < \frac{1}{5}$$

$$-\frac{1}{25} < \frac{1}{10}$$

$$-\frac{1}{25} < \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ ve $\frac{1}{2}$ rasyonel sayılarının payları 1'dir. Buna göre rasyonel sayıları birbirleriyle karşılaştıralım.

$$\frac{1}{10} < \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{10} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$$

Verilen pozitif rasyonel sayılar, $\frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ şeklinde sıralanır.

Rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$-\frac{1}{25} < \frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2}$$

Negatif rasyonel sayılar karşılaştırılırken ve sıralanırken önce işaretler dikkate alınmadan karşılaştırma ve sıralama yapılabilir. Sonra karşılaştırma sembollerinin yönü değiştirilir.

Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan payı büyük olan diğerlerinden büyüktür.

Örnek

$-\frac{3}{7}$, $-\frac{5}{14}$, $\frac{11}{21}$ ve $-\frac{9}{2}$ rasyonel sayılarını birbirleriyle karşılaştırınız ve büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

$\frac{11}{21}$ rasyonel sayısı pozitif olduğundan negatif rasyonel sayılardan büyüktür.

$$\frac{11}{21} > -\frac{3}{7}$$

$$\frac{11}{21} > -\frac{5}{14}$$

$$\frac{11}{21} > -\frac{9}{2}$$

$-\frac{3}{7}$, $-\frac{5}{14}$ ve $-\frac{9}{2}$ rasyonel sayılarının paydalarını 14'te eşitleyelim.

$$-\frac{3}{7} = \frac{-3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = -\frac{6}{14}$$

$$-\frac{9}{2} = \frac{-9 \cdot 7}{2 \cdot 7} = -\frac{63}{14}$$

İşaretleri dikkate almadan rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$\begin{array}{ccc} \frac{5}{14} & < & \frac{6}{14} < \frac{63}{14} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \frac{5}{14} & < & \frac{3}{7} < \frac{9}{2} \end{array}$$

Rasyonel sayılar negatif olduğundan sıralama değişir ve $-\frac{5}{14} > -\frac{3}{7} > -\frac{9}{2}$ şeklinde olur. Rasyonel sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$$\frac{11}{21} > -\frac{5}{14} > -\frac{3}{7} > -\frac{9}{2}$$

Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan paydası büyük olan diğerlerinden küçüktür.

Örnek

$\frac{1}{3}$, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{3}{11}$ ve $\frac{6}{7}$ rasyonel sayılarını birbirleriyle karşılaştırınız ve küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Rasyonel sayıların paylarını 6'da eşitleyelim.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{6}{18}$$

$$-\frac{2}{5} = -\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = -\frac{6}{15}$$

$$-\frac{3}{11} = -\frac{3 \cdot 2}{11 \cdot 2} = -\frac{6}{22}$$

Önce negatif olan iki rasyonel sayıyı karşılaştıralım.

$-\frac{6}{15}$ ve $-\frac{6}{22}$ rasyonel sayılarının işaretlerini dikkate almadan sayıları karşılaştıralım. $\frac{6}{15} > \frac{6}{22}$

Rasyonel sayılar negatif olduğundan karşılaştırma $-\frac{6}{15} < -\frac{6}{22} \Rightarrow -\frac{2}{5} < -\frac{3}{11}$ şeklinde olur.

Şimdi, $\frac{6}{18}$ ve $\frac{6}{7}$ pozitif rasyonel sayılarını karşılaştıralım.

$$\frac{6}{18} < \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{6}{7}$$

Negatif rasyonel sayılar, her zaman pozitif rasyonel sayılardan küçüktür. Buna göre rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$-\frac{2}{5} < -\frac{3}{11} < \frac{1}{3} < \frac{6}{7}$$

Örnek

$-3\frac{2}{11}$, $-\frac{7}{8}$, $-\frac{1}{17}$ ve $-\frac{40}{3}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Rasyonel sayıları, yakın oldukları tam sayıları dikkate alarak birbirleriyle karşılaştıralım.

$-3\frac{2}{11}$ sayısı -3 'e, $-\frac{7}{8}$ sayısı -1 'e, $-\frac{1}{17}$ sayısı 0 'a ve $-\frac{40}{3} = -13\frac{1}{3}$ sayısı -13 'e yakındır.

Rasyonel sayıları, yakın oldukları tam sayıların sayı doğrusundaki yerlerini dikkate alarak büyükten küçüğe doğru sıralayalım. $-\frac{1}{17} > -\frac{7}{8} > -3\frac{2}{11} > -13\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{17} > -\frac{7}{8} > -3\frac{2}{11} > -\frac{40}{3}$

Rasyonel sayılar karşılaştırılırken veya sıralanırken ondalık gösterim ile ifade edilebilir.

Örnek

$-\frac{1}{5}$, $\frac{5}{6}$, $-\frac{11}{3}$ ve $\frac{4}{11}$ rasyonel sayılarını birbirleriyle karşılaştırınız ve küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Rasyonel sayıları ondalık gösterim ile ifade edelim.

$$\bullet -\frac{1}{5} = -0,2 \quad \bullet \frac{5}{6} = 0,8\bar{3} \quad \bullet -\frac{11}{3} = -3,6\bar{6} \quad \bullet \frac{4}{11} = 0,3\bar{6}$$

$-3,6\bar{6} < -0,2 < 0,3\bar{6} < 0,8\bar{3}$ olduğundan sıralama $-\frac{11}{3} < -\frac{1}{5} < \frac{4}{11} < \frac{5}{6}$ şeklinde yapılır.

Sayı doğrusu üzerindeki her rasyonel sayı; sağ tarafındaki sayılardan küçük, sol tarafındaki sayılardan büyüktür.

Örnek

$-\frac{21}{5}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{8}{3}$ ve $\frac{3}{2}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda göstererek büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

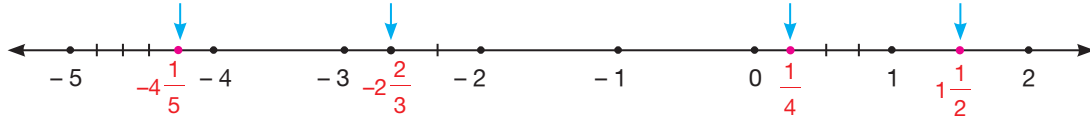
$-\frac{21}{5}$, $-\frac{8}{3}$ ve $\frac{3}{2}$ rasyonel sayılarını tam kısmı olacak şekilde yazalım.

$$-\frac{21}{5} = -4\frac{1}{5}$$

$$-\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterelim.



Sayı doğrusundaki sayılar sola doğru gidildikçe küçülür. Rasyonel sayıları, sayı doğrusundaki yerlerine göre büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$$1\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > -2\frac{2}{3} > -4\frac{1}{5}$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$\frac{3}{2} > \frac{1}{4} > -\frac{8}{3} > -\frac{21}{5}$$

Örnek

$\frac{7}{4}$, $\frac{8}{11}$ ve $\frac{2}{3}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim ile ifade ediniz ve ondalık gösterimleri karşılaştırıp sıralayınız.

Çözüm

$\frac{7}{4}$, $\frac{8}{11}$ ve $\frac{2}{3}$ rasyonel sayılarını, ondalık gösterim ile ifade edelim.

$$\bullet \frac{7}{4} = 1,75 \quad \bullet \frac{8}{11} = 0, \overline{72} \quad \bullet \frac{2}{3} = 0, \overline{6}$$

Ondalık gösterimleri ve rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$0, \overline{6} < 0, \overline{72} < 1,75 \longrightarrow \frac{2}{3} < \frac{8}{11} < \frac{7}{4}$$

Alıştırımlar

1. Harflerle belirtilen yandaki kutucuklarda verilen ifadelerle göre aşağıda istenenleri yapınız.

$-\frac{5}{6}$ A	$-\frac{1}{8}$ B
$\frac{35}{9}$ C	$12,37$ D
$\frac{3}{16}$ E	$-\frac{23}{18}$ F

- a. A ile B kutucuklarındaki rasyonel sayıları karşılaştırınız.
b. C, D ve E kutucuklarındaki rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
c. A ile F kutucuklarındaki rasyonel sayıları karşılaştırınız.
ç. B ile E kutucuklarındaki rasyonel sayıları karşılaştırınız.
d. A, C ve F kutucuklarındaki rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
e. Kutucuklardaki en büyük ve en küçük rasyonel sayıyı bulunuz.

2.

$$-\frac{1}{2} < \frac{\triangle}{16} < -\frac{1}{8}$$

Kutucuktaki sıralamada $\triangle$ yerine hangi tam sayılar yazılabilir?

3. Aşağıda verilen rasyonel sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

a. $\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{7}$

b. $\frac{13}{6}, -\frac{21}{2}, -\frac{4}{5}$

c. $-\frac{7}{2}, -\frac{14}{9}, -\frac{28}{3}$

ç. $-\frac{17}{30}, -\frac{2}{15}, \frac{23}{6}$

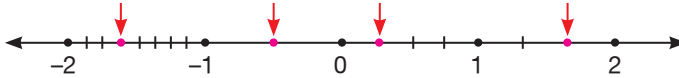
d. $-\frac{8}{3}, -\frac{21}{11}, -\frac{5}{7}$

e. $-\frac{11}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{27}{5}$

4. A madeni: $\frac{3}{40}$ TL B madeni: 28,65 TL C madeni: $\frac{12}{5}$ TL D madeni: $3\frac{2}{5}$ TL

Yukarıda bazı madenlerin 1 gramının fiyatları verilmiştir. Buna göre madenleri fiyatı en çok olandan en az olana doğru sıralayınız.

5.



Sayı doğrusunda oklarla gösterilen rasyonel sayıları belirleyiniz ve en küçükten en büyüğe doğru sıralayınız.

6.

$$\frac{\triangle}{25} < \frac{1}{5}$$

Kutucukta verilen karşılaştırmaya göre $\triangle$ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı kaçtır?

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Aşçı Mehmet Bey, 6 kişilik portakallı kek yapılırken kullanılması gereken malzemeleri yandaki gibi hazırladı. Mehmet Bey'in yapacağı 12 kişilik portakallı kek için kullanması gereken sıvı yağ, toz şeker ve ceviz içi miktarlarının toplamı nasıl bulunabilir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Kesirlerle toplama veya çıkarma işlemi yapılırken kesirlerin paydalarına bakılır.

- Paydalar eşit ise payların toplamı veya farkı paya yazılır. Payda, ortak payda olarak yazılır.
- Paydalar eşit değilse eşitlenir ve sonucun paydasına yazılır. Paylarla toplama veya çıkarma işlemi yapılarak elde edilen toplam veya fark, sonucun payına yazılır.

Rasyonel sayılarla toplama veya çıkarma işlemi yapılırken rasyonel sayıların paydalarına bakılır. Paydalar eşit ise sonucun paydasına yazılır. Eşit değilse eşitlenir ve sonucun paydasına yazılır. Paylarla toplama veya çıkarma işlemi yapılarak elde edilen toplam veya fark, payına yazılır.

$-\frac{2}{7} + \frac{5}{7}$	$-\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$	$-\frac{2}{3} - \frac{7}{10}$	$\frac{21}{20} - \frac{9}{10}$	$\left(-\frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{11}{30} - \left(-\frac{2}{3}\right)$
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	---	---

Kutucuklarda verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

$$\bullet -\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{-2+5}{7} = \frac{3}{7}$$

Her iki rasyonel sayının da paydaları eşit olduğundan payları toplayıp paya, ortak paydayı paydaya yazdık.

$$\bullet -\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = -\frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{-6+1}{10} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$$

$$\bullet -\frac{2}{3} - \frac{7}{10} = -\frac{20}{30} - \frac{21}{30} = \frac{-20-21}{30} = \frac{-41}{30} = -1\frac{11}{30}$$

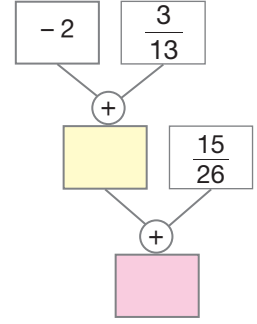
$$\bullet \frac{21}{20} - \frac{9}{10} = \frac{21}{20} - \frac{18}{20} = \frac{21-18}{20} = \frac{3}{20}$$

$$\bullet \left(-\frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{9} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{9} - \frac{3}{9} = \frac{-2-3}{9} = -\frac{5}{9}$$

$$\bullet \frac{11}{30} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{11}{30} + \frac{20}{30} = \frac{11+20}{30} = \frac{31}{30} = 1\frac{1}{30}$$

Örnek

Şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara uygun rasyonel sayıları yazınız.



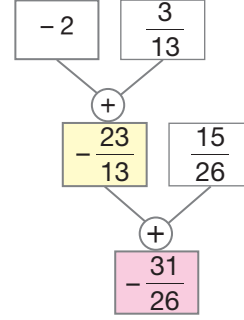
Çözüm

$$-2 + \frac{3}{13} = -\frac{2}{1} + \frac{3}{13} = -\frac{26}{13} + \frac{3}{13} = \frac{-26+3}{13} = -\frac{23}{13}$$

Sarı kutucuğa $-\frac{23}{13}$ yazılmalıdır.

$$-\frac{23}{13} + \frac{15}{26} = -\frac{23}{13} + \frac{15}{26} = -\frac{46}{26} + \frac{15}{26} = \frac{-46+15}{26} = -\frac{31}{26}$$

Pembe kutucuğa $-\frac{31}{26}$ yazılmalıdır.



Örnek

Yandaki tabloda, bazı toplama işlemleri verilmiştir. Sonucu verilmeyen işlemleri yaparak tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken rasyonel sayıları bulunuz.

Tablo: İşlemler

İşlem	Sonuç
$-\frac{1}{7} + \frac{3}{4}$	$\frac{17}{28}$
$-\frac{10}{3} + 4$	
$\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{8}\right)$	
$-\frac{5}{21} + \left(-\frac{3}{14}\right)$	
$-\frac{7}{5} + 1\frac{1}{10}$	

Çözüm

$$-\frac{10}{3} + 4 = -\frac{10}{3} + \frac{4}{1} = -\frac{10}{3} + \frac{12}{3} = \frac{-10+12}{3} = \frac{2}{3}$$

Yeşil bölgeye $\frac{2}{3}$ yazılmalıdır.

$$\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{1}{4} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2-3}{8} = -\frac{1}{8}$$

Sarı bölgeye $-\frac{1}{8}$ yazılmalıdır.

$$-\frac{5}{21} + \left(-\frac{3}{14}\right) = -\frac{5}{21} - \frac{3}{14} = -\frac{10}{42} - \frac{9}{42} = \frac{-10-9}{42} = -\frac{19}{42}$$

Pembe bölgeye $-\frac{19}{42}$ yazılmalıdır.

$$-\frac{7}{5} + 1\frac{1}{10} = -\frac{7}{5} + \frac{11}{10} = -\frac{14}{10} + \frac{11}{10} = \frac{-14+11}{10} = -\frac{3}{10}$$

Mor bölgeye $-\frac{3}{10}$ yazılmalıdır.

- İki pozitif rasyonel sayı belirleyelim.
- Rasyonel sayıların toplama işlemini belirten ifadeyi yazalım.
- Toplama işleminin sonucunu bulalım ve not edelim.
- Toplama işlemindeki toplananların yerlerini değiştirelim ve yeni bir toplama işlemi elde edelim.
- Elde edilen toplama işleminin sonucunu bulalım ve not edelim.
- Not ettiğimiz sonuçları karşılaştıralım.
- Yaptığımız karşılaştırmaya göre rasyonel sayılarla toplama işleminde toplananların yerleri değiştirildiğinde elde edeceğimiz sonuç ile ilgili genel bir ifade yazalım.
- Üç pozitif rasyonel sayı belirleyelim.
- Birinci ve ikinci rasyonel sayıları toplayalım. Toplama, üçüncü rasyonel sayıyı ekleyelim ve sonucu not edelim.
- İkinci ve üçüncü rasyonel sayıları toplayalım. Toplama, birinci rasyonel sayıyı ekleyelim ve sonucu not edelim.
- Not ettiğimiz sonuçları karşılaştıralım.
- Yaptığımız karşılaştırmaya göre, rasyonel sayılarla toplama işleminde bulunan bir özelliği belirtelim ve bu özelliği belirtme nedenimizi açıklayalım.

Rasyonel Sayılarla Toplama İşleminin Özellikleri

a. Değişme Özelliği: Rasyonel sayılarla toplama işleminde, toplananların yerleri değiştirildiğinde işlem sonuçlarının değişip değişmediğini inceleyelim..

$$\frac{2}{10} + \left(-\frac{7}{15}\right) = -\frac{7}{15} + \frac{2}{10} \quad \text{Eşitliğin her iki tarafındaki rasyonel sayıların paydasını eşitleyelim.}$$

(3) (2) (2) (3)

$$\frac{6}{30} + \left(-\frac{14}{30}\right) = -\frac{14}{30} + \frac{6}{30} \quad \text{Toplama işlemlerini yapalım.}$$

$$\frac{6-14}{30} = \frac{-14+6}{30}$$

$$-\frac{8}{30} = -\frac{8}{30}$$

Sonuçlar eşit olduğundan rasyonel sayılarla toplama işleminin değişme özelliği vardır.

b. Birleşme Özelliği: Üç rasyonel sayı ile toplama işlemi yapılırken birinci ve ikinci rasyonel sayının toplamına üçüncü rasyonel sayının eklenmesiyle bulunan sonuç ile ikinci ve üçüncü rasyonel sayının toplamına birinci rasyonel sayının eklenmesiyle bulunan sonucun aynı olup olmadığını inceleyelim.

$$\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{5}{21} = ?$$

$$\left[\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{14}\right)\right] + \frac{5}{21} = \left(-\frac{2}{7}\right) + \left[\left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{5}{21}\right]$$

Önce köşeli ayraçlar içindeki sayıların paydalarını eşitleyip işlemleri yapalım.

$$\left[\left(-\frac{4}{14}\right) + \left(-\frac{3}{14}\right)\right] + \frac{5}{21} = \left(-\frac{2}{7}\right) + \left[-\frac{9}{42} + \frac{10}{42}\right]$$

$$\left(\frac{-4-3}{14}\right) + \frac{5}{21} = -\frac{2}{7} + \left(\frac{-9+10}{42}\right)$$

$$-\frac{7}{14} + \frac{5}{21} = -\frac{2}{7} + \frac{1}{42}$$

$$-\frac{21}{42} + \frac{10}{42} = -\frac{12}{42} + \frac{1}{42}$$

$$-\frac{11}{42} = -\frac{11}{42}$$

Sonra eşitliğin her iki tarafında bulunan rasyonel sayıların paydalarını eşitleyelim.

Son olarak paydalarını eşitlediğimiz sayıları toplayalım ve sonuçlarını bulalım.

Sonuçlar eşit olduğundan rasyonel sayılarla toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

c. Etkisiz Eleman: Rasyonel sayılarla toplama işleminin etkisiz elemanı 0'dır. Bir rasyonel sayının 0 (sıfır) ile toplamı o rasyonel sayıya eşittir.

$$\bullet \left(-\frac{3}{5}\right) + 0 = -\frac{3}{5}$$

$$\bullet 0 + \left(-\frac{2}{11}\right) = -\frac{2}{11}$$

$$\bullet \frac{13}{6} + 0 = \frac{13}{6}$$

$$\bullet 0 + \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\bullet 1\frac{11}{20} + 0 = 1\frac{11}{20}$$

$$\bullet 0 + \left(-\frac{1}{21}\right) = -\frac{1}{21}$$

ç. Ters Eleman: Bir rasyonel sayı ile rasyonel sayının toplama işlemine göre tersinin toplamı, etkisiz eleman olan 0'a eşittir.

$$\bullet -\frac{3}{13} \text{'ün toplama işlemine göre tersi } +\frac{3}{13} \text{'tür.}$$

$$\left(-\frac{3}{13}\right) + \left(+\frac{3}{13}\right) = 0 \rightarrow \text{Etkisiz eleman}$$

↑
Ters eleman

$$\bullet +\frac{7}{6} \text{'nın toplama işlemine göre tersi } -\frac{7}{6} \text{'dir.}$$

$$\left(+\frac{7}{6}\right) + \left(-\frac{7}{6}\right) = 0 \rightarrow \text{Etkisiz eleman}$$

↑
Ters eleman

Bir rasyonel sayının toplama işlemine göre tersi bulunurken rasyonel sayının işareti değiştirilir.

Örnek

Yandaki kutucuklarda verilen işlemlere göre;

a. $\blacktriangle + \blacksquare$ toplamı kaçtır?

b. $(\star + \bullet) + \blacktriangle$ işleminin sonucu kaçtır?

$\left[\left(-\frac{3}{7} \right) + \frac{1}{4} \right] + \blacktriangle = -\frac{3}{7} + \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right]$	$\frac{2}{9} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \blacksquare$
$\frac{7}{15} + \star = \bullet$	$\frac{13}{20} + \left(-\frac{13}{20} \right) = \bullet$

Çözüm

a. A kutucuğunda $\left[\left(-\frac{3}{7} \right) + \frac{1}{4} \right] + \blacktriangle = -\frac{3}{7} + \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right]$ işlemi verilmiştir. Rasyonel sayılarla toplama işleminin birleşme özelliğine göre eşitliğin sol tarafındaki $\blacktriangle$ yerine $\frac{1}{3}$ yazılmalıdır. B kutucuğunda verilen $\frac{2}{9} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \blacksquare$ işlemindeki $\blacksquare$ yerine ise rasyonel sayılarla toplama işleminin değişme özelliğine göre $\frac{2}{9}$ yazılmalıdır.

$\blacktriangle + \blacksquare$ toplamını bulalım.

$$\blacktriangle + \blacksquare = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

b. Rasyonel sayılarla toplama işleminin ters eleman özelliğine göre D kutucuğunda verilen $\frac{13}{20} + \left(-\frac{13}{20} \right) = \bullet$ işlemindeki $\bullet$ yerine 0 yazılmalıdır. C kutucuğunda verilen $\frac{7}{15} + \star = \bullet$ işleminde $\frac{7}{15} + \star = 0$ olduğundan $\star$ yerine ise rasyonel sayılarla toplama işleminin etkisiz eleman ve ters eleman özelliklerine göre $-\frac{7}{15}$ yazılmalıdır.

$(\star + \bullet) + \blacktriangle$ işlemini yapalım.

$$(\star + \bullet) + \blacktriangle = \left(-\frac{7}{15} + 0 \right) + \frac{1}{3} = -\frac{7}{15} + \frac{1}{3} = -\frac{7}{15} + \frac{5}{15} = -\frac{2}{15}$$

Örnek

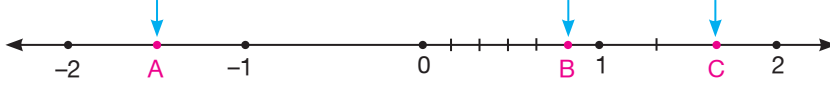
$\frac{7}{32} + \left(-\frac{1}{8} \right) - \left(-\frac{5}{16} \right)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{7}{32}$, $\left(-\frac{1}{8} \right)$ ve $\left(-\frac{5}{16} \right)$ rasyonel sayılarının paydalarını 32'de eşitleyerek işlemi yapalım.

$$\begin{aligned} \frac{7}{32} + \left(-\frac{1}{8} \right) - \left(-\frac{5}{16} \right) &= \frac{7}{32} - \frac{1}{8} + \frac{5}{16} \\ &= \frac{7}{32} - \frac{4}{32} + \frac{10}{32} \\ &= \frac{7 - 4 + 10}{32} = \frac{13}{32} \end{aligned}$$

Örnek



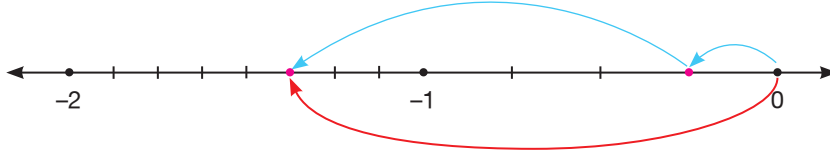
Yukarıdaki sayı doğrusunda A, B ve C noktalarının belirttiği rasyonel sayıların toplamını bulunuz.

Çözüm

Sayı doğrusunda A noktası $-1\frac{1}{2}$, B noktası $\frac{5}{6}$ ve C noktası $1\frac{2}{3}$ sayısını belirtmektedir. Rasyonel sayıları toplayalım.

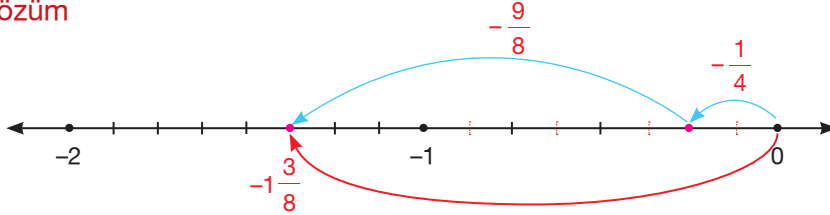
$$\begin{aligned} A+B+C &= -1\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + 1\frac{2}{3} \\ &= -\frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{3} = -\frac{9}{6} + \frac{5}{6} + \frac{10}{6} = \frac{-9+5+10}{6} = \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

Örnek



Yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen işlemi yazıp sonucunu bulunuz.

Çözüm



Sayı doğrusunda $\left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{9}{8}\right)$ işlemi gösterilmiştir. İşlemin sonucunu bulalım.

$$-\frac{1}{4} + \left(-\frac{9}{8}\right) = -\frac{1}{4} - \frac{9}{8} = -\frac{2}{8} - \frac{9}{8} = -\frac{11}{8} = -1\frac{3}{8}$$

Örnek

$-\frac{13}{5}$ 'in toplama işlemine göre tersi ile $\frac{1}{3}$ 'ün toplama işlemine göre tersinin farkını bulunuz.

Çözüm

$-\frac{13}{5}$ 'in toplama işlemine göre tersi $+\frac{13}{5}$, $\frac{1}{3}$ 'ün toplama işlemine göre tersi $-\frac{1}{3}$ 'tür. $+\frac{13}{5}$ ile $-\frac{1}{3}$ 'ün farkını bulalım.

$$\left(+\frac{13}{5}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{13}{5} + \frac{1}{3} = \frac{39}{15} + \frac{5}{15} = \frac{44}{15} = 2\frac{14}{15}$$

Alıştırımlar

1. Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\frac{3}{17} + \left(-\frac{1}{34}\right) - \frac{5}{17} =$

b. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right) =$

c. $\frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{1}{6}\right) =$

ç. $2\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{11}{15}\right) =$

d. $\frac{15}{28} - \frac{1}{7} + \left(-\frac{3}{14}\right) =$

e. $1 + \left(-\frac{1}{12}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) =$

2. Tablolarda belirtilen işlemleri örneklerdeki gibi yaparak boş bırakılan yerleri doldurunuz.

+	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{16}$
$-\frac{3}{8}$			
$-\frac{3}{2}$		$-\frac{1}{4}$	
$-\frac{13}{16}$			

Örnek: $-\frac{3}{2} + \frac{5}{4} = -\frac{6}{4} + \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$

-	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{5}$			
$-\frac{7}{10}$			$-\frac{23}{30}$
$-\frac{11}{20}$			

Örnek: $-\frac{7}{10} - \frac{1}{15} = -\frac{21}{30} - \frac{2}{30} = -\frac{23}{30}$

3. Aşağıda verilen işlemlerdeki $\square$ yerine rasyonel sayılarla toplama işleminin özelliklerini kullanarak uygun rasyonel sayıları yazınız.

a. $-\frac{5}{8} + \square = 0$

b. $1\frac{3}{4} + \left(-\frac{7}{4}\right) = \square$

c. $\frac{3}{13} + \square = \left(-\frac{4}{9}\right) + \frac{3}{13}$

ç. $\frac{1}{5} + \left[\left(-\frac{8}{17} + \square\right)\right] = \left[\frac{1}{5} + \left(-\frac{8}{17}\right)\right] + \left(-\frac{2}{5}\right)$

d. $-\frac{5}{11} + \square = \frac{13}{20} + \left(-\frac{5}{11}\right)$

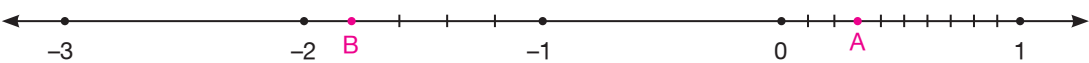
e. $1\frac{6}{7} + \square = 0$

4. $-\frac{3}{5}$ sayısının $-\frac{1}{20}$ eksiği kaçtır?

5. A: $-\frac{2}{7}$ 'nin $-\frac{1}{14}$ fazlası olan sayı.

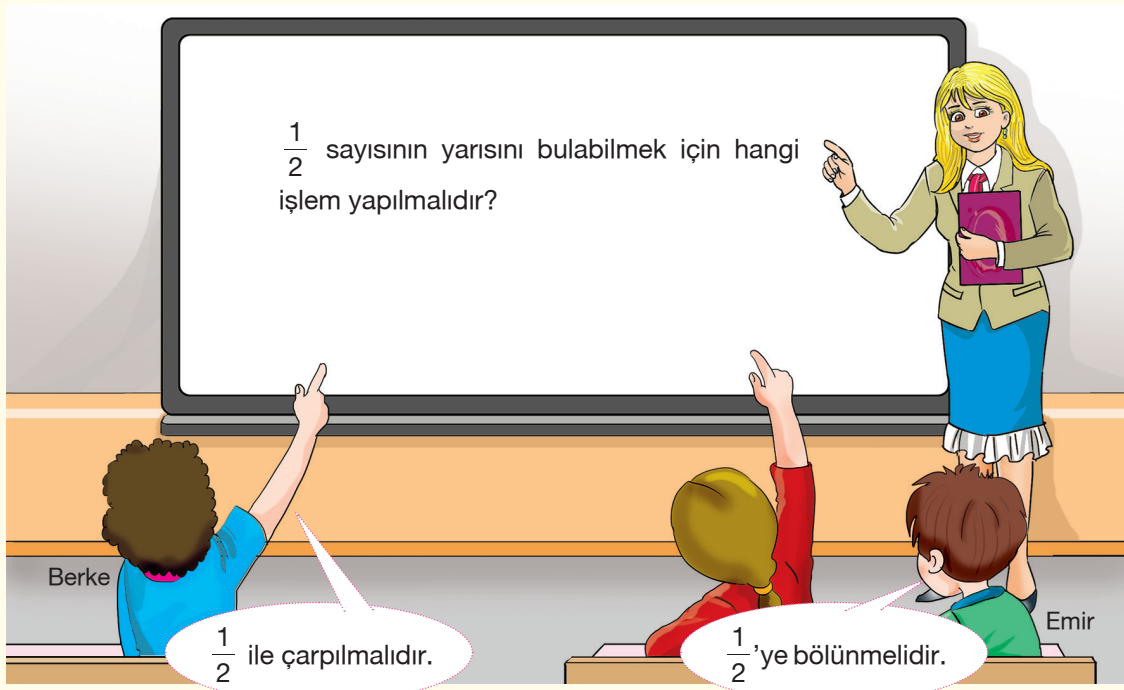
- B: $-\frac{1}{28}$ 'in $\frac{3}{14}$ eksiği olan sayı.

Kutucuklarda verilenlere göre A + B toplamı kaçtır?

6. 

Yukarıdaki sayı doğrusunda A ve B harflerinin belirttiği rasyonel sayılara göre A - B işleminin sonucunu bulunuz.

Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri



Zeynep Öğretmen'in tahtaya yazdığı soruya Berke ve Emir'den hangisi doğru cevap vermiştir? Sebebini belirtiniz.

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken paylar çarpılıp paya, paydalar çarpılıp paydaya yazılır.

$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5}$	$\left(-\frac{2}{11}\right) \cdot \left(-\frac{22}{5}\right)$	$(-0,5) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)$	$\left(-3\frac{1}{5}\right) \cdot (-0,25)$	$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5}$	$\left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot (0,07)$
---	---	--	--	---------------------------------	---

Kutucuklardaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

Çarpma işlemlerini, tam sayılarla çarpma işlemi yaparken kullandığımız kuralları göz önüne alarak yapalım.

- $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{(-1) \cdot 3}{2 \cdot 5} = -\frac{3}{10}$
- $\left(-\frac{2}{11}\right) \cdot \left(-\frac{22}{5}\right) = \frac{(-2) \cdot (-22)}{11 \cdot 5} = \frac{2 \cdot \cancel{22}^2}{\cancel{11}_1 \cdot 5} = \frac{4}{5}$
- $(-0,5) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{5}{10}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{(-5) \cdot 4}{10 \cdot 3} = \frac{\overset{2}{-20}}{\cancel{30}_3} = -\frac{2}{3}$
- $\left(-3\frac{1}{5}\right) \cdot (-0,25) = \left(-\frac{16}{5}\right) \cdot \left(-\frac{25}{100}\right) = \left(-\frac{16}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{(-16) \cdot (-1)}{5 \cdot 4} = \frac{\overset{4}{16}}{5 \cdot \cancel{4}_1} = \frac{4}{5}$
- $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \frac{1}{35}$
- $\left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot (0,07) = \left(-\frac{9}{7}\right) \cdot \frac{7}{100} = \frac{(-9) \cdot \cancel{7}^1}{\cancel{7}_1 \cdot 100} = -\frac{9}{100}$

Örnek

Yandaki tabloda, bazı çarpma işlemleri verilmiştir. Buna göre sonucu verilmeyen işlemleri yaparak tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken sayıları bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \bullet \left(-1\frac{1}{4}\right) \cdot (-0,8) &= \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{8}{10}\right) \\ &= \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{(-5) \cdot (-4)}{4 \cdot 5} = \frac{20}{20} = 1 \end{aligned}$$

Pembe bölgeye 1 yazılmalıdır.

$$\bullet (-10) \cdot \left(-\frac{14}{5}\right) = \frac{-2 \cdot (-10) \cdot (-14)}{5 \cdot 1} = (-2) \cdot (-14) = 28$$

Mavi bölgeye 28 yazılmalıdır.

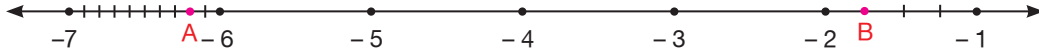
$$\bullet \frac{8}{7} \cdot (-0,5) = \frac{8}{7} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{4 \cdot 8 \cdot (-1)}{7 \cdot 2 \cdot 1} = -\frac{4}{7}$$

Yeşil bölgeye $-\frac{4}{7}$ yazılmalıdır.

Tablo: İşlemler

İşlem	Sonuç
$\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{10}{3} =$	$-\frac{4}{3}$
$\left(-1\frac{1}{4}\right) \cdot (-0,8) =$	
$(-10) \cdot \left(-\frac{14}{5}\right) =$	
$\frac{8}{7} \cdot (-0,5) =$	

Örnek



Sayı doğrusunda A ve B harflerinin belirttiği rasyonel sayılara göre $A \cdot B$ kaçtır?

Çözüm

Sayı doğrusundaki A harfi $-6\frac{2}{10}$, B harfi ise $-1\frac{3}{4}$ rasyonel sayısını belirtmektedir. $A \cdot B$ işleminin sonucunu bulalım.

$$A \cdot B = \left(-6\frac{2}{10}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right) = \left(-6\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{31}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{(-31) \cdot (-7)}{5 \cdot 4} = \frac{217}{20} = 10\frac{17}{20}$$

Rasyonel Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

a. Değişme Özelliği: Rasyonel sayılarla çarpma işleminde çarpanların yerleri değiştirildiğinde çarpım değişmez.

$$\begin{aligned} \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{3}{5} &= \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) \\ \frac{(-2) \cdot 3}{7 \cdot 5} &= \frac{3 \cdot (-2)}{5 \cdot 7} \\ -\frac{6}{35} &= -\frac{6}{35} \end{aligned}$$

Sonuçlar eşit olduğundan rasyonel sayılarla çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

b. Birleşme Özelliği: Üç rasyonel sayı ile çarpma işlemi yapılırken birinci ve ikinci rasyonel sayının çarpımı ile üçüncü rasyonel sayı çarpılarak bulunan sonuç, ikinci ve üçüncü rasyonel sayının çarpımı ile birinci rasyonel sayı çarpılarak bulunan sonuçla aynıdır.

$$\left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = ?$$

$$\left[\left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{3}{7}\right] \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \stackrel{?}{=} \left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \left[\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right] \text{ Önce köşeli ayraçlar içindeki sayıları çarpalım.}$$

$$\left[\frac{(-7) \cdot 3}{12 \cdot 7}\right] \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \stackrel{?}{=} \left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \left[\frac{3 \cdot (-2)}{7 \cdot 5}\right] \text{ Ayraç içindeki sayıların pay ve paydalarının çarpımlarını yazalım.}$$

$$\left(-\frac{21^1}{84_4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \stackrel{?}{=} \left(-\frac{7^1}{12_2}\right) \cdot \left(-\frac{6^1}{35_5}\right) \text{ Sayıları sadeleştiririm.}$$

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

Sonuçlar eşit olduğundan rasyonel sayılarla çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

c. Yutan Eleman: Her rasyonel sayının 0 ile çarpımı 0'dır. Rasyonel sayılarla çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.

$$\bullet \frac{-7}{3} \cdot 0 = 0 \quad \bullet 0 \cdot \frac{3}{11} = 0 \quad \bullet \frac{1}{8} \cdot 0 = 0 \quad \bullet 0 \cdot \left(\frac{-1}{21}\right) = 0 \quad \bullet 0 \cdot \frac{2}{13} = 0$$

ç. Ters Eleman:

Çarpımları 1 olan iki rasyonel sayı, çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

$$\bullet \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1 \text{ olduğundan } \frac{3}{5} \text{ 'in çarpma işlemine göre tersi } \frac{5}{3} \text{ 'tür.}$$

d. Çarpma İşleminin Toplama ve Çıkarma İşlemleri Üzerine Dağılıma Özelliği:

$$\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right) \text{ işleminin sonucu bulunurken } \frac{2}{7} \text{ rasyonel sayısı, } \frac{3}{4} \text{ ve } \frac{7}{8} \text{ sayıları ile ayrı ayrı çarpılır.}$$

Çarpımlar toplanarak sonuç bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right) &= \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{8} \\ &= \frac{12^1}{7 \cdot 4_2} + \frac{12^1}{17 \cdot 8_4} \\ &= \frac{3}{14} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{6}{28} + \frac{7}{28} \\ &= \frac{13}{28} \end{aligned}$$

$\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right)$ işleminin sonucunu, önce parantezin içindeki toplama işlemini yaparak bulalım.

$$\begin{aligned} \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right) &= \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{6}{8} + \frac{7}{8}\right) \\ &= \frac{12^1}{7 \cdot 8_4} \\ &= \frac{13}{28} \end{aligned}$$

Sonuçlar eşit olduğundan rasyonel sayılarla çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılıma özelliği vardır.

$$\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7}\right) \text{ işleminin sonucu bulunurken } \frac{1}{5} \text{ rasyonel sayısı, } \frac{5}{3} \text{ ve } \frac{10}{7} \text{ sayıları ile ayrı ayrı çarpılır.}$$

Çarpımlar çıkarılarak sonuç bulunur.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7} \right) &= \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{3} - \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{7} \\
&= \frac{1}{\cancel{5}^1} \cdot \frac{\cancel{5}^1}{3} - \frac{1}{\cancel{5}^1} \cdot \frac{10^2}{7} \\
&= \frac{1}{3} - \frac{2}{7} \\
&= \frac{7}{21} - \frac{6}{21} \\
&= \frac{1}{21}
\end{aligned}$$

$\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7} \right)$ işleminin sonucunu, önce parantezin içindeki çıkarma işlemini yaparak bulalım.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7} \right) &= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{35}{21} - \frac{30}{21} \right) \\
&= \frac{1}{\cancel{5}^1} \cdot \frac{5^1}{21} = \frac{1}{21}
\end{aligned}$$

Sonuçlar eşit olduğundan rasyonel sayılarla çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılıma özelliği vardır.

Örnek

$\left(-\frac{3}{2} \right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)$ ve $\frac{7}{5} \cdot \frac{5}{7}$ işlemlerinin sonuçlarını bulalım. Çarpanların, çarpma işlemine göre birbirinin tersi olup olmadığını belirleyelim.

$$\bullet \left(-\frac{3}{2} \right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{(-3) \cdot (-2)}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

Çarpım 1 olduğundan $\left(-\frac{3}{2} \right)$ ve $\left(-\frac{2}{3} \right)$ rasyonel sayıları, çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

$$\bullet \frac{7}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{7 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{35}{35} = 1$$

Çarpım 1 olduğundan $\frac{7}{5}$ ile $\frac{5}{7}$ rasyonel sayıları, çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

Rasyonel sayılarla bölme işlemi yapılırken bölünen sayı, bölen sayının çarpma işlemine göre tersi ile çarpılır.

Örnek

$\frac{2}{25} \div \frac{(-5)}{4}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Birinci rasyonel sayıyı, ikinci rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi ile çarpalım.

$$\begin{aligned}
\frac{2}{25} \div \frac{(-5)}{4} &= \frac{2}{25} \cdot \frac{4}{(-5)} \\
&= \frac{8}{-125} = -\frac{8}{125}
\end{aligned}$$

Örnek

$$A = \left(-\frac{2}{15} \right) \div \frac{4}{5}$$

$$B = \frac{1}{20} \div \left(\frac{-2}{25} \right)$$

Kutucuklarda verilen işlemlere göre $A \cdot B$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$A = \left(-\frac{2}{15} \right) \div \frac{4}{5} = \left(-\frac{2^1}{15^3} \right) \cdot \frac{5^1}{4^2} = -\frac{1}{6}$$

$$B = \frac{1}{20} \div \left(\frac{-2}{25} \right) = \frac{1}{20^4} \cdot \left(\frac{5^5 2^5}{-2} \right) = \frac{5}{-8} = -\frac{5}{8}$$

$A \cdot B$ işleminin sonucunu bulalım.

$$A \cdot B = \left(-\frac{1}{6} \right) \cdot \left(-\frac{5}{8} \right) = \frac{(-1) \cdot (-5)}{6 \cdot 8} = \frac{5}{48}$$

Örnek

$\left(-\frac{5}{4}\right) \div 1$ ve $1 \div \left(-\frac{7}{13}\right)$ işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

$$\bullet \left(-\frac{5}{4}\right) \div 1 = -\frac{5}{4}$$

$$\bullet 1 \div \left(-\frac{7}{13}\right) = 1 \cdot \left(-\frac{13}{7}\right) = -\frac{13}{7}$$

• 0 rasyonel sayısı, bir rasyonel sayıyla çarpılırsa ya da rasyonel sayıya bölünürse sonuç 0 olur.

a, b sıfırdan farklı tam sayılar olmak üzere;

$$\bullet 0 \div \frac{a}{b} = 0 \text{ 'dır.}$$

• Bir rasyonel sayı, 0'a bölünemez.

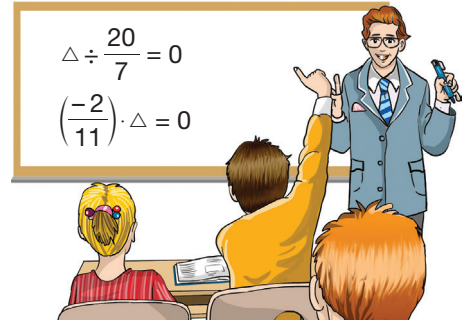
Örnek

Tahtadaki işlemlerde verilen $\triangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

• $\triangle \div \frac{20}{7} = 0$ işleminde bir sayı $\frac{20}{7}$ 'ye bölünmüş ve sonuç 0 olmuş. Öyleyse işlemdeki $\triangle$ yerine 0 yazılmalıdır.

• $\left(-\frac{2}{11}\right) \cdot \triangle = 0$ işleminde $-\frac{2}{11}$ sayısı, bir sayıyla çarpılmış ve sonuç 0 olmuş. Öyleyse işlemdeki $\triangle$ yerine 0 yazılmalıdır.



Örnek

$\frac{3}{7} \div (-1)$ ve $(-1) \div \frac{2}{9}$ işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

Çözüm

$$\frac{3}{7} \div (-1) = \frac{3}{7} \div \frac{(-1)}{1} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{(-1)} = -\frac{3}{7}$$

$$(-1) \div \frac{2}{9} = \frac{(-1)}{1} \cdot \frac{9}{2} = -\frac{9}{2}$$

Örnek

$-\frac{7}{10}$ sayısının 0,28'e bölümünü bulunuz.

Çözüm

$$-\frac{7}{10} \div 0,28 = -\frac{7}{10} \div \frac{28}{100} = -\frac{7^1}{10} \cdot \frac{100^{10}}{28^4} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

Alıştırmalar

1. Verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\left(-\frac{1}{15}\right) \cdot \frac{5}{7} =$

b. $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{9}{5}\right) =$

c. $\frac{2}{13} \cdot \left(-\frac{26}{3}\right) =$

ç. $\frac{11}{25} \div \left(-\frac{22}{5}\right) =$

d. $\frac{7}{4} \div \frac{2}{9} =$

e. $\left(-\frac{10}{7}\right) \div \left(\frac{20}{21}\right) =$

2. Yandaki tabloda, bazı çarpma ve bölme işlemleri verilmiştir. Buna göre, sonucu verilmeyen işlemleri yaparak tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken sonuçları yazınız.

Tablo: İşlemler

İşlem	Sonuç
$\left(-\frac{3}{10}\right) \cdot (-0,6)$	
$\frac{2}{21} \div \frac{3}{14}$	
$\frac{6}{5} \cdot \frac{25}{36}$	

3. Aşağıda verilen işlemlerdeki $\triangle$ yerine uygun sayıları yazınız.

a. $\left(-\frac{7}{121}\right) \cdot \triangle = \frac{5}{14} \cdot \left(-\frac{7}{121}\right)$

b. $\left[\left(-\frac{2}{13}\right) \cdot \frac{1}{2}\right] \cdot \triangle = \left(-\frac{2}{13}\right) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{21}{13}\right)\right]$

c. $\frac{8}{17} \cdot \triangle = 0$

ç. $\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \triangle = 1$

d. $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} + \triangle \cdot \frac{3}{2}$

e. $\triangle \div (-1) = \frac{-5}{22}$

f. $(-1) \div \triangle = -\frac{2}{15}$

g. $\frac{6}{7} \cdot \left[\frac{7}{3} - \triangle\right] = \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{3} - \frac{6}{7} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)$

ğ. $\triangle \div \frac{13}{11} = 0$

4. Aşağıdaki tablolarda belirtilen işlemleri örneklerdeki gibi yaparak boş bırakılan yerleri doldurunuz. (Bölme tablosundaki mavi sütunda bulunan sayılar, bölünen sayılardır.)

		Çarpan		
	.	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{9}$
Çarpan	1			
	$-\frac{3}{8}$			$-\frac{1}{3}$
	$-\frac{5}{16}$			

Örnek: $\left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{8}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$

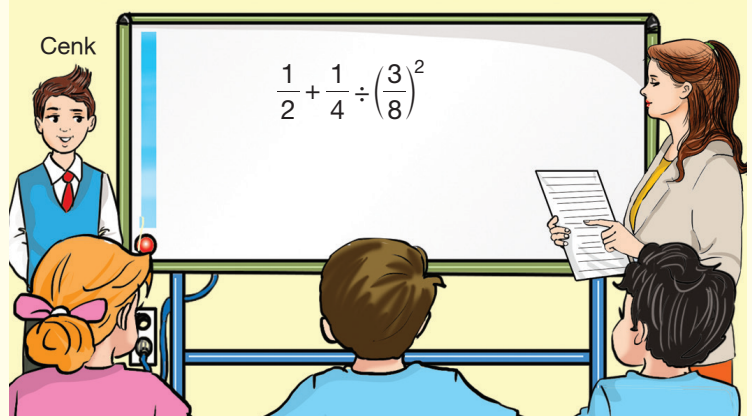
		Bölün		
	$\div$	$\frac{2}{9}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$
Bölünen	$-\frac{1}{3}$			
	1			
	$-\frac{1}{18}$	$-\frac{1}{4}$		

Örnek: $\left(-\frac{1}{18}\right) \div \frac{2}{9} = -\frac{1}{18} \cdot \frac{9}{2} = -\frac{1}{4}$

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler ile Rasyonel Sayıların Kare ve Küpleri

Öğretmeni, tahtaya bir soru yazıp Cenk'ten bu soruyu çözmesini istedi. Cenk'in soruyu çözebilmesi için ilk önce hangi işlemi yapması gerekir?

Sebebini açıklayınız. İşlemdeki $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ifadesinin değeri nasıl bulunabilir?



Hatırlatma

Tam sayılarla çok adımlı işlemlerin sonucu bulunurken varsa önce üslü ifadelerin değerleri bulunur. Sonra ayrıcaın içindeki işlemler yapılır. Son olarak sırasıyla çarpma ve bölme ile toplama ve çıkarma işlemleri yapılır.

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

Rasyonel sayılarla çok adımlı işlemlerde, işlemler ayrıcaılarla belirtilmiş ise önce ayrıcaı içindeki işlemler yapılır. Ayrıcaılarla belirtilmeyen işlemlerde önce çarpma ve bölme, sonra toplama ve çıkarma işlemleri yapılır. Aynı önem derecesine sahip işlemler için soldan sağa doğru işlem yapma kuralı uygulanır.

$1 - \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - 1 \div \frac{1}{3}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Önce ayrıcaıların içindeki işlemleri yapalım. $2 - 1 \div \frac{1}{3}$ işleminde önce bölme, sonra çıkarma işlemini yapmaya dikkat edelim.

$$\begin{aligned} 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{1} \div \frac{1}{3}\right) &= 1 - \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1}\right) \\ &= 1 - \frac{3}{2} \cdot (2 - 3) \\ &= 1 - \frac{3}{2} \cdot (-1) \\ &= 1 + \frac{3}{2} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Soldaki ayrıcaıda bulunan paydalar eşitlenir. Diğer ayrıcaıdaki bölme işlemi, çarpma işlemine dönüştürülür. Önce çarpma işlemi yapılır. Sonra toplama işlemi yapılır.

Örnek

$\left[1 + 1 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right)\right] \div \left[2 + 1 \div \left(1 + \frac{1}{2}\right)\right]$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Önce ayrıçlarla belirtilen işlemleri yapalım.

$$\begin{aligned} \left[1 + 1 \div \left(\frac{1}{1} - \frac{2}{3} \right) \right] \div \left[2 + 1 \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) \right] &= \left[1 + 1 \div \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3} \right) \right] \div \left[2 + 1 \div \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2} \right) \right] \\ &= \left[1 + 1 \div \frac{1}{3} \right] \div \left[2 + 1 \div \frac{3}{2} \right] \\ &= \left[1 + \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} \right] \div \left[2 + \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} \right] \\ &= (1 + 3) \div \left(2 + \frac{2}{3} \right) \\ &= 4 \div \frac{8}{3} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Kesir çizgisi kullanılarak verilen çok adımlı işlemlerde işlem önceliği, kesir çizgisine göre belirlenir. Pay ve paydadaki işlemler ana kesir çizgilerine göre belirlenir.

Örnek

$2 - \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Ana kesir çizgisini belirleyerek işlem önceliğine karar verelim.

$2 - \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$ ← Ana kesir çizgisi

$$\begin{aligned} 2 - \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} &= 2 - \frac{\frac{3}{1} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}}} = 2 - \frac{\frac{6}{2} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} \\ &= 2 - \frac{\frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4}} \end{aligned}$$

Ana kesir çizgisinin altındaki bölme işlemini çarpma işlemine dönüştürerek işlemi yapalım.

$$= 2 - \frac{\frac{5}{2}}{1 + \frac{3}{4}}$$

Ana kesir çizgisinin altındaki toplama işlemini yapalım.

$$= 2 - \frac{\frac{5}{2}}{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}}$$

Paydadaki toplama işlemini paydaları eşitleyerek yapalım.

$$= 2 - \frac{\frac{5}{2}}{\frac{7}{4}}$$

Bölme işlemini çarpma işlemine dönüştürerek işlemi yapalım.

$$= 2 - \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{7}$$

İşlem önceliğine göre önce çarpma işlemini, sonra çıkarma işlemini yaparak sonucu bulalım.

$$= 2 - \frac{10}{7}$$

$$= \frac{14}{7} - \frac{10}{7} = \frac{4}{7}$$

Örnek

$\frac{5}{7} - \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Ana kesir çizgisini belirleyelim.

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{\underset{1}{2} + \frac{1}{3}} \quad \leftarrow \text{Ana kesir çizgisi}$$

Ana kesir çizgisinin altındaki toplama işlemini yapalım.

$$\begin{aligned} \frac{5}{7} - \frac{1}{\frac{6}{3} + \frac{1}{3}} &= \frac{5}{7} - \frac{1}{\frac{7}{3}} && \text{Önce bölme işlemini sonra çıkarma işlemini yaparak sonucu bulalım.} \\ &= \frac{5}{7} - \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{7} \\ &= \frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

Örnek: $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

İşlemleri aşağıdan yukarıya doğru yaparak sonucu bulalım.

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} \\ &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - 2}}} \\ &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - (-1)}} \\ &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + 1}} \\ &= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Örnek

$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Ayrakların içindeki işlemleri yaparak sonucu bulalım.

$$\underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}\right)}_{\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{1}{3}\right)}_{\frac{2}{3}} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\frac{3}{4}} \cdot \dots \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{1}{10}\right)}_{\frac{9}{10}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

Rasyonel Sayıların Kare ve Küpleri

- Bir rasyonel sayının karesi bulunurken rasyonel sayı kendisi ile çarpılır.
- Bir rasyonel sayının küpü bulunurken rasyonel sayıdan üç tanesi yazılır ve çarpılır.

Örnek

Aşağıdaki üslü ifadeler ile değerleri eşleştirildiğinde hangi rasyonel sayı açıkta kalır?

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{125}{64}$$

$$\left(-\frac{6}{5}\right)^3 =$$

$$\frac{64}{125}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 =$$

$$-\frac{216}{125}$$

$$\frac{4}{25}$$

Çözüm

Yeşil kutucuklardaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{(-2) \cdot (-2)}{5 \cdot 5} = \frac{4}{25}$$

$$\left(-\frac{6}{5}\right)^3 = \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = \frac{(-6) \cdot (-6) \cdot (-6)}{5 \cdot 5 \cdot 5} = -\frac{216}{125}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{125}{64}$$

Üslü ifadeler ile değerleri eşleştirildiğinde $\frac{64}{125}$ rasyonel sayısı açıkta kalır.

Örnek

$\triangle = -\frac{1}{2}$ ise $\triangle^2 + \triangle^3$ toplamını bulunuz.

Çözüm

$$\triangle^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{(-1) \cdot (-1)}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

$$\triangle^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)}{2 \cdot 2 \cdot 2} = -\frac{1}{8}$$

$$\triangle^2 + \triangle^3 = \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

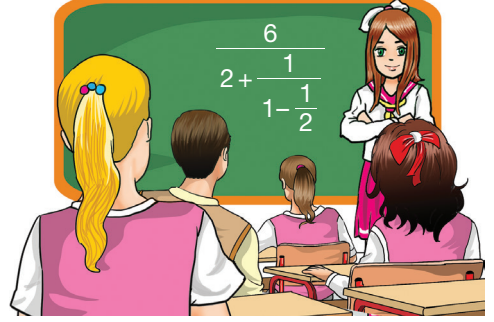
(2) (1)

Alıştırımlar

1. Mehtap, tahtadaki çok adımlı işlemler içeren soruyu çözerken aşağıdaki işlemleri yaptı.

$$\frac{6}{2 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} = \frac{6}{2 + \frac{1}{\frac{\Delta}{2}}} = \frac{6}{2 + \square} = \frac{6}{\star} = \bullet$$

İşlemlerdeki sembollerin yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.



2. $\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

3. $\frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

4. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

5. $\left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{13}{5}\right)$ işleminin sonucunu bulunuz.

6. $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 + \left[2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]$ işleminin sonucunu bulunuz.

7. $\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{6}\right)^2} + \Delta$ işleminin sonucu 28 ise Δ yerine kaç yazılmalıdır?

8. $\square = -\frac{1}{7}$ ise $\square^2 - \square^3$ işleminin sonucunu bulunuz.

Rasyonel Sayılarla İlgili Problemler

Çiftçi Ferhat Bey; tarlasının $\frac{1}{2}$ 'sine domates, $\frac{1}{8}$ 'ine biber, geri kalanına salatalık ekti. Ferhat Bey'in salatalık ektiği alanın, tarlanın kaçta kaç olduğunu bulabilmek için nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.



Problem

Bir otobüs şoförü yolun önce çeyreğini, sonra $\frac{1}{3}$ 'ünü gidiyor ve mola veriyor. Moladan sonra yolun $\frac{1}{24}$ 'ünü daha giden otobüs şoförünün 99 km daha gitmesi gerekiyor. Buna göre şoför, seyahatini tamamladığında toplam kaç km gitmiş olur?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde otobüs şoförünün, yolun önce çeyreğini yani $\frac{1}{4}$ 'ünü, sonra $\frac{1}{3}$ 'ünü, daha sonra $\frac{1}{24}$ 'ünü gittiği belirtilmektedir. Geriye şoförün 99 km daha gitmesi gerektiği verilmiştir.

Bizden otobüs şoförünün seyahatini tamamladığında toplam kaç km gittiğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce otobüs şoförünün yolun kaçta kaçını gittiğini bulabilmek için $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{24}$ kesirlerini toplayalım. Yolun tamamı 1 olduğu için $\frac{24}{24}$ 'ten bulduğumuz toplamı çıkararak kalan yolu bulalım. Son olarak 99'u farka bölerek şoförün seyahatini tamamladığında gittiği yolu bulalım.

Problemi Çözelim

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{24} = \frac{6}{24} + \frac{8}{24} + \frac{1}{24} = \frac{15}{24}$$

Şoför, yolun $\frac{15}{24}$ 'ünü gidiyor ve yolun $\frac{24}{24} - \frac{15}{24} = \frac{9}{24}$ 'ünü daha gitmesi gerekiyor.

Şoförün 99 km daha gitmesi gerektiğine göre yolun $\frac{9}{24}$ 'ü, 99 km olmalıdır.

$$99 \div \frac{9}{24} = 99 \cdot \frac{24}{9} = 264 \text{ km}$$

Şoför, seyahatini tamamladığında toplam 264 km gitmiş olur.

Değerlendirme Yapalım

264 km'nin $\frac{15}{24}$ 'ünü bulalım. Bulduğumuz sonuç ile 99'un toplamı 264 km'ye eşit olmalıdır.

$$264 \cdot \frac{15}{24} = 165 \text{ km}$$

$$165 \text{ km} + 99 \text{ km} = 264 \text{ km}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir usta, tesisat yaparken kullanacağı telin önce $\frac{1}{5}$ 'inin $\frac{3}{5}$ 'ini, sonra kalan kısmın $\frac{5}{11}$ 'ini kesiyor. Geriye 24 cm tel kaldığına göre kesilmeden önce telin uzunluğu kaç cm idi?

Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde bir telin önce $\frac{1}{5}$ 'inin $\frac{3}{5}$ 'ini, sonra kalan kısmın $\frac{5}{11}$ 'inin kesildiği belirtilmektedir. Bizden geriye 24 cm tel kaldığına göre kesilmeden önce telin uzunluğunu bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce telin kesilen kısmını bulalım. Bunun için $\frac{1}{5}$ ile $\frac{3}{5}$ kesirlerini çarpalım. Telin tamamı 1 olduğu için $\frac{25}{25}$ 'ten, çarpımı çıkararak telin kalan kısmını bulalım. Sonra kalan kısmı $\frac{5}{11}$ ile çarparak telin kesilen kısmını bulalım. 1'den kesilen kısmı çıkarak farkı 24'e bölelim ve kesilmeden önce telin uzunluğunu bulalım.

Problemi Çözelim

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{25} \rightarrow \text{kesilen kısım}$$

Böylece telin $\frac{25}{25} - \frac{3}{25} = \frac{22}{25}$ 'i kalmıştır. Sonra kalan kısmın $\frac{5}{11}$ 'i kesilmiştir. Yani kesilen kısım, telin $\frac{2}{25} \cdot \frac{5}{11} = \frac{2}{11}$ 'idir. Bu durumda toplam kesilen kısmın telin kaçta kaç olduğunu bulalım.

$$\frac{3}{25} + \frac{2}{11} = \frac{3}{25} + \frac{10}{11} = \frac{13}{11}$$

Telin toplam $\frac{13}{11}$ 'lik kısmı kesilmiş ve kesilmeyen $\frac{25}{25} - \frac{13}{11} = \frac{12}{11}$ 'lik kısmı kalmıştır. Geriye 24 cm tel kaldığına göre telin $\frac{12}{11}$ 'i 24 cm olmalıdır.

$$24 \div \frac{12}{11} = \frac{24}{1} \cdot \frac{11}{12} = 22 \text{ cm}$$

Kesilmeden önce telin uzunluğu 22 cm'dir.

Değerlendirme Yapalım

Telin uzunluğu 22 cm'dir. Kesilen kısımları telin uzunluğundan ayrı ayrı çıkaralım. Son durumda fark, 24 cm olmalıdır.

$$\bullet 22 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ cm}$$

$$22 - 6 = 16 \text{ cm}$$

$$\bullet 16 \cdot \frac{5}{11} = 7 \frac{4}{11} \text{ cm}$$

$$16 - 7 \frac{4}{11} = 8 \frac{7}{11} \text{ cm}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir banyonun dikdörtgen biçimindeki tabanının alanı 20 m^2 dir. Banyonun tabanı, alanı $\frac{1}{25} \text{ m}^2$ olan kare biçimindeki fayanslarla döşenecektir. Buna göre banyonun tabanını döşemek için kaç fayansa ihtiyaç vardır?

Çözüm

Problemde; banyonun dikdörtgen biçimindeki tabanının alanı 20 m^2 , kare biçimindeki fayansın alanı ise $\frac{1}{25} \text{ m}^2$ olarak belirtilmiştir. Tabana kaç fayans döşeneceği bulunurken 20 sayısı $\frac{1}{25}$ 'e bölünür.

$$20 \div \frac{1}{25} = 20 \cdot \frac{25}{1} = 500 \text{ fayans}$$

Banyonun tabanını döşemek için 500 fayansa ihtiyaç vardır.

Alıştırmalar

1. Bir apartmanın su deposunun $\frac{7}{12}$ 'si su ile doludur. Depodan 80 L su kullanıldığında, deponun yarısı su ile dolu oluyor. Buna göre depo boş hâlde iken kaç L su ile dolar?



2. Berrin, çözmesi gereken soruların önce $\frac{1}{4}$ 'ünü, sonra kalan soruların $\frac{3}{4}$ 'ünü cevaplamıştır. Berrin, 9 soru daha cevaplasaydı çözmesi gereken soruların tamamını çözmüş olacaktı. Buna göre başlangıçta Berrin'in çözmesi gereken kaç soru vardı?



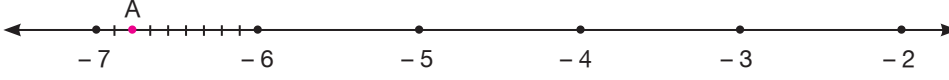
3. Bir rasyonel sayının $\left(-\frac{3}{5}\right)$ 'e bölümü $\left(-\frac{1}{21}\right)$ 'dir. Buna göre rasyonel sayı kaçtır?

4. Bir marketteki ampullerin $\frac{4}{7}$ 'si bozuktur. Sağlam ampullerin $\frac{1}{3}$ 'ü ile bozuk ampullerin $\frac{3}{4}$ 'ünün sayıları toplamı 128'dir. Buna göre markette kaç ampul vardır?

2.

Ünite Değerlendirmesi

1.



Sayı doğrusunda işaretlenen A harfine karşılık gelen rasyonel sayıyı yazınız.

2.

$$\frac{-7}{5}$$

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{7}{-5}$$

$$\frac{-7}{5}$$

$$\frac{5}{12}$$

$$\frac{-5}{7}$$

Kutucuklardaki rasyonel sayıların hangileri birbirine eşittir?

3. Rasyonel sayılarla, değeri bu sayılara eşit olan ondalık gösterimleri eşleştiriniz.

$$-\frac{37}{9}$$

$$-\frac{21}{5}$$

$$\frac{103}{25}$$

$$-4,2$$

$$4,2\overline{1}$$

$$-4,\overline{1}$$

$$4,12$$

4. Tablodaki renkli bölgelere rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini, ondalık gösterimleri verilen sayının rasyonel sayı karşılığını yazınız.

Tablo: Rasyonel Sayılar

Rasyonel Sayı	Ondalık Gösterim
$\frac{23}{11}$	$2,0\overline{9}$
$\frac{17}{3}$	
	$3,15$
$\frac{11}{6}$	
$\frac{2}{25}$	

5. $-\frac{13}{8}$, $-2\frac{3}{5}$ ve $-0,12$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

6. Aşağıda verilen rasyonel sayıları karşılaştırınız.

a. $-0,2$ ile $\frac{3}{121}$

b. $-\frac{6}{11}$ ile $-\frac{21}{44}$

c. $\frac{21}{8}$ ile $2\frac{2}{5}$

ç. $\frac{5}{6}$ ile $-\frac{2}{7}$

d. $-\frac{3}{2}$ ile $-\frac{1}{6}$

e. $-7\frac{1}{8}$ ile $-13,25$

f. $\frac{1}{3}$ ile $\frac{4}{9}$

g. $-\frac{13}{14}$ ile $-\frac{49}{79}$

ğ. $-0,46$ ile $-0,4\overline{3}$

7. $-\frac{2}{5}, -\frac{8}{11}, -\frac{4}{7}$ ve $\frac{10}{13}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

8. Kutucuklarda verilen rasyonel sayılara göre aşağıda istenenleri yapınız.

a. A ile B kutucuklarındaki rasyonel sayıların toplamını bulunuz.

b. A ile E kutucuklarındaki rasyonel sayıların çarpımını bulunuz.

c. C kutucuğundaki rasyonel sayı ile F kutucuğundaki rasyonel sayının farkını bulunuz.

ç. B kutucuğundaki rasyonel sayının D kutucuğundaki rasyonel sayıya bölümünü bulunuz.

d. C, E ve F kutucuklarındaki rasyonel sayıların toplamını bulunuz.

e. B kutucuğundaki rasyonel sayının karesini bulunuz.

f. C kutucuğundaki rasyonel sayının küpünü bulunuz.

A $-1\frac{1}{3}$	B $-\frac{3}{5}$
C $-0,25$	D $-2\frac{1}{15}$
E $-\frac{21}{20}$	F $-1\frac{3}{4}$

9. Aşağıda verilen işlemlerde kullanılan özellikleri noktalı yerlere yazınız.

a. $\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)$

b. $\left(1\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{17}{8} = \frac{17}{8} \cdot \left(1\frac{3}{5}\right)$

c. $\left[\left(-1\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)\right] + \left(-\frac{3}{7}\right) = \left(-1\frac{2}{5}\right) + \left[\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)\right]$

ç. $\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5}\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{2}\right)$

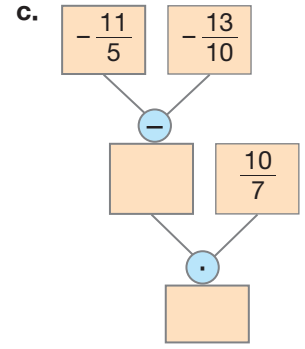
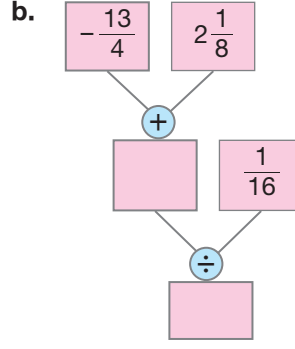
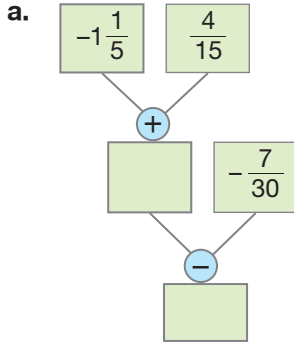
d. $\left(-\frac{7}{6}\right) \cdot \left[\frac{6}{5} + \left(-\frac{3}{4}\right)\right] = \left(-\frac{7}{6}\right) \cdot \frac{6}{5} + \left(-\frac{7}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

e. $\frac{2}{9} \cdot \left[\frac{3}{4} - \left(-\frac{18}{5}\right)\right] = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{18}{5}\right)$

f. $\left(-\frac{7}{2}\right) + 0 = -\frac{7}{2}$

g. $0 \cdot \frac{3}{25} = 0$

10. Aşağıdaki şemalarda belirtilen işlemleri yaparak boş kutucuklara uygun rasyonel sayıları yazınız.



11. Bir rasyonel sayının $-\frac{3}{5}$ katının $-\frac{61}{55}$ eksiği 1'dir. Buna göre rasyonel sayıyı bulunuz.

12. $(-1\frac{3}{5}) \div (0,2)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) - 3

B) - 5

C) - 6

D) - 8

13. $2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

14. $(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{13})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7

B) 5

C) - 5

D) - 7

15. $(-\frac{3}{2})^2 \div (-\frac{5}{2})^2 + [2 - (-\frac{1}{5})^2]$ işleminin sonucunu bulunuz.

16. Nurhan Hanım, aldığı pirincin ilk ay $\frac{5}{12}$ 'sini, ikinci ay $\frac{1}{3}$ 'ünü, üçüncü ay ise $\frac{1}{4}$ 'ünü pilav yapmak için kullanıyor. Nurhan Hanım'ın birinci ve ikinci ayda kullandığı toplam pirinç miktarı, üçüncü ayda kullandığı pirinç miktarından 12 kg fazla olduğuna göre Nurhan Hanım kaç kg pirinç almıştır?



3. Ünite



KONULAR

CEBİRSEL İFADELER

- Cebirsel İfadelerle İşlemler
- Sayı Örüntüleri

EŞİTLİK VE DENKLEM

- Eşitliğin Korunumu ve Denklem Kurma
- Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Çözme
- Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

Terimler veya Kavramlar

- eşitlik
- derece
- bilinmeyen
- denklem

Cebirin isim babası olan Harezmi'nin cebir konusundaki "Cebir ve Mukabele Hesabının Özeti" isimli eseri bu konuda yazılmış ilk müstakil kitaptır. Harezmi bu eserinde, birinci ve ikinci



dereceden denklemlerin çözümleri, binom açılımları, çeşitli cebir problemleri ve miras hesabı gibi konuları incelemiştir. Özellikle ikinci dereceden denklemlerde, bugün yaygın olarak kullanılan yöntemden farklı bir yöntem kullanmıştır. Bu yöntemle dünyada ilk defa cebirsel çözümleri geometrik çözümlerle yapmıştır.

Harezmi'nin kitabının Latince çevirileri, 16. yüzyılda Avrupa üniversitelerinde matematik ders kitabı olarak okutulmuştur.

http://www.bilimtek.gov.tr/system/files/biltek_arsiv/S-280-49.pdf sayfasından düzenlenmiştir.

Terazi, hukuk ve adalet için kullanılan evrensel bir semboldür. Somut bir varlık olan terazi ile soyut bir kavram olan hukuk arasında kuvvetli bir sembolik anlam ilişkisi vardır.

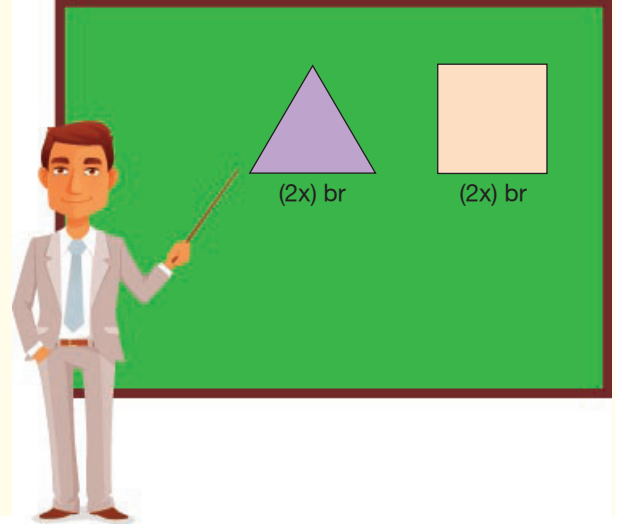


Aslında terazi kütle ölçmeye yarar. Kütleli belirlemede kilogram, gram gibi ölçme birimleri kullanılarak herhangi bir eşyanın kütlesi ölçülür. Bu şekilde bilinen yola çıkılarak ve karşılaştırma yapılarak bilinmeye ulaşılır.

Matematikte dengede duran terazi ile cebirsel ifadelerdeki eşitlik arasında bir ilişki vardır. Terazideki dengenin, eşitliğin bir modeli olduğunu nasıl açıklayabilirsiniz?

Cebirsel İfadelerle İşlemler

Mert Öğretmen, tahtaya bir eşkenar üçgen ve bir kare çizdi. Üçgenin çevre uzunluğunu $(6x)$ br, karenin çevre uzunluğunu $(8x)$ br olarak belirtti. Recep'ten, üçgen ile karenin çevre uzunluklarının toplamını bulmasını istedi. Recep, öğretmenin istediğini yaparken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.



Hatırlatma

$7x + 6y + 3x - 5$ cebirsel ifadesinde;

- $7x$, $6y$, $3x$ ve -5 olmak üzere dört terim vardır.
- Sabit terim -5 'tir.
- $7x$ ve $3x$ ifadeleri, benzer terimlerdir.
- Katsayılar; 7 , 6 , 3 ve -5 'tir.

Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri

 $\rightarrow x$ ve  $\rightarrow +1$ olmak üzere $(2x + 1) + (x + 2)$ toplamını, ifadeleri cebir karolarıyla modelleyerek bulalım.

Önce, $(2x + 1)$ ile $(x + 2)$ cebirsel ifadelerini cebir karolarıyla modelleyelim.

 $\rightarrow 2x + 1$

 $\rightarrow x + 2$

Şimdi, cebir karolarını bir araya getirelim ve toplamı bulalım.

 $\rightarrow 3x + 3$

$(2x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$

- Cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapılırken benzer terimlerin katsayıları toplanır ve bu toplam değişkene katsayı olarak yazılır. Sabit terimlerin toplamı da sabit terim olarak yazılır.
- Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapılırken çıkan ifadenin toplama işlemine göre tersi alınır, eksilen ifade ile toplanır.

Örnek

Gülsüm, $(5x + 7)$ sayfa; kardeşi Fatma, $(3x - 2)$ sayfa kitap okudu. Gülsüm ile Fatma'nın okudukları toplam sayfa sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

Gülsüm ile Fatma'nın okudukları toplam sayfa sayısını belirten cebirsel ifadeyi bulmak için $(5x + 7)$ ile $(3x - 2)$ ifadeleri toplanır.

$$(5x + 7) + (3x - 2) = (5x + 3x) + (7 - 2) \\ = 8x + 5$$

Gülsüm ile Fatma, toplam $(8x + 5)$ sayfa kitap okumuşlardır.

Örnek

$$-8a + (3a + 2) =$$

$$(5y - 2) + (y - 9) =$$

$$(17x - 4) + (-x - 3) =$$

$$(10k - 10) + (-2k - 2) =$$

Kutucuklardaki işlemleri yapınız.

- $-8a + (3a + 2) = (-8a + 3a) + (+2) = -5a + 2$
- $(5y - 2) + (y - 9) = (5y + 1y) + (-2 - 9) = 6y - 11$
- $(17x - 4) + (-x - 3) = (17x - 1x) + (-4 - 3) = 16x - 7$
- $(10k - 10) + (-2k - 2) = (10k - 2k) + (-10 - 2) = 8k - 12$

Örnek

Manav Fatih Bey, tezgâhtaki $(6x + 13)$ kg limonun $(3x - 7)$ kg'ını sattı. Fatih Bey'in tezgâhında kaç kg limon kalmıştır?



Çözüm

Fatih Bey'in tezgâhında kalan limon miktarını bulmak için $(6x + 13)$ kg'dan $(3x - 7)$ kg'ı çıkaralım.

$$\begin{aligned}(6x + 13) - (3x - 7) &= (6x + 13) + (-3x + 7) \\ &= (6x - 3x) + (13 + 7) \\ &= (3x + 20) \text{ kg}\end{aligned}$$

Fatih Bey'in tezgâhında $(3x + 20)$ kg limon kalmıştır.

Örnek

Yandaki tabloda, bazı işlemler verilmiştir. Tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken cebirsel ifadeleri bulunuz.

Tablo: Cebirsel İfadelerle İşlemler

İşlem	Sonuç
$(7x - 6) - (-2x + 4) =$	
$5b + (-2 - 8b) =$	
$(-14k + 6) - (-2k) =$	

Çözüm

İşlemleri yapalım.

- $$\begin{aligned}(7x - 6) - (-2x + 4) &= (7x - 6) + (+2x - 4) \\ &= (7x + 2x) + (-6 - 4) \\ &= 9x - 10\end{aligned}$$

Tablodaki pembe bölgeye $(9x - 10)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

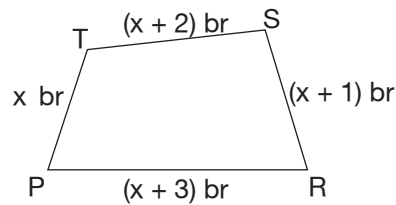
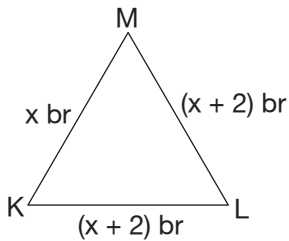
- $$\begin{aligned}5b + (-2 - 8b) &= (5b - 8b) + (-2) \\ &= -3b - 2\end{aligned}$$

Tablodaki mavi bölgeye $(-3b - 2)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

- $$\begin{aligned}(-14k + 6) - (-2k) &= (-14k + 6) + (+2k) \\ &= (-14k + 2k) + (+6) \\ &= -12k + 6\end{aligned}$$

Tablodaki turuncu bölgeye $(-12k + 6)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

Örnek



Yukarıda kenar uzunlukları cebirsel ifadelerle belirtilen dörtgen ile üçgenin çevre uzunluklarının farkını bulunuz.

Önce üçgenin çevre uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

$$\text{Üçgenin çevre uzunluğu} = x + (x + 2) + (x + 2)$$

$$= (x + x + x) + (2 + 2)$$

$$= (3x + 4) \text{ br}$$

Şimdi dörtgenin çevre uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

$$\text{Dörtgenin çevre uzunluğu} = x + (x + 2) + (x + 1) + (x + 3)$$

$$= (x + x + x + x) + (2 + 1 + 3)$$

$$= (4x + 6) \text{ br}$$

Son olarak dörtgen ile üçgenin çevre uzunluklarının farkını bulalım.

$$(4x + 6) - (3x + 4) = (4x + 6) + (-3x - 4)$$

$$= (4x - 3x) + (6 - 4)$$

$$= x + 2$$

Bir Doğal Sayı ile Cebirsel İfadeyi Çarpma İşlemi

Bir doğal sayı ile cebirsel ifade çarpılırken doğal sayı ile cebirsel ifadenin her bir terimi ayrı ayrı çarpılır.

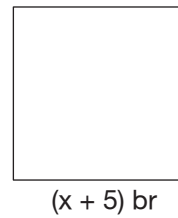
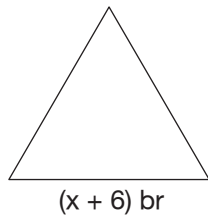
$4 \cdot (-5x + 2)$ çarpımını bulalım.

$$4 \cdot (-5x + 2) = 4 \cdot (-5x) + 4 \cdot 2$$

$$= [4 \cdot (-5)] \cdot x + 8$$

$$= -20x + 8$$

Örnek



Yukarıda kenar uzunlukları verilen eşkenar üçgen ile karenin çevre uzunluklarının toplamını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Çözüm

Eşkenar üçgenin çevre uzunluğu, bir kenar uzunluğunun 3 katıdır.

$$\begin{aligned}\text{Üçgenin çevre uzunluğu} &= 3 \cdot (x + 6) \\ &= 3 \cdot x + 3 \cdot 6 \\ &= (3x + 18) \text{ br}\end{aligned}$$

Karenin çevre uzunluğu bir kenar uzunluğunun 4 katıdır.

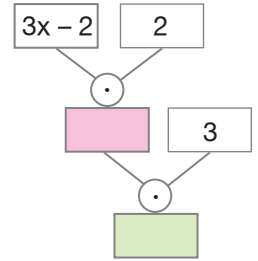
$$\begin{aligned}\text{Karenin çevre uzunluğu} &= 4 \cdot (x + 5) \\ &= 4 \cdot x + 4 \cdot 5 \\ &= (4x + 20) \text{ br}\end{aligned}$$

Eşkenar üçgen ile karenin çevre uzunluklarının toplamını belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

$$\begin{aligned}(3x + 18) + (4x + 20) &= (3x + 4x) + (18 + 20) \\ &= (7x + 38) \text{ br}\end{aligned}$$

Örnek

Şemada belirtilen işlemlere göre renkli kutucuklara yazılması gereken cebirsel ifadeleri bulunuz.



Çözüm

Önce $2 \cdot (3x - 2)$ çarpımını bulalım.

$$\begin{aligned}2 \cdot (3x - 2) &= 2 \cdot 3x + 2 \cdot (-2) \\ &= 6x - 4\end{aligned}$$

Şemadaki pembe bölgeye $(6x - 4)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

$$\begin{aligned}3 \cdot (6x - 4) &= 3 \cdot 6x + 3 \cdot (-4) \\ &= 18x - 12\end{aligned}$$

Şemadaki yeşil bölgeye $(18x - 12)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

Örnek

Bir seminere her gün $(220 - x + 2y)$ kişi katılmıştır. Seminere 10 günde katılan kişi sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Çözüm

Seminere katılan kişi sayısını bulmak için 10 ile $(220 - x + 2y)$ cebirsel ifadesini çarpalım.

$$\begin{aligned}10 \cdot (220 - x + 2y) &= 10 \cdot 220 + 10 \cdot (-x) + 10 \cdot (2y) \\ &= 2200 - 10x + 20y\end{aligned}$$

Seminere 10 günde katılan kişi sayısını belirten cebirsel ifade $(2200 - 10x + 20y)$ olur.

Alıştırmalar

1.  $\rightarrow x$ ve  $\rightarrow +1$ olmak üzere cebir karolarıyla modellenen işlemleri noktalı yerlere yazınız.

a.  +  $\rightarrow$ 
..... + =

b.  +  $\rightarrow$ 
..... + =

2. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $(5c + 4) + (7 - 2c) =$

b. $4d + (5 - 2d) =$

c. $(k + 3) + (-5 - k) =$

ç. $(13 - n) - (-6 + 2n) =$

d. $-3b - (-6 - b) =$

e. $(-4y + 2) - (-5y) =$

f. $6 \cdot (a + 3) =$

g. $4 \cdot (3 + 4k + c) =$

ğ. $8 \cdot (-m - 2) =$

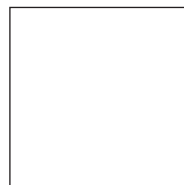
3. Melisa, ödevlerini kontrol etmek için her gün $(5x - 40)$ dakikasını ayırıyor. Buna göre Melisa, ödevlerini kontrol etmek için 1 hafta boyunca toplam kaç dakikasını ayırır?

4. Bir atölyede pazartesi günü $(3x - 2)$ adet, salı günü

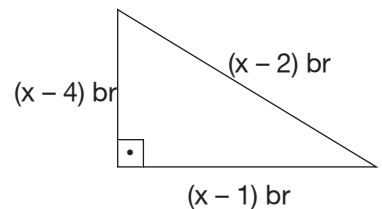
$(400 - x)$ adet Türk bayrağı dikilmiştir. Atölyede iki gün boyunca toplam kaç adet Türk bayrağı dikilmiştir?



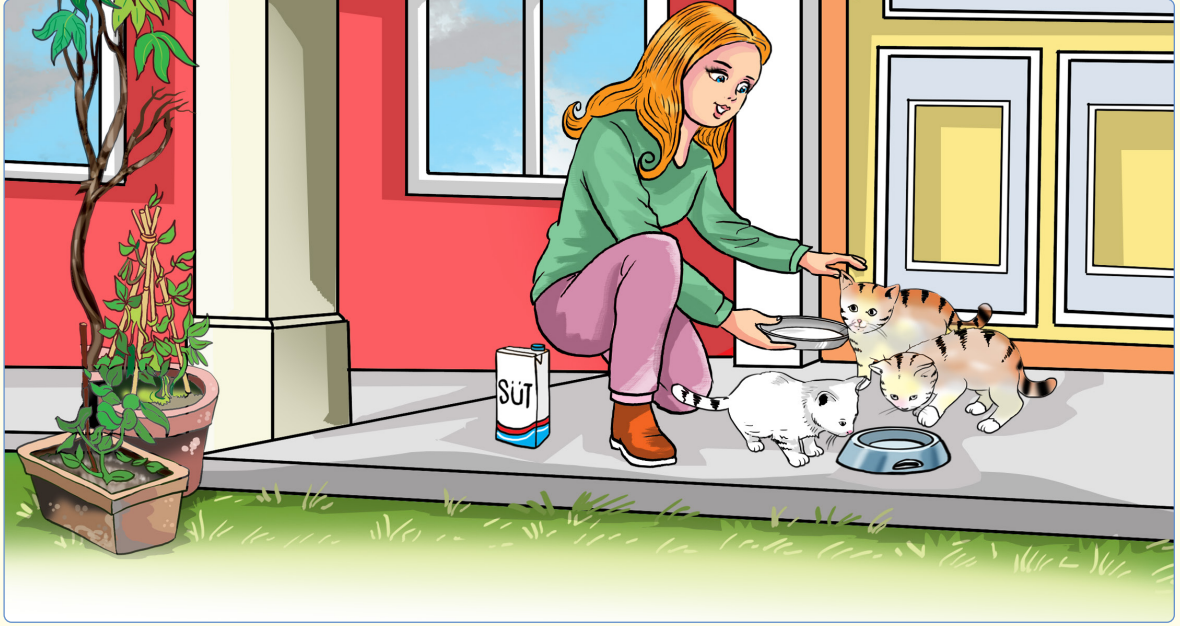
5. Yanda bazı kenar uzunlukları verilen kare ile üçgenin çevre uzunluklarını belirten cebirsel ifadeleri yazınız.



$(x - 7)$ br



Sayı Örüntüleri



Kedileri çok seven Ebru, mahallesindeki kedileri süt ile besliyor. Kedilere ilk gün 4 L süt veren Ebru; sonraki her gün, bir önceki gün verdiği süt miktarından 3 L fazla süt veriyor. Ebru'nun, kedilere 1 hafta boyunca verdiği toplam süt miktarı nasıl bulunabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

13, 20, 27, 34, ...

Kutucukta verilen sayı örüntüsündeki 1. terim 13, 2. terim 20, 3. terim 27, 4. terim 34'tür. Sayı örüntüsündeki sayılar yedişer artarak devam etmektedir.

Bir sayı örüntüsünün kuralı harfle ifade edilirken terim sayısı n ile gösterilebilir.

22, 17, 12, 7, 2, ... sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim. Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulalım.

Sayı örüntüsündeki sayılar beşer azalarak devam etmektedir. Terim sayısı n olmak üzere önce $-5 \cdot n$ olarak yazılır. Ancak sayı örüntüsünün birinci terimindeki sayıyı bulmak için n yerine 1 yazıldığında $-5 \cdot n$ ifadesinin değeri, $-5 \cdot 1 = -5$ bulunur. Birinci terimdeki sayı 22 olduğundan $-5n$ ifadesine 27 eklenmelidir. Öyleyse sayı örüntüsünün kuralı, $-5n + 27$ olarak yazılır.

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulmak için $-5n + 27$ ifadesindeki n yerine 20 yazılır.

$$-5n + 27 \rightarrow -5 \cdot 20 + 27 = -100 + 27 = -73$$

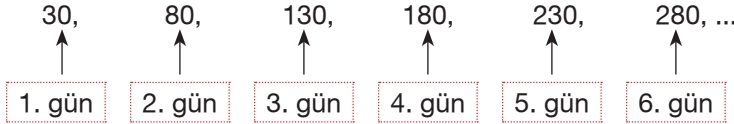
Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayı -73 'tür.

Örnek

Bilimsel bir araştırma yapan Ömer Bey, araştırmasını tamamlamak için on gün boyunca öğrencilere amaca uygun olarak hazırladığı anketi uyguladı. İlk gün 30 öğrenciye anket uygulayan Ömer Bey, sonraki her gün bir önceki gün anket uyguladığı öğrenci sayısının 50 fazlası öğrenciye anket uygulamıştır. Ömer Bey'in günlük anket uyguladığı öğrenci sayısı ile geçen gün sayısının arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi yazınız. Ömer Bey'in 10. gün kaç öğrenciye anket uyguladığını bulunuz.

Çözüm

Ömer Bey'in anket uyguladığı öğrenci sayısı her gün 50 artmaktadır. Ömer Bey, ilk gün 30 öğrenciye anket uyguladığına göre günlük anket uygulanan öğrenci sayıları ile bir sayı örüntüsü oluşturalım.

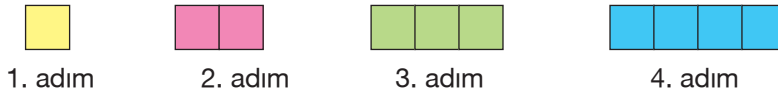


Gün sayısı n olmak üzere yazdığımız sayı örüntüsünün kuralı, $50n - 20$ olarak belirtilebilir. Ömer Bey'in 10. gün anket uyguladığı öğrenci sayısını bulmak için $50n - 20$ ifadesindeki n yerine 10 yazalım.

$$50n - 20 \rightarrow 50 \cdot 10 - 20 = 500 - 20 = 480$$

Ömer Bey, 10. gün 480 öğrenciye anket uygulamıştır.

Örnek



Yukarıdaki şekil örüntüsü, eş kareler kullanılarak oluşturulmuştur. Şekil örüntüsündeki kare sayısı ile toplam kenar sayısı arasındaki ilişkiyi belirten sayı örüntüsünü yazınız. Sayı örüntüsünün kuralını belirleyiniz. Şekil örüntüsünün 17. adımındaki toplam kenar sayısını bulunuz.

Çözüm

Önce şekil örüntüsündeki kare sayısı ile kenar sayısı arasındaki ilişkiyi belirleyebileceğimiz bir tablo oluşturalım.

Tablo: Örüntüdeki Kare Sayısı ile Kenar Sayısı Arasındaki İlişki

Adım Sayısı	1	2	3	4	...	n
Kare Sayısı	1	2	3	4	...	n
Toplam Kenar Sayısı	4	7	10	13	...	...
İlişki	$3 \cdot 1 + 1$	$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 3 + 1$	$3 \cdot 4 + 1$	...	$3 \cdot n + 1$

Oluşturduğumuz tabloya göre şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne dönüştürelim.

4, 7, 10, 13, ...

Sayı örüntüsünün kuralı, $3n + 1$ olarak belirtilebilir. Şekil örüntüsünün 17. adımındaki toplam kenar sayısını bulmak için $3n + 1$ ifadesindeki n yerine 17 yazılmalıdır.

$$3n + 1 \rightarrow 3 \cdot 17 + 1 = 51 + 1 = 52$$

Şekil örüntüsünün 17. adımında toplam 52 kenar vardır.

Alıştırımlar

1. Sayı örüntülerinin kurallarını harfle ifade ediniz. Noktalı yerlere uygun cebirsel ifadeleri veya sayıları yazınız.

a. 3, 14, 25, 36, 47, ...

Kuralı:

13. terimindeki sayı:

19. terimindeki sayı:

b. 20, 35, 50, 65, 80, ...

Kuralı:

10. terimindeki sayı:

15. terimindeki sayı:

c. 96, 87, 78, 69, 60, ...

Kuralı:

11. terimindeki sayı:

20. terimindeki sayı:

ç. 1050, 1035, 1020, 1005, 990, ...

Kuralı:

70. terimindeki sayı:

40. terimindeki sayı:

2. Tasarruf yapan Safiye, kumbarasında 170 TL biriktirdi. Safiye, kumbarasından her gün 5 TL alıp ihtiyacı olan birine yardım ediyor. Safiye'nin her günün sonunda kumbarasında kalan parası ile geçen gün sayısının arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi yazınız. 8. günün sonunda Safiye'nin kumbarasında kaç TL kalır?

3.



1. adım



2. adım



3. adım

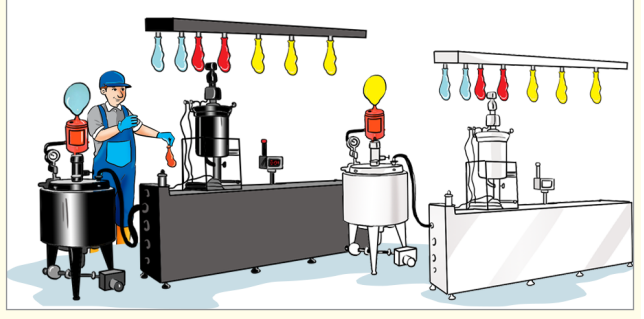


4. adım

Yukarıdaki şekil örüntüsü kibritlerle oluşturulmuştur. Şekil örüntüsündeki adım sayısı ile kibrit sayısı arasındaki ilişkiyi belirten sayı örüntüsünü yazınız. Sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade ediniz. Sayı örüntüsüne göre şekil örüntüsünün 50. adımındaki kibrit sayısını bulunuz.

Eşitliğin Korunumu ve Denklem Kurma

Balon üretimi yapan bir fabrikada siyah makine bir günde, beyaz makinenin bir günde ürettiği balon sayısının 2 katından 120 eksik sayıda balon üretiyor. Beyaz makine bir günde 10 000 balon ürettiğine göre siyah makinenin bir günde ürettiği balon sayısını nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.



Hatırlatma

- Bazı sözel durumlar, cebirsel ifade ile aşağıdaki gibi gösterilebilir:

Ayşe'nin yaşının 5 fazlası $\longrightarrow a + 5$

Kırtasiyedeki kitap sayısının 50 eksiği $\longrightarrow k - 50$

Mehmet'in kardeş sayısının 1 eksiğinin 3 katı $\longrightarrow 3 \cdot (m - 1)$

Kâğıtların sayısının 5 fazlasının 4 katı $\longrightarrow 4 \cdot (x + 5)$

Terazi sayısının 5 katının 20 eksiği $\longrightarrow 5t - 20$

Gömlük sayısının 7 katının 3 fazlası $\longrightarrow 7g + 3$

Fındık sayısının $\frac{1}{5}$ 'inin 2 eksiği $\longrightarrow \frac{1}{5} \cdot f - 2$

Elma sayısının 17 fazlasının çeyreği $\longrightarrow \frac{e+17}{4}$

Eşitliğin Korunumu

Bir eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir veya her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik bozulmaz.

Bir eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılır veya 0 (sıfır) hariç aynı sayıya bölünürse eşitlik bozulmaz.

Örnek

Kutucuktaki eşitliğin bozulmaması için $\triangle$ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

$$8 + 2 = \triangle + 6$$

Çözüm

$$8 + 2 = \triangle + 6$$

$$10 = \triangle + 6$$

$\triangle$ yerine yazılması gereken sayıyı bulabilmek için "6 ile hangi sayıyı toplarsak sonuç 10 olur?" sorusunu cevaplamalıyız.

6 ile 4 sayısı toplandığında sonuç 10 olur. O hâlde $\triangle$ yerine 4 yazılmalıdır.

$$10 = \triangle + 6$$

$$10 = 4 + 6$$

$$10 = 10$$

Örnek

Kutucuktaki eşitlikte verilen ■ yerine kaç yazılmalıdır?

$$3 \cdot (2 + 5) = \blacksquare + 11$$

Çözüm

Eşitliğin sol tarafındaki çarpma işlemini yapalım.

$$3 \cdot (2 + 5) = \blacksquare + 11$$

$$3 \cdot 7 = \blacksquare + 11$$

$$21 = \blacksquare + 11$$

11 ile 10 sayısı toplandığında sonuç 21 olur. O hâlde ■ yerine 10 yazılmalıdır.

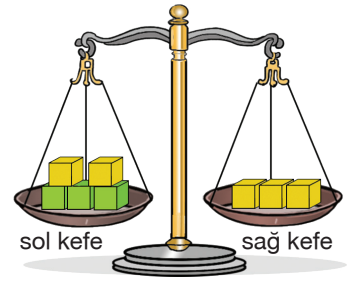
$$21 = \blacksquare + 11$$

$$21 = 10 + 11$$

$$21 = 21$$

Örnek

Yandaki terazi dengededir. Terazî modelinde ■ kütlesi 3 kg'ı, ■ kütlesi 1 kg'ı ve ● kütlesi x kg'ı temsil etmektedir. Buna göre, aşağıda istenenleri yapınız.



a. Terazinin dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

b. Terazinin her iki kefesine ikişer tane ■ kütlesi konulduğunda denge durumunu belirten eşitliği yazınız.

c. Terazinin her iki kefesinden birer tane ■ kütlesi alındığında denge durumunu belirten eşitliği yazınız.

ç. Terazinin her iki kefesine birer tane ● kütlesi konulduğunda denge durumunu belirten eşitliği yazınız.

Çözüm

a. Terazinin sol kefesinde “3 + 3 + 1 + 1 + 1” ifadesi, sağ kefesinde “3 + 3 + 3” ifadesi modellenmiştir. Sağ ve sol kefelerdeki kütlelerin toplamı birbirine eşit olduğundan terazi dengededir.

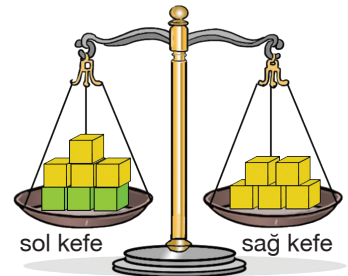
$$3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 3$$
$$9 = 9$$

b. Verilen terazinin her iki kefesine ikişer tane ■ kütlelerinden koyalım ve yandaki terazi modelini elde edelim.

Yandaki terazinin sol kefesinde “3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1” ifadesi, sağ kefesinde “3 + 3 + 3 + 3 + 3” ifadesi modellenmiştir.

Terazinin her iki kefesine de aynı kütlelerden ikişer tane konulduğuna göre terazi son durumda da dengededir.

$$3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$
$$15 = 15$$

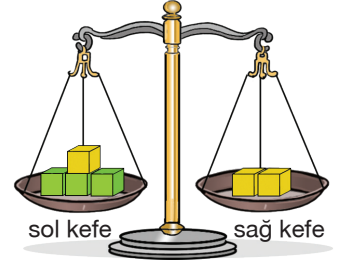


c. Verilen terazinin iki kefesinden birer tane  kütlesini alalım ve yandaki terazi modelini elde edelim.

Terazinin sol kefesinde “ $3 + 1 + 1 + 1$ ” ifadesi, sağ kefesinde “ $3 + 3$ ” ifadesi modellenmiştir. Terazinin her iki kefesinden de aynı kütle alındığına göre terazi son durumda da dengededir.

$$3 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3$$

$$6 = 6$$

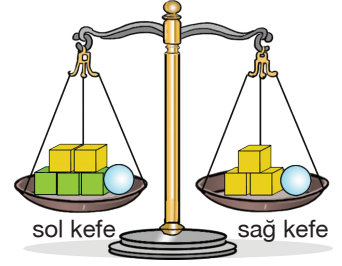


ç. Verilen terazinin her iki kefesine birer tane  kütlesini koyalım ve yandaki terazi modelini elde edelim.

Terazinin sol kefesinde “ $x + 3 + 3 + 1 + 1 + 1$ ” ifadesi, sağ kefesinde “ $x + 3 + 3 + 3$ ” ifadesi modellenmiştir. Terazinin her iki kefesine de aynı kütle konulduğuna göre terazi son durumda da dengededir.

$$x + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = x + 3 + 3 + 3$$

$$x + 9 = x + 9$$



Örnek

Kutucukta verilen eşitliğin her iki tarafının;

$$18 + 12 = 24 + 6$$

- a. 2 ile çarpılması,
- b. - 5 ile çarpılması,
- c. 3'e bölünmesi,
- ç. - 2'ye bölünmesi,
- d. 7 ile çarpılması,
- e. - 1'e bölünmesi durumlarında eşitliğin korunup korunmadığını belirleyiniz.

Çözüm

$$18 + 12 = 24 + 6$$

$$30 = 30 \text{ (Eşitlik vardır.)}$$

a. Eşitliğin her iki tarafını 2 ile çarpalım.

$$2 \cdot (18 + 12) = 2 \cdot (24 + 6)$$

$$2 \cdot 18 + 2 \cdot 12 = 2 \cdot 24 + 2 \cdot 6$$

$$36 + 24 = 48 + 12$$

$$60 = 60 \text{ (Eşitlik korunur.)}$$

b. Eşitliğin her iki tarafını - 5 ile çarpalım.

$$- 5 \cdot (18 + 12) = - 5 \cdot (24 + 6)$$

$$- 5 \cdot 18 - 5 \cdot 12 = - 5 \cdot 24 - 5 \cdot 6$$

$$- 90 - 60 = - 120 - 30$$

$$- 150 = - 150 \text{ (Eşitlik korunur.)}$$

c. Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

$$\frac{18+12}{3} = \frac{24+6}{3}$$

$$\frac{18}{3} + \frac{12}{3} = \frac{24}{3} + \frac{6}{3}$$

$$6 + 4 = 8 + 2$$

$$10 = 10 \text{ (Eşitlik korunur.)}$$

ç. Eşitliğin her iki tarafını -2'ye bölelim.

$$\frac{18+12}{-2} = \frac{24+6}{-2}$$

$$\frac{18}{-2} + \frac{12}{-2} = \frac{24}{-2} + \frac{6}{-2}$$

$$-9 - 6 = -12 - 3$$

$$-15 = -15 \text{ (Eşitlik korunur.)}$$

d. Eşitliğin her iki tarafını 7 ile çarpalım.

$$7 \cdot (18 + 12) = 7 \cdot (24 + 6)$$

$$7 \cdot 18 + 7 \cdot 12 = 7 \cdot 24 + 7 \cdot 6$$

$$126 + 84 = 168 + 42$$

$$210 = 210 \text{ (Eşitlik korunur.)}$$

e. Eşitliğin her iki tarafını -1'e bölelim.

$$\frac{18+12}{-1} = \frac{24+6}{-1}$$

$$\frac{18}{-1} + \frac{12}{-1} = \frac{24}{-1} + \frac{6}{-1}$$

$$-18 - 12 = -24 - 6$$

$$-30 = -30 \text{ (Eşitlik korunur.)}$$

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurma

a ve b rasyonel sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b = 0$ biçimindeki denklemlere, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir.

Örnek

Bir alışveriş merkezindeki mağaza sayısının 5 eksiğinin 3 katı 300'dür.

Bir oyuncakçıdaki oyuncak sayısının 20 fazlasının çeyreği 246'dır.

Melih'in yaşının 8 katının 2 eksiği 118'dir.

Köprüden bir saatte geçen araç sayısının $\frac{1}{10}$ 'unun 10 fazlası 130'dur.

Bir fırında günlük üretilen ekmeklerin 30 fazlasının 2 katı 3000'dir.

Yukarıdaki durumlara uygun olan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurunuz.

Çözüm

• Alışveriş merkezindeki mağaza sayısı m olsun.

Mağaza sayısının 5 eksiği: $m - 5$

Mağaza sayısının 5 eksiğinin 3 katı: $3 \cdot (m - 5)$

Denklem: $3 \cdot (m - 5) = 300$

- Oyuncakçıdaki oyuncak sayısı k olsun.

Oyuncak sayısının 20 fazlası: $k + 20$

Oyuncak sayısının 20 fazlasının çeyreği: $\frac{k+20}{4}$

Denklem: $\frac{k+20}{4} = 246$

- Melih'in yaşı y olsun.

Melih'in yaşının 8 katı: $8 \cdot y$

Melih'in yaşının 8 katının 2 eksiği: $8y - 2$

Denklem: $8y - 2 = 118$

- Köprüden bir saatte geçen araç sayısı a olsun.

Araç sayısının $\frac{1}{10}$ 'u: $\frac{a}{10}$

Araç sayısının $\frac{1}{10}$ 'unun 10 fazlası: $\frac{a}{10} + 10$

Denklem: $\frac{a}{10} + 10 = 130$

- Fırında günlük üretilen ekmeklerin sayısı e olsun.

Ekmek sayısının 30 fazlası: $e + 30$

Ekmek sayısının 30 fazlasının 2 katı: $2 \cdot (e + 30)$

Denklem: $2 \cdot (e + 30) = 3000$

Örnek

☐ Kalem sayısının 7 fazlasının 4 katı 20'dir. $\rightarrow 4 \cdot (k + 7) = 20$

☐ Silgi sayısının 6 eksiğinin 3 fazlası 21'dir. $\rightarrow 3 \cdot (s - 6) = 21$

☐ Defter sayısının 3 katının 7 eksiğinin 2 katı 22'dir. $\rightarrow 2 \cdot (3d - 7) = 22$

☐ Cetvel sayısının 2 katının 8 fazlası 16'dır. $\rightarrow 2c - 8 = 16$

Yukarıda, bir kırtasiyedeki malzemelerin sayısı sözel olarak ifade edilmiş ve duruma uygun denklemlerle eşleştirilmiştir. Doğru eşleştirme yapılmış ise ifadelerin başındaki kutucuğa "D", yanlış eşleştirme yapılmış ise "Y" yazınız.

Çözüm

- Kalem sayısı k olsun.

Kalem sayısının 7 fazlası: $k + 7$

Kalem sayısının 7 fazlasının 4 katı: $4 \cdot (k + 7)$

Denklem: $4 \cdot (k + 7) = 20$ (Denklem doğrudur.)

- Silgi sayısı s olsun.

Silgi sayısının 6 eksiği: $s - 6$

Silgi sayısının 6 eksiğinin 3 fazlası: $s - 6 + 3$

Denklem: $s - 6 + 3 = 21$ ($3 \cdot (s - 6) = 21$ denklemini yanlışır.)



- Defter sayısı d olsun.

Defter sayısının 3 katı: $3d$

Defter sayısının 3 katının 7 eksiği: $3d - 7$

Defter sayısının 3 katının 7 eksiğinin 2 katı: $2 \cdot (3d - 7)$

Denklem: $2 \cdot (3d - 7) = 22$ (Denklem doğrudur.)

- Cetvel sayısı c olsun.

Cetvel sayısının 2 katı: $2c$

Cetvel sayısının 2 katının 8 fazlası: $2c + 8$

Denklem: $2c + 8 = 16$ ($2c - 8 = 16$ denklemi yanlıştır.)

Doğru denklem ile eşleştirilmiş ifadelerin başındaki kutucuğa "D", yanlış denklemle eşleştirilmiş ifadenin başındaki kutucuğa "Y" yazalım.

D Kalem sayısının 7 fazlasının 4 katı 20'dir. $\longrightarrow 4 \cdot (k + 7) = 20$

Y Silgi sayısının 6 eksiğinin 3 fazlası 21'dir. $\longrightarrow 3 \cdot (s - 6) = 21$

D Defter sayısının 3 katının 7 eksiğinin 2 katı 22'dir. $\longrightarrow 2 \cdot (3d - 7) = 22$

Y Cetvel sayının 2 katının 8 fazlası 16'dır. $\longrightarrow 2c - 8 = 16$

Alıştırmalar

1.

$$2 = \triangle - 1$$

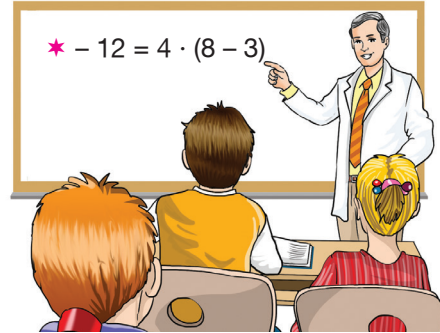
$$\star + 6 = 2 + 9$$

$$\square + 11 = 4^2 - 1$$

$$10 - \bullet = 14 : 2$$

Kutucuklarda verilen eşitliklerdeki $\triangle$, $\star$, $\square$ ve $\bullet$ yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

2. Tahtada verilen eşitlikte $\star$ yerine kaç yazılmalıdır?

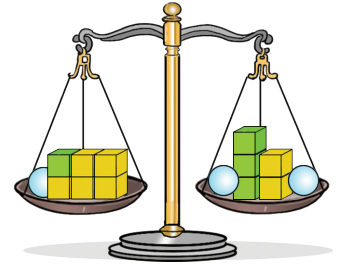


3. Yandaki terazi dengededir. Terazi modelinde $\bullet$ kütlesi x kg'ı, $\square$ kütlesi 3 kg'ı ve $\blacksquare$ kütlesi 1 kg'ı temsil etmektedir. Buna göre, aşağıda istenenleri yapınız.

a. Terazinin dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

b. Terazinin her iki kefesinden birer tane $\bullet$ kütlesi alındığında dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

c. Terazinin her iki kefesine ikişer adet $\square$ kütlesi konulduğunda dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.



Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Çözme

9 ile 10. yüzyıllar arasında yaşamış olan ve matematikçiler arasında “hesap, matematik bilgini” olarak anılan Ebu Kâmil Şuca’nın en ünlü eseri “Kitabü’l Cebr ve’l Mukabele”dir. Ebu Kâmil Şuca, bu eserinde Harezmi’nin uygulamalı açıklamalar yönteminden farklı olarak cebiri mantık kurallarına bağlamıştır.



Ebu Kâmil Şuca, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin önceden bilinmeyen çözümlerini yapmıştır.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler günlük hayatta nerelerde kullanılabilir? Açıklayınız.

Bilinmeyen içeren eşitliklere **denklem** denir. Denklemi sağlayan bilinmeyenin değerine **denklemin kökü**, bu değeri bulma işlemine de **denklem çözme** denir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler çözülürken denklemdeki bilinmeyen, eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır.

$3x - 7 = 20$ denklemi çözüldüğünde elde edilecek x değerini bulalım.

Denklemdeki x değerini bulmak için x 'i, eşitliğin sol tarafında yalnız bırakalım. Bunun için önce eşitliğin her iki tarafına 7 ekleyelim.

$$3x - 7 + 7 = 20 + 7$$

$$3x + 0 = 27$$

$$3x = 27$$

Sonra eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

$$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3} \Rightarrow x = \frac{27}{3} = 9$$

Örnek

$2 \cdot (x + 1) = 18$ denklemi çözüldüğünde x kaç bulunur?

Çözüm

2 sayısını, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak ayraç içindeki her bir terimle ayrı ayrı çarpalım.

$$2 \cdot (x + 1) = 18$$

$$2 \cdot x + 2 \cdot 1 = 18$$

$$2x + 2 = 18$$

$$2x + 2 + (-2) = 18 + (-2)$$

$$2x = 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$$x = 8$$

Eşitliğin her iki tarafına (-2) sayısını ekleyelim.

Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.

Örnek

$-5 \cdot (x - 4) = 50$ denklemi çözüldüğünde x kaç bulunur?

Çözüm

$$\begin{aligned} & -5 \cdot (x - 4) = 50 \\ & -5 \cdot x - 5 \cdot (-4) = 50 \\ & -5x + 20 = 50 \\ & -5x + 20 + (-20) = 50 + (-20) \\ & -5x = +30 \\ & \frac{-5x}{-5} = \frac{+30}{-5} \\ & x = -6 \end{aligned}$$

Ayraç dışındaki (-5) sayısını ayraçın içindeki her bir terimle ayrı ayrı çarpalım.

Eşitliğin iki tarafına (-20) sayısını ekleyelim.

Eşitliğin her iki tarafını (-5) 'e bölelim.

Örnek

$\blacktriangle x - 17 = 23$ denklemi çözüldüğünde $x = 5$ değeri elde edildiğine göre $\blacktriangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

Denklem çözüldüğünde elde edilen $x = 5$ değerini denklemde yerine yazalım ve $\blacktriangle$ yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

$$\begin{aligned} & \blacktriangle x - 17 = 23 \\ & 5\blacktriangle - 17 = 23 \\ & 5\blacktriangle - 17 + 17 = 23 + 17 \\ & \frac{5\blacktriangle}{5} = \frac{40}{5} \\ & \blacktriangle = 8 \end{aligned}$$

$\blacktriangle$ yerine 8 yazılmalıdır.

Örnek

$3a - 7 = 2a + 9$ denklemi çözüldüğünde a kaç bulunur?

Çözüm

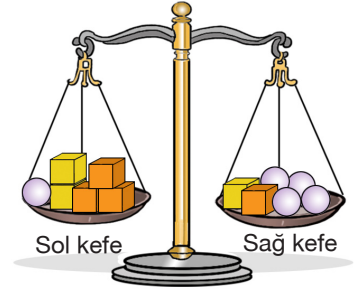
Denklemde, içinde bilinmeyen bulunan terimleri eşitliğin sol tarafına almak için her iki tarafa $(-2a)$ ifadesini ekleyelim.

$$\begin{aligned} & 3a - 7 + (-2a) = 2a + 9 + (-2a) \\ & 3a + (-2a) - 7 = 2a + (-2a) + 9 \\ & a - 7 = 9 \\ & a - 7 + 7 = 9 + 7 \\ & a = 9 + 7 \\ & a = 16 \end{aligned}$$

Eşitliğin her iki tarafına 7 ekleyelim.

Örnek

Yandaki terazi modelinde  kütlesi x kg'ı,  kütlesi 3 kg'ı,  kütlesi 1 kg'ı temsil etmektedir. Terazi dengede olduğuna göre  kütlesi kaç kg'dır?



Çözüm

Terazinin sol kefesinde $x + x + 3 + 1 + 1 + 1$ cebirsel ifadesi, sağ kefesinde $x + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$ cebirsel ifadesi modellenmiştir. Terazi dengede olduğuna göre cebirsel ifadeleri eşitleyerek birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklem kuralım.

$$x + x + 3 + 1 + 1 + 1 = x + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$$

$$2x + 6 = x + 13$$

Kurduğumuz denklemi çözelim.

$$2x + 6 = x + 13$$

$$(-x) + 2x + 6 = (-x) + x + 13$$

$$x + 6 = 13$$

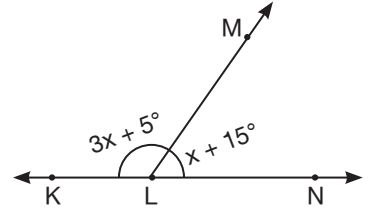
$$x + 6 + (-6) = 13 + (-6)$$

$$x = 7$$

Terazi modelinde belirtilen x , 7'dir. Öyleyse  kütlesi, 7 kg'dır.

Örnek

Yandaki şekilde $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{MLN}$, bütünler açılarıdır. $m(\widehat{KLM}) = 3x + 5^\circ$ ve $m(\widehat{MLN}) = x + 15^\circ$ olduğuna göre küçük açının ölçüsü kaç derecedir?



Çözüm

Bütünler iki açının ölçüleri toplamı 180° 'dir. Buna göre $\widehat{KLM}$ ve $\widehat{MLN}$ 'nin ölçüleri toplamını 180° 'ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{MLN}) = 180^\circ$$

$$3x + 5^\circ + x + 15^\circ = 180^\circ$$

$$4x + 20^\circ = 180^\circ$$

$$4x = 160^\circ$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{160^\circ}{4}$$

$$x = 40^\circ$$

x yerine 40° yazarak bütünler açılarının ölçülerini bulalım.

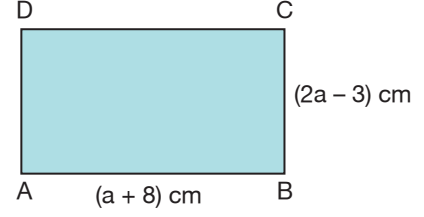
$$m(\widehat{KLM}) = 3x + 5^\circ = 3 \cdot 40^\circ + 5^\circ = 120^\circ + 5^\circ = 125^\circ$$

$$m(\widehat{MLN}) = x + 15^\circ = 40^\circ + 15^\circ = 55^\circ$$

Küçük olan $\widehat{MLN}$ 'nin ölçüsü 55° 'dir.

Örnek

ABCD dikdörtgeninin uzun kenarı $(a + 8)$ cm, kısa kenarı $(2a - 3)$ cm uzunluğundadır. Dikdörtgenin çevre uzunluğu 40 cm ise alanı kaç cm^2 dir?



Çözüm

ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu, birer uzun ve kısa kenar uzunluğunun toplamının 2 katına eşittir.

$$\text{Çevre uzunluğu} = 2 \cdot (|AB| + |BC|)$$

$$40 = 2 \cdot [(a + 8) + (2a - 3)]$$

$$\frac{40}{2} = \frac{2 \cdot (3a + 5)}{2}$$

$$20 = 3a + 5$$

$$15 = 3a$$

$$5 = a$$

Dikdörtgenin uzun ve kısa kenar uzunluklarını, a yerine 5 yazarak bulalım.

$$|AB| = a + 8 = 5 + 8 = 13 \text{ cm}$$

$$|BC| = 2a - 3 = 2 \cdot 5 - 3 = 10 - 3 = 7 \text{ cm}$$

ABCD dikdörtgeninin alanı, birer uzun ve kısa kenar uzunluğunun çarpımına eşittir.

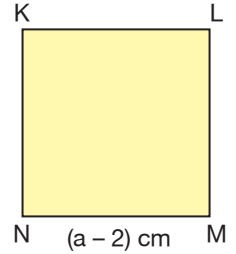
$$\text{Alan} = |AB| \cdot |BC|$$

$$\text{Alan} = 13 \cdot 7 = 91 \text{ cm}^2$$

ABCD dikdörtgeninin alanı 91 cm^2 dir.

Örnek

Yandaki KLMN karesinin çevre uzunluğu 16 cm ve kenar uzunluğu $(a - 2)$ cm ise a kaçtır?



Çözüm

KLMN karesinin çevre uzunluğu, bir kenar uzunluğunun 4 katına eşittir.

$$4 \cdot |MN| = \text{Çevre uzunluğu}$$

$$4 \cdot (a - 2) = 16$$

$$4a - 8 = 16$$

$$4a = 24$$

$$a = 6$$

Alıştırmalar

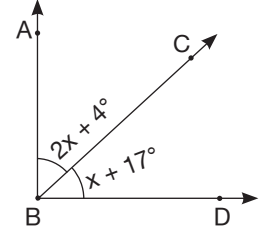
1. Yandaki tabloda, bazı denklemler ve bu denklemler çözüldüğünde elde edilen x değerleri belirtilmiştir. x değeri verilmeyen denklemleri çözerek tablodaki renkli bölgelere, uygun x değerlerini yazınız.

Tablo: Denklemler

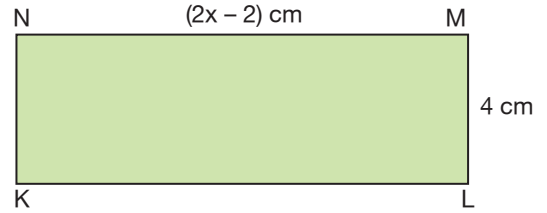
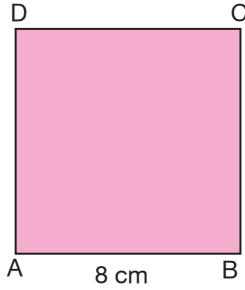
Denklem	x Değeri
$3x - 7 = 20$	9
$5x + 14 = 39$	
$7(x - 8) = 28$	
$7x - 10 = 6(x - 1)$	
$9(x + 7) = 4(x + 2)$	

2. $x + 12 = 40$ denklemi çözüldüğünde $x = 4$ değeri elde edildiğine göre x yerine kaç yazılmalıdır?

3. Yandaki şekilde $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{CBD}$, tümler açılarıdır. $m(\widehat{ABC}) = 2x + 4^\circ$ ve $m(\widehat{CBD}) = x + 17^\circ$ olduğuna göre tümler açıların ölçülerini bulunuz.

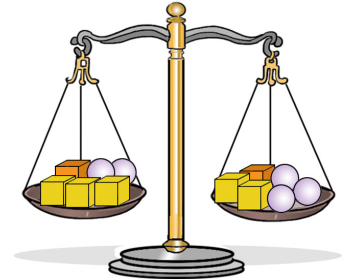


4.



Yukarıdaki ABCD karesi ile KLMN dikdörtgeninin çevre uzunlukları eşittir. $|AB| = 8$ cm, $|MN| = (2x - 2)$ cm ve $|ML| = 4$ cm ise ABCD karesi ile KLMN dikdörtgeninin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

5. Yandaki terazi modelinde  kütlesi x kg'ı,  kütlesi 3 kg'ı,  kütlesi 1 kg'ı temsil etmektedir. Terazi dengede olduğuna göre x kaçtır?



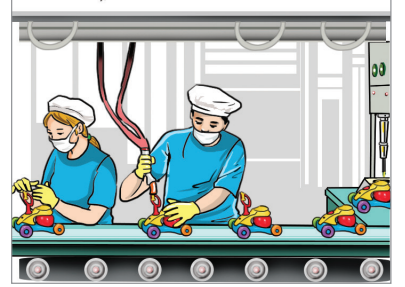
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

Melike ile Gülsüm, dedelerine yardım etmek için dedelerinin bahçelerindeki ağaçlardan nar topluyorlar. Melike'nin topladığı nar sayısı, Gülsüm'ün topladığı nar sayısının 2 katından 20 fazladır. Gülsüm, 120 nar topladığına göre Melike'nin topladığı nar sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.



Problem

Selim Bey, oyuncak üreten bir fabrikanın paketleme biriminde çalışmaktadır ve her gün, bir önceki gün paketlediği oyuncak sayısından 25 oyuncak daha fazla paketlemektedir. Selim Bey, üç günün sonunda toplam 1350 oyuncak paketlediğine göre ikinci gün kaç oyuncak paketlemiştir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde Selim Bey'in her gün, bir önceki gün paketlediği oyuncak sayısından 25 oyuncak daha fazla paketlediği ve üç günün sonunda toplam 1350 oyuncak paketlediği belirtilmektedir. Bizden ikinci gün kaç oyuncak paketlendiğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Selim Bey'in ilk gün paketlediği oyuncak sayısına x diyelim. Bu durumda Selim Bey ikinci gün $(x + 25)$ adet, üçüncü gün $(x + 25) + 25 = x + 50$ adet oyuncak paketleyecektir.

Selim Bey'in üç gün boyunca paketlediği oyuncak sayılarını belirten cebirsel ifadeleri toplayalım ve 1350'ye eşitleyelim.

Problemi Çözelim

$$x + (x + 25) + (x + 50) = 1350$$

$$3x + 75 = 1350$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{1275}{3}$$

$$x = 425 \rightarrow \text{İlk gün paketlenen oyuncak sayısı}$$

Selim Bey, ikinci gün $425 + 25 = 450$ adet oyuncak paketlemiştir.

Değerlendirme Yapalım

Selim Bey'in üç gün boyunca paketlediği oyuncak sayılarının toplamı 1350 olmalıdır.

$$425 + 450 + 475 = 1350$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Tasarruf yapan Burcu, kumbarasına her gün, bir önceki gün attığı para miktarından 7 TL eksik miktarda para atıyor. Burcu, boş kumbarasına dört gün boyunca toplam 86 TL attığına göre üçüncü gün kaç TL atmıştır?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde Burcu'nun kumbarasına her gün bir önceki gün attığı para miktarından 7 TL eksik miktarda para attığı ve dört gün boyunca toplam 86 TL attığı belirtilmektedir. Bizden Burcu'nun kumbarasına üçüncü gün kaç TL attığını bulmamız isteniyor.

Plan Yapalım

Burcu'nun, kumbarasına ilk gün attığı para miktarına k TL diyelim. Bu durumda Burcu, kumbarasına ikinci gün $(k - 7)$ TL, üçüncü gün $(k - 7) - 7 = (k - 14)$ TL, dördüncü gün $(k - 14) - 7 = (k - 21)$ TL para atar.

Burcu'nun kumbarasına dört gün boyunca attığı paraları belirten cebirsel ifadeleri toplayalım ve 86'ya eşitleyelim.

Problemi Çözelim

$$k + (k - 7) + (k - 14) + (k - 21) = 86$$

$$4k - 42 = 86 \rightarrow 4k = 128 \rightarrow k = 32$$

Burcu, kumbarasına birinci gün 32 TL, ikinci gün $32 - 7 = 25$ TL, üçüncü gün $25 - 7 = 18$ TL para atmıştır.

Değerlendirme Yapalım

Burcu'nun dört gün boyunca kumbarasına günlük attığı paraların toplamı 86 TL olmalıdır.

$$32 \text{ TL} + 25 \text{ TL} + 18 \text{ TL} + 11 \text{ TL} = 86 \text{ TL}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir sayının 7 katı ile 2 katının farkının 30 fazlası 150 olduğuna göre bu sayı kaçtır?

Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde bir sayının 7 katı ile 2 katının farkının 30 fazlasının 150 olduğu belirtilmiştir. Bizden sayıyı bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Sayı x olsun.

Sayının 7 katı $7x$, 2 katı ise $2x$ olur.

Sayının 7 katı ile 2 katının farkı $7x - 2x = 5x$ olur.

Sayının 7 katı ile 2 katının farkının 30 fazlası, $5x + 30$ olur.

Problemi Çözelim

$5x + 30$ cebirsel ifadesini 150'ye eşitleyelim ve x 'i bulalım.

$$5x + 30 = 150$$

$$5x = 120$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{120}{5}$$

$$x = 24$$

7 katı ile 2 katının farkının 30 fazlası 150 olan sayı 24'tür.

Değerlendirme Yapalım

24 sayısının 7 katı ile 2 katının farkının 30 fazlası, 150 olmalıdır.

$$(24 \cdot 7) - (24 \cdot 2) + 30 = 168 - 48 + 30 = 120 + 30 = 150$$

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

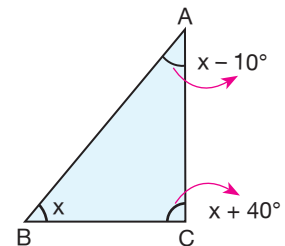
1. Bir sayının 8 katı ile 2 katının toplamının 7 eksiği 113'tür. Buna göre bu sayı kaçtır?
2. Pelin'in yaşı, kardeşinin yaşının 3 katından 6 eksiktir. Pelin ile kardeşinin yaşları toplamı 22 olduğuna göre Pelin'in kardeşi 2 yıl sonra kaç yaşında olur?
3. Ardışık üç çift sayının toplamı 24'tür. Buna göre ardışık sayılardan en büyüğü kaçtır?
4. Sevil Hanım, İnternet'ten aynı kitaptan 7 adet sipariş etti. Kargo fiyatı dâhil kitaplar için toplam 890 TL ödedi. Sevil Hanım, kargo için 260 TL ödediğine göre sipariş ettiği bir adet kitabın fiyatı kaç TL'dir?



5. Mert Bey, ihtiyaç sahiplerine dağıtmak için marketten 2 kg'lık pirinç paketlerinden 7 adet aldı ve kasıyere 700 TL ödedi. Kasiyer, Mert Bey'e para üstü olarak 70 TL verdiğiğine göre 1 kg pirincin fiyatı kaç TL'dir?



6. Yandaki ACB üçgeninde, $m(\widehat{A}) = x - 10^\circ$, $m(\widehat{B}) = x$ ve $m(\widehat{C}) = x + 40^\circ$ olduğuna göre A iç açısının ölçüsü kaç derecedir?



1. İşlemler ile işlemlerin sonuçlarını eşleştiriniz.

$$(5c + 2) + (2c - 3) =$$

$$(4c - 2) - (-c + 1) =$$

$$2 \cdot (3c - 1) =$$

$$3 \cdot (2c + 1) =$$

$$6c + 3$$

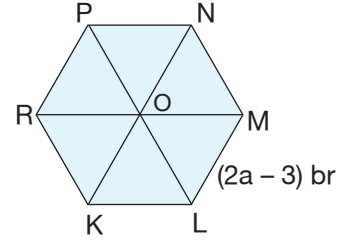
$$5c - 3$$

$$6c - 2$$

$$7c - 1$$

$$7c + 4$$

2. Yanda altı tane eşkenar üçgenin aralarında boşluk kalmayacak şekilde dizilmesi ile elde edilmiş bir şekil verilmiştir. OML eşkenar üçgeninin bir kenarının uzunluğu $(2a - 3)$ br'dir. Buna göre, şeklin çevre uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



3. $6 \rightarrow 10 \rightarrow 14 \rightarrow 18 \rightarrow 22 \rightarrow \dots$

Yukarıdaki sayı örüntüsünün;

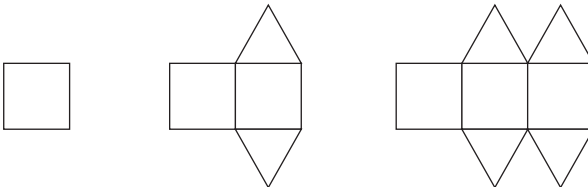
- Kuralını harfle ifade ediniz.
25. terimindeki sayıyı bulunuz.
- 100 ile 50. terimlerdeki sayıların farkını bulunuz.

4. Ercan, her gün, yaptığı ödevlerin doğruluğunu kontrol ediyor. Bu iş için ilk gün 20 dakika ayırdı. Sonraki her gün, bir önceki gün ayırdığı süreden 2 dakika daha fazla zaman ayırdı.

Ercan'ın ödev kontrolü için ayırdığı zaman ile geçen gün arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi yazınız. 10. gün, Ercan'ın ödev kontrolü için kaç dakika ayırdığını belirleyiniz.



- 5.



1. adım

2. adım

3. adım

Yukarıdaki şekil örüntüsü, kare ve eşkenar üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Şekil örüntüsündeki eşkenar üçgen sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi harfle ifade ediniz.

6.

$$\triangle + 8 = -1 + \blacksquare$$

Yukarıdaki eşitlikte verilen $\triangle$ yerine 3 yazılırsa $\blacksquare$ yerine kaç yazılır?

A) 9

B) 10

C) 11

D) 12

7. $5 \cdot (2 - 1) = \triangle - \blacksquare$ eşitliğindeki $\blacksquare$ yerine 5 yazılırsa $\triangle$ yerine kaç yazılır?

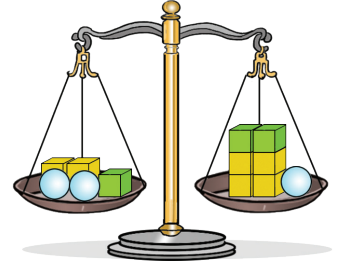
A) 10

B) 3

C) -3

D) -10

8. Yandaki terazi dengededir. Terazi modelinde $\blacksquare$ kütlesi 1 kg'ı, $\blacksquare$ kütlesi 4 kg'ı ve $\bullet$ kütlesi y kg'ı temsil etmektedir. Buna göre aşağıda istenenleri yapınız.



a. Terazinin dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

b. Terazinin her iki kefesine üçer tane $\blacksquare$ kütlesi konulduğunda dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

c. Terazinin her iki kefesine birer tane $\blacksquare$ kütlesi konulduğunda dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

ç. Terazinin her iki kefesinden birer tane $\bullet$ kütlesi alındığında dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

d. Terazinin her iki kefesinden ikişer tane $\blacksquare$ kütlesi alındığında dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.

9. Aşağıda verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler kurunuz.

a. Bir fabrikada üretilen masa sayısının yarısının 3 fazlası 40 000'dir. Masa sayısını bulunuz.

b. Bir gözlemevinde bir ayda gözlemlenen gezegen sayısının 2 eksiğinin 10 katı 20'dir. Gezegen sayısını bulunuz.

c. Bir hayvanat bahçesindeki sincap sayısının 5 fazlasının 3 katı 63'tür. Sincap sayısını bulunuz.

ç. Bir ülkedeki şehir sayısının 7 katının 20 eksiği 260'tır. Şehir sayısını bulunuz.

d. Bir okuldaki öğretmen sayısının -6 katının 5 fazlası -295'tir. Öğretmen sayısını bulunuz.

e. Bir araçtaki tekerlek sayısının 3 eksiğinin -7 katı -7'dir. Tekerlek sayısını bulunuz.

10. Bütünler iki açıdan büyük olanın ölçüsü, küçük olanın ölçüsünden 42° fazladır. Buna göre küçük açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 66

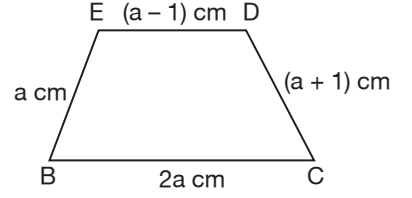
B) 67

C) 69

D) 71

11. Yanda kenar uzunlukları verilen BCDE dörtgeninin çevre uzunluğu 25 cm'dir. Buna göre a kaçtır?

- A) 3 B) 5
C) 6 D) 7



12. Bir kenar uzunluğu $(2x - 4)$ cm olan karenin alanı 100 cm^2 olduğuna göre x kaçtır?

13. Aşağıda verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözünüz.

- a. $x - 8 = 7$ b. $3b + 4 = 11$ c. $2 \cdot (a - 3) = 22$ ç. $5 \cdot (x + 1) = 15$
d. $3 \cdot (x - 1) = 2 \cdot (x + 3)$ e. $8x - 11 = 3x + 44$ f. $8y + 3 = -5$ g. $11x = -22$

14. $\blacktriangle x + 80 = 110$ denklemi çözüldüğünde $x = 6$ değeri elde edildiğine göre $\blacktriangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

15. Bir kümesteki horozların sayısının 3 katının 5 eksiği, tavukların sayısına eşittir. Kümesteki horoz ve tavukların sayıları toplamı 75 olduğuna göre kümeste kaç horoz vardır?



16.



Ceren ile Hasan'ın ifadelerinde belirttikleri denklemi kurunuz.

17. Yandaki kutucuklarda verilen eşitliklere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

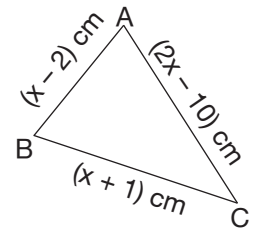
- ★ yerine kaç yazılmalıdır?
- ▲ - ■ işleminin sonucu kaçtır?
- ★ · ▼ çarpımı kaçtır?
- ★ + ■ + ▼ işleminin sonucu kaçtır?
- ÷ ◆ işleminin sonucu kaçtır?

$5 - \star = 4 + 6$	$8 + 4 = \blacktriangle - 5$	$8 \cdot (2 + \blacksquare) = 16 + 32$
$9 + \blacktriangledown = 18 + 2$	$5 + 8 = \bullet - 7$	$\blacklozenge \cdot (3 + 4) = 15 + 20$

18. Aşağıdaki eşitliklere, verilen işlemleri uygulayınız ve eşitliğin korunup korunmadığını belirtiniz.

- $8 + 4 = 9 + 3$ eşitliğinin her iki tarafına (-2) sayısının eklenmesi
- $9 - 5 = 13 - 9$ eşitliğinin sol tarafından 8 sayısının çıkarılması, sağ tarafına 8 sayısının eklenmesi
- $11 + 13 = 10 + 14$ eşitliğinin her iki tarafının (-5) sayısı ile çarpılması
- $14 + 28 = 35 + 7$ eşitliğinin her iki tarafının 7 sayısına bölünmesi

19. Yandaki ABC üçgeninin çevre uzunluğu 41 cm'dir. $|AB| = (x - 2)$ cm, $|AC| = (2x - 10)$ cm ve $|BC| = (x + 1)$ cm olduğuna göre ABC üçgeninin kenar uzunluklarını bulunuz.



20. Bütünler iki açıdan birinin ölçüsü, diğerinin ölçüsünün 2 katından 30° fazladır. Buna göre büyük açının ölçüsü kaç derecedir?

21. 30 öğrencinin bulunduğu bir sınıftaki kız öğrenci sayısı, erkek öğrenci sayısının 8 eksiğidir. Buna göre sınıfta kaç erkek öğrenci vardır?

4. Ünite



KONULAR

ORAN VE ORANTI

- Oran ve Orantıyı Tanıyalım
- Doğru Orantı
- Ters Orantı
- Orantı ile İlgili Problemler

YÜZDELER

- Yüzde Hesapları
- Yüzde ile İlgili Problemler

Terimler veya Kavramlar

- orantı
- doğru orantı
- ters orantı

Semboller

- $a : b$
- $\frac{a}{b}$
- a / b
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$



Bilinçli bir tüketici, bir mal satın alırken nelere dikkat etmelidir? Bir mal satın alırken bu mala ihtiyacınız olup olmadığını düşününüz. Satın alacağınız malın fiyatının, bütçenize uygun olup olmadığına bakınız. Mali teslim almadan sözleşmeyi imzalamayınız ve peşin ödemede bulunmayınız. Alacağınız malın kusurlu olup olmadığına dikkat ediniz. Hazırlanan sözleşme metnini, taksitli veya kampanyalı olarak mal satın alırken imzalamadan önce mutlaka okuyunuz. Sözleşme metninde aşağıdaki bilgilerin bulunmasına dikkat ediniz.

- Satıcının adı, unvanı ve adresi
- Sözleşmenin düzenlendiği tarih
- Satın alınan malın cinsi ve miktarı
- Malın teslim tarihi (Mali teslim almadan tarih atmayınız.)
- Malın peşin fiyatı ve taksitli fiyatı

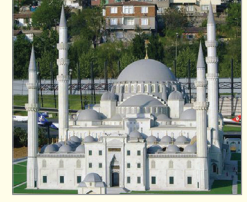
Oran ve Orantıyı Tanıyalım

2 Mayıs 2003 tarihinde ziyarete açılan Miniatürk'te, bazı tarihî eserlerin $\frac{1}{25}$ oranında küçültülmüş maketleri sergilenmektedir. Miniatürk'te Anadolu Hisarı'ndan Sultanahmet Camii'ne, Kubbet-üs-Sahra'dan Artemis Tapınağı'na kadar pek çok kültür ve medeniyetin izlerini taşıyan 126 farklı eser yer almaktadır.

Miniatürk gibi oranın önemli olduğu başka yapılar olabilir mi? Tartışınız.



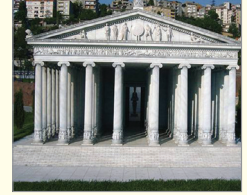
Anadolu Hisarı



Sultanahmet Camii



Kubbet-üs-Sahra



Artemis Tapınağı

Hatırlatma

Çokluklar karşılaştırılırken oran kullanılır. a ve b iki çokluk olmak üzere a'nın b'ye oranı;

a : b, $\frac{a}{b}$ ve a / b biçimlerinde gösterilebilir.

Birbirine oranı verilen iki çokluktan birinin 1 olması durumunda diğ erinin alacağı değ er belirlenirken oran ifadesi, 1 olan çokluk elde edilene kadar sadeleştirilir.

Örnek

Bir markette satılan 3 kg'lık toz şekerin fiyatı 90 TL ise toz şekerin 1 kg'nın fiyatı kaç TL'dir?

Çözüm

Toz şekerin fiyatının (TL), kütlesine (kg) oranını bulalım.

$$\frac{\text{Şekerin fiyatı (TL)}}{\text{Şekerin kütlesi (kg)}} = \frac{90}{3}$$

Toz şekerin 1 kg'nın fiyatını bulabilmek için $\frac{90}{3}$ sayısını, paydası 1 olacak şekilde sadeleştirelim. Bunun için $\frac{90}{3}$ sayısının pay ve paydasını 3'e bölelim.

$$\frac{90}{3} = \frac{90 \div 3}{3 \div 3} = \frac{30}{1} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Toz şekerin fiyatı (TL)} \\ \leftarrow \text{Toz şekerin kütlesi (kg)} \end{array}$$

Toz şekerin 1 kg'nın fiyatı 30 TL'dir.



Örnek

Mine Hanım, 1 L limonata yapmak için 50 mL limon suyu ile 950 mL suyu karıştırıyor. Evdeki 1 L limon suyu ile limonata yapmak isteyen Mine Hanım, kaç L su kullanmalıdır?

Çözüm

Mine Hanım'ın kullandığı limon suyu miktarını (mL), su miktarına (mL) oranlayalım.

$$\frac{\text{Limon suyu miktarı (mL)}}{\text{Su miktarı (mL)}} = \frac{50}{950}$$

1 L = 1000 mL limon suyu ile kullanılacak su miktarını bulabilmek için $\frac{50}{950}$ sayısını, payı 1000 olacak şekilde genişletelim. Bunun için $\frac{50}{950}$ sayısının pay ve paydasını 20 ile çarpalım.

$$\frac{50}{950} = \frac{50 \cdot 20}{950 \cdot 20} = \frac{1000}{19000}$$

← Limon suyu miktarı (mL)
← Su miktarı (mL)

$$19\ 000\ \text{mL} = 19\ \text{L}$$

1 L limon suyu ile limonata yapmak isteyen Mine Hanım 19 L su kullanmalıdır.



Birbirine oranı verilen iki çokluktan birinin değeri bilindiğinde diğerinin değeri bulunabilir.

Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısının, erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{2}{3}$ 'tür. Sınıfta 12 kız öğrenci olduğuna göre sınıftaki erkek öğrenci sayısını bulalım.



$$\frac{\text{Kız öğrenci sayısı}}{\text{Erkek öğrenci sayısı}} = \frac{2}{3}$$

Sınıftaki kız ve erkek öğrenci sayıları oranlandığında $\frac{2}{3}$ sayısı elde ediliyor. Kız öğrenci sayısı 12 olduğuna göre $\frac{2}{3}$ oranı; kız öğrenci sayısının, erkek öğrenci sayısına oranının sadeleştirilmiş hâlidir. Bu durumda oranın sadeleştirme yapılmadan önceki hâli elde edilmelidir. Sınıfta 12 kız öğrenci olduğuna göre $\frac{2}{3}$ sayısı, payı 12 olacak şekilde genişletilmelidir.

O hâlde $\frac{2}{3}$ sayısının pay ve paydasını 6 ile çarpalım.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}$$

← Kız öğrenci sayısı
← Erkek öğrenci sayısı

Sınıfta 18 erkek öğrenci vardır.

Örnek

Bir kümesteki tavukların sayısının, horozların sayısına oranı $\frac{9}{2}$ 'dir. Kümeste 36 tavuk olduğuna göre horoz ve tavukların toplam sayısı kaçtır?



Çözüm

$$\frac{\text{Tavuk sayısı}}{\text{Horoz sayısı}} = \frac{9}{2}$$

Kümeste 36 tavuk olduğuna göre $\frac{9}{2}$ sayısını, payı 36 olacak şekilde genişletelim. Bunun için $\frac{9}{2}$ sayısının pay ve paydasını 4 ile çarpalım.

$$\frac{9}{2} = \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{36}{8} \quad \leftarrow \text{Tavuk sayısı}$$
$$\quad \quad \quad \leftarrow \text{Horoz sayısı}$$

Kümeşteki tavuk ve horozların toplam sayısı, $36 + 8 = 44$ 'tür.

Örnek

a'nın b'ye oranı $\frac{3}{7}$ 'dir. b sayısı 63 olduğuna göre a sayısı kaçtır?

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$$

b sayısı 63 olduğuna göre $\frac{3}{7}$ sayısını, paydası 63 olacak şekilde genişletelim. Bunun için $\frac{3}{7}$ sayısının pay ve paydasını 9 ile çarpalım.

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 9}{7 \cdot 9} = \frac{27}{63}$$

b sayısı 63 olduğuna göre a sayısı 27'dir.

İki oranın eşitliğine **orantı** denir.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ birer oran olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ifadesi bir orantı belirtir.

Örnek

Bir ampulün yandığı süre (saat) ile tükettiği enerji miktarı (Watt - saat) not edilerek yandaki tablo oluşturuluyor. Tabloya göre ampulün yandığı süre ile tükettiği enerji miktarının orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

Tablo: Ampul ve Tüketilen Enerji

Yandığı Süre (saat)	Tükettiği Enerji Miktarı (Watt - saat)
1	180
2	360
3	540
4	720
5	900

Çözüm

Ampulün yandığı süre (saat) ile tükettiği enerji miktarlarının (Watt - saat) karşılıklı oranlarını bulalım.

$$\frac{\text{Ampulün yandığı süre (saat)}}{\text{Ampulün tükettiği enerji miktarı (Watt - saat)}} = \frac{1}{180}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{2}{360} &= \frac{2 \div 2}{360 \div 2} = \frac{1}{180} & \bullet \frac{3}{540} &= \frac{3 \div 3}{540 \div 3} = \frac{1}{180} \\ \bullet \frac{4}{720} &= \frac{4 \div 4}{720 \div 4} = \frac{1}{180} & \bullet \frac{5}{900} &= \frac{5 \div 5}{900 \div 5} = \frac{1}{180} \end{aligned}$$

Ampulün yandığı süre (saat) ile tükettiği enerji miktarı (Watt - saat) oranlandığında bu oranların eşit olduğu görülür.

$$\frac{1}{180} = \frac{2}{360} = \frac{3}{540} = \frac{4}{720} = \frac{5}{900} \text{ (Eşitlik, orantı belirtir.)}$$

Ampulün yandığı süre (saat) ile tükettiği enerji miktarı (Watt - saat) orantılıdır.

Örnek

Bir marketin manav reyonunda limonlar tane ile satılmaktadır. Bir limonun fiyatı 7 TL olduğuna göre limon sayısı ile limonların toplam fiyatının (TL) orantılı olup olmadığını belirleyiniz.



Çözüm

Limon sayısı ile limonların toplam fiyatını (TL) hesaplayıp bir tablo oluşturalım.

- 1 limonun fiyatı, 7 TL'dir.
2 limonun fiyatı, $2 \cdot 7 = 14$ TL'dir.
3 limonun fiyatı, $3 \cdot 7 = 21$ TL'dir.
4 limonun fiyatı, $4 \cdot 7 = 28$ TL'dir.
5 limonun fiyatı, $5 \cdot 7 = 35$ TL'dir.
6 limonun fiyatı, $6 \cdot 7 = 42$ TL'dir.
7 limonun fiyatı, $7 \cdot 7 = 49$ TL'dir.

Tablo: Limon Sayısı ve Fiyatları

Limon Sayısı	Toplam Fiyat (TL)
1	7
2	14
3	21
4	28
5	35
6	42
7	49

Limon sayısı ile limonların toplam fiyatını (TL) oranlayalım.

$$\frac{\text{Limon sayısı}}{\text{Limonların toplam fiyatı (TL)}} = \frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{2}{14} &= \frac{2 \div 2}{14 \div 2} = \frac{1}{7} & \bullet \frac{3}{21} &= \frac{3 \div 3}{21 \div 3} = \frac{1}{7} & \bullet \frac{4}{28} &= \frac{4 \div 4}{28 \div 4} = \frac{1}{7} \\ \bullet \frac{5}{35} &= \frac{5 \div 5}{35 \div 5} = \frac{1}{7} & \bullet \frac{6}{42} &= \frac{6 \div 6}{42 \div 6} = \frac{1}{7} & \bullet \frac{7}{49} &= \frac{7 \div 7}{49 \div 7} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Limon sayısı ile limonların toplam fiyatları (TL) karşılıklı oranlandığında bu oranların eşit olduğu görülür.

$$\frac{1}{7} = \frac{2}{14} = \frac{3}{21} = \frac{4}{28} = \frac{5}{35} = \frac{6}{42} = \frac{7}{49} \text{ (Eşitlik, orantı belirtir.)}$$

Limon sayısı ile limonların toplam fiyatları (TL) orantılıdır.

Örnek

Bir basketbol maçında bir takımın attığı sayılar maçın 5. dakikasında 10, 10. dakikasında 20, 15. dakikasında 35, 20. dakikasında 50, 25. dakikasında 75, 30. dakikasında 80, 35. dakikasında 105 ve 40. dakikasında 110'dur. Buna göre geçen toplam süre (dk.) ile takımın attığı sayıların orantılı olup olmadığını belirleyiniz.



Çözüm

Basketbol maçında geçen toplam süre (dk.) ile takımın attığı sayıyı belirten yandaki tabloyu oluşturalım.

Tabloya göre geçen toplam süre (dk.) ile takımın attığı sayıları karşılıklı olarak oranlayalım.

$$\frac{\text{Geçen toplam süre (dk.)}}{\text{Takımın attığı sayı}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{10}{20} &= \frac{1}{2} \\ \bullet \frac{25}{75} &= \frac{1}{3} \\ \bullet \frac{40}{110} &= \frac{4}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{15}{35} &= \frac{3}{7} \\ \bullet \frac{30}{80} &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{20}{50} &= \frac{2}{5} \\ \bullet \frac{35}{105} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Tablo: Basketbol Maçında
Takımın Attığı Sayılar

Geçen Toplam Süre (dk.)	Takımın Sayısı
5	10
10	20
15	35
20	50
25	75
30	80
35	105
40	110

Oranlar incelendiğinde iki adet $\frac{1}{2}$ 'nin ve iki adet $\frac{1}{3}$ 'ün elde edildiği görülür. Bu oranlar (5 ve 10. dakikalar ile 25 ve 35. dakikalardaki) eşittir. Ancak geçen toplam süre (dk.) ile takımın attığı sayıların orantılı olması için tüm oranların birbirine eşit olması gerekir. Bu durumda geçen toplam süre (dk.) ile takımın attığı sayılar orantılı değildir.

Alıştırımlar

1. Bir kırtasiyedeki kalemlerin sayısının, silgilerin sayısına oranı $\frac{7}{5}$ 'tir. Kırtasiyede 125 silgi olduğuna göre kaç kalem vardır?
2. Bir çiftlikteki atların sayısının, koyunların sayısına oranı $\frac{1}{23}$ 'tür. Çiftlikte 22 at olduğuna göre kaç koyun vardır?
3. Murat Bey, manavdan 12 kg patates aldı ve 240 TL ödedi. Murat Bey'in aldığı patatesin 1 kg'ının fiyatı kaç TL'dir?
4. Bir marketteki pirinçler 750 g'lık paketlere konularak satılmaktadır. Buna göre paket sayısı ile pirinç paketlerinin toplam kütlelerini (g) belirten bir tablo oluşturunuz. Paket sayısı ile pirinç paketlerinin toplam kütlelerinin (g) orantılı olup olmadığını belirleyiniz. Nedenini açıklayınız.



Doğru Orantı

Özlem, her gün 5 saat çalışarak günlük 200 soru çözüyordu. Ancak Özlem aynı hızla günlük 300 soru çözmeye başladı.

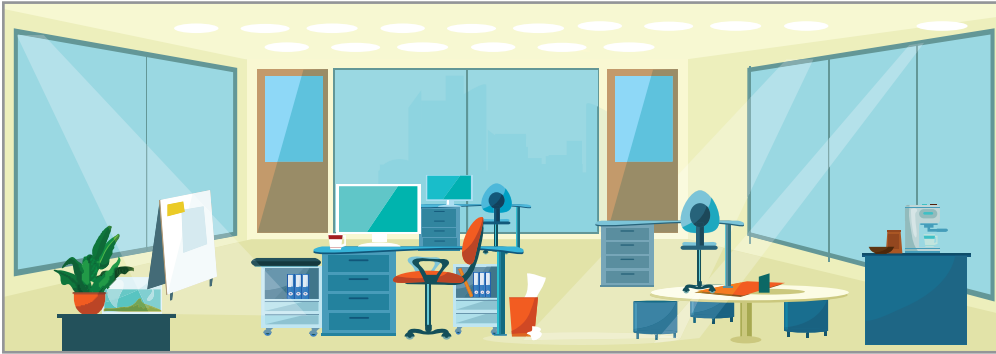
Özlem'in aynı hızla 300 soru çözerken harcadığı zamanı, 200 soru çözdüğünde harcadığı zamanla karşılaştırınız.



Bir orantıda bulunan iki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da iki çokluktan biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk **doğru orantılı**dır.

Doğru orantılı çokluklar arasında şöyle bir ilişki vardır. Örneğin bir masanın üzerindeki defterlerin sayısının, kitapların sayısına oranı $\frac{3}{5}$ ise defter sayısı 3'ün, kitap sayısı ise 5'in aynı sayıdaki katıdır.

Bir ofisteki kapı sayısının, pencere sayısına oranı $\frac{2}{7}$ 'dir. Buna göre kapı sayısının, pencere sayısının ve kapı ile pencere sayılarının toplamının hangi doğal sayıların katı olduğunu belirleyelim.



Ofisteki kapı sayısının pencere sayısına oranı $\frac{2}{7}$ olduğundan kapı sayısı 2'nin, pencere sayısı 7'nin katıdır. Kapı sayısını $2 \cdot x$ olarak kabul edersek pencere sayısı $7 \cdot x$ olur.

$$\frac{\text{Kapı sayısı}}{\text{Pencere sayısı}} = \frac{2 \cdot x}{7 \cdot x} = \frac{2}{7}$$

Kapı ile pencere sayılarının toplamı, $2x + 7x = 9x$ olur. Bu durumda kapı ile pencere sayılarının toplamı 9'un katıdır.

Örnek

Bir kuş sürüsündeki beyaz kuş sayısının, siyah kuş sayısına oranı $\frac{14}{25}$ 'tir. Sürüdeki beyaz ve siyah kuş sayılarının arasındaki ilişkiyi tablo ve denklemle ifade ediniz.

Çözüm

Kuş sürüsündeki beyaz kuş sayısının, siyah kuş sayısına oranı $\frac{14}{25}$ 'tir. Bu durumda beyaz ve siyah kuş sayılarının arasındaki ilişkiyi belirten yandaki gibi bir tablo oluşturalım.

Tabloya göre beyaz kuş sayısı 14'ün kaç katı ise siyah kuş sayısı da 25'in o kadar katıdır.

Tablo incelendiğinde her zaman beyaz kuş sayısının 25 katının, siyah kuş sayısının 14 katına eşit olduğu görülür.

Beyaz kuş sayısı 14 iken siyah kuş sayısı 25'tir.

$$14 \cdot 25 = 25 \cdot 14 \Rightarrow 350 = 350$$

Beyaz kuş sayısı 28 iken siyah kuş sayısı 50'dir.

$$28 \cdot 25 = 50 \cdot 14 \Rightarrow 700 = 700$$

Beyaz kuş sayısı 42 iken siyah kuş sayısı 75'tir.

$$42 \cdot 25 = 75 \cdot 14 \Rightarrow 1050 = 1050$$

Beyaz kuş sayısı 56 iken siyah kuş sayısı 100'dür.

$$56 \cdot 25 = 100 \cdot 14 \Rightarrow 1400 = 1400$$

Beyaz kuş sayısı 70 iken siyah kuş sayısı 125'tir.

$$70 \cdot 25 = 125 \cdot 14 \Rightarrow 1750 = 1750$$

Beyaz kuş sayısı 84 iken siyah kuş sayısı 150'dir.

$$84 \cdot 25 = 150 \cdot 14 \Rightarrow 2100 = 2100$$

Sürüdeki beyaz kuş sayısı x, siyah kuş sayısı y olsun. Bu durumda beyaz ve siyah kuş sayıları arasındaki ilişkiyi ifade eden denklemleri yazalım.

$$\frac{x}{y} = \frac{14}{25} \text{ (Eşitlik, orantı belirtir.) veya } 25x = 14y$$

Denklemlere göre x ile y doğru orantılıdır. O hâlde sürüdeki beyaz kuş sayısı ile siyah kuş sayısı doğru orantılıdır.

Tablo: Sürüdeki Beyaz ve Siyah Kuş Sayıları

Beyaz Kuş Sayısı	Siyah Kuş Sayısı
$14 \cdot 1 = 14$	$25 \cdot 1 = 25$
$14 \cdot 2 = 28$	$25 \cdot 2 = 50$
$14 \cdot 3 = 42$	$25 \cdot 3 = 75$
$14 \cdot 4 = 56$	$25 \cdot 4 = 100$
$14 \cdot 5 = 70$	$25 \cdot 5 = 125$
$14 \cdot 6 = 84$	$25 \cdot 6 = 150$
$\vdots$	$\vdots$

Örnek

a ile b sayılarının oranı $\frac{7}{20}$ 'dir. a ile b sayılarının arasındaki ilişkiyi tablo ve denklemlerle ifade ediniz.

Çözüm

a'nın b'ye oranı $\frac{7}{20}$ 'dir. Bu durumda a ile b sayılarının arasındaki ilişkiyi belirten yandaki gibi bir tablo oluşturalım.

Tabloya göre a, 7'nin kaç katı ise b de 20'nin o kadar katı oluyor. Ayrıca her zaman a'nın 20 katı, b'nin 7 katına eşit oluyor. Buna göre a ile b sayılarının arasındaki ilişkiyi ifade eden denklemleri yazalım.

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{20} \text{ veya } 20a = 7b$$

Tablo: a ve b Değerleri

a	b
$7 \cdot 1 = 7$	$20 \cdot 1 = 20$
$7 \cdot 2 = 14$	$20 \cdot 2 = 40$
$7 \cdot 3 = 21$	$20 \cdot 3 = 60$
$7 \cdot 4 = 28$	$20 \cdot 4 = 80$
$7 \cdot 5 = 35$	$20 \cdot 5 = 100$
$7 \cdot 6 = 42$	$20 \cdot 6 = 120$

Örnek

x, 3 ile; y, 5 ile doğru orantılıdır. Buna göre x = 36 iken y kaç olur?

Çözüm

x, 3 ile; y, 5 ile doğru orantılı olduğuna göre $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ orantısı yazılabilir. Orantıdaki x ile 5'in çarpımı, y ile 3'ün çarpımına eşittir.

$$\frac{x}{3} \cdot \frac{y}{5} \Rightarrow 5 \cdot x = 3 \cdot y$$

x yerine 36 yazarak y değerini bulalım.

$$5 \cdot 36 = 3 \cdot y$$

$$180 = 3y \Rightarrow y = 60$$

x = 36 iken y = 60 olur.

Örnek

$\frac{x}{y} = \frac{8}{11}$ orantısında x = 24 iken y kaç olur?

Çözüm

$\frac{x}{y} = \frac{8}{11}$ orantısında x yerine 24 yazalım.

$$\frac{24}{y} = \frac{8}{11}$$

3 katı

3 katı

Orantıda 24, 8'in 3 katı olduğu için y de 11'in 3 katı olmalıdır.

$$y = 3 \cdot 11 = 33$$

x = 24 iken y = 33 olur.

- Doğru orantılı iki çokluğun oranı sabittir. Bu sabite **orantı sabiti** denir.

a ve b, doğru orantılı olmak üzere, $\frac{a}{b} = k$ olur. k, orantı sabitidir.

- $\frac{a}{b}$ ile $\frac{c}{d}$ birer oran olmak üzere, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısındaki k, orantı sabitidir.

Örnek

$\frac{15}{60}$ ile $\frac{20}{80}$ oranları eşitlenerek bir orantı elde ediliyor. Buna göre orantıdaki orantı sabitini bulunuz.

Çözüm

$\frac{15}{60} = \frac{20}{80} = k$ orantısındaki k orantı sabitini bulalım.

$$\frac{15}{60} = \frac{15 \div 15}{60 \div 15} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{20}{80} = \frac{20 \div 20}{80 \div 20} = \frac{1}{4}$$

Her iki oran da $\frac{1}{4}$ sayısına eşit olduğundan orantı sabiti (k) $\frac{1}{4}$ 'tür.

$$\frac{15}{60} = \frac{20}{80} = k = \frac{1}{4}$$

Örnek

Mine, 5 L'lik meyve suyu karışımı hazırlamak için 3 L vişne suyu ile 2 L şeftali suyunu karıştırıyor. Meyve suyu karışımındaki vişne suyu miktarı (L) ile şeftali suyu miktarı (L) doğru orantılı olduğuna göre orantıdaki orantı sabitini bulunuz ve yorumlayınız.



Çözüm

Mine'nin 5 L'lik, 10 L'lik, 15 L'lik, 20 L'lik ve 25 L'lik meyve suyu karışımı hazırlamak için kaçar litre vişne ve şeftali suyunu karıştırdığını bulalım. Vişne suyu miktarını (L), şeftali suyu miktarına (L) karşılıklı olarak oranlayarak ve şeftali suyu miktarını (L), vişne suyu miktarına (L) oranlayarak iki farklı orantı sabiti bulalım.

5 L'lik meyve suyunda 3 L vişne suyu, 2 L şeftali suyu vardır.

- $\frac{\text{Vişne suyu miktarı (L)}}{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}} = \frac{3}{2}$
- $\frac{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}}{\text{Vişne suyu miktarı (L)}} = \frac{2}{3}$

$5 \cdot 2 = 10$ L'lik meyve suyunda $3 \cdot 2 = 6$ L vişne suyu, $2 \cdot 2 = 4$ L şeftali suyu vardır.

- $\frac{\text{Vişne suyu miktarı (L)}}{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$
- $\frac{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}}{\text{Vişne suyu miktarı (L)}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$5 \cdot 3 = 15$ L'lik meyve suyunda $3 \cdot 3 = 9$ L vişne suyu, $2 \cdot 3 = 6$ L şeftali suyu vardır.

$$\bullet \frac{\text{Vişne suyu miktarı (L)}}{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\bullet \frac{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}}{\text{Vişne suyu miktarı (L)}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$5 \cdot 4 = 20$ L'lik meyve suyunda $3 \cdot 4 = 12$ L vişne suyu, $2 \cdot 4 = 8$ L şeftali suyu vardır.

$$\bullet \frac{\text{Vişne suyu miktarı (L)}}{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\bullet \frac{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}}{\text{Vişne suyu miktarı (L)}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$5 \cdot 5 = 25$ L'lik meyve suyunda $3 \cdot 5 = 15$ L vişne suyu, $2 \cdot 5 = 10$ L şeftali suyu vardır.

$$\bullet \frac{\text{Vişne suyu miktarı (L)}}{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\bullet \frac{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}}{\text{Vişne suyu miktarı (L)}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

Vişne suyu miktarının (L), şeftali suyu miktarına (L) oranlarını eşitleyerek orantı oluşturalım ve orantı sabitini bulalım.

$$\bullet \frac{\text{Vişne suyu miktarı (L)}}{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Orantı sabiti $\frac{3}{2}$ 'dir.

Şeftali suyu miktarının (L), vişne suyu miktarına (L) oranlarını eşitleyerek orantı oluşturalım ve orantı sabitini bulalım.

$$\bullet \frac{\text{Şeftali suyu miktarı (L)}}{\text{Vişne suyu miktarı (L)}} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

Orantı sabiti $\frac{2}{3}$ 'tür.

Orantı sabitlerine göre meyve suyu karışımındaki vişne suyu miktarı 3'ün katı olduğunda, şeftali suyu miktarı 2'nin katı olmalıdır. Ayrıca şeftali suyu miktarının 3 katı, vişne suyu miktarının 2 katına eşittir.

Örnek

Başak, her gün 55 sayfa kitap okumaktadır. Başak'ın bir hafta boyunca kitap okuduğu gün sayısı ile okuduğu toplam sayfa sayısı yandaki tabloda belirtilmiştir. Buna göre Başak'ın okuduğu toplam sayfa sayısını, kitap okuduğu gün sayısına oranlayarak bir orantı oluşturunuz. Orantı sabitini belirleyiniz ve yorumlayınız.

Tablo: Başak'ın Günlük Okuduğu Toplam Sayfalar

Gün Sayısı	Toplam Sayfa Sayısı
1	55
2	110
3	165
4	220
5	275
6	330
7	385

Çözüm

Başak, 1 günün sonunda 55 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{55}{1} = 55$$

Başak, 2 günün sonunda toplam 110 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{110}{2} = 55$$

Başak, 3 günün sonunda toplam 165 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{165}{3} = 55$$

Başak, 4 günün sonunda toplam 220 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{220}{4} = 55$$

Başak, 5 günün sonunda toplam 275 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{275}{5} = 55$$

Başak, 6 günün sonunda toplam 330 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{330}{6} = 55$$

Başak, 7 günün sonunda toplam 385 sayfa kitap okumuştur.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{385}{7} = 55$$

Başak'ın bir hafta boyunca okuduğu sayfa sayısının, kitap okuduğu gün sayısına oranlarını eşitleyerek bir orantı oluşturalım ve orantı sabitini belirleyelim.

$$\frac{\text{Toplam sayfa sayısı}}{\text{Gün sayısı}} = \frac{55}{1} = \frac{110}{2} = \frac{165}{3} = \frac{220}{4} = \frac{275}{5} = \frac{330}{6} = \frac{385}{7} = 55$$

Orantı sabiti 55'tir.

Orantı sabitine göre Başak'ın okuduğu toplam sayfa sayısı, gün sayısının 55 katıdır. Başak'ın belirtilen bir günün sonunda toplam kaç sayfa kitap okuduğu bulunurken gün sayısı ile 55 çarpılır.



Alıştırımlar

1. Bir metro vagonundaki sarı koltuk sayısının, kahverengi koltuk sayısına oranı $\frac{4}{3}$ 'tür. Buna göre metrodaki sarı koltuk sayısının, kahverengi koltuk sayısının ve sarı ile kahverengi koltuk sayılarının toplamının hangi doğal sayının katı olduğunu belirleyiniz.



2. Bir lokantadaki bıçak sayısının, kaşık sayısına oranı $\frac{7}{8}$ 'dir. Lokantadaki bıçak ve kaşık sayıları arasındaki ilişkiyi tablo ve denklemlerle ifade ediniz.



3. $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$ orantısında $x = 13$ iken y kaç olur?

4. a , 11 ile; y , 14 ile doğru orantılıdır. Buna göre $a = 132$ iken y kaç olur?

5. Bir matbaada her gün 1000 kitap, 1200 dergi basılmaktadır. Bir hafta boyunca her günün sonunda basılan toplam kitap sayısını, toplam dergi sayısına oranlayarak bir orantı oluşturunuz. Orantı sabitini belirleyiniz ve yorumlayınız.

6. Yandaki tabloda, birbirleriyle doğru orantılı olan a ve b değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir. a değerlerini, b değerlerine oranlayarak orantı oluşturunuz. Orantı sabitini belirleyiniz ve yorumlayınız.

Tablo: a ile b Değişkenleri

a	b
- 9	- 24
- 3	- 8
6	16
12	32
15	40
30	80
33	88
60	160

7. $\frac{u}{11} = \frac{v}{7}$ orantısı veriliyor. $u + v = 144$ ise u ve v değerlerini bulunuz.

8. $\frac{m}{2} = \frac{n}{3}$ orantısına göre $\frac{n-m}{n+2m}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Ters Orantı

Çiftçi Kerim Bey, işçilerine, tarlasını 2 traktörle 40 günde sürdürmekteydi. Ancak Kerim Bey, 3 traktör daha almış ve tarlasını 5 traktörle işçilerine aynı hızla sürdürmeye başlamıştır.

Sizce Kerim Bey, tarlasını neden 5 traktörle sürdürmek istemiş olabilir? Açıklayınız.



Bir orantıda bulunan iki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyorsa ya da iki çokluktan biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa bu iki çokluk **ters orantılıdır**.

Ayşe Hanım'ın, dikdörtgen biçimindeki tarlasının alanı 12 000 m²'dir. Buna göre tarlanın kenar uzunluklarının ters orantılı olup olmadığını belirleyelim.

Tarlanın alanı 12 000 m² olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin uzun kenarı ile kısa kenarının uzunlukları çarpımı 12 000'dir.

$$a \cdot b = 12\,000$$

- Tarlanın uzun kenarı (a) 1200 m, kısa kenarı (b) 10 m uzunluğunda olsun.

$$a \cdot b = 12\,000 \quad \rightarrow \quad 1200 \cdot 10 = 12\,000$$

$$12\,000 = 12\,000 \text{ (Eşitlik sağlandı.)}$$

- Tarlanın uzun kenarını 2 ile çarparak artıralım. Kısa kenarını da aynı oranda azaltalım. Yani kısa kenarını $\frac{1}{2}$ ile çarpalım.

$$a = 1200 \cdot 2 = 2400 \text{ m}$$

$$b = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ m}$$

$$a \cdot b = 12\,000 \quad \rightarrow \quad 2400 \cdot 5 = 12\,000$$

$$12\,000 = 12\,000 \text{ (Eşitlik sağlandı.)}$$

- Tarlanın uzun kenarını $\frac{1}{4}$ ile çarparak azaltalım. Kısa kenarını da 4 ile çarparak aynı oranda artıralım.

$$a = 1200 \cdot \frac{1}{4} = 300 \text{ m}$$

$$b = 10 \cdot 4 = 40 \text{ m}$$

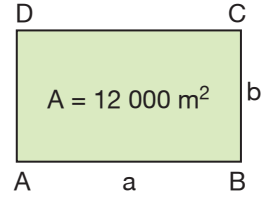
$$a \cdot b = 12\,000 \quad \rightarrow \quad 300 \cdot 40 = 12\,000$$

$$12\,000 = 12\,000 \text{ (Eşitlik sağlandı.)}$$

Alanı bilinen dikdörtgen biçimindeki bir tarlanın uzun kenar uzunluğu belli bir oranda artırıldığında, kısa kenar uzunluğu da aynı oranda azalmaktadır. Bu durumda Ayşe Hanım'ın dikdörtgen biçimindeki tarlasının kenar uzunlukları ters orantılıdır.

Ters orantılı iki çokluğun çarpımı sabittir. Bu sabite, **orantı sabiti** denir.

a ile b ters orantılı olmak üzere, $a \cdot b = k$ olur (k, orantı sabitidir.).



Örnek

Yandaki tabloda, x ile y değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir. Tabloya göre x ile y değişkenlerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

- x = 1 iken y = 36'dır.
 $x \cdot y = 1 \cdot 36 = 36$
- x = 2 iken y = 18'dir.
 $x \cdot y = 2 \cdot 18 = 36$
- x = 3 iken y = 12'dir.
 $x \cdot y = 3 \cdot 12 = 36$
- x = 4 iken y = 9'dur.
 $x \cdot y = 4 \cdot 9 = 36$
- x = 6 iken y = 6'dır.
 $x \cdot y = 6 \cdot 6 = 36$
- x = 9 iken y = 4'tür.
 $x \cdot y = 9 \cdot 4 = 36$
- x = 12 iken y = 3'tür.
 $x \cdot y = 12 \cdot 3 = 36$
- x = 18 iken y = 2'dir.
 $x \cdot y = 18 \cdot 2 = 36$
- x = 36 iken y = 1'dir.
 $x \cdot y = 36 \cdot 1 = 36$

Tablo: x ile y Değişkenleri

x	y
1	36
2	18
3	12
4	9
6	6
9	4
12	3
18	2
36	1

Tabloda verilen x ile y değerlerinin çarpımı her zaman 36'ya eşit olmaktadır. Ayrıca x değişkeninin değeri hangi oranda artarsa y değişkeninin değeri de o oranda azalmaktadır. Bu durumda, tabloda bazı değerleri verilen x ile y değişkenleri ters orantılıdır.

Örnek

Yandaki tabloda, a ile b değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir. a ile b değişkenleri ters orantılı olduğuna göre tablodaki sembollerin yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Çözüm

- a = 1 iken b = 20'dir.
 $a \cdot b = 1 \cdot 20 = 20$
- a = 2 iken b = 10'dur.
 $a \cdot b = 2 \cdot 10 = 20$

Tablo: a ile b Değişkenleri

a	b
1	20
2	10
4	▲
5	▼
▼	2
■	1

a ile b değişkenleri ters orantılıdır ve çarpımları her zaman 20'ye eşittir. Orantı sabiti 20 olduğuna göre, tablodaki sembollerin yerine yazılması gereken sayıları bulalım.

- a = 4 iken b = ▲'dir.
 $a \cdot b = 4 \cdot \text{▲} = 20 \Rightarrow \text{▲} = 5$
▲ yerine 5 yazılmalıdır.
- a = 5 iken b = ▼'dir.
 $a \cdot b = 5 \cdot \text{▼} = 20 \Rightarrow \text{▼} = 4$
▼ yerine 4 yazılmalıdır.
- a = ▼ iken b = 2'dir.
 $a \cdot b = \text{▼} \cdot 2 = 20 \Rightarrow \text{▼} = 10$
▼ yerine 10 yazılmalıdır.
- a = ■ iken b = 1'dir.
 $a \cdot b = \text{■} \cdot 1 = 20 \Rightarrow \text{■} = 20$
■ yerine 20 yazılmalıdır.

Örnek

$x \cdot y = k$ eşitliğinde x ile y ters orantılıdır. x = 4 iken y = 36 ise x = 16 iken y kaç olur?

Çözüm

x yerine 4, y yerine 36 yazarak k orantı sabitini bulalım.

$$x \cdot y = k \Rightarrow 4 \cdot 36 = k \Rightarrow k = 144$$

$x \cdot y = k = 144$ orantısında x yerine 16 yazarak y değerini bulalım.

$$x \cdot y = 144 \Rightarrow 16 \cdot y = 144 \Rightarrow y = 9$$

x = 16 iken y = 9 olur.

Örnek

$3x = 4y = k$ eşitliğinde x , 3 ile; y , 4 ile ters orantılıdır. k 'nin değeri 240 olduğuna göre $x + y$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$3x = 4y = k$ eşitliğinde $k = 240$ ise $3x$ ve $4y$ ifadelerini ayrı ayrı k 'ye yani 240'a eşitleyelim.

$$3x = k \Rightarrow 3x = 240 \Rightarrow x = \frac{240}{3} = 80$$

$$4y = k \Rightarrow 4y = 240 \Rightarrow y = \frac{240}{4} = 60$$

$x + y$ işleminin sonucunu bulalım.

$$x + y = 80 + 60 = 140$$

Alıştırmalar

1. Bir firma sahibi, işlerini aynı kapasitedeki işçilere 20 günde yaptırmaktadır. İşlerini 10 günde yaptırmak isteyen firma sahibi, aynı kapasitedeki işçilerin sayısını kaç katına çıkartmalıdır?

2. Yandaki tabloda, c ile d değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir. Tabloya göre c ile d değişkenlerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

Tablo: c ile d Değişkenleri

c	d
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2
100	1

3. Yandaki tabloda, x ile y değişkenlerinin bazı değerleri belirtilmiştir. x ile y değişkenleri ters orantılı olduğuna göre tablodaki sembollerin yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Tablo: x ile y Değişkenleri

x	y
1	80
2	40
4	▲
5	★
8	◆
■	5
20	▼
40	2
80	1

4. p ile r ters orantılıdır. $p = 17$ iken $r = 12$ ise $r = 6$ iken p kaç olur?
5. $5x = 8y$ eşitliğinde x , 5 ile; y , 8 ile ters orantılıdır. Buna göre $x = 40$ iken y kaç olur?

Orantı ile İlgili Problemler

Bir kafede, günlük 150 L limonata tüketilmektedir. Buna göre, kafede 8. gün tüketilen limonata miktarı ile 8 günde tüketilen toplam limonata miktarı arasında nasıl bir ilişki olabilir? Açıklayınız.



Problem

8 ve 5 yaşlarındaki iki kardeş, yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde 78 cevizi paylaşıyorlar. Buna göre her bir kardeş kaçar cevizi alır?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde 8 ve 5 yaşlarında iki kardeşin yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde 78 cevizi paylaştıkları belirtilmektedir. Bizden her bir kardeşin aldığı ceviz sayısını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Büyük olan kardeş x adet, küçük olan kardeş y adet ceviz alsın. Bu duruma göre bir orantı yazalım ve kardeşlerin aldıkları ceviz sayılarını belirleyelim.

Problemi Çözelim

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = k \quad (k: \text{orantı sabiti})$$

Orantıya göre $\frac{x}{8} = k \rightarrow x = 8k$ ve $\frac{y}{5} = k \rightarrow y = 5k$ olur.

Kardeşlerin paylaştıkları ceviz sayısı 78'dir. Buna göre x ile y değerlerinin toplamını 78'e eşitleyerek k 'yi bulalım.

$$x + y = 78 \Rightarrow 8k + 5k = 78$$

$$13k = 78 \Rightarrow k = 6$$

k orantı sabiti 6 olduğuna göre x ve y değerlerini bulalım.

$$x = 8k \Rightarrow x = 8 \cdot 6 = 48$$

$$y = 5k \Rightarrow y = 5 \cdot 6 = 30$$

Paylaştırma sonucunda büyük kardeş 48, küçük kardeş 30 ceviz alır.

Değerlendirme Yapalım

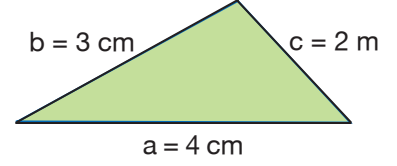
Büyük kardeş ile küçük kardeşin aldıkları ceviz sayılarının sırasıyla 8 ve 5 ile orantılı olup olmadığını belirleyelim.

$$\frac{48}{8} = \frac{30}{5} = 6 \rightarrow \text{Orantı sabiti}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Planı $\frac{1}{500}$ ölçekle yandaki gibi çizilen üçgen biçimindeki parkın kenar uzunlukları gerçekte kaç m'dir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde, üçgen biçimindeki bir parkın $\frac{1}{500}$ ölçekle çizimindeki kenar uzunlukları belirtilmektedir. Bizden üçgen biçimindeki parkın kenar uzunluklarının gerçekte kaç metre olduklarını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Verilen ölçeğe göre plandaki 1 cm, gerçekte 500 cm'dir. Buna göre ölçekli çizimde kenar uzunluğu belirli bir oranda artırıldığında, gerçek uzunluk da aynı oranda artacaktır. O hâlde ölçekli çizimdeki kenar uzunluğu ile gerçek uzunluk doğru orantılıdır. Üçgen biçimindeki parkın kenar uzunluklarının gerçekte kaç m olduğunu bulalım.

Problemi Çözelim

$$\begin{array}{lcl} \text{Plandaki; } 1 \text{ cm} & \xrightarrow{\quad} & \text{gerçekte } 500 \text{ cm ise} \\ 2 \text{ cm} & \xrightarrow{\quad} & \text{gerçekte } c \text{ cm'dir.} \\ \hline 1 \cdot c = 2 \cdot 500 \Rightarrow c = 1000 \text{ cm} = 10 \text{ m'dir.} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Plandaki; } 1 \text{ cm} & \xrightarrow{\quad} & \text{gerçekte } 500 \text{ cm ise} \\ 3 \text{ cm} & \xrightarrow{\quad} & \text{gerçekte } b \text{ cm'dir.} \\ \hline 1 \cdot b = 3 \cdot 500 \Rightarrow b = 1500 \text{ cm} = 15 \text{ m'dir.} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Plandaki; } 1 \text{ cm} & \xrightarrow{\quad} & \text{gerçekte } 500 \text{ cm ise} \\ 4 \text{ cm} & \xrightarrow{\quad} & \text{gerçekte } a \text{ cm'dir.} \\ \hline 1 \cdot a = 4 \cdot 500 \Rightarrow a = 2000 \text{ cm} = 20 \text{ m'dir.} \end{array}$$

Üçgen biçimindeki parkın kenar uzunlukları gerçekte 10 m, 15 m ve 20 m'dir.

Değerlendirme Yapalım

Kenar uzunlukları gerçekte 10 m, 15 m ve 20 m olan parkın $\frac{1}{500}$ ölçekle çiziminde uzunluklar sırasıyla 2 cm, 3 cm ve 4 cm olmalıdır.

- $\frac{10 \text{ m}}{500} = \frac{1000 \text{ cm}}{500} = 2 \text{ cm}$
- $\frac{15 \text{ m}}{500} = \frac{1500 \text{ cm}}{500} = 3 \text{ cm}$
- $\frac{20 \text{ m}}{500} = \frac{2000 \text{ cm}}{500} = 4 \text{ cm}$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir kimyager, laboratuvarında 10 cL mavi sıvı ile 6 cL sarı sıvıyı kullanarak bir karışım hazırlıyor. Kimyager, malzemeleri aynı oranda kullanarak başka bir karışım hazırlamak istiyor. Buna göre yeni karışımda mavi sıvıdan 15 cL kullanarak kaç cL'lik karışım hazırlayabilir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde, bir karışım için kullanılan mavi ve sarı sıvı miktarları belirtilmektedir. Bizden 15 cL mavi sıvı kullanarak kaç cL karışım hazırlanabileceğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Kullanılan mavi sıvı miktarı (cL) artarken sarı sıvı miktarı da (cL) aynı oranda artacaktır. Buna göre karışımda kullanılan mavi ve sarı sıvı miktarları (cL) doğru orantılıdır. Orantıyı yazarak yeni karışımın kaç cL olduğunu bulalım.

Problemi Çözelim

Karışım hazırlanırken,

10 cL mavi sıvı ile 6 cL sarı sıvı kullanılırsa
15 cL mavi sıvı ile x cL sarı sıvı kullanılır.

$$10 \cdot x = 15 \cdot 6 \Rightarrow 10x = 90 \Rightarrow x = 9$$

Kimyager, karışımı hazırlarken 15 cL mavi sıvı ile 9 cL sarı sıvı kullanır. Öyleyse hazırlanan karışım, $15 + 9 = 24$ cL'dir.

Değerlendirme Yapalım

Karışımlardaki mavi sıvı miktarlarının oranı, sarı sıvı miktarlarının oranına eşit olmalıdır.

$$\frac{10}{15} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow \text{Orantı sabiti}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir mağazada satılan gömleklerden her birinin fiyatı 500 TL'dir. Gömleklerin fiyatı, $\frac{1}{10}$ 'u kadar indirilirse her bir gömleğin fiyatı kaç TL olur?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde, bir mağazadaki gömleklerin fiyatı ve fiyatlara uygulanan indirim oranı belirtilmektedir. Bizden yapılan indirim sonunda gömleğin fiyatını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Mağazada satılan bir gömleğin fiyatının $\frac{10}{10}$ 'u (tamamı) 50 TL'dir. Gömleğin fiyatı, $\frac{1}{10}$ 'u kadar indirilirse gömleğin son fiyatı, $\frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ 'u kadar olur. Buna göre orantı kurarak bir gömleğin fiyatını bulalım.

Problemi Çözelim

Gömleğin fiyatının,

$$\begin{array}{ccc} \frac{10}{10} \text{'u} & \swarrow \searrow & 50 \text{ TL ise} \\ \frac{9}{10} \text{'u} & \swarrow \searrow & x \text{ TL olur.} \end{array}$$

$$\frac{10}{10} \cdot x = \frac{9}{10} \cdot 50 \Rightarrow x = \frac{450}{10} = 45$$

Gömleklerin fiyatı, $\frac{1}{10}$ 'u kadar indirilirse her bir gömleğin fiyatı 45 TL olur.

Değerlendirme Yapalım

50 TL'nin $\frac{1}{10}$ unu bulalım. 50 TL'den çıkararak son durumda gömleğin fiyatını bulalım. Gömleğin fiyatını 45 TL olarak bulmalıyız.

$$50 \cdot \frac{1}{10} = 5 \text{ TL}$$

$$50 \text{ TL} - 5 \text{ TL} = 45 \text{ TL}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir çiftlikteki ineklerden her biri günde ortalama 80 litre süt vermektedir. Her bir ineğin verdiği günlük süt miktarı $\frac{3}{20}$ oranında arttığında bir inek günde kaç L süt verir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde, bir çiftlikteki her bir ineğin günlük süt verme miktarı ve ineklerin verdiği günlük süt miktarındaki artış oranı belirtilmektedir. Bizden artış sonunda bir ineğin günlük vereceği süt miktarını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Her bir inek, günde ortalama 80 L süt verirken verdiği günlük süt miktarı $\frac{3}{20}$ oranında artıyor. Bir ineğin verdiği süt miktarının tamamı $\frac{20}{20}$ olarak kabul edilirse artıştan sonra süt miktarı $\frac{20}{20} + \frac{3}{20} = \frac{23}{20}$ olarak kabul edilir. Bu durumda ineklerin verdiği günlük süt miktarı doğru orantılı olarak artacaktır. Buna göre bir ineğin günde kaç L süt verdiğini bulalım.

Problemi Çözelim

Bir ineğin verdiği süt miktarının,

$$\begin{array}{l} \frac{20}{20} \text{'si} \quad \swarrow \quad \searrow \quad 80 \text{ L ise} \\ \frac{23}{20} \text{'si} \quad \swarrow \quad \searrow \quad x \text{ L olur.} \end{array}$$

$$\frac{20}{20} \cdot x = \frac{23}{20} \cdot 80 \Rightarrow x = \frac{23 \cdot 80}{20} = 92$$

Her bir ineğin verdiği günlük süt miktarı $\frac{3}{20}$ oranında arttığında bir inek, günde 92 L süt verir.

Değerlendirme Yapalım

80 L'nin $\frac{3}{20}$ 'sini bulalım. 80 L ile toplayalım. Toplam 92 L olmalıdır.

$$\bullet \quad 80 \cdot \frac{3}{20} = 12 \text{ L}$$

$$\bullet \quad 80 \text{ L} + 12 \text{ L} = 92 \text{ L}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Çok iyi anlaşılan 3 öğrenci, birlikte 20 gün çalışarak bir projeyi tamamlıyorlar. Öğrencilerden biri projeyi yapmaktan vazgeçseydi kalan öğrenciler, aynı hızla çalışarak projeyi kaç günde tamamlarlardı?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde, projeyi tamamlayan öğrenci sayısı ve projeyi tamamlama süreleri belirtilmektedir. Bizden öğrencilerden biri projeyi yapmaktan vazgeçtiğinde kalan öğrencilerin projeyi tamamlama süresini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Öğrenci sayısı azalırken, öğrencilerin aynı hızla çalışarak projeyi tamamlama süreleri (gün) aynı oranda artacaktır. Buna göre öğrenci sayısı ile öğrencilerin projeyi tamamlama süreleri ters orantılıdır. Orantıyı yazarak kalan öğrencilerin projeyi kaç günde tamamlayacaklarını bulalım.

Problemi Çözelim

Öğrencilerden 1'i projeyi yapmaktan vazgeçerse projeyi 2 öğrenci yapar.

Projeyi,

3 öğrenci $\longleftrightarrow$ 20 günde yaparsa

2 öğrenci $\longleftrightarrow$ x günde yapar.

Orantı, $3 \cdot 20 = 2 \cdot x$ olarak yazılır.

$$3 \cdot 20 = 2 \cdot x \Rightarrow 60 = 2x \Rightarrow x = 30$$

3 öğrenciden 1'i projeyi yapmaktan vazgeçseydi kalan öğrenciler, aynı hızla çalışarak projeyi 30 günde tamamlarlardı.

Değerlendirme Yapalım

3 ile 20'nin çarpımı, 2 ile 30'un çarpımına eşit olmalıdır.

$$3 \cdot 20 = 2 \cdot 30$$

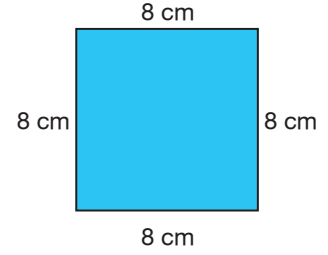
$$60 = 60$$

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırımlar

- 16 ve 17 yaşlarındaki iki arkadaş, yaz tatilinde çalışarak kazandıkları 39 600 TL'yi yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde paylaşıyorlar. Buna göre her bir arkadaş kaç TL alır?
- Koşu yarışına katılacak olan Sinan, her gün azimle 12 km koşarak antrenman yapmaktadır. Buna göre Sinan, bu şekildeki antrenman yaparak 3 haftada kaç km koşmuş olur?
- Meltem, 20 dakikada 50 sayfa kitap okuyor. Buna göre Meltem, aynı hızla 12 dakikada kaç sayfa kitap okur?

- Tabanı, bir kenar uzunluğu 8 cm olan kare şeklindeki bir havuzun planı yandaki gibidir. Plan, $\frac{1}{300}$ ölçekle çizildiğine göre havuzun tabanının çevre uzunluğu gerçekte kaç m'dir?



- Bir tarladan, geçen yıl 120 ton fındık toplandı. Bu yıl toplanan fındık miktarı, geçen yıl toplanan fındık miktarının $\frac{7}{10}$ 'u kadar fazla olduğuna göre bu yıl kaç ton fındık toplanmıştır?
- Bir mağazada satılan kazakların her birinin fiyatı 480 TL'dir. Mağazadaki kazakların fiyatı $\frac{5}{8}$ 'i oranında indirilirse kazakların her birinin fiyatı kaç TL olur?
- Bir işçi, bir duvarı günde 5 saat çalışarak 80 günde örüyor. İşçi, aynı hızla günde 8 saat çalışırsa duvarı kaç günde örer?

Yüzde Hesapları



Ayakkabı almak isteyen Güler Hanım, etiket fiyatları aynı olan ayakkabıları hangi mağazadan alırsa daha kârlı bir alışveriş yapmış olur? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

Bir yüzde ifadesi, kesir biçiminde yazılırken paydaya her zaman 100 yazılır. Paya ise yüzde sembolünün yanındaki sayı yazılır.

$$\bullet \%40 = \frac{40}{100}$$

$$\bullet \%126 = \frac{126}{100}$$

$$\bullet \%4 = \frac{4}{100}$$

$$\bullet \%75 = \frac{75}{100}$$

$$\bullet \%212 = \frac{212}{100}$$

$$\bullet \%6 = \frac{6}{100}$$

Bir Çokluğun Belirtilen Yüzdesine Karşılık Gelen Miktarını ve Belirli Bir Yüzdesi Verilen Çokluğu Bulma

Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktar bulunurken çokluk ile yüzde ifadesini belirten kesir çarpılır.

$$A \text{ sayısının } \%x\text{'i: } A \cdot \frac{x}{100}$$

Türkiye’de yıl içinde üretilen 112 000 ton fıstığın %25’i satılmıştır. Buna göre kaç ton fıstık kaldığını bulalım.



112 000 ton fıstığın %25’ini bulabilmek için 112 000 ile $\frac{25}{100}$ çarpılır.

$$112\,000 \cdot \frac{25}{100} = \frac{2\,800\,000}{100} = 28\,000$$

112 000 ton fıstığın %25’i, 28 000 tondur. 112 000 ton fıstığın 28 000 tonluk kısmı satılırsa

$$112\,000 - 28\,000 = 84\,000 \text{ ton fıstık kalır.}$$

Örnek

450 sayısının %6'sı ile %40'ının toplamı kaçtır?

Çözüm

1. yol: 450 sayısının %6'sını ve %40'ını ayrı ayrı bulalım.

$$450 \text{ sayısının } \%6\text{'sı: } 450 \cdot \frac{6}{100} = \frac{2700}{100} = 27$$

$$450 \text{ sayısının } \%40\text{'ı: } 450 \cdot \frac{40}{100} = \frac{18000}{100} = 180$$

450 sayısının %6'sı ile %40'ının toplamı, $27 + 180 = 207$ 'dir.

2. yol: 450 sayısının %6'sı ile %40'ının toplamı, $\%(6 + 40) = \%46$ 'sı eder.

450 sayısının %46'sını bulalım.

$$450 \cdot \frac{46}{100} = \frac{20700}{100} = 207$$

450 sayısının %6'sı ile %40'ının toplamı 207'dir.

A sayısının %x'i için;

- x, 100'den büyükse bulunan yüzde, A sayısından büyük,
- x, 100'e eşitse bulunan yüzde, A sayısına eşit,
- x, 100'den küçükse bulunan yüzde, A sayısından küçüktür.

Örnek

12 000'in %0,5'i :

66

40'ın %160'ı :

64

120'nin %55'i :

60

58

Kutucuklardaki ifadeler ile ifadelerin belirttiği değerleri eşleştiriniz.

Çözüm

Kutucuklardaki ifadelerin belirttiği değerleri bulalım.

$$12\ 000\text{'in } \%0,5\text{'i: } 12\ 000 \cdot \frac{0,5}{100} = \frac{6000}{100} = 60$$

$$40\text{'ın } \%160\text{'ı: } 40 \cdot \frac{160}{100} = \frac{6400}{100} = 64$$

$$120\text{'nin } \%55\text{'i: } 120 \cdot \frac{55}{100} = \frac{6600}{100} = 66$$

İfadeler ile ifadelerin belirttiği değerleri eşleştirelim.

12 000'in %0,5'i :

66

40'ın %160'ı :

64

120'nin %55'i :

60

58

Belirli bir yüzdesi verilen çokluk bulunurken çokluk, yüzde ifadesini belirten kesre bölünür.

%x'i A olan sayı: $A \div \frac{x}{100}$ işlemi ile bulunabilir.

Örnek

Bir manav, kavunlarının %30'unu satmıştır. Manav, 270 kg kavun sattığına göre manavda satış yapılmadan önce kaç kg kavun vardı?



Çözüm

Satılan kavunların kütlesi olan 270 kg, tüm kavunların %30'udur.

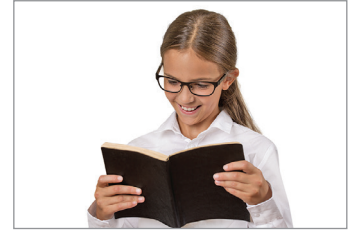
Buna göre kavunların satılmadan önceki kütlesini bulabilmek için 270 sayısını %30'u belirten kesre bölelim.

$$270 \div \frac{30}{100} = 270 \cdot \frac{100}{30} = \frac{27000}{30} = 900$$

Manavda, satılmadan önce 900 kg kavun vardı.

Örnek

Selma, kitabının önce %23'ünü, sonra %12'sini okudu. Selma, toplam 105 sayfa kitap okuduğuna göre Selma'nın okuduğu kitap kaç sayfadır?



Çözüm

Selma, kitabının toplam $\%(23 + 12) = \%35$ 'ini okumuştur. Selma, toplam 105 sayfa kitap okuduğuna göre kitabın %35'i, 105 sayfadır. Selma'nın okuduğu kitabın sayfa sayısını bulmak için 105 sayısını

%35'i belirten kesir olan $\frac{35}{100}$ 'e bölelim.

$$105 \div \frac{35}{100} = 105 \cdot \frac{100}{35} = \frac{10500}{35} = 300$$

Selma'nın okuduğu kitap 300 sayfadır.

Selma'nın okuduğu kitabın sayfa sayısını başka bir yolla da bulabiliriz.

Kitabın,

%35'i ←→ 105 sayfa ise

%100'ü (tamamı) ←→ x sayfadır.

$$35 \cdot x = 100 \cdot 105$$

$$x = \frac{100 \cdot 105}{35} = 300 \text{ sayfa}$$

Örnek

%140'ı, 5600 olan sayıyı bulunuz. Bulduğunuz sayı ile 5600'ü karşılaştırınız.

Çözüm

% 140'ı, 5600 olan sayıyı bulmak için 5600 sayısını $\frac{140}{100}$ 'e bölelim.

$$5600 \div \frac{140}{100} = 5600 \cdot \frac{100}{140} = \frac{560\,000}{140} = 4000$$

%140'ı, 5600 olan sayı 4000'dir.

Sayıyı başka bir yolla da bulabiliriz.

Sayının,

%140'ı		5600 ise
%100'ü (tamamı)		x'tir.

$$140 \cdot x = 100 \cdot 5600$$

$$x = \frac{100 \cdot 5600}{140} = \frac{560\,000}{140} = 4000$$

Bir sayının %140'ı, 5600 ise sayının, %100'ü, 5600'den daha küçük bir sayıdır. Yani 4000, 5600'den küçüktür.

Örnek

Mustafa Bey, manavındaki 1800 kg karpuzun önce %12,5'ini, sonra %5'ini sattı. Buna göre Mustafa Bey'in manavında kaç kg karpuz kalmıştır?

Çözüm

Mustafa Bey, manavındaki karpuzların toplam $\%(12,5 + 5) = \%17,5$ 'ini satmıştır. Önce Mustafa Bey'in kaç kg karpuz sattığını bulalım.

$$1800 \cdot \frac{17,5}{100} = 18 \cdot 17,5 = 315$$

Mustafa Bey, 315 kg karpuz satmıştır. Buna göre Mustafa Bey'in manavında $1800 - 315 = 1485$ kg karpuz kalmıştır.

Mustafa Bey'in manavında kalan karpuz sayısını başka bir yolla da bulabiliriz. Mustafa Bey, karpuzların toplam $\%(12,5 + 5) = \%17,5$ 'ini satmıştır. O hâlde karpuzların tamamına %100 dersek kalan karpuzlar,

$$\%(100 - 17,5) = \%82,5 \text{ ile belirtilir.}$$

Karpuzların,

%100'ü (tamamı)		1800 kg karpuz ise
%82,5'i		x kg karpuzdur.

$$x \cdot 100 = 82,5 \cdot 1800$$

$$x = \frac{82,5 \cdot 1800}{100} = 82,5 \cdot 18 = 1485 \text{ kg}$$

Örnek

Yasin, tasarruf yaparak kumbarasında biriktirdiği paranın %30'unu harcadı. Yasin'in 140 TL'si kaldığına göre harcamadan önce kumbarasında kaç TL'si vardı?

Çözüm

Yasin, kumbarasındaki paranın %30'unu harcadığına göre %70'i kalmıştır. Yasin'in kumbarasındaki paranın %70'i, 140 TL'dir. Buna göre Yasin'in harcamadan önce kumbarasındaki parasını bulmak için 140 sayısını $\frac{70}{100}$ 'e bölelim.

$$140 \div \frac{70}{100} = 140 \cdot \frac{100}{70} = \frac{14\,000}{70} = 200$$

Yasin'in, harcamadan önce kumbarasında 200 TL'si vardı.

Yasin'in harcamadan önce kumbarasında kaç TL'si olduğunu başka bir yolla da bulabiliriz.

Paranın,

%70'i	←	→	140 TL ise
%100'ü (tamamı)	←	→	x TL'dir.

$$70 \cdot x = 100 \cdot 140$$

$$x = \frac{100 \cdot 140}{70} = \frac{14\,000}{70} = 200 \text{ TL}$$

Örnek

Göç eden bir zebra sürüsü, 4000 km'lik mesafenin önce %26,24'lük kısmını gitti. Sonra su içmek için yolun %1,1'lik kısmını geri döndü. Son durumda, zebra sürüsünün ilk durumdan kaç km uzakta olduğunu tahmin ediniz.

Çözüm

Zebra sürüsü 4000 km'lik mesafenin önce %26,24'lük kısmını gidiyor. Sonra su içmek için yolun %1,1'lik kısmını geri dönüyor. Buna göre zebra sürüsü son durumda, mesafenin $\%(26,24 - 1,1) = \%25,14$ 'lük kısmını gitmiştir. Bir sayının %25,14'ü tahmin edilirken sayının %25'i bulunabilir. 4000 km'nin %25'ini bulalım.

$$4000 \cdot \frac{25}{100} = 40 \cdot 25 = 1000$$

4000 km'nin %25'ini, 4000 sayısını 4'e bölerek de bulabiliriz ($4000 \div 4 = 1000$).

Zebra sürüsünün ilk durumdan uzakta olduğu mesafeyi 1000 km olarak tahmin edebiliriz.

Bir Çokluğun Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama

Bir çokluğun, diğer bir çokluğun yüzde kaç olduğu bulunurken çokluklar oranlanır. Oranın paydası 100 olacak şekilde düzenlenir ve sayı, yüzde ile ifade edilir.

Örnek

Deniz'in 60, Oya'nın 300 bilyesi vardır. Deniz'in bilyelerinin sayısının, Oya'nın bilyelerinin sayısının yüzde kaç olduğunu bulunuz.



Çözüm

Deniz'in bilyelerinin sayısının, Oya'nın bilyelerinin sayısının yüzde kaç olduğunu bulmak için bilye sayılarını oranlayalım. Yani 60 sayısının 300'e oranını bulalım ve oranın paydasını 100 olacak şekilde düzenleyelim.

$$\frac{60}{300} = \frac{60 \div 3}{300 \div 3} = \frac{20}{100} = \%20$$

Deniz'in bilyelerinin sayısı, Oya'nın bilyelerinin sayısının %20'sidir.

Örnek

Bir marketteki 500 paket bisküvinin 450 paketi satıldı. Satılmayan bisküvi paketi sayısı, tüm bisküvi paketi sayısının yüzde kaçtır?



Çözüm

Marketteki 500 paket bisküvinin 450 paketi satıldığına göre bisküvi paketlerinin $500 - 450 = 50$ 'si satılmamıştır. Satılmayan bisküvi paketi sayısının, tüm bisküvi paketi sayısının yüzde kaç olduğunu bulmak için 50 sayısının 500'e oranını bulalım.

$$\frac{50}{500} = \frac{50 \div 5}{500 \div 5} = \frac{10}{100} = \%10$$

Marketteki satılmayan bisküvi paketi sayısı, tüm bisküvi paketi sayısının %10'udur.

Örnek

24 sayısı, 160'ın yüzde kaçtır?

Çözüm

24 sayısının, 160'ın yüzde kaç olduğunu bulmak için 24 sayısını 160'a oranlayalım.

$$\frac{24}{160} = \frac{24 \div 8}{160 \div 8} = \frac{3}{20}$$

$\frac{3}{20}$ kesrini 5 ile genişleterek paydasını 100'e eşitleyelim.

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = \%15$$

24 sayısı, 160'ın %15'idir.

Örnek

Bir firmada, ayda 80 000 çift ayakkabı üretilmektedir. Firma, üretimini artırarak ayda 100 000 çift ayakkabı üretmeye başlıyor. Buna göre firmadaki ilk üretim, son üretimin yüzde kaçıdır?

Çözüm

Firmada ilk durumda üretilen ayakkabı çifti sayısını, son durumda üretilen ayakkabı çifti sayısına oranlayalım.

$$\frac{80\,000}{100\,000} = \frac{80\,000 \div 1000}{100\,000 \div 1000} = \frac{80}{100} = \%80$$

Firmadaki ilk üretim, son üretimin %80'idir.



Örnek

40 sayısı, 10 000 sayısının %▲'üdür.

Kutucuktaki ifadede verilen ▲ yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

40 sayısını, 10 000 sayısına oranlayalım.

$$\frac{40}{10\,000} = \frac{40 \div 100}{10\,000 \div 100} = \frac{0,4}{100} = \%0,4$$

40 sayısı, 10 000 sayısının %0,4'üdür. Buna göre ▲ yerine 0,4 yazılmalıdır.

Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzde ile Arttırma veya Azaltma

Etkinlik

- 200'ün %7'sini hesaplayalım.
- 200'ün %7'si ile 200'ü toplayalım ve sonucu not edelim.
- ➔ Not ettiğiniz sayı, 200'ün yüzde kaçıdır?
- Not ettiğimiz sayıyı 200'e bölerek bir ondalık gösterim elde edelim.
- ➔ Not ettiğiniz sayı, 200'ün kaç katıdır?
- Elde ettiğimiz ondalık gösterimi, paydası 100 olacak şekilde kesir biçiminde yazalım.
- ➔ Yazdığınız yüzde ifadesi ile kesir arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkiye göre bir sayının belirli bir yüzdesi kadar artırılması sonucunda sayının, hangi sayı ile çarpılmış hâline eşit olduğunu belirten genel bir ifade yazınız.
- 200'den, 200'ün %7'sini çıkaralım ve sonucu not edelim.
- ➔ Not ettiğiniz sayı, 200'ün yüzde kaçıdır?
- Not ettiğimiz sayıyı 200'e bölerek bir ondalık gösterim elde edelim.
- ➔ Not ettiğiniz sayı, 200'ün kaç katıdır?
- Elde ettiğimiz ondalık gösterimi, paydası 100 olacak şekilde kesir biçiminde yazalım.
- ➔ Yazdığınız yüzde ifadesi ile kesir arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkiye göre bir sayının belirli bir yüzdesi kadar azaltılması sonucunda sayının, hangi sayı ile çarpılmış hâline eşit olduğunu belirten genel bir ifade yazınız.

- Bir sayıyı %a'sı kadar artırmak, sayıyı $1 + \frac{a}{100}$ işleminin sonucu ile çarpmak demektir.

Örneğin bir sayının %3'ü kadar artırılması için sayının $1 + \frac{3}{100} = \frac{103}{100} = 1,03$ ile çarpılması gerekir.

- Bir sayıyı %a'sı kadar azaltmak, sayıyı $1 - \frac{a}{100}$ işleminin sonucu ile çarpmak demektir.

Örneğin; bir sayının %3'ü kadar azaltılması için $1 - \frac{3}{100} = \frac{97}{100} = 0,97$ ile çarpılması gerekir.

Örnek

Bir şirket sahibi, 25 000 TL maaşlı şirket çalışanlarına %15 zam yaptı. Buna göre şirket çalışanlarının zamli maaşlarının kaç TL olduğunu bulunuz.

Çözüm

Şirket çalışanlarının zamli maaşlarını iki farklı yolla hesaplayalım.

1. yol: Önce şirket çalışanlarının maaşlarının %15'ini bulalım ve sonuca 25 000 sayısını ekleyelim.

Yapılan zam tutarı: $25\,000 \cdot \frac{15}{100} = 250 \cdot 15 = 3750$ TL

Şirket sahibi, çalışanlarının maaşlarına 3750 TL zam yapmıştır. Şirket çalışanlarının zamli maaşları, $25\,000 + 3750 = 28\,750$ TL olur.

2. yol: Şirket çalışanlarının maaşına %15 zam yapıldığında çalışanların maaşları, önceki maaşlarının $\%(100 + 15) = \%115$ 'i kadar olur. Bu durumda şirket çalışanlarının maaşlarını bulmak için 25 000 sayısını, 1,15 ile çarpalım.

$25\,000 \cdot 1,15 = 28\,750$

Şirket çalışanlarının zamli maaşları 28 750 TL olur.

Örnek

Bir kitabevinde 300 TL'ye satılan bir kitabın fiyatına %20 indirim oranı uygulanmaktadır. Aynı kitabın fiyatı indirim sonrasında kaç TL olur?

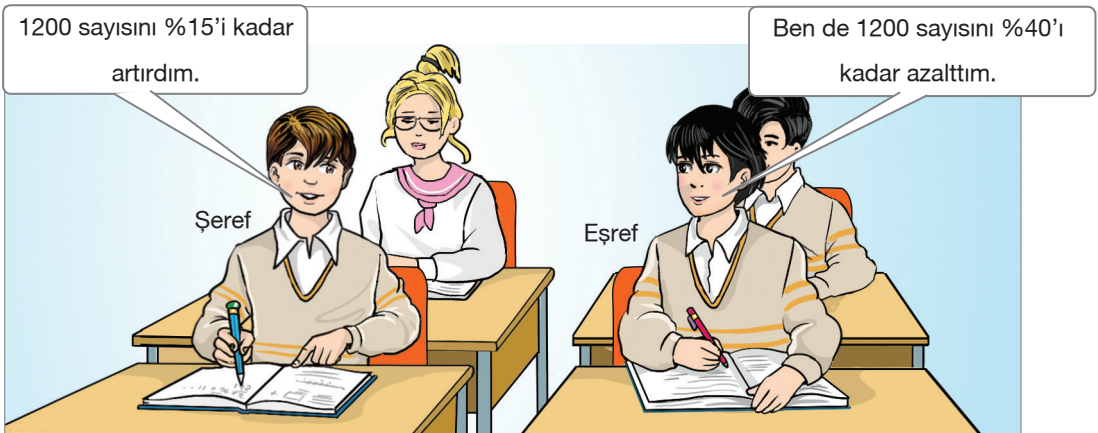
Çözüm

Kitabın indirim sonrası fiyatını bulmak için 300 sayısını, $1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,2 = 0,8$ ile çarpalım.

$300 \cdot 0,8 = 240$

Kitabın indirim sonrası fiyatı 240 TL olur.

Örnek



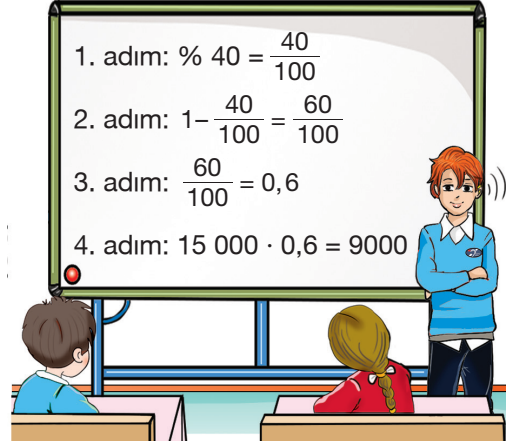
Şeref ve Eşref'in elde ettiği sayıların toplamı kaçtır?

Çözüm

Şeref 1200 sayısını, %15'i kadar artırmıştır. Bu durumda Şeref, $1200 \cdot 1,15 = 1380$ sayısını elde etmiştir. Eşref 1200 sayısını, %40'ı kadar azaltmıştır. Bu durumda Eşref, $1200 \cdot 0,6 = 720$ sayısını elde etmiştir. Şeref ile Eşref'in elde ettiği sayıların toplamı, $1380 + 720 = 2100$ 'dür.

Örnek

Burak, öğretmenin "15 000 sayısı, %40'ı kadar artırılırsa hangi sayı elde edilir?" sorusunun cevabını tahtada göstermiştir. Ancak sonucu yanlış bulmuştur. Buna göre Burak, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?



Çözüm

Burak, ilk adımda hata yapmamıştır. 2. adımda Burak, " $1 + \frac{40}{100} = \frac{140}{100}$ " işlemini yaparak 15 000 sayısını %40'ı kadar artırmalıydı. Ancak işleme göre sayıyı %40'ı kadar azaltmıştır. Bu durumda 2. adım, $1 + \frac{40}{100} = \frac{140}{100}$ olmalıdır. Öyleyse Burak, ilk hatayı 2. adımda yapmıştır.

Örnek

Bir havuzda 4000 L su vardır. Havuzdaki su miktarı %0,3'ü kadar artırılırsa havuzda kaç L su olur?



Çözüm

Havuzdaki su miktarı 4000 L'nin %0,3'ü kadar artırılıyor. Bu durumda havuzdaki su miktarını (L) bulmak için 4000 sayısı ile $1 + \frac{0,3}{100} = 1 + 0,003 = 1,003$ sayısını çarpalım.

$$4000 \cdot 1,003 = 4012$$

Havuzdaki su miktarı, % 0,3'ü kadar artırılırsa havuzda 4012 L su olur.

Alıştırmalar

1. Bir şirketin bu yılki kârı, geçen yıla göre %20 artmış ve 600 000 TL olmuştur. Buna göre şirketin geçen yılki kârı kaç TL'dir?
2. Bir hayvanat bahçesindeki hayvanların %15'i önceden söz verildiği için başka bir ülkeye gönderilmiştir. Hayvanat bahçesinde 170 hayvan kaldığına göre başka ülkeye gönderilmeden önce kaç hayvan vardı?

3. Bir pazarcının elindeki 250 kg domatesin %8'i çürük çıkmıştır. Pazarcı, elindeki sağlam domateslerin %10'unu da gün içinde satmıştır. Buna göre pazarcının satamadığı kaç kg sağlam domates kalır?



4. 160 sayısının %25'i ile %20'si arasındaki fark kaçtır?

5. Kutucuklarda verilen sayılara göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. F kutucuğundaki sayı, A kutucuğundaki sayının yüzde kaçıdır?

b. D kutucuğundaki sayının %0,4'ü kaçtır?

c. Hangi kutucuktaki sayının %20'si 70'tir?

ç. B kutucuğundaki sayı 1,1 ile çarpılmış ve sonuç 1320 olarak bulunmuştur. Buna göre sayı yüzde kaç artırılmıştır?

d. D kutucuğundaki sayı 0,73 ile çarpılmış ve sonuç 1095 olarak bulunmuştur. Buna göre sayı yüzde kaç azaltılmıştır?

e. E kutucuğundaki sayının %30'u kaçtır?

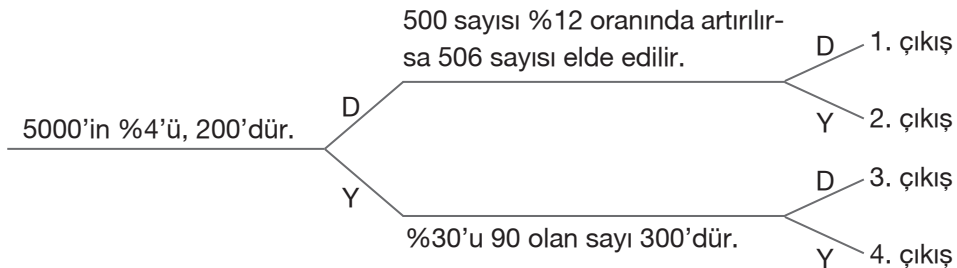
200 ^A	1200 ^B
350 ^C	1500 ^D
2500 ^E	120 ^F

6. Bir ürünün tüketim ömrü 20 yıldır. Ürün kullanılmaya başlandıktan sonra tüketim ömrünün %30'u geçtiğine göre kaç yıl sonra ürünün tüketim ömrü sona erer?

7. 200 L'lik bir karışımın %74,96'sı sudur. Karışımındaki su miktarını tahmin ediniz.

8. Kemal Bey, 1900 TL değerindeki hisse senedinden %0,99 oranında kâr etti. Kemal Bey'in hisse senedinden kaç TL kâr ettiğini tahmin ediniz.

9.



Şemadaki ifadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ederek ulaştığınız çıkışı yuvarlak içine alınız.

Yüzde ile İlgili Problemler



Tülin ile Ferhat, kalan paralarının birbirlerinden daha fazla olduğunu savunuyorlar. Sizce hangisi haklıdır? Nedenini açıklayınız.

Problem

Bir beyaz eşya mağazasında, bazı ürünlerde indirim yapılmıştır. Mağazada indirim yapılan ürünler, indirim yapılmadan önceki fiyatları ve indirim oranları yandaki tabloda verilmiştir. Mağazadan birer buzdolabı, televizyon ve fırın alan Emir Bey, indirim sonrası kaç TL öder?

Tablo: Ürünlerin İndirimleri

Ürün Adı	İndirim Öncesi Fiyatı (TL)	İndirim Oranı (%)
Buzdolabı	30 000	40
Televizyon	20 000	25
Fırın	8000	10

Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde 30 000 TL'lik buzdolabının %40 indirimle, 20 000 TL'lik televizyonun %25 indirimle ve 8000 TL'lik fırının %10 indirimle satıldığı belirtilmektedir. Bizden ürünlerin, indirimden sonraki fiyatlarını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce ürünlerin indirimli fiyatlarını bulalım. Sonra indirim sonrası birer buzdolabı, televizyon ve fırın alan Emir Bey'in ödeyeceği parayı, toplama işlemi yaparak bulalım.

Problemi Çözelim

- Buzdolabının indirim tutarı: $30\,000 \cdot \frac{40}{100} = 12\,000$ TL

İndirim sonrası fiyatı: $30\,000 - 12\,000 = 18\,000$ TL

- Televizyonun indirim tutarı: $20\,000 \cdot \frac{25}{100} = 5\,000$ TL

İndirim sonrası fiyatı: $20\,000 - 5\,000 = 15\,000$ TL

- Fırının indirim tutarı: $8000 \cdot \frac{10}{100} = 800 \text{ TL}$

İndirim sonrası fiyatı: $8000 - 800 = 7200 \text{ TL}$

Mağazadan birer buzdolabı, televizyon ve fırın alan Emir Bey, indirim sonrası toplam

$$18\ 000 + 15\ 000 + 7200 = 40\ 200 \text{ TL öder.}$$

Değerlendirme Yapalım

Emir Bey'in indirim sonrası ödediği para miktarı ile sırasıyla buzdolabı, televizyon ve fırın için yapılan indirim miktarlarını toplayalım. Toplam; buzdolabı, televizyon ve fırının indirim öncesi fiyatlarının toplamına eşit olmalıdır.

Emir Bey, indirim sonrası 40 200 TL ödüyor. Emir Bey'in buzdolabı için aldığı indirim miktarı 12 000 TL, televizyon için 5000 TL, fırın için 800 TL'dir. Emir Bey, toplam $12\ 000 + 5000 + 800 = 17\ 800 \text{ TL}$ indirim almıştır.

$$40\ 200 + 17\ 800 = 58\ 000 \text{ TL}$$

Buzdolabı, televizyon ve fırının indirim öncesi fiyatlarının toplamı, $30\ 000 + 20\ 000 + 8000 = 58\ 000 \text{ TL}$ 'dir.

Çözümümüz doğrudur.

Problem

%15 indirimli olarak 680 TL'ye satılan bir takım elbisenin indirimden önceki fiyatı kaç TL'dir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde takım elbisenin %15 indirimli olarak 680 TL'ye satıldığı belirtilmektedir. Bizden takım elbisenin indirimden önceki fiyatını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Takım elbisenin indirimden önceki fiyatını, %100 temsil ederse indirimden sonraki fiyatını, $\%(100 - 15) = \%85$ temsil eder. Buna göre orantı kurarak takım elbisenin indirimden önceki fiyatını bulalım.

Problemi Çözelim

Takım elbisenin fiyatının,

$$\begin{array}{ccc} \%85'i & \xrightarrow{\quad} & 680 \text{ TL ise} \\ \%100'ü & \xleftarrow{\quad} & x \text{ TL'dir.} \end{array}$$

$$85 \cdot x = 680 \cdot 100$$

$$x = \frac{680 \cdot 100}{85} = 800$$

Takım elbisenin indirimden önceki fiyatı 800 TL'dir.

Değerlendirme Yapalım

800 TL'den 680 TL'yi çıkaralım. Fark, 800 TL'nin % 15'ine eşit olmalıdır.

- $800 \text{ TL} - 680 \text{ TL} = 120 \text{ TL}$

- $800 \cdot \frac{15}{100} = 120 \text{ TL}$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

%18 KDV dâhil fiyatı 295 TL olan benzinden kaç TL tutarında KDV alınmıştır?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde benzinin %18 KDV dâhil fiyatı 295 TL olarak belirtilmektedir. Bizden benzinden alınan KDV tutarını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Benzinin KDV'siz fiyatını, %100 temsil ederse benzinin KDV dâhil fiyatını, $\%(100 + 18) = \%118$ temsil eder. Orantı kurarak benzinden alınan KDV tutarını bulalım.

Problemi Çözelim

Benzinin,

%118'i $\rightarrow$ 295 TL ise

%18'i $\rightarrow$ x TL'dir.

$$118 \cdot x = 295 \cdot 18$$

$$x = \frac{295 \cdot 18}{118} = 45$$

Benzinden alınan %18'lik KDV tutarı 45 TL'dir.

Değerlendirme Yapalım

295 TL'den 45 TL'yi çıkaralım. Farkın % 18'i, 45 TL'ye eşit olmalıdır.

- $295 - 45 = 250 \text{ TL}$

- $250 \cdot \frac{18}{100} = \frac{4500}{100} = 45 \text{ TL}$

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

1. Bir mağazada, %40 indirimle 360 TL'ye satılan bir ceketin indirimden önceki fiyatı kaç TL'dir?



2. Yanda, Erman Bey'in yaptığı bir alışverişin fişi verilmiştir. Erman Bey, gömleği KDV'li fiyatı üzerinden %20 indirim oranı ile aldığına göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- a. Kazağın KDV'siz fiyatı kaç TL'dir?
- b. Gömleğin fiyatında kaç TL indirim yapılmıştır?
- c. Gömleğin indirimli fiyatı kaç TL'dir?
- ç. Erman Bey'in yaptığı alışverişin tutarı toplam kaç TL'dir?
- d. Erman Bey, yaptığı ödeme sonrası kaç TL para üstü alır?

GÜZEL TİCARET	
Tarih: 25.02.2023	
Saat: 15.30	
Fiş No: 00000027	
KAZAK %8	540,00
GÖMLEK %8	270,00
ÜRÜN İNDİRİMİ %20	
ARA TOPLAM	
TOPLAM	
NAKİT	1000
PARA ÜSTÜ	

3. Fiyatı 20 000 TL olan bir bilgisayar, %15 indirimle satılıyor. Buna göre bilgisayarın indirimli fiyatı kaç TL'dir?
4. %1 KDV oranı ile 12,12 TL'ye satılan ceviz için ödenen KDV kaç TL'dir?



5. 16 kg yaş üzüm kurutulduğunda kütlesi 12 kg olmaktadır. Buna göre yaş üzümün kurutulduktan sonraki kütlesinde azalma oranı yüzde kaç olur?



6. Bir sigorta şirketi, bir sene boyunca hasara uğramayan araçlara yıl sonunda, sigorta bedelinde %30 indirim uygulamaktadır. Aracının sigorta tutarı 13 000 TL olan Gülsüm Hanım, hasarsızlık indirimi yaptırmış ve parayı 10 eşit taksitle ödemektedir. Buna göre Gülsüm Hanım'ın, ödeyeceği her bir taksit tutarı kaç TL'dir?

1. Bir otoparktaki minibüs sayısının, otomobil sayısına oranı $\frac{2}{13}$ 'tür. Otoparkta 24 minibüs olduğuna göre kaç otomobil vardır?
2. Deniz, marketten 300 g fıstık aldı ve 72 TL ödedi. Buna göre 1 kg fıstığın fiyatı kaç TL'dir?
3. Bir simitçi, her gün 130 simit satıyor. Buna göre geçen gün sayısı ile simitçinin sattığı simit sayısının orantılı olup olmadığını belirleyiniz.



4. Basketbolcu olan Semih'in oynadığı maç sayısı ile maçlarda takımına kazandığı toplam sayı, yandaki tabloda verilmiştir. Tabloya göre Semih'in oynadığı maç sayısı ile takımına kazandığı sayıların orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

Tablo: Oynanan Maçlar

Maç Sayısı	Kazandırılan Sayı
1	15
2	30
3	40
4	60
5	75
6	90
7	100
8	125

5. Bir tır, yaptığı her seferinde 40 ton odun taşıyabilmektedir. Buna göre tırın yaptığı sefer sayısı ile taşıdığı odunun kütlesi (ton) arasındaki ilişkiyi tablo ve denklemlerle ifade ediniz.
6. Bir hayvanat bahçesindeki aslanlar, her gün 80 kg et yemektedir. Buna göre geçen gün sayısı ile aslanların yediği toplam et miktarını (kg) tablo ile belirterek bir orantı oluşturunuz. Orantı sabitini belirleyiniz ve yorumlayınız.



7. x ile y doğru orantılıdır. x = 7 iken y = 25 ise x = 35 iken y kaç olur?

A) 5 B) 7 C) 32 D) 125

8. (x + 1) ile y ters orantılıdır. x = 2 iken y = 10 ise x = 5 iken y kaç olur?

A) 5 B) 6 C) 10 D) 20

9. “50 m kumaş, uzunlukları 3 ve 7 ile doğru orantılı olacak şekilde iki parçaya ayrılıyor. Buna göre büyük kumaşın uzunluğu m, küçük kumaşın uzunluğu m olur.”

Yukarıdaki ifadede verilen noktalı yerlere uygun sayıları yazınız.

10. Seda, projesini günde 3 saat çalışarak 15 günde bitiriyor. Seda, aynı hızla günde 5 saat çalışsaydı projesini kaç günde bitirirdi?

A) 6 B) 9 C) 18 D) 25

11. Yandaki tabloda, a ile b değişkenlerinin bazı değerleri verilmiştir. Tabloya göre a ile b değişkenlerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

Tablo: a ile b Değişkenleri

a	b
-7	-15
-5	-21
-3	-35
-1	-105
3	35
7	15

12. İstanbul’da bulunan Miniatürk’te, Galata kulesinin maketi $\frac{1}{25}$ ölçekle küçültülmüştür. Buna göre Miniatürk’teki 150 cm’lik bir uzunluk gerçekte kaç m’dir?



13. 40 mL’lik bir sıvı ile 2 L’lik su kullanılarak bir karışım oluşturuluyor. Aynı oranda başka bir karışım oluşturulmak istenirse karışıma 3060 mL sıvı katıldığında karışım kaç L olur?

14. Aşağıda verilen ifadeler doğru ise ifadelerin başındaki kutucuğa “D”, yanlış ise “Y” yazınız.

- | | |
|---|---|
| ☐ 3000 TL’nin %160’ı, 4800 TL’dir. | ☐ 18 000 m’nin %0,06’sı, 3000 m’dir. |
| ☐ 800 kalemin %13’ü, 114 kalemdir. | ☐ %250’si 350 olan sayı, 140’tır. |
| ☐ %15’i 24 kg olan etin tamamı 180 kg’dır. | ☐ 40 sayısı, 50’nin %80’idir. |

15. %40 indirimli fiyatı 30 000 TL olan bir koltuk takımının indirimden önceki fiyatı kaç TL’dir?

16. Maaşı 21 000 TL olan bir işçinin maaşına zam yapılıyor. İşçinin zamlı maaşı 27 300 TL olduğuna göre maaşına yüzde kaç zam yapılmıştır?

17. KDV’li fiyatı 236 TL olan bir ürüne uygulanan KDV oranı %18 olduğuna göre KDV tutarı kaç TL’dir?

5. Ünite



KONULAR

DOĞRULAR VE AÇILAR

- Açortay
- İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar

ÇOKGENLER

- Düzgün Çokgenler ve Çokgenlerin Özellikleri
- Dikdörtgen, Paralelkenar, Yamuk ve Eşkenar Dörtgen
- Eşkenar Dörtgen ve Yamuğun Alanı
- Alan ile İlgili Problemler

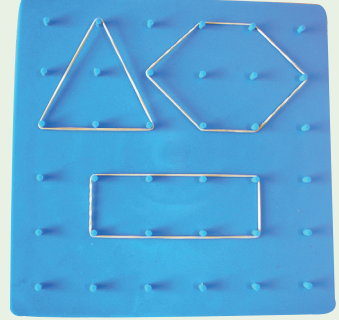
ÇEMBER VE DAİRE

- Çemberde Merkez Açılar ve Gördüğü Yaylar
- Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu
- Dairenin ve Daire Diliminin Alanı

Terimler veya Kavramlar

- | | |
|-------------------|------------------|
| • ters açılar | • iç ters açılar |
| • dış ters açılar | • yöndeş açılar |
| • iç açı | • dış açı |
| • çember | • daire |
| • merkez açı | • yay |
| • çember parçası | • daire dilimi |

Geometri tahtası, plastik veya tahta bir levha üzerinde üçer cm aralıklarla yatay veya dikey sıralı, 6 x 6 plastik çivinin bulunduğu bir araçtır. Geometri



tahtasının diğer yüzünde de plastik çiviler çember oluşturacak şekilde çizilmiştir. Geometri tahtası üzerinde ambalaj lastikleriyle çeşitli geometrik şekiller oluşturulabilir.

Geometri tahtası; doğrular, açılar ve çokgenler gibi geometri konularında kullanılabilir.



At arabası; insan ya da mal taşımak için kullanılan, atların çektiği tekerlekli bir araçtır. At arabalarında tekerlekleri tahtadan yapma geleneği vardır. Yapımında dayanıklı olan, kolay çürümeyen dişbudak ağacı kullanılır.

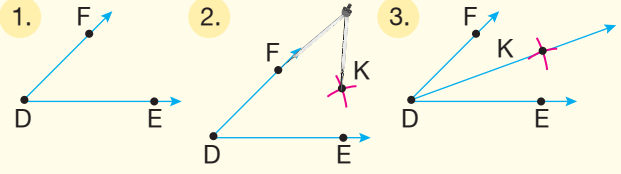
Bir at arabası tekerleğinde 12-16 tane tahta çubuk vardır. Bu tahta çubuklar çelik bir makaranın etrafına vidalanır.

Tahta çubukların bir ucu sivrileştirilir ve karşılarındaki iki yarı dairesel tahta şeride yerleştirilir. Daha sonra tahta çemberin etrafına çelik jant geçirilir.

Açıortay

Esra, yanda çizilen 1. şekilde FDE açısının F ve E noktalarına pergeli koyarak 2. şekilde K noktasını belirledi. Daha sonra 3. şekilde D noktası ile K noktasını birleştiren bir ışın çizdi.

Esra'nın çizdiği ışın, FDE açısını iki eş açığa böler mi? Oluşan açılar karşılaştırınız.

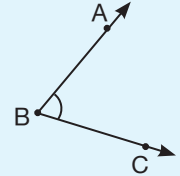


Hatırlatma

Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimine **açı** denir.

Yandaki açı; $\widehat{B}$, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{CBA}$ olarak isimlendirilebilir.

B noktası açının köşesi, [BA ve [BC, açının kollarıdır.



Ölçüleri eşit olan açılara, **eş açılar** denir.

Etkinlik

- Bir dinamik geometri yazılımında yandaki gibi ekranın sol üst köşesindeki  tuşunu kullanarak çalışma sayfası üzerinde A, B ve C noktalarını oluşturalım.

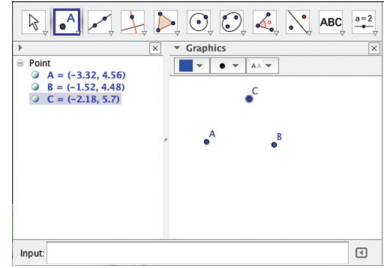
- Üstteki araç çubuğundan  sekmesine tıklayıp  (ışın) seçeneği ile öncelikle A ve B noktalarından sonra A ve C noktalarından geçen iki ışın çizelim.

- Üstteki araç çubuğundan  sekmesine tıklayıp  (açıortay) sekmesini seçerek oluşturduğumuz ışınlarımıza tıklayalım.

→ Oluşan doğru, açının açıortayı mıdır?

- Şimdi de  sekmesine tıklayalım. Önce oluşturduğumuz açının bir koluna ve açıortay doğrusuna, sonra açıortay doğrusuna ve açının diğer koluna tıklayalım.

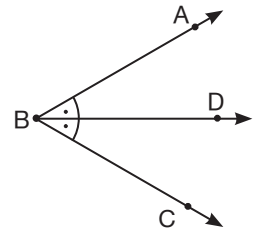
→ Oluşan açılar ölçüleri eşit midir? Açıklayınız.



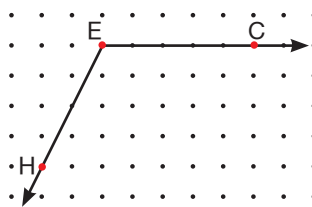
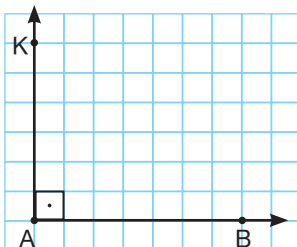
Açının iç bölgesinde bulunan, başlangıç noktası açının köşesi olan ve açıyı iki eş parçaya ayıran ışına **açıortay** denir.

[BD, $\widehat{ABC}$ 'nin açıortayıdır. $\widehat{ABD}$ ile $\widehat{CBD}$, eştir ve ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD})$$



Örnek



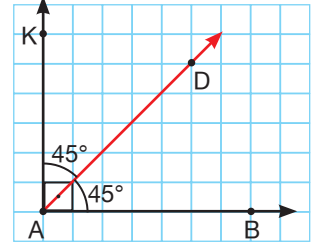
Yukarıda kareli ve noktalı kâğıtta verilen $\widehat{KAB}$ ve $\widehat{HEC}$ 'na ait açıortayları çiziniz.

Çözüm

Kareli kâğıtta verilen $\widehat{KAB}$ 'nin ölçüsü 90° 'dir. KAB açısına ait açıortay, açığı, ölçüleri 45° olan iki eş açığa ayırır.

$$m(\widehat{KAD}) = m(\widehat{BAD}) = 45^\circ$$

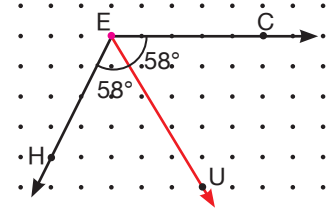
$[AD, \widehat{KAB}$ 'nin açıortayıdır.



Noktalı kâğıtta verilen $\widehat{HEC}$ 'nin ölçüsü 116° 'dir. HEC açısına ait açıortay, açığı, ölçüleri 58° olan iki eş açığa ayırır.

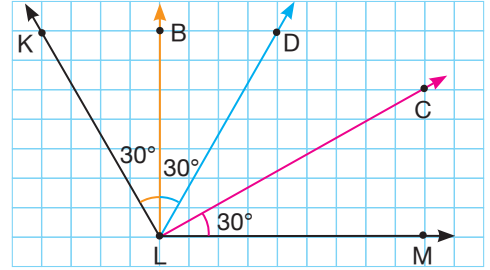
$$m(\widehat{HEU}) = m(\widehat{CEU}) = 58^\circ$$

$[EU, \widehat{HEC}$ 'nin açıortayıdır.



Örnek

Kareli kâğıtta verilen ve ölçüsü 120° olan $\widehat{KLM}$ 'nin açıortayını belirleyiniz.



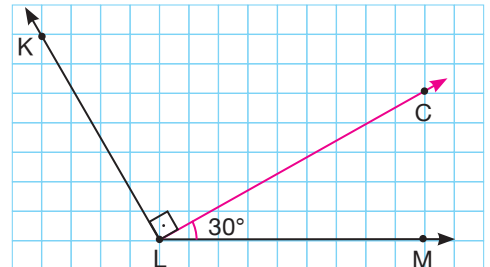
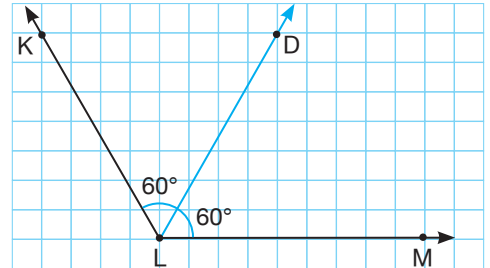
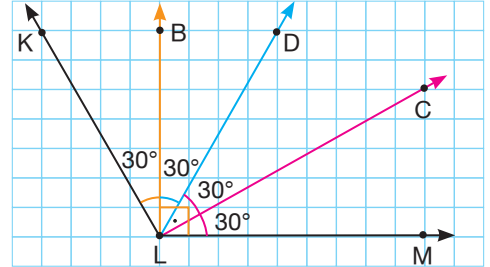
Çözüm

Şekilde verilen $[LB, [LD$ ve $[LC$ 'ni ayrı ayrı inceleyelim.

$\widehat{KLM}$ 'nin ölçüsü 120° 'dir. $[LB; \widehat{KLM}$ 'ni, ölçüleri 90° ve 30° olan iki açığa ayırır. Bu durumda $[LB, \widehat{KLM}$ 'nin açıortayı değildir. Çünkü bir açının açıortayı, açığı iki eş parçaya ayırır.

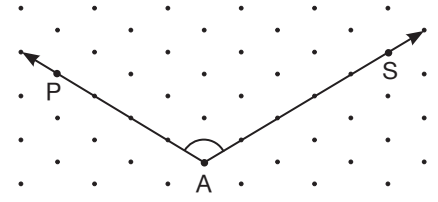
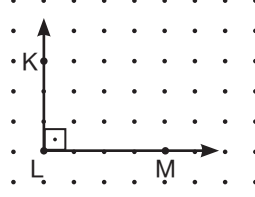
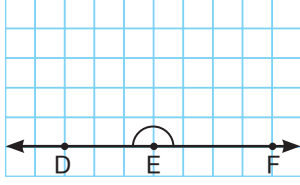
$[LD; \widehat{KLM}$ 'ni, ölçüleri 60° olan iki eş açığa ayırır. Bu durumda $[LD, \widehat{KLM}$ 'nin açıortayıdır.

$[LC; \widehat{KLM}$ 'ni, ölçüleri 90° ve 30° olan iki açığa ayırır. Bu durumda $[LC, \widehat{KLM}$ 'nin açıortayı değildir.



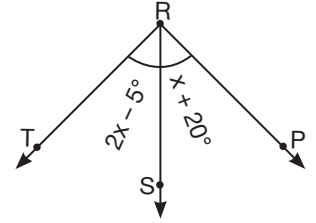
Alıştırmalar

1.

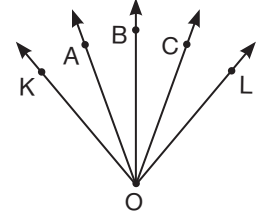


Kareli, noktalı ve izometrik kâğıtta verilen açıların açıortaylarını çiziniz.

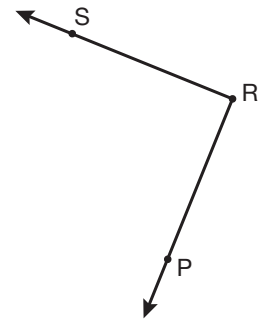
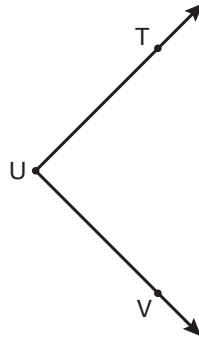
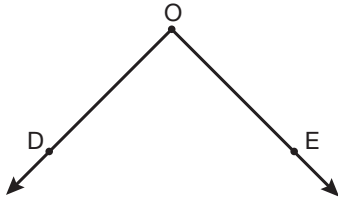
2. Yandaki şekilde $[RS, \widehat{PRT}$ 'nin açıortayıdır. $m(\widehat{PRS}) = x + 20^\circ$ ve $m(\widehat{TRS}) = 2x - 5^\circ$ ise x kaç derecedir?



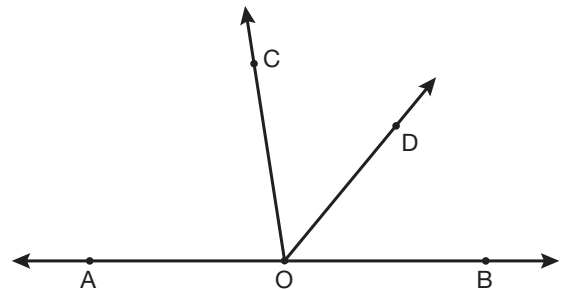
3. Yandaki şekilde verilen ışınlardan hangisi $\widehat{KOL}$ 'nin açıortayı olabilir? Nedenini açıklayınız.



4. Pergel kullanarak aşağıdaki açıların açıortaylarını çiziniz.

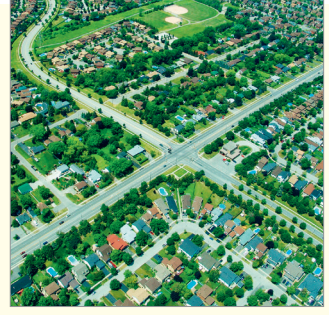


5. Yanda verilen şekildeki açıları açılöçerle ölçünüz. Şekildeki açılardan birinin açıortayı olan ışını belirleyiniz.



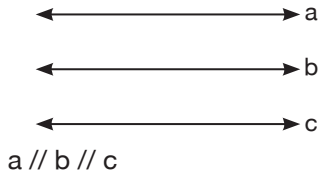
İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar

Bir coğrafi bölgeye veya bir alana ait kuş bakışı çizim, bölgeye gökyüzünden helikopter vb. bir araç yardımıyla bakılarak yapılır. Yanda bir mahalleye ait kuş bakışı çizim verilmiştir. Çizimdeki caddelerin oluşturduğu açılar belirleyerek özelliklerini açıklayınız.



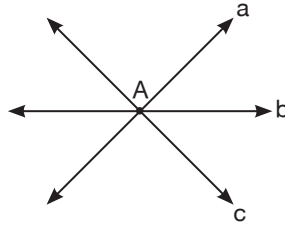
Aşağıda, aynı düzlemde olan üç doğrunun birbirlerine göre durumları verilmiştir. İnceleyelim.

a. Üç doğru birbirine paralel olabilir.



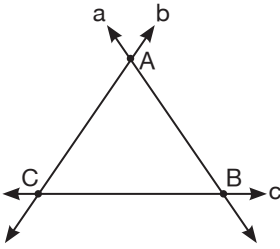
a, b ve c doğruları birbirine paraleldir ve kesişmez.

b. Üç doğru bir noktada kesişebilir.



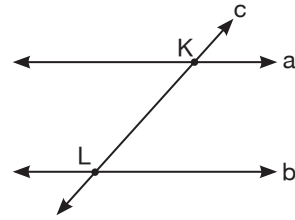
a, b ve c doğruları, A noktasında kesişir.

c. Üç doğru ikiye ikiye birbirleriyle kesişebilir.



a ile b doğruları A noktasında, b ile c doğruları C noktasında ve a ile c doğruları B noktasında kesişir.

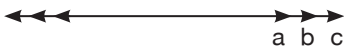
ç. İki paralel doğruyu, üçüncü bir doğru kesebilir.



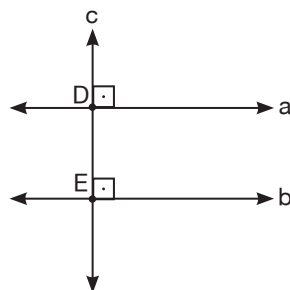
a // b

a ile b doğruları birbirine paraleldir ve kesişmez. c doğrusu, a ile b doğrularını keser. a ile c doğruları K noktasında, b ile c doğruları L noktasında kesişir.

d. Üç doğru çakışık olabilir.



Özel bir durum olarak iki paralel doğruyu, üçüncü bir doğru dik kesebilir.



a // b

a ile b doğruları birbirine paraleldir ve kesişmez. c doğrusu, a ile b doğrularını dik keser.

a ile c doğruları D noktasında, b ile c doğruları E noktasında kesişir.

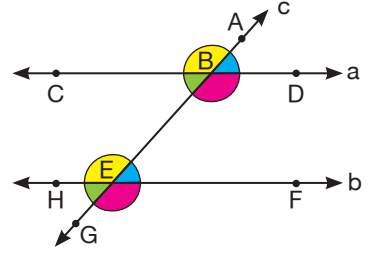
a ile c ve b ile c doğrularının kesişmesiyle ölçüsü 90° olan açılar oluşur.

$a \parallel b$ ve c , a ile b doğrularını kesen bir doğru olmak üzere;

- $\widehat{ABD}$ ile $\widehat{BEF}$
 $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{BEH}$
 $\widehat{CBE}$ ile $\widehat{HEG}$
 $\widehat{DBE}$ ile $\widehat{FEG}$ } yöndeş açılarıdır.

Yöndeş açılarn ölçüleri eşittir.

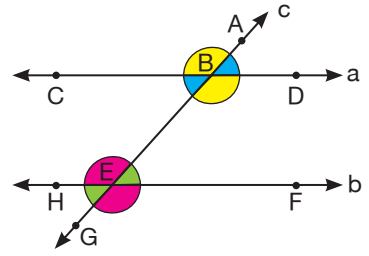
$$\begin{aligned} m(\widehat{ABD}) &= m(\widehat{BEF}) & m(\widehat{ABC}) &= m(\widehat{BEH}) \\ m(\widehat{CBE}) &= m(\widehat{HEG}) & m(\widehat{DBE}) &= m(\widehat{FEG}) \end{aligned}$$



- $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DBE}$
 $\widehat{ABD}$ ile $\widehat{CBE}$
 $\widehat{HEG}$ ile $\widehat{BEF}$
 $\widehat{BEH}$ ile $\widehat{FEG}$ } ters açılarıdır.

Ters açılarn ölçüleri eşittir.

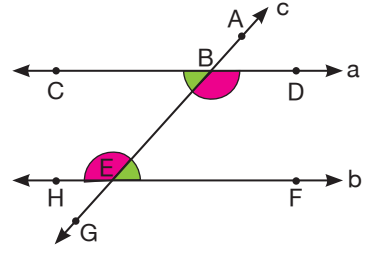
$$\begin{aligned} m(\widehat{ABC}) &= m(\widehat{DBE}) & m(\widehat{ABD}) &= m(\widehat{CBE}) \\ m(\widehat{HEG}) &= m(\widehat{BEF}) & m(\widehat{BEH}) &= m(\widehat{FEG}) \end{aligned}$$



- $\widehat{DBE}$ ile $\widehat{BEH}$
 $\widehat{CBE}$ ile $\widehat{BEF}$ } iç ters açılarıdır.

İç ters açılarn ölçüleri eşittir.

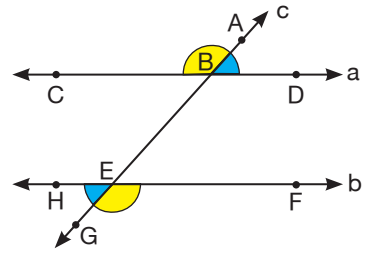
$$m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{BEH}) \quad m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{BEF})$$



- $\widehat{ABD}$ ile $\widehat{HEG}$
 $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{FEG}$ } dış ters açılarıdır.

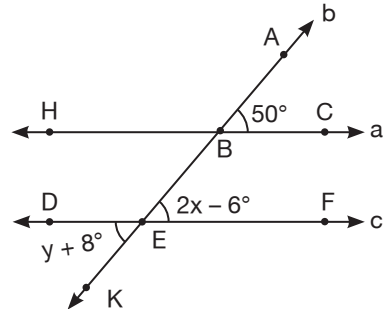
Dış ters açılarn ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{HEG}) \quad m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{FEG})$$



Örnek

Yandaki şekilde $a \parallel c$ 'dir. $m(\widehat{ABC}) = 50^\circ$, $m(\widehat{BEF}) = 2x - 6^\circ$ ve $m(\widehat{DEK}) = y + 8^\circ$ olduğuna göre $x + y$ toplamı kaç derecedir?



Çözüm

Şekildeki a ile c doğruları birbirine paraleldir, b ise a ile c doğrularını kesen bir doğrudur. $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{BEF}$, yöndeş açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{BEF}) = m(\widehat{ABC})$$

$$2x - 6^\circ = 50^\circ$$

$$2x = 50^\circ + 6^\circ$$

$$2x = 56^\circ$$

$$x = \frac{56^\circ}{2} \Rightarrow x = 28^\circ$$

$\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DEK}$, dış ters açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{DEK}) = m(\widehat{ABC})$$

$$y + 8^\circ = 50^\circ$$

$$y = 50^\circ - 8^\circ$$

$$y = 42^\circ$$

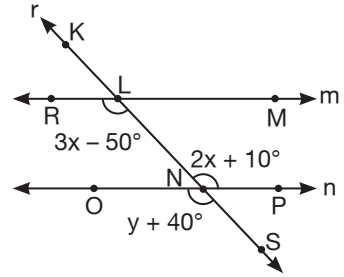
x yerine 28° , y yerine 42° yazarak $x + y$ toplamını bulalım.

$$x + y = 28^\circ + 42^\circ = 70^\circ$$

Örnek

Yandaki şekilde $m \parallel n$, $m(\widehat{RLN}) = 3x - 50^\circ$,

$m(\widehat{LNP}) = 2x + 10^\circ$ ve $m(\widehat{ONS}) = y + 40^\circ$ dir. Buna göre x ile y açı ölçülerini bulunuz.



Çözüm

Şekildeki m ile n doğruları birbirine paraleldir, r ise m ile n doğrularını kesen bir doğrudur. Bu durumda $\widehat{RLN}$ ile $\widehat{LNP}$, iç ters açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{RLN}) = m(\widehat{LNP})$$

$$3x - 50^\circ = 2x + 10^\circ$$

$$3x - 50^\circ - 2x = 10^\circ$$

$$3x - 2x = 10^\circ + 50^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

x yerine 60° yazarak $\widehat{RLN}$ ve $\widehat{LNP}$ 'nin ölçüsünü bulalım.

$$\begin{aligned} m(\widehat{RLN}) &= 3x - 50^\circ \rightarrow m(\widehat{RLN}) = 3 \cdot 60^\circ - 50^\circ \\ &= 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\widehat{LNP}) &= 2x + 10^\circ \rightarrow m(\widehat{LNP}) = 2 \cdot 60^\circ + 10^\circ \\ &= 120^\circ + 10^\circ = 130^\circ \end{aligned}$$

$\widehat{ONS}$ ile $\widehat{LNP}$, ters açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{ONS}) = m(\widehat{LNP})$$

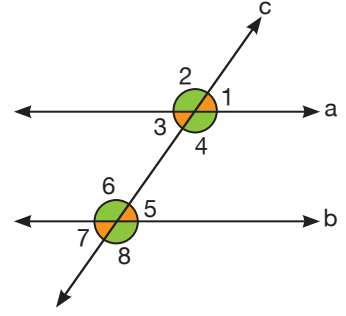
$$y + 40^\circ = 130^\circ$$

$$y = 130^\circ - 40^\circ$$

$$y = 130^\circ - 40^\circ = 90^\circ$$

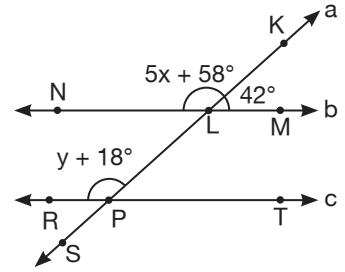
$a \parallel b$ ve c , a ile b doğrularını kesen bir doğru olmak üzere şekildeki;

Ölçüleri toplamı 180° olan açılara, **bütünler açılar** denir. Burada 1 ile 2 ve 1 ile 4 numaralı açılar komşu bütünler açılardır. Aynı şekilde 1 ile 6 ve 1 ile 8 numaralı açılar da, bütünler açılardır. Şekildeki tüm yeşil ve turuncu boyalı açı çiftleri, bütünler açılardır.



Örnek

Yandaki şekilde $b \parallel c$, $m(\widehat{KLM}) = 42^\circ$, $m(\widehat{KLN}) = 5x + 58^\circ$ ve $m(\widehat{LPR}) = y + 18^\circ$ dir. Buna göre $y - x$ farkı kaç derecedir?



Çözüm

Şekildeki b ile c doğruları birbirine paraleldir, a ise b ile c doğrularını kesen bir doğrudur. Bu durumda $\widehat{KLN}$ ile $\widehat{KLM}$, bütünler açılardır ve ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{KLN}) + m(\widehat{KLM}) = 180^\circ$$

$$5x + 58^\circ + 42^\circ = 180^\circ$$

$$5x + 100^\circ = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ - 100^\circ$$

$$5x = 80^\circ$$

$$x = \frac{80^\circ}{5} \Rightarrow x = 16^\circ$$

x yerine 16° yazarak $\widehat{KLN}$ 'nin ölçüsünü bulalım.

$$m(\widehat{KLN}) = 5x + 58^\circ \rightarrow m(\widehat{KLN}) = 5 \cdot 16^\circ + 58^\circ \\ = 80^\circ + 58^\circ = 138^\circ$$

$\widehat{KLN}$ ile $\widehat{LPR}$, yöndeş açılardır ve ölçüleri eşittir.

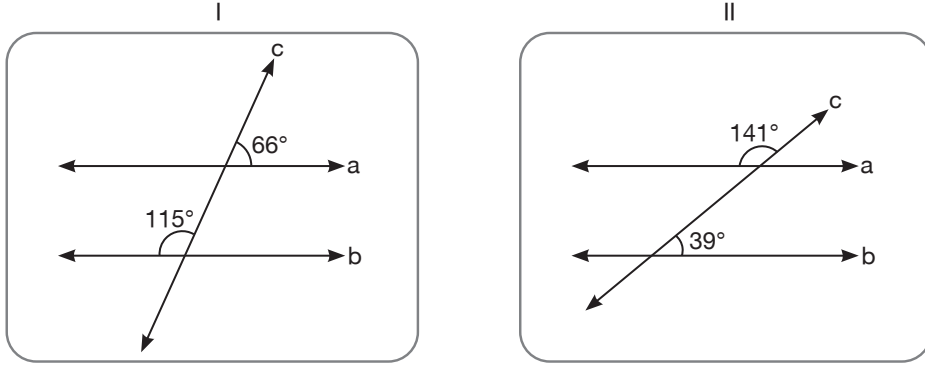
$$m(\widehat{LPR}) = m(\widehat{KLN})$$

$$y + 18^\circ = 138^\circ \Rightarrow y = 138^\circ - 18^\circ = 120^\circ$$

y yerine 120° , x yerine 16° yazarak $y - x$ farkını bulalım.

$$y - x = 120^\circ - 16^\circ = 104^\circ$$

Örnek



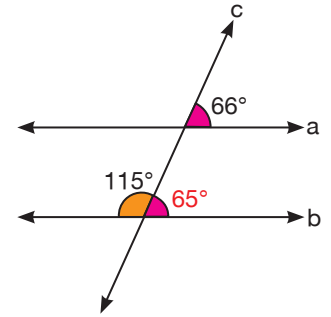
Yukarıdaki kutucuklarda bazı doğrular ve açı ölçüleri verilmiştir. Şekillerde verilenlere göre hangi kutucuktaki a ile b doğrusunun birbirine paralel olduğunu bulunuz.

Çözüm

I. kutucuktaki şekilde a ile b doğrularının birbirine paralel olması için yöndeş olan pembe renkli açılarının ölçülerinin birbirine eşit olması gerekir. Ölçüsü 66° olan açı ile yöndeş olan pembe renkli açının ölçüsünü bulalım.

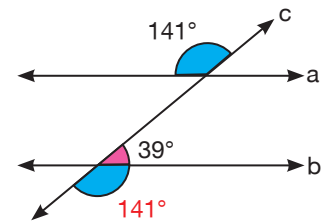
Bütünler olan turuncu ve pembe renkli açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir. Bu durumda, pembe renkli açının ölçüsü $180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ olur.

Şekildeki yöndeş olması gereken açılarının ölçüleri birbirine eşit olmadığından a ile b doğruları birbirine paralel değildir.



II. kutucuktaki şekilde a ile b doğrularının birbirine paralel olması için dış ters olan mavi renkli açılarının ölçülerinin eşit olması gerekir. Ölçüsü 141° olan açı ile dış ters olan mavi renkli açının ölçüsünü bulalım.

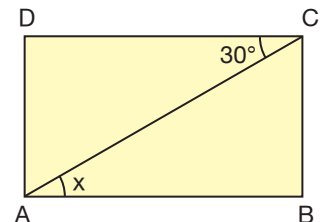
Bütünler olan mavi ve pembe renkli açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir. Bu durumda, mavi renkli açının ölçüsü $180^\circ - 39^\circ = 141^\circ$ olur.



Şekildeki dış ters açılarının ölçüleri birbirine eşit olduğundan a ile b doğruları birbirine paraleldir.

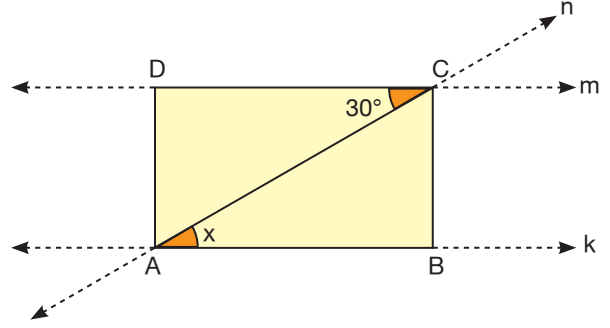
Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninde [AC] köşegen, $m(\widehat{ACD}) = 30^\circ$ ise $m(\widehat{CAB}) = x$ kaç derecedir?



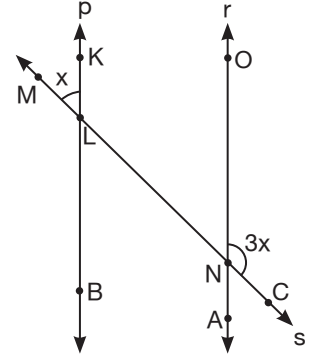
Çözüm

ABCD dikdörtgeninin uzun kenarları ve köşegeni birer doğru modeli hâline getirilirse yandaki gibi m ile k doğruları paralel, n ise m ile k doğrularını kesen bir doğru olur. Bu durumda ABCD dikdörtgeninde turuncu boyalı açılar, iç ters açılardır ve bu açılarının ölçüleri birbirine eşittir. Buna göre $m(\widehat{CAB}) = x = 30^\circ$ dir.



Örnek

Yandaki şekilde $p \parallel r$, $m(\widehat{KLM}) = x$, $m(\widehat{ONC}) = 3x$ ise x kaç derecedir?



Çözüm

Şekilde p ile r doğruları birbirine paralel ve s, bu doğruları kesen bir doğru olduğuna göre $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{ANC}$, dış ters açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{ANC}) = m(\widehat{KLM}) = x$$

$\widehat{ANC}$ ile $\widehat{ONC}$, bütünler açılar olduğundan bu açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

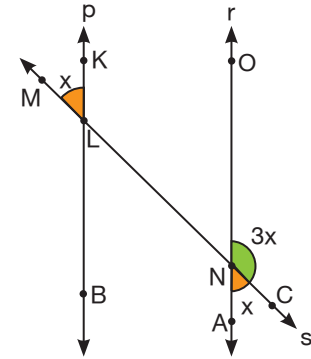
$$m(\widehat{ANC}) + m(\widehat{ONC}) = 180^\circ$$

$$x + 3x = 180^\circ$$

$$4x = 180^\circ$$

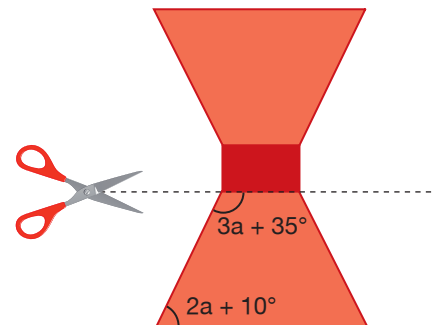
$$x = \frac{180^\circ}{4}$$

$$x = 45^\circ$$



Örnek

Bir papyon yandaki gibi kesildiğinde şekildeki açılar oluşuyor. Papyonda oluşan açı ölçülerine göre a kaç derecedir?



Çözüm

Papyonun alınan parçasının paralel olan kenarları birer doğru modeli hâline getirilirse b ile c doğruları birbirine paralel, a ise b ile c doğrularını kesen bir doğru olur. Şekildeki pembe ve yeşil açılar bütünler olduğundan bu açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir.

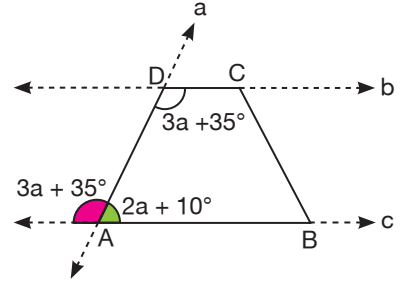
$$3a + 35^\circ + 2a + 10^\circ = 180^\circ$$

$$5a + 45^\circ = 180^\circ$$

$$5a = 180^\circ - 45^\circ$$

$$5a = 135^\circ$$

$$a = \frac{135^\circ}{5} \Rightarrow a = 27^\circ$$



Örnek

Bir mahallede bulunan 1, 2 ve 3. caddenin birbirlerine göre durumları ve caddelerin kesişmesiyle oluşan bazı açılarının ölçüleri, yandaki şekilde verilmiştir. 1. cadde ile 3. cadde birbirine paralel olduğuna göre x açısı ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm

1. cadde ile 3. cadde birbirine paralel olduğuna göre yandaki şekilde verilen $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{RST}$, dış ters açılardır. Dış ters açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

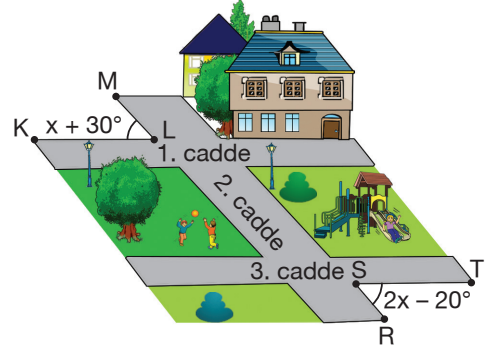
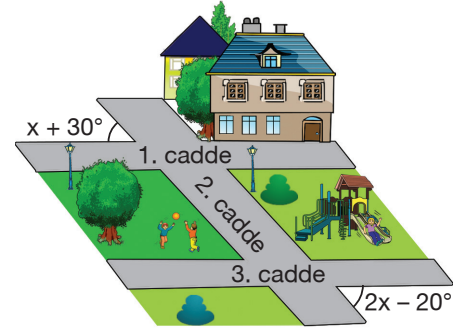
$$m(\widehat{RST}) = m(\widehat{KLM})$$

$$2x - 20^\circ = x + 30^\circ$$

$$2x - 20^\circ - x = 30^\circ$$

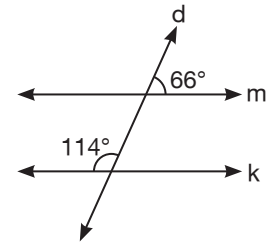
$$2x - x = 30^\circ + 20^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

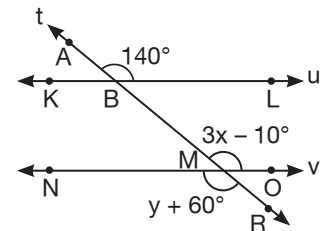


Alıştırmalar

1. Yanda, m ile k doğruları ve bu doğruları kesen d doğrusu verilmiştir. Şekilde verilenlere göre m ile k doğrularının birbirine paralel olup olmadığını belirleyiniz.



2. Yandaki şekilde $u \parallel v$ 'dir. $m(\widehat{ABL}) = 140^\circ$, $m(\widehat{BMO}) = 3x - 10^\circ$ ve $m(\widehat{NMP}) = y + 60^\circ$ ise $x + y$ toplamı kaç derecedir?



Düzgün Çokgenler ve Çokgenlerin Özellikleri

Nevin, beyaz kâğıt üzerine çizdiği eş olan 6 eşkenar üçgeni yandaki gibi maviye boyayıp kesiyor ve bu üçgenleri bir araya getirerek farklı çokgenler oluşturmak istiyor.

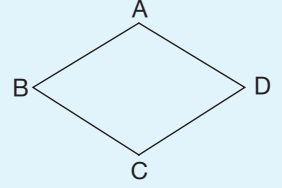
Nevin, üçgenleri bir araya getirerek hangi çokgenleri oluşturabilir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Çokgenler, kenar veya köşe sayılarına göre isimlendirilir. 3 kenarı olan çokgene üçgen, 4 kenarı olan çokgene dörtgen, 5 kenarı olan çokgene beşgen, 6 kenarı olan çokgene altıgen, ... denir.

Yandaki çokgenin 4 kenarı vardır ve bu çokgen, dörtgendir. ABCD dörtgeninin köşelerinde yer alan açılar; $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$ 'dir. Dörtgenin kenarları ise $[AB], [BC], [CD]$ ve $[DA]$ 'dır.

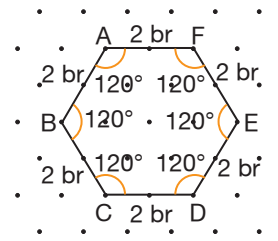


Düzgün Çokgenler

Kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eşit olan çokgenlere, **düzgün çokgen** adı verilir.

İzometrik kâğıda, bir düzgün altıgen çizelim. Düzgün altıgenin kenar ve açı özelliklerini belirleyelim.

ABCDEF düzgün altıgeninin her bir kenar uzunluğu eşit ve 2 br'dir. Her bir iç açısının ölçüsü birbirine eşittir ve 120° 'dir.

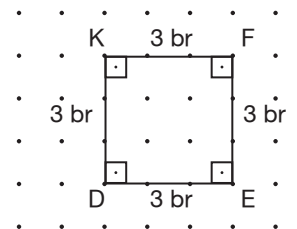


Örnek

Noktalı kağıda, dört kenarlı bir düzgün çokgen çiziniz. Çizdiğiniz çokgenin kenar ve açı özelliklerini belirleyiniz.

Çözüm

Noktalı kâğıttaki DEFK düzgün dörtgeninin kenar uzunlukları birbirine eşittir ve 3 br'dir. Açı ölçüleri birbirine eşittir ve her bir iç açısının ölçüsü 90° 'dir. Bu durumda DEFK dörtgeni, bir karedir.



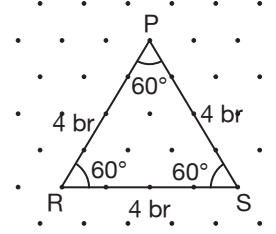
Kare, bir düzgün çokgendir.

Örnek

İzometrik kâğıda, üç kenarlı bir düzgün çokgen çiziniz. Çizdiğiniz çokgenin kenar ve açı özelliklerini belirleyiniz.

Çözüm

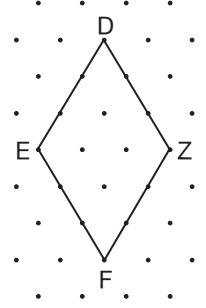
İzometrik kâğıttaki PRS üçgeninin kenar uzunlukları eşit ve 4 br'dir. İç açıların ölçüleri eşittir ve her bir iç açısının ölçüsü 60° 'dir. Bu durumda PRS üçgeni, bir eşkenar üçgendir.



Eşkenar üçgen, bir düzgün çokgendir.

Örnek

İzometrik kâğıtta verilen yandaki DEFZ dörtgeninin düzgün çokgen olup olmadığını belirleyiniz.

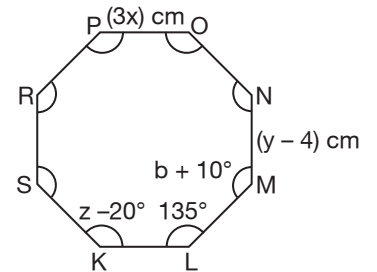


Çözüm

DEFZ dörtgeninin kenar uzunlukları birbirine eşit ve 3 br'dir. Açı ölçüleri incelendiğinde $m(\widehat{DEF}) = m(\widehat{DZF}) = 120^\circ$ ve $m(\widehat{EDZ}) = m(\widehat{EFZ}) = 60^\circ$ olduğu görülür. Bu durumda dörtgenin her bir iç açısının ölçüsü birbirine eşit değildir. DEFZ dörtgeninin kenar uzunlukları birbirine eşit olmasına rağmen iç açı ölçüleri eşit olmadığından DEFZ dörtgeni, düzgün dörtgen değildir.

Örnek

Yandaki düzgün sekizgenin çevre uzunluğu 48 cm'dir. $m(\angle L) = 135^\circ$ ise x, y, z ve b değerlerini bulunuz.



Çözüm

Düzgün sekizgenin her bir kenar uzunluğu eşit ve $\frac{48}{8} = 6$ cm'dir.

Bu durumda, $|OP| = |MN| = 6$ cm olur.

$$|OP| = 6 \text{ cm} \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$|MN| = 6 \text{ cm} \Rightarrow y - 4 = 6 \Rightarrow y = 6 + 4 \Rightarrow y = 10$$

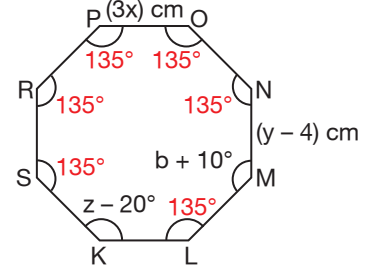
Düzgün sekizgenin her bir iç açısının ölçüsü birbirine eşittir. Bu durumda $m(\widehat{K}) = m(\widehat{L}) = m(\widehat{M}) = 135^\circ$ olur.

$$m(\widehat{K}) = 135^\circ \Rightarrow z - 20^\circ = 135^\circ \Rightarrow z = 135^\circ + 20^\circ$$

$$z = 155^\circ$$

$$m(\widehat{M}) = 135^\circ \Rightarrow b + 10^\circ = 135^\circ \Rightarrow b = 135^\circ - 10^\circ$$

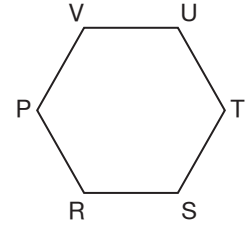
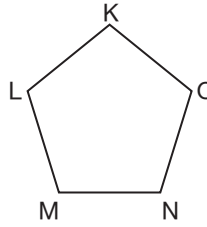
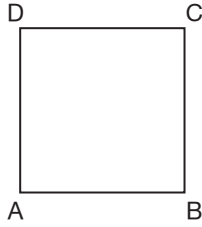
$$b = 125^\circ$$



Çokgenlerin Özellikleri

Bir çokgenin ardışık olmayan köşelerini birleştiren doğru parçasına, çokgenin **köşegeni** denir.

Örnek

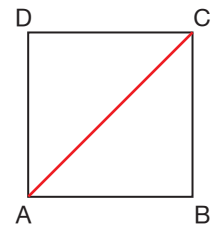


Yukarıdaki düzgün dörtgen, düzgün beşgen ve düzgün altıgenin A, N ve P köşelerine ait köşegenlerini çiziniz.

Çözüm

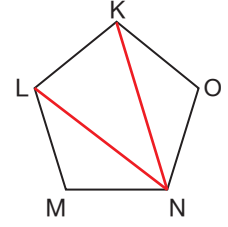
- ABCD düzgün dörtgeninin (karenin) A köşesine ait köşegeni $[AC]$ 'dir.

$[AC]$, ABCD dörtgeninin ardışık olmayan A ve C köşelerini birleştiren doğru parçasıdır.



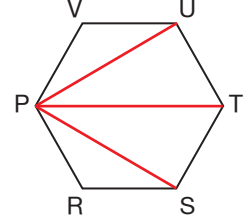
- KLMNO düzgün beşgeninin N köşesine ait köşegenleri [NL] ve [NK]'dır.

[NL] ve [NK], KLMNO düzgün beşgeninin N köşesi ile ardışık olmayan L ve K köşelerini birleştiren doğru parçalarıdır.



- PRSTUV düzgün altıgeninin P köşesine ait köşegenleri [PU], [PT] ve [PS]'dir.

[PU], [PT] ve [PS], PRSTUV düzgün altıgeninin P köşesi ile ardışık olmayan U, T ve S köşelerini birleştiren doğru parçalarıdır.



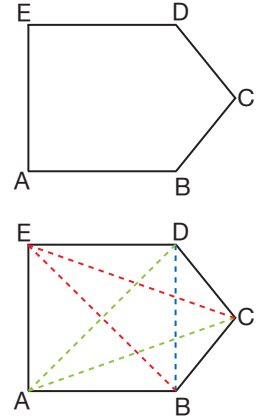
Örnek

Yandaki ABCDE beşgeninin köşegenlerini belirleyiniz.

Çözüm

ABCDE beşgeninin her bir köşesini, kendisi ile ardışık olmayan köşelerle birleştiren doğru parçalarını çizerek beşgenin köşegenlerini belirleyelim.

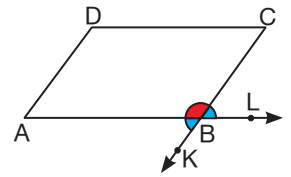
ABCDE beşgeninin köşegenleri; [AD], [AC], [EB], [EC] ve [DB]'dir.



Bir çokgenin bir köşesine ait iç ve dış açıları bütünlerdir. Bir köşeye ait bir iç açı ile bir dış açının ölçüleri toplamı 180° 'dir.

$$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{CBL}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{KBA}) = 180^\circ$$



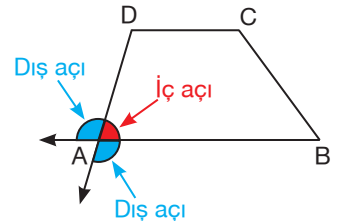
Örnek

Birer dörtgen ve altıgen çiziniz. Çizdiğiniz dörtgen ve altıgenin birer köşesine ait iç ve dış açılarını belirleyiniz.

Çözüm

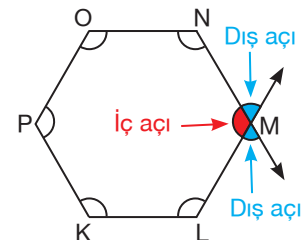
ABCD dörtgeninin A köşesine ait iç ve dış açıları, yandaki gibidir.

ABCD dörtgeninin A köşesindeki birbirinin bütünleri olan kırmızı ve mavi açıların toplamı, bir doğru açının ölçüsü olan 180° 'dir.



KLMNOP altıgeninin M köşesine ait iç ve dış açıları, yandaki gibidir.

KLMNOP altıgeninin M köşesindeki birbirinin bütünleri olan kırmızı ve mavi açıların toplamı, bir doğru açının ölçüsü olan 180° 'dir.



Etkinlik

- Yandaki gibi bir tablo oluşturalım.
- Bir dörtgen çizelim.
- Dörtgenin bir köşesinden geçen köşegeni çizelim.
- ➔ Çizilen köşegen dörtgeni kaç üçgene ayırır?
- ➔ Oluşan her bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğuna göre dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.
- ➔ Bulduğunuz değerleri, tabloda bulunan dörtgene ait satırdaki boşluklara yazınız.
- ➔ Birer beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgen çiziniz.
- ➔ Çizdiğiniz çokgenlerde birer köşe belirleyerek bu köşeden geçen köşegenleri çiziniz.
- ➔ Çizilen köşegenlerin, çokgenleri kaç üçgene ayırdığını belirleyiniz.
- ➔ Çokgenlerde oluşan üçgen sayılarına göre her bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulunuz ve tabloyu tamamlayınız.
- ➔ n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulmaya yönelik genel bir ifade yazınız. Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

Tablo: Çokgenlerin İç Açılarının Ölçüleri Toplamı

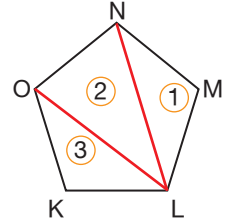
Çokgen	Kenar Sayısı	Oluşan Üçgen Sayısı	İç Açılarının Ölçüleri Toplamı
Üçgen	3	$3 - 2 = 1$	$1 \cdot 180^\circ = 180^\circ$
Dörtgen	4		
Beşgen			
Altıgen			
Yedigen			
Sekizgen			

Bir beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

KLMNO beşgeninin, belirlediğimiz L köşesinden geçen köşegenlerini çizelim.

Çokgenin L köşesinden geçen köşegenler [LO] ve [LN]'dir. Köşegenlerin çizilmesiyle birlikte beşgende $5 - 2 = 3$ adet üçgen oluşmuştur.

Her bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, $(5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$ dir.



n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, aşağıdaki bağıntı ile bulunabilir.

İç açılarının ölçüleri toplamı: $(n - 2) \cdot 180^\circ$

Örnek

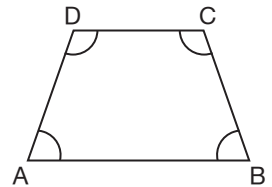
Dörtgen, altıgen ve ongenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.

Çözüm

• Yandaki ABCD dörtgeninin iç açıları; $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$ 'dir. Dörtgenin kenar sayısı, $n = 4$ 'tür. Buna göre ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (4 - 2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

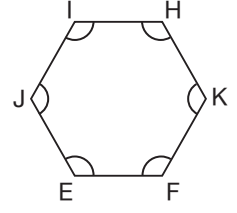
Bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.



• Yandaki EFKHIJ altıgeninin iç açıları; $\widehat{E}, \widehat{F}, \widehat{K}, \widehat{H}, \widehat{I}, \widehat{J}$ 'dir. Altıgenin kenar sayısı, $n = 6$ 'dır. Buna göre EFKHIJ altıgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$

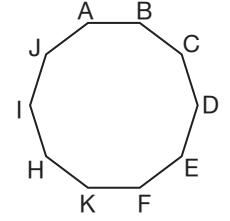
Bir altıgenin iç açıların ölçüleri toplamı 720° 'dir.



• Yandaki ongenin kenar sayısı $n = 10$ 'dur. Buna göre ongenin iç açıların ölçüleri toplamını bulalım.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (10 - 2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ \text{ dir.}$$

Bir ongenin iç açıların ölçüleri toplamı 1440° 'dir.



Örnek

Yandaki PRSTU beşgeninde verilenlere göre x açı ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm

PRSTU beşgeninin iç açıların ölçüleri toplamını bulalım.

Beşgenin kenar sayısı, $n = 5$ 'tir. Buna göre beşgenin iç açıların ölçüleri toplamı,

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ \text{ dir.}$$

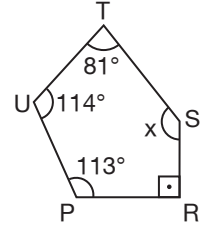
PRSTU beşgeninin iç açıların ölçüleri toplamını 540° 'ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{P}) + m(\widehat{R}) + m(\widehat{S}) + m(\widehat{T}) + m(\widehat{U}) = 540^\circ$$

$$113^\circ + 90^\circ + x + 81^\circ + 114^\circ = 540^\circ$$

$$398^\circ + x = 540^\circ$$

$$x = 540^\circ - 398^\circ \Rightarrow x = 142^\circ$$



n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü aşağıdaki bağıntı ile bulunabilir.

$$\text{Bir iç açısının ölçüsü} = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$$

Örnek

Düzgün beşgen, düzgün altıgen ve düzgün sekizgenin bir iç açısının ölçüsünü bulunuz.

Çözüm

• Bir düzgün beşgenin iç açıların ölçüleri toplamını bulalım.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (5 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$= 3 \cdot 180^\circ$$

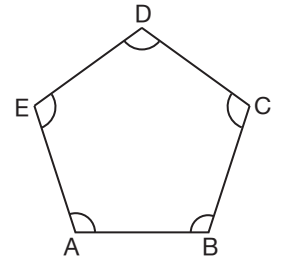
$$= 540^\circ$$

ABCDE düzgün beşgenindeki her bir iç açının ölçüsü birbirine eşittir. Bu

durumda beşgenin bir iç açısının ölçüsü bulunurken iç açıların ölçüleri toplamı 5'e bölünür.

$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = m(\widehat{E}) = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

Bir düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü 108° 'dir.



- Bir düzgün altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (6 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$= 4 \cdot 180^\circ$$

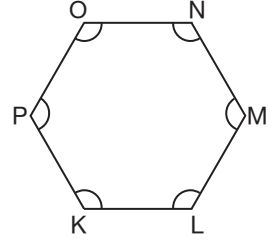
$$= 720^\circ$$

KLMNOP düzgün altıgenindeki her bir iç açının ölçüsü birbirine eşittir.

Bu durumda altıgenin bir iç açısının ölçüsü bulunurken iç açıların ölçüleri toplamı 6'ya bölünür.

$$m(\widehat{K}) = m(\widehat{L}) = m(\widehat{M}) = m(\widehat{N}) = m(\widehat{O}) = m(\widehat{P}) = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

Bir düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü 120° dir.



- Bir düzgün sekizgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (8 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$= 6 \cdot 180^\circ$$

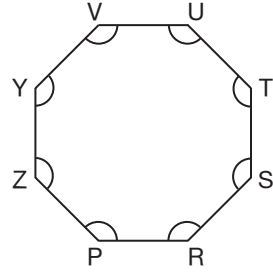
$$= 1080^\circ$$

PRSTUVYZ düzgün sekizgenindeki her bir iç açının ölçüsü birbirine eşittir.

Bu durumda sekizgenin bir iç açısının ölçüsü bulunurken iç açıların ölçüleri toplamı 8'e bölünür.

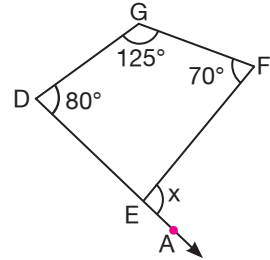
$$m(\widehat{P}) = m(\widehat{R}) = m(\widehat{S}) = m(\widehat{T}) = m(\widehat{U}) = m(\widehat{V}) = m(\widehat{Y}) = m(\widehat{Z}) = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$$

Bir düzgün sekizgenin bir iç açısının ölçüsü 135° dir.



Örnek

Yandaki DEFG dörtgeninde verilenlere göre x açısı ölçüsü kaç derecedir?



Çözüm

DEFG dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir. O hâlde, iç açıların ölçüleri toplamını 360° ye eşitleyelim ve $m(\widehat{DEF})$ 'nü bulalım.

$$80^\circ + 125^\circ + 70^\circ + m(\widehat{DEF}) = 360^\circ$$

$$275^\circ + m(\widehat{DEF}) = 360^\circ$$

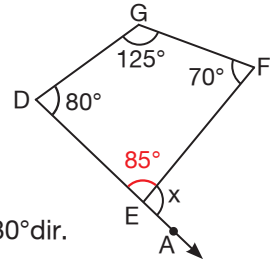
$$m(\widehat{DEF}) = 360^\circ - 275^\circ \Rightarrow m(\widehat{DEF}) = 85^\circ$$

DEFG dörtgeninin E köşesine ait iç açı ve bir dış açısının ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{DEF}) + m(\widehat{AEF}) = 180^\circ$$

$$85^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 85^\circ \Rightarrow x = 95^\circ$$

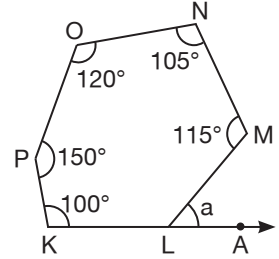


Araç Gereçler: cetvel, açıölçer

- Cetvel yardımıyla bir dörtgen çizelim ve dörtgenin her bir köşesine ait bir dış açı belirleyelim.
- Dörtgenin her bir dış açısının ölçüsünü açıölçer yardımıyla bulalım.
- Dörtgenin dış açı ölçülerinin toplamını bulalım ve not edelim.
- Cetvel yardımıyla bir beşgen çizelim ve beşgenin her bir köşesine ait bir dış açı belirleyelim.
- Beşgenin her bir dış açısının ölçüsünü açıölçer yardımıyla bulalım.
- Beşgenin dış açı ölçülerinin toplamını bulalım ve not edelim.
- Etkinlik adımlarını altıgen ve yedigen çizerek tekrarlayalım.
- Not ettiğimiz sayılar arasındaki ilişkiyi belirleyelim.
- Belirlediğimiz ilişkiye göre çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamına yönelik genel bir ifade yazalım. Yazdığımız ifadeyi arkadaşlarımızla paylaşalım.

n kenarlı bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir.

Yandaki KLMNOP altıgeninde verilenlere göre a açı ölçüsünü bulalım.



KLMNOP altıgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı $(6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$ 'dir. KLMNOP altıgeninin iç açılarının ölçülerini toplayarak 720° 'ye eşitleyelim.

$$100^\circ + 150^\circ + 120^\circ + 105^\circ + 115^\circ + m(\widehat{KLM}) = 720^\circ$$

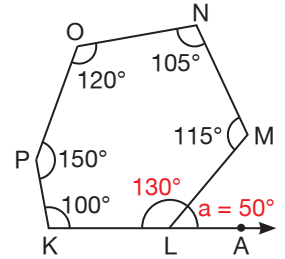
$$590^\circ + m(\widehat{KLM}) = 720^\circ$$

$$m(\widehat{KLM}) = 720^\circ - 590^\circ \Rightarrow m(\widehat{KLM}) = 130^\circ$$

KLMNOP altıgeninin L köşesine ait iç açı ve bir dış açısının ölçüleri toplamı 180° 'dir.

$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{MLA}) = 180^\circ$$

$$130^\circ + a = 180^\circ \Rightarrow a = 180^\circ - 130^\circ \Rightarrow a = 50^\circ$$



n kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü aşağıdaki bağıntı ile bulunabilir.

$$\text{Bir dış açının ölçüsü: } \frac{360^\circ}{n}$$

Örnek

Düzgün altıgen ve düzgün ongenin bir dış açısının ölçüsünü bulunuz.

Çözüm

Düzgün altıgendeki her bir dış açının ölçüsü birbirine eşittir ve dış açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir. Buna göre düzgün altıgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ 'dir.

Düzgün ongendeki her bir dış açının ölçüsü birbirine eşittir ve dış açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir. Buna göre düzgün ongenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$ 'dir.

Örnek

İç açılarının ölçüleri toplamı 1800° olan çokgenin kaç kenarı vardır?

Çözüm

İç açılarının ölçüleri toplamı 1800° olan çokgenin kenar sayısı n olsun.

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$$

$$n - 2 = \frac{1800^\circ}{180^\circ}$$

$$n - 2 = 10 \Rightarrow n = 10 + 2 \Rightarrow n = 12$$

İç açılarının ölçüleri toplamı 1800° olan çokgenin 12 kenarı vardır.

Örnek

Bir dış açısının ölçüsü 45° olan düzgün çokgenin kaç kenarı vardır?

Çözüm

Çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir. Buna göre n kenarı olan bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ olur.

$$\frac{360^\circ}{n} = 45^\circ \Rightarrow 45^\circ \cdot n = 360^\circ$$

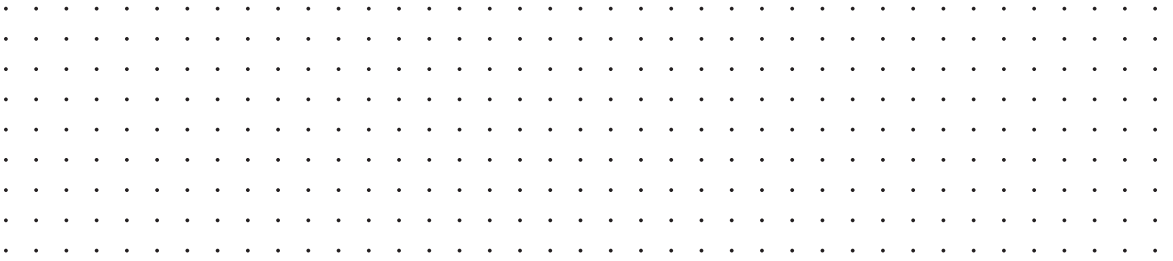
$$n = \frac{360^\circ}{45^\circ}$$

$$n = 8$$

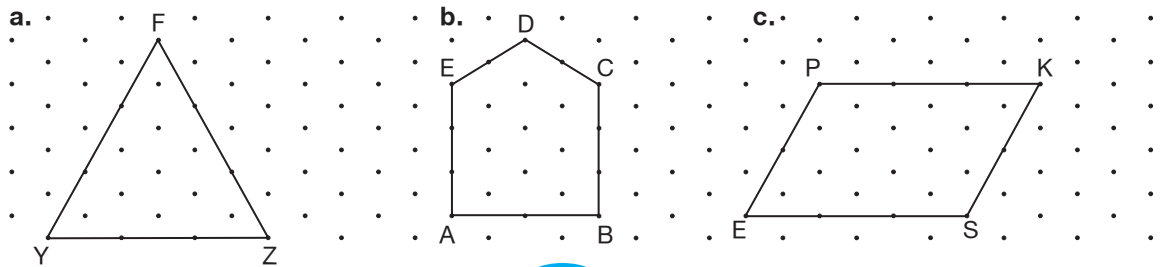
Bir dış açısının ölçüsü 45° olan düzgün çokgenin 8 kenarı vardır.

Alıştırmalar

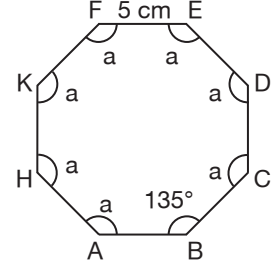
1. Noktalı kâğıda bir dikdörtgen çizin. Dikdörtgenin düzgün çokgen olup olmadığını belirleyiniz.



2. İzometrik kağıda çizilen şekillerin düzgün çokgen olup olmadığını belirleyiniz.

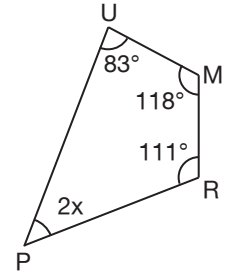


3. Yandaki düzgün sekizgende $|EF|=5\text{ cm}$ ve $m(\widehat{B})=135^\circ$ dir. Buna göre düzgün sekizgenin çevre uzunluğunu ve verilmeyen açı ölçülerini bulunuz.



4. Bir dokuzgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

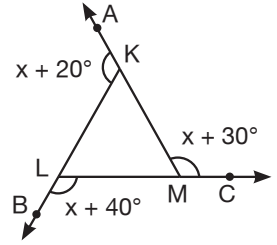
5. Yandaki PRMU dörtgeninde $m(\widehat{MUP})=83^\circ$, $m(\widehat{RMU})=118^\circ$, $m(\widehat{PRM})=111^\circ$ ve $m(\widehat{UPR})=2x$ ise x kaç derecedir?



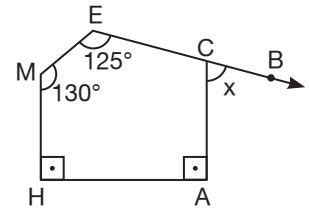
6. Bir düzgün ongenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

7. Bir yirmigenin dış açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

8. Yandaki KLM üçgeninde $m(\widehat{AKL})=x+20^\circ$, $m(\widehat{BLM})=x+40^\circ$ ve $m(\widehat{KMC})=x+30^\circ$ dir. Buna göre x kaç derecedir?



9. Yandaki HACEM beşgeninde, $m(\widehat{MHA})=m(\widehat{HAC})=90^\circ$, $m(\widehat{MEC})=125^\circ$ ve $m(\widehat{HME})=130^\circ$ ise $m(\widehat{ACB})=x$ kaç derecedir?

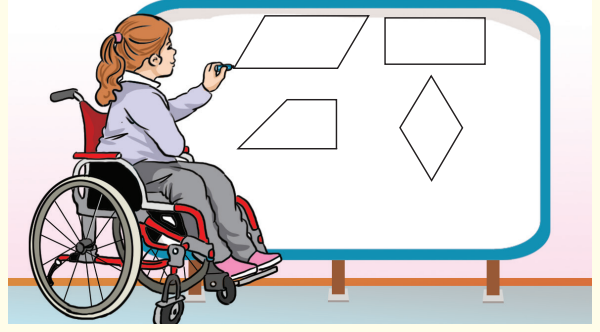


10. İç açılarının ölçüleri toplamı 900° olan çokgenin kaç kenarı vardır?

11. Bir dış açısının ölçüsü 20° olan düzgün çokgenin kaç kenarı vardır?

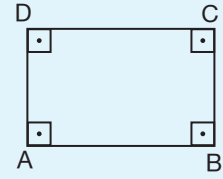
Dikdörtgen, Paralelkenar, Yamuk ve Eşkenar Dörtgen

Oya, tahtadaki dörtgenlerin her birinde, birer doğru parçası çizerek dörtgenleri iki parçaya ayırmak istiyor. Oya, her bir parçanın üçgen olmasını istediğine göre doğru parçalarını çizerken nelere dikkat etmelidir? Açıklayınız.

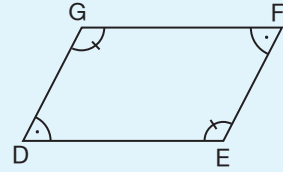


Hatırlatma

Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşittir. İç açıları eşittir ve her bir iç açısının ölçüsü 90° 'dir.



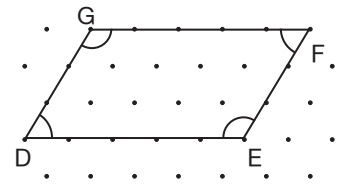
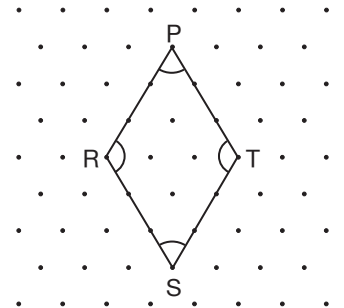
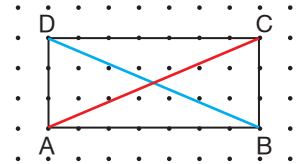
Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşittir. Karşılıklı iç açıları eşittir. Ardışık iç açıları, bütündür.



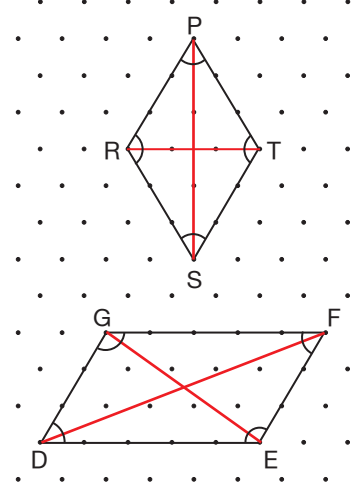
Etkinlik

Araç Gereçler: izometrik kâğıt, noktalı kâğıt, kareli kâğıt, açıölçer, cetvel

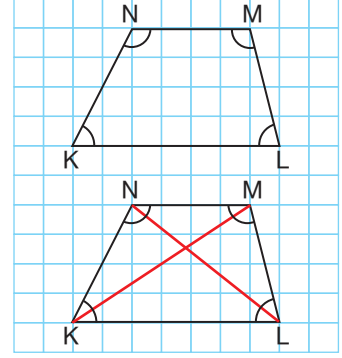
- Noktalı kâğıda, bir dikdörtgen ve dikdörtgenin köşegenlerini çizelim.
- Köşegenler çizildiğinde oluşan açılardan her birini açıölçer yardımıyla ölçelim.
- Açılardan eş veya tümler olanları belirleyelim.
- Açılar arasındaki ilişkileri belirleyerek her bir ilişkiyi belirten genel bir ifade yazalım.
- İzometrik kâğıda birer eşkenar dörtgen ve paralelkenar çizelim.
- Eşkenar dörtgen ve paralelkenarın iç açılarının her birini açıölçer yardımıyla ölçelim.
- İç açılardan eş ve bütümler olanları belirleyelim.



- Eşkenar dörtgen ve paralelkenarın köşegenlerini çizelim.
- Köşegenler çizildiğinde oluşan açılardan her birini açıölçer yardımıyla ölçelim.
- Açılardan eş veya bütünler olanları belirleyelim.
- Açılar arasındaki ilişkileri belirleyerek her bir ilişkiyi belirten genel bir ifade yazalım.



- Kareli kâğıda bir yamuk çizelim.
- Yamuğun iç açılarının her birini açıölçer yardımıyla ölçelim.
- İç açılardan bütünler olanları belirleyelim.
- Yamuğun köşegenlerini çizelim.
- Köşegenler çizildiğinde oluşan açılardan her birini açıölçer yardımıyla ölçelim.
- Açılardan bütünler olanları belirleyelim.
- Açılar arasındaki ilişkileri belirleyerek her bir ilişkiyi belirten genel bir ifade yazalım. Yazdığımız ifadeleri arkadaşlarımızla paylaşalım.



Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğu tanıyalım ve açı özelliklerini belirleyelim.

Dikdörtgen

ABCD dikdörtgeninin karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşittir.

$$\bullet |AD| = |BC| \quad \bullet |AB| = |DC|$$

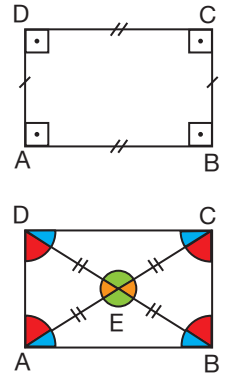
ABCD dikdörtgeninin iç açılarının ölçüleri birbirine eşit ve 90° 'dir.

$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$$

ABCD dikdörtgeninin köşegenleri $[AC]$ ile $[BD]$ 'dir. Köşegenler birbirini eş iki parçaya böler.

$$|AE| = |BE| = |CE| = |DE|$$

ABCD dikdörtgeninde verilen aynı renkli açılar eşittir.

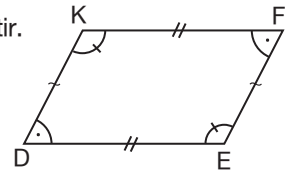


Paralelkenar

DEFK paralelkenarının karşılıklı kenarları birbirine paralel ve kenar uzunlukları eşittir.

$$\bullet |DK| = |EF| \quad \bullet |DE| = |KF|$$

DEFK paralelkenarının karşılıklı açıları eş ve ardışık açıları bütünlerdir.

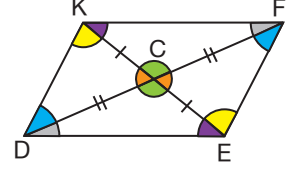


- $m(\widehat{D}) = m(\widehat{F})$ • $m(\widehat{E}) = m(\widehat{K})$
- $m(\widehat{D}) + m(\widehat{E}) = 180^\circ$, • $m(\widehat{E}) + m(\widehat{F}) = 180^\circ$
- $m(\widehat{F}) + m(\widehat{K}) = 180^\circ$, • $m(\widehat{K}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$

DEFK paralelkenarının köşegenleri, $[DF]$ ile $[EK]$ 'dir. Köşegenler birbirini iki eş parçaya böler.

$$|DC| = |FC| \quad |EC| = |KC|$$

DEFK paralelkenarında verilen aynı renkli açılar eştir.



Eşkenar Dörtgen

KLMN eşkenar dörtgeninin karşılıklı kenarları birbirine paralel ve tüm kenar uzunlukları eşittir.

$$|KL| = |LM| = |MN| = |NK|$$

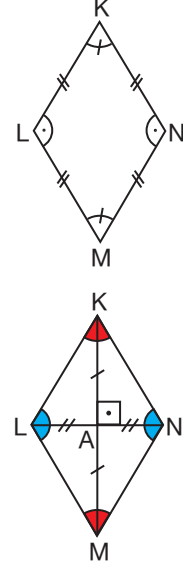
KLMN eşkenar dörtgeninin karşılıklı açıları eş ve ardışık açıları bütündür.

- $m(\widehat{L}) = m(\widehat{N})$, • $m(\widehat{K}) = m(\widehat{M})$
- $m(\widehat{K}) + m(\widehat{L}) = 180^\circ$, • $m(\widehat{L}) + m(\widehat{M}) = 180^\circ$
- $m(\widehat{M}) + m(\widehat{N}) = 180^\circ$, • $m(\widehat{N}) + m(\widehat{K}) = 180^\circ$

KLMN eşkenar dörtgeninin köşegenleri, $[KM]$ ile $[LN]$ 'dir. Köşegenler, birbirine diktir ve birbirlerini iki eş parçaya böler.

$$m(\widehat{LAK}) = m(\widehat{LAM}) = m(\widehat{NAM}) = m(\widehat{NAK}) = 90^\circ$$

KLMN eşkenar dörtgeninde verilen aynı renkli açılar eştir.



Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın birer özel hâlidir.

Paralelkenarın her bir iç açısının ölçüsü 90° olduğunda dikdörtgen, tüm kenar uzunlukları eşit olduğunda ise eşkenar dörtgen elde edilir.

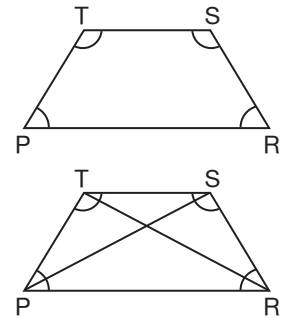
Yamuğ

PRST yamuğunun $[PR]$ ve $[TS]$ kenarları birbirine paraleldir.

PRST yamuğunun paralel kenarları arasında kalan iç açılar bütündür.

- $m(\widehat{P}) + m(\widehat{T}) = 180^\circ$ • $m(\widehat{R}) + m(\widehat{S}) = 180^\circ$

PRST yamuğunun köşegenleri $[PS]$ ile $[RT]$ 'dir.



Dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar, yamuğun birer özel hâlidir.

Yamuğun paralel olmayan yan kenarları paralel olduğunda paralelkenar elde edilir.

Yamuğun paralel olmayan kenarları paralel ve tüm kenarları eş olursa eşkenar dörtgen, paralel olmayan kenarları paralel ve her bir iç açısının ölçüsü 90° olursa dikdörtgen elde edilir.

Örnek

Karenin kenar ve açı özelliklerini inceleyiniz.

Çözüm

MATE karesinin karşılıklı kenarları birbirine paralel ve tüm kenar uzunlukları eşittir.

$$|MA| = |AT| = |TE| = |EM|$$

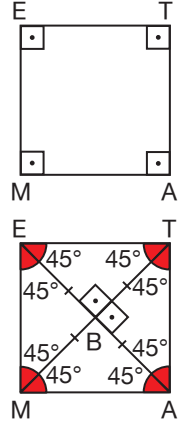
MATE karesinin iç açılarının ölçüleri birbirine eşit ve 90° 'dir.

$$m(\widehat{M}) = m(\widehat{A}) = m(\widehat{T}) = m(\widehat{E}) = 90^\circ$$

MATE karesinin köşegenleri $[MT]$ ile $[AE]$ 'dir. Köşegenler, birbirine diktir ve birbirini iki eş parçaya ayırır.

$$m(\widehat{MBE}) = m(\widehat{MBA}) = m(\widehat{ABT}) = m(\widehat{TBE}) = 90^\circ$$

Köşegenler; iç açıları, ölçüleri 45° olan iki eş açığa ayırır.

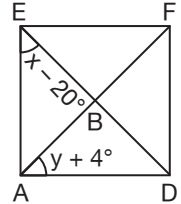


Kare; dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin özel hâlidir.

Dikdörtgenin tüm kenarları eş olduğunda, eşkenar dörtgenin tüm iç açılarının ölçüleri 90° olduğunda kare elde edilir.

Örnek

Yandaki ADFE karesinde $[AF]$ ve $[DE]$ köşegendir. $m(\widehat{AEB}) = x - 20^\circ$ ve $m(\widehat{BAD}) = y + 4^\circ$ ise $x + y$ kaç derecedir?



Çözüm

ADFE karesinde köşegenler, iç açıları iki eş parçaya ayırdığından $m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{BAD}) = 45^\circ$ 'dir.

Buna göre x ve y değerlerini bulalım.

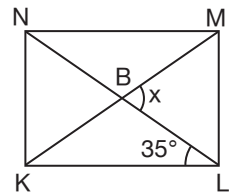
$$m(\widehat{AEB}) = 45^\circ \Rightarrow x - 20^\circ = 45^\circ \Rightarrow x = 45^\circ + 20^\circ \Rightarrow x = 65^\circ$$

$$m(\widehat{BAD}) = 45^\circ \Rightarrow y + 4^\circ = 45^\circ \Rightarrow y = 45^\circ - 4^\circ \Rightarrow y = 41^\circ$$

$$x + y = 65^\circ + 41^\circ = 106^\circ$$

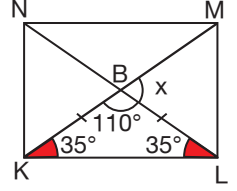
Örnek

Yandaki KLMN dikdörtgeninde $m(\widehat{KLB}) = 35^\circ$ ise $m(\widehat{MBL}) = x$ kaç derecedir?



Çözüm

KLMN dikdörtgeninde [KM] ve [LN] köşegenlerinin uzunlukları eşittir ve köşegenler birbirini iki eş parçaya böler. Bu durumda $|KB|=|LB|$ 'dur ve KBL üçgeni, ikizkenar üçgen olur. Öyleyse $m(\widehat{BKL})=m(\widehat{BLK})=35^\circ$ 'dir. KBL üçgeninin iç açı ölçülerinin toplamı 180° olduğuna göre $m(\widehat{KBL})$ 'nü bulalım.



$$m(\widehat{BKL}) + m(\widehat{BLK}) + m(\widehat{KBL}) = 180^\circ$$

$$35^\circ + 35^\circ + m(\widehat{KBL}) = 180^\circ$$

$$70^\circ + m(\widehat{KBL}) = 180^\circ \Rightarrow m(\widehat{KBL}) = 180^\circ - 70^\circ \Rightarrow m(\widehat{KBL}) = 110^\circ$$

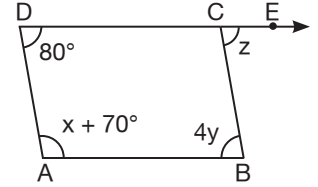
$\widehat{KBL}$ ile $\widehat{MBL}$, bütünler açılardır ve bu açının ölçüleri toplamı 180° 'dir.

$$m(\widehat{KBL}) + m(\widehat{MBL}) = 180^\circ$$

$$110^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 110^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$$

Örnek

Yandaki ABCD paralelkenarında $m(\widehat{ADC})=80^\circ$, $m(\widehat{DAB})=x+70^\circ$, $m(\widehat{ABC})=4y$ ve $m(\widehat{BCE})=z$ 'dir. Buna göre x, y ve z değerlerini bulunuz.



Çözüm

ABCD paralelkenarının ardışık açıları bütünlerdir. O hâlde $\widehat{ADC}$ ile $\widehat{DAB}$ 'nın ölçüleri toplamı 180° 'dir.

$$m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{DAB}) = 180^\circ$$

$$80^\circ + x + 70^\circ = 180^\circ$$

$$150^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 150^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

ABCD paralelkenarının karşılıklı açıları eşittir. O hâlde $\widehat{ADC}$ ile $\widehat{ABC}$ 'nin ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC})$$

$$4y = 80^\circ \Rightarrow y = 20^\circ$$

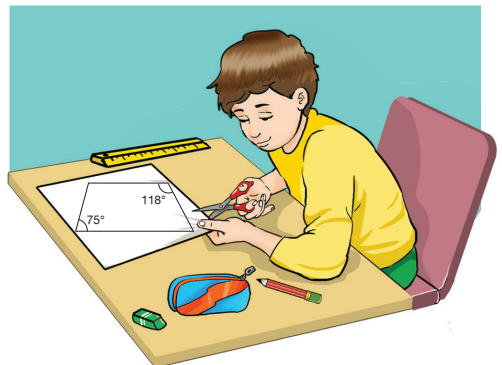
$\widehat{ADC}$ ile $\widehat{BCE}$, yöndeş açılardır ve bu açının ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ADC})$$

$$z = 80^\circ$$

Örnek

Nevzat, projesi için kartondan yandaki gibi bir yamuk kesiyor. Yamuğun, verilen açı ölçülerine göre verilmeyen iç açılarının ölçülerini bulunuz.



Çözüm

Nevzat'ın projesi için kartondan kestiği yamuğu ABCD yamuğu olarak isimlendirelim. Verilmeyen iç açılardan $\widehat{D}$ 'nin ölçüsü x , $\widehat{B}$ 'nin ölçüsü y olsun.

ABCD yamuğunun paralel kenarları arasında kalan iç açılar bütünlerdir. O hâlde $m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$ ve $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$ olur.

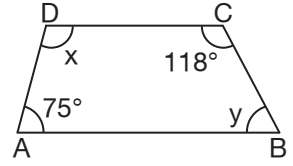
$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$

$$75^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 75^\circ \Rightarrow x = 105^\circ$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

$$y + 118^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 180^\circ - 118^\circ \Rightarrow y = 62^\circ$$

Nevzat'ın projesi için kartondan kestiği yamuğun verilmeyen iç açılarının ölçüleri 105° ve 62° 'dir.



Örnek

Uçurtma uçurmayı çok seven Büşra, bazı açılarının ölçüleri yandaki gibi verilen eşkenar dörtgen biçiminde bir uçurtma yaptı. Buna göre uçurtmadaki x açı ölçüsünü bulunuz.

Çözüm

Eşkenar dörtgen biçimindeki uçurtma, yandaki gibi modellenenebilir.

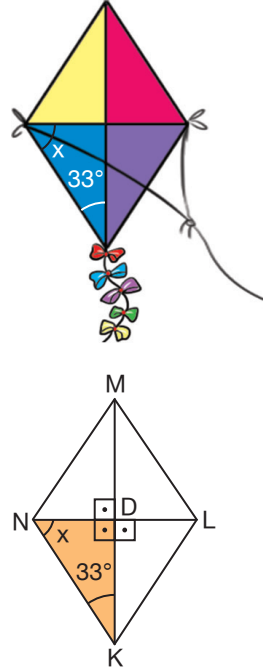
KLMN eşkenar dörtgeninde [KM] ve [LN] köşegendir ve birbirlerini D noktasında dik keser. O hâlde $m(\widehat{NDK}) = 90^\circ$ 'dir. NDK üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamını 180° 'ye eşitleyelim ve x açı ölçüsünü bulalım.

$$m(\widehat{DNK}) + m(\widehat{NKD}) + m(\widehat{KDN}) = 180^\circ$$

$$x + 33^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$x + 123^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 123^\circ \Rightarrow x = 57^\circ$$

Büşra'nın eşkenar dörtgen biçiminde yaptığı uçurtmadaki x açı ölçüsü 57° 'dir.

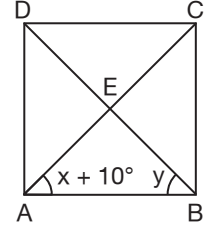


Alıştırmalar

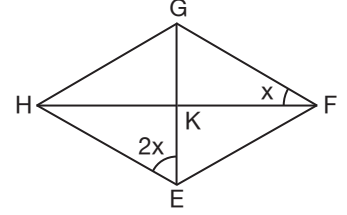
1. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

- ☐ Dikdörtgen, paralelkenarın özel bir hâlidir.
- ☐ Paralelkenarın tüm açıları her zaman eştir.
- ☐ Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirine diktir.
- ☐ Yamuğun karşılıklı kenarları her zaman paraleldir.
- ☐ Eşkenar dörtgenin her bir iç açısının ölçüsü 90° olduğunda kare elde edilir.
- ☐ Karenin her bir iç açısının ölçüsü 90° 'dir.
- ☐ Dikdörtgen, yamuğun özel bir hâlidir.
- ☐ Eşkenar dörtgenin karşılıklı açıları eştir.
- ☐ Paralelkenarın ardışık açıları bütünlerdir.

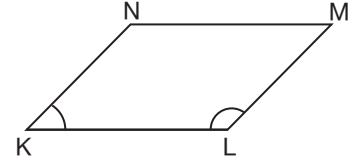
2. Yandaki ABCD karesinde $m(\widehat{EAB}) = x + 10^\circ$, $m(\widehat{EBA}) = y$ ise $x + y$ toplamı kaç derecedir?



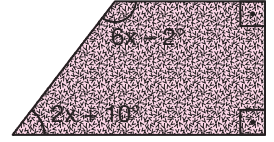
3. Yandaki EFGH eşkenar dörtgeninde $m(\widehat{KEH}) = 2x$ ve $m(\widehat{KFG}) = x$ ise x kaç derecedir?



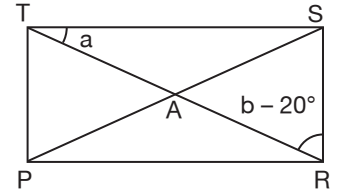
4. Yandaki KLMN paralelkenarında, $m(\widehat{L}) = 3 \cdot m(\widehat{K})$ ise paralelkenarın iç açılarının ölçülerini bulunuz.



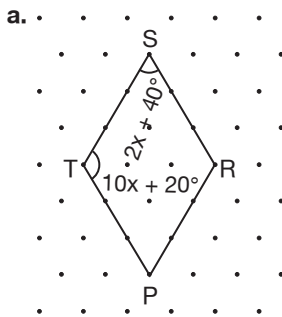
5. Cengiz Bey, çalışma odasının yamuk biçimindeki tabanına yanda ölçüleri verilen bir halı hazırlattı. Halıda verilen açı ölçülerine göre x kaç derecedir?



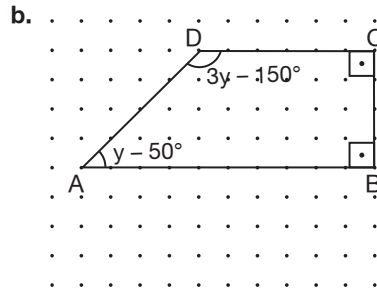
6. Yandaki PRST dikdörtgeninde $m(\widehat{STA}) = a$ ve $m(\widehat{ARS}) = b - 20^\circ$ ise $a + b$ toplamı kaç derecedir?



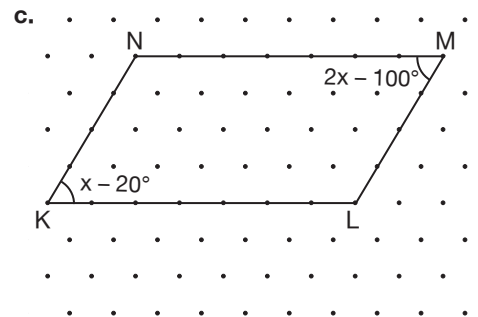
7. Noktalı ve izometrik kâğıtlarda verilen dörtgenlerdeki x ve y değerlerini noktalı yerlere yazınız.



$x = \dots\dots\dots$



$y = \dots\dots\dots$



$x = \dots\dots\dots$

Eşkenar Dörtgen ve Yamuğun Alanı

Bir parkın üstten görünümü yandaki gibi çizilmiştir. Yapılan çizime göre parkın renklerle ayrılmış her bir bölgesinin alanı bulunurken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.

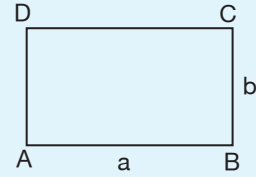


Hatırlatma

Dikdörtgen, kare, üçgen ve paralelkenarın alan bağıntıları aşağıda verilmiştir.

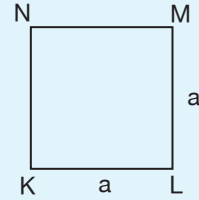
- Dikdörtgenin alanı, uzun ve kısa kenar uzunluklarının çarpımına eşittir.

$$A(ABCD) = a \cdot b$$



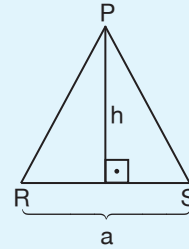
- Karenin alanı, bir kenar uzunluğunun kendisiyle çarpımına eşittir.

$$A(KLMN) = a \cdot a = a^2$$



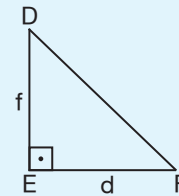
- Üçgenin alanı, taban uzunluğu ile bu tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.

$$A(\widehat{RPS}) = \frac{a \cdot h}{2}$$



- Dik üçgenin alanı, dik kenar uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

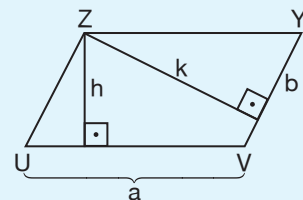
$$A(\widehat{DEF}) = \frac{d \cdot f}{2}$$



- Paralelkenarın alanı, taban uzunluğu ile bu tabana ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$A(UVYZ) = a \cdot h$$

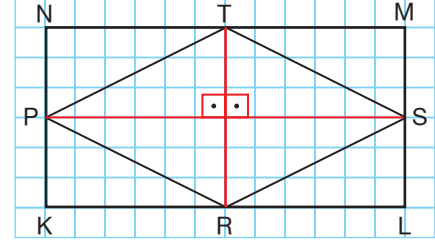
$$A(UVYZ) = b \cdot k$$



Etkinlik

Araç Gereç: kareli kâğıt

- Kareli kâğıda, yandaki gibi bir KLMN dikdörtgeni çizelim.
- Dikdörtgenin kenarlarının orta noktalarını birleştirerek PRST eşkenar dörtgenini oluşturalım.
- Eşkenar dörtgenin köşegenleri olan [PS] ve [TR]'ni çizelim.

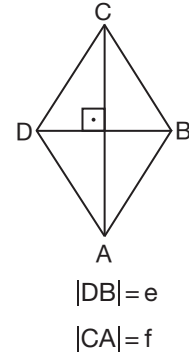


- ➔ Eşkenar dörtgenin içinde oluşan dik üçgenler eş midir?
- ➔ Dikdörtgenin uzun kenarı olan [NM] ile [PS]'nin uzunluklarını karşılaştırınız.
- ➔ Dikdörtgenin kısa kenarı olan [ML] ile [TR]'nin uzunluklarını karşılaştırınız.
- ➔ Dikdörtgenin alanını hesaplayınız.
- ➔ Eşkenar dörtgenin içindeki eş dik üçgenlerin alanlarından yararlanarak ya da içindeki birimkareleri sayarak eşkenar dörtgenin alanını hesaplayınız.
- ➔ Dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin alanları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkiye göre eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarını kullanarak alanını bulmaya yönelik genel bir ifade yazınız.

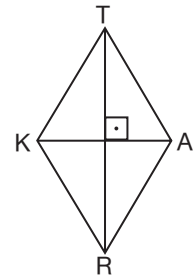
Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$$A(ABCD) = \frac{|DB| \cdot |CA|}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{e \cdot f}{2}$$



Yandaki RATK eşkenar dörtgeninde $|TR| = 20$ cm ve $|KA| = 12$ cm'dir. Buna göre RATK eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.



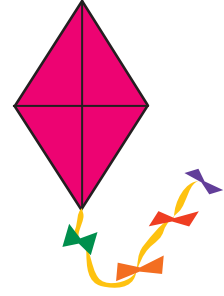
RATK eşkenar dörtgeninin köşegenleri [TR] ve [KA]'dır. Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$$\begin{aligned} A(RATK) &= \frac{|TR| \cdot |KA|}{2} \\ &= \frac{20 \cdot 12}{2} = 120 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

RATK eşkenar dörtgeninin alanı 120 cm^2 dir.

Örnek

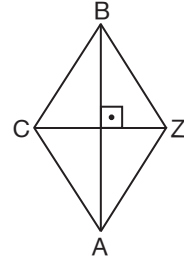
Yandaki eşkenar dörtgen biçimindeki uçurtmanın üst yüzüne kaplanan naylonun alanı 3500 cm^2 'dir. Uçurtmadaki köşegenleri oluşturan çیتالardan uzun olanı 1 m uzunluğunda ise kısa olanın uzunluğu kaç cm'dir?



Çözüm

Uçurtma, yandaki AZBC eşkenar dörtgeni ile modellenebilir. Eşkenar dörtgenin alanı, uçurtmanın üst yüzüne kaplanan naylonun alanına eşit ve 3500 cm^2 'dir. Uzun çitanın uzunluğu $|AB|=1 \text{ m}=100 \text{ cm}$ ise $|CZ|$ 'nu bulalım.

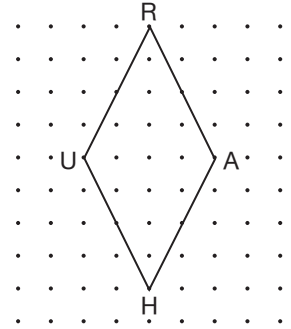
$$\begin{aligned} A(AZBC) &= \frac{|BA| \cdot |CZ|}{2} \Rightarrow 3500 = \frac{100 \cdot |CZ|}{2} \\ 7000 &= 100 \cdot |CZ| \\ |CZ| &= \frac{7000}{100} \\ |CZ| &= 70 \text{ cm} \end{aligned}$$



Uçurtmanın köşegenlerini oluşturan çیتالardan kısa olanı 70 cm uzunluğundadır.

Örnek

Noktalı kâğıtta verilen yandaki HARU eşkenar dörtgeninin alanı kaç br^2 'dir?



Çözüm

Noktalı kâğıtta verilen HARU eşkenar dörtgeninin köşegen uzunluklarını belirleyelim.

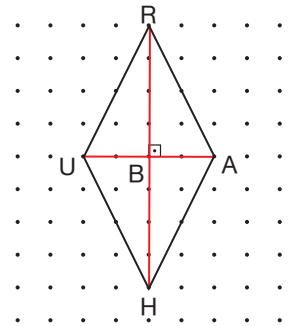
$$|RH| = f = 8 \text{ br}$$

$$|UA| = e = 4 \text{ br}$$

Köşegen uzunlukları yardımıyla HARU eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

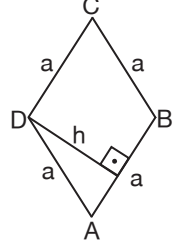
$$\text{Alan} = \frac{e \cdot f}{2} \Rightarrow A = \frac{4 \cdot 8}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ br}^2$$

HARU eşkenar dörtgeninin alanı 16 br^2 'dir.

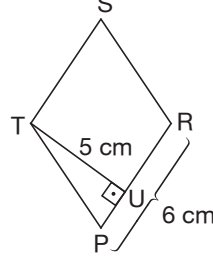
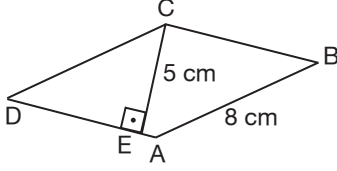


Eşkenar dörtgen, kenar uzunlukları eşit olan bir paralelkenardır. Bu durumda eşkenar dörtgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$A(ABCD) = a \cdot h$$



Örnek



Yukarıdaki ABCD ve PRST eşkenar dörtgenlerinde verilenlere göre eşkenar dörtgenlerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

Çözüm

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

$$|AD| = |AB| = 8 \text{ cm}$$

$$A(ABCD) = |AD| \cdot |CE|$$

$$A(ABCD) = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

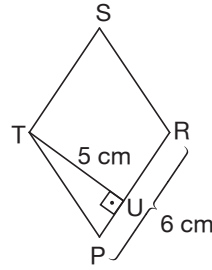
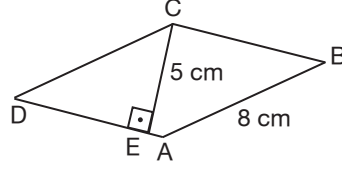
PRST eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

$$A(PRST) = |RP| \cdot |TU|$$

$$A(PRST) = 6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$$

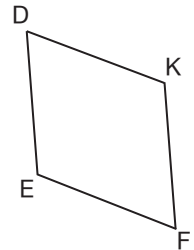
Eşkenar dörtgenlerin alanları toplamı

$$40 + 30 = 70 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$



Örnek

Yandaki DEFK eşkenar dörtgeninin alanı 56 cm^2 dir. Çevre uzunluğu 32 cm ise eşkenar dörtgenin yüksekliği kaç cm'dir?



Çözüm

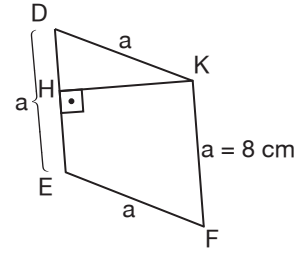
DEFK eşkenar dörtgeninin kenar uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre eşkenar dörtgenin çevre uzunluğu 32 cm ise bir kenar uzunluğu, $\frac{32}{4} = 8$ cm'dir.

DEFK eşkenar dörtgeninin alanı, bir kenar uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

$$A(DEFK) = |DE| \cdot |KH|$$

$$56 = 8 \cdot |KH| \Rightarrow |KH| = \frac{56}{8} \Rightarrow |KH| = 7 \text{ cm}$$

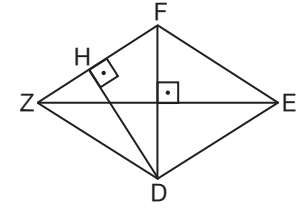
Eşkenar dörtgenin yüksekliği 7 cm'dir.



Örnek

Yandaki DEFZ eşkenar dörtgeninde $|EZ| = 30$ cm, $|FD| = 16$ cm'dir.

Eşkenar dörtgenin çevre uzunluğu 68 cm ise $|DH|$ kaç cm'dir?



Çözüm

Eşkenar dörtgenin çevre uzunluğu 68 cm ise bir kenar uzunluğu, $\frac{68}{4} = 17$ cm'dir. Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısıdır.

$$A(DEFZ) = \frac{|EZ| \cdot |FD|}{2} = \frac{30 \cdot 16}{2} = \frac{480}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

Eşkenar dörtgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımı ile de bulunabilir.

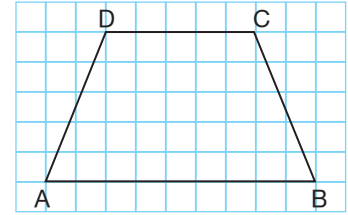
$$A(DEFZ) = |FZ| \cdot |DH| \Rightarrow 240 = 17 \cdot |DH| \Rightarrow |DH| = \frac{240}{17} \text{ cm}$$

Eşkenar dörtgenin yüksekliği $\frac{240}{17}$ cm'dir.

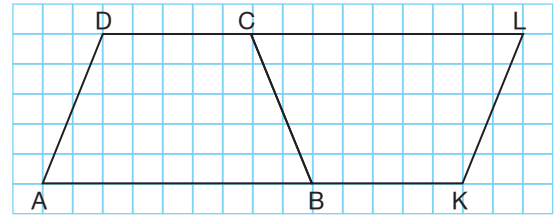


Araç Gereç: kareli kâğıt

- Kareli kâğıda, yandaki gibi bir ABCD yamuğu çizelim.



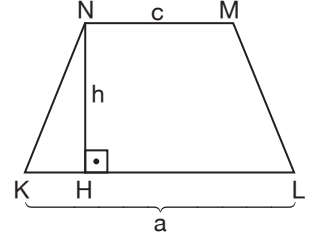
- ABCD yamuğuna eş ve [BC] kenarları çakışık olacak şekilde BKLC yamuğunu, yandaki gibi kareli kâğıda çizelim.



- ➔ Oluşan AKLD paralelkenarının uzun kenar uzunluğunu ve yüksekliğini belirleyiniz.
- ➔ AKLD paralelkenarının alanını bulunuz.
- ➔ ABCD yamuğu ile AKLD paralelkenarının alanları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkiye göre yamuğun alan bağıntısını belirten genel bir ifade yazınız. Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

KLMN yamuğunda $|KL|=a$, alt taban uzunluğu; $|MN|=c$, üst taban uzunluğu ve $|NH|=h$, yüksekliktir. Yamuğun alanı, taban uzunluklarının toplamı ile bu tabanlara ait yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.

$$A(KLMN) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

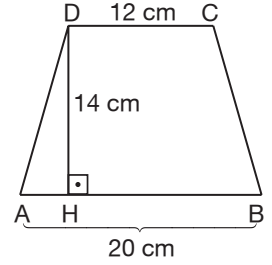


Yandaki ABCD yamuğunda $|AB|=20$ cm, $|DC|=12$ cm ve $|DH|=14$ cm ise yamuğun alanını bulalım.

Yamuğun alanı, alt ve üst taban uzunluklarının toplamı ile bu tabanlara ait yüksekliğin çarpımının yarısıdır.

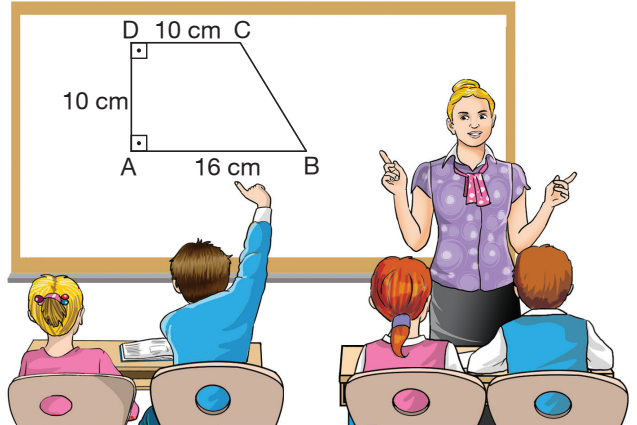
$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{(|AB| + |DC|) \cdot |DH|}{2} \\ &= \frac{(20 + 12) \cdot 14}{2} = 32 \cdot 7 = 224 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

ABCD yamuğunun alanı 224 cm^2 dir.



Örnek

Elif Öğretmen'in tahtaya çizdiği yamuğun alanı kaç cm^2 dir?



Çözüm

Tahtadaki ABCD yamuğunda $|AB|=16$ cm, $|DA|=|DC|=10$ cm'dir. $[DA] \perp [AB]$ olduğundan yamuğun AB alt tabanına ait yüksekliği $[DA]$ 'dır.

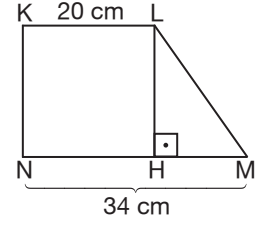
ABCD yamuğunun alanını bulalım.

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{(|AB| + |DC|) \cdot |DA|}{2} \\ &= \frac{(16 + 10) \cdot 10}{2} = 26 \cdot 5 = 130 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Elif Öğretmen'in tahtaya çizdiği ABCD yamuğunun alanı 130 cm^2 dir.

Örnek

Yandaki KLMN yamuğunun alanı 270 cm^2 'dir. $|KL|=20 \text{ cm}$ ve $|MN|=34 \text{ cm}$ ise $|LH|$ kaç cm 'dir?



Çözüm

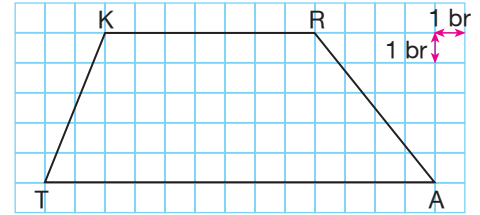
KLMN yamuğunun üst taban uzunluğu $|KL|$, alt taban uzunluğu $|MN|$ ve yüksekliği $|LH|$ 'dir. Buna göre yamuğun alan bağıntısını yazalım.

$$\begin{aligned} A(KLMN) &= \frac{(|MN| + |KL|) \cdot |LH|}{2} \\ 270 &= \frac{(34 + 20) \cdot |LH|}{2} \Rightarrow 270 = \frac{54 \cdot |LH|}{2} \\ &\Rightarrow |LH| = \frac{270}{27} = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

KLMN yamuğunda $|LH|$, 10 cm 'dir.

Örnek

Kareli kâğıtta verilen TARK yamuğunun alanı kaç br^2 'dir?



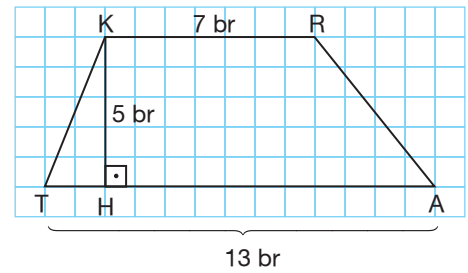
Çözüm

TARK yamuğunun alt ve üst taban uzunlukları sırasıyla 13 br ve 7 br, yüksekliği 5 br'dir.

TARK yamuğunun alanını bulalım.

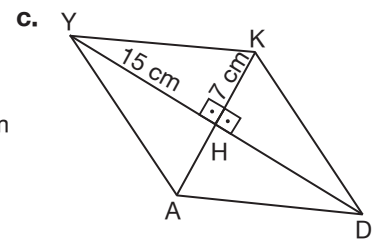
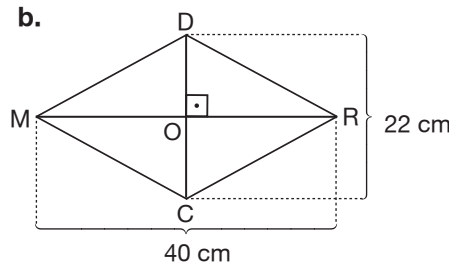
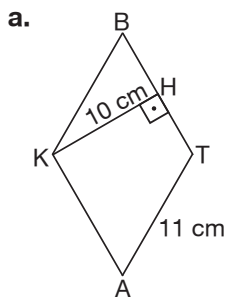
$$\begin{aligned} A(TARK) &= \frac{(|TA| + |KR|) \cdot |KH|}{2} \\ &= \frac{(13 + 7) \cdot 5}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50 \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Kareli kâğıtta verilen TARK yamuğunun alanı 50 br^2 'dir.

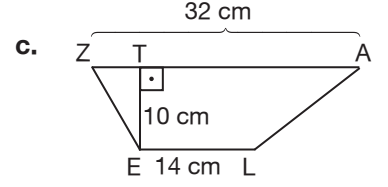
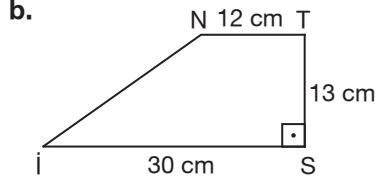
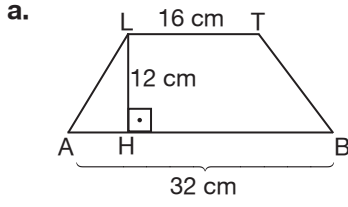


Alıştırmalar

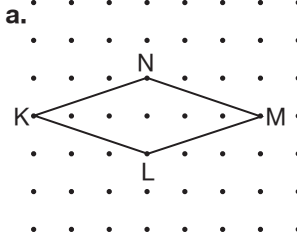
1. Bazı uzunlukları verilen aşağıdaki eşkenar dörtgenlerin alanlarını bulunuz.



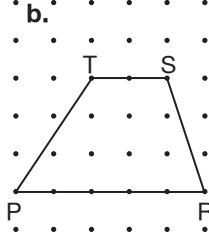
2. Bazı uzunlukları verilen aşağıdaki yamukların alanlarını bulunuz.



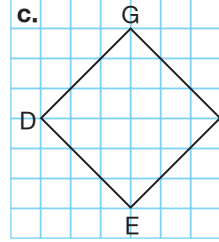
3.



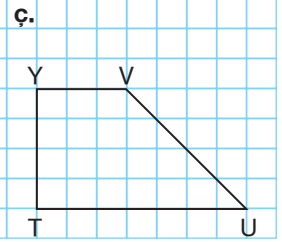
Alan = br^2



Alan = br^2



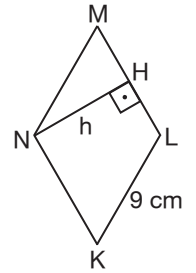
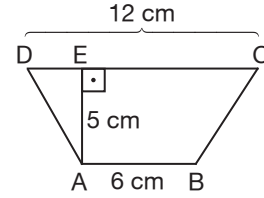
Alan = br^2



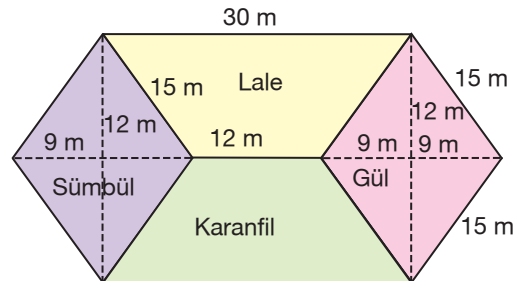
Alan = br^2

Noktalı ve kareli kâğıtta verilen eşkenar dörtgen ve yamukların alanlarını noktalı yerlere yazınız.

4. Yandaki ABCD yamuğunda $IDCI = 12$ cm, $IEAI = 5$ cm, $IABI = 6$ cm ve KLMN eşkenar dörtgeninde $IKLI = 9$ cm, $INHI = h$ 'dir. ABCD yamuğu ile KLMN eşkenar dörtgeninin alanları eşit ise h uzunluğu kaç cm'dir?

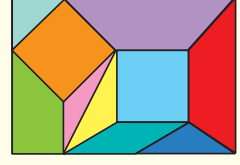


5. Yandaki planda belirtilen ölçülere göre bahçe, dört bölüme ayrılarak bölümlere sümbül, lale, karanfil ve gül dikilmiştir. Bahçede sümbül ve gül dikilen bölümler eşkenar dörtgen, lale ve karanfil dikilen bölümler ise yamuk biçimindedir. Buna göre karanfil ve lale dikilen bölümlerin alanlarının toplamı, sümbül ve gül dikilen bölümlerin alanlarının toplamından kaç m^2 fazladır?



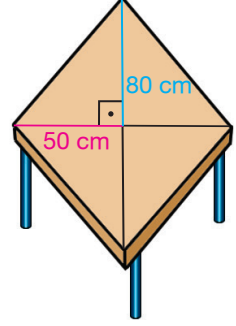
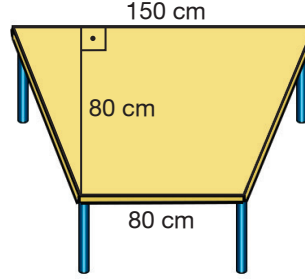
Alan ile İlgili Problemler

Nermin Hanım, bir kağıda krokisini çizdiği bahçesinin her bir bölümüne farklı bir çiçek dikmek istiyor. Nermin Hanım, her bir çiçeği dikmek için kullanacağı bölgenin alanını hesaplarken nasıl bir yol izlemelidir? Nedenini açıklayınız.



Problem

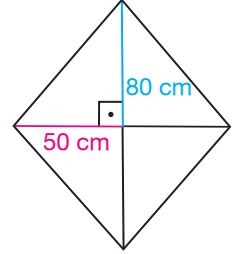
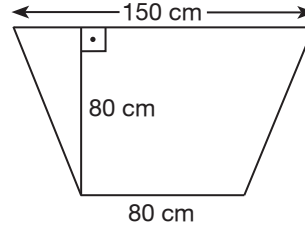
Yeni bir lokanta açan Mert Bey, müşterilerin ilgisini çekebilmek için üst yüzü eşkenar dörtgen ve yamuk biçiminde olan masalardan onar adet aldı. Masalar için örtü diktirmek isteyen Mert Bey, verilen masa ölçülerine göre kaç m² lik örtü diktirebilir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde Mert Bey'in eşkenar dörtgen ve yamuk biçiminde onar adet masa aldığı belirtilmektedir. Bizden masalar için örtü diktirmek isteyen Mert Bey'in kaç m² lik örtü diktirebileceğini bulmamız istenmektedir.



Plan Yapalım

Üst yüzü yamuk biçiminde olan masanın alt ve üst taban uzunlukları 150 cm ve 80 cm, yüksekliği 80 cm'dir. Üst yüzü eşkenar dörtgen biçiminde olan masanın köşegen uzunlukları ise $80 \cdot 2 = 160$ cm ve $50 \cdot 2 = 100$ cm'dir. Buna göre Mert Bey'in kaç m² lik örtü diktireceğini bulalım.

Problemi Çözelim

- Yamuğun alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \frac{(150 + 80) \cdot 80}{2} = 230 \cdot 40 = 9200 \text{ cm}^2$$

Üst yüzü yamuk biçiminde olan 10 adet masanın üst yüzlerinin alanları toplamını bulalım.

$$10 \cdot 9200 = 92000 \text{ cm}^2 = 9,2 \text{ m}^2$$

- Eşkenar dörtgenin alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \frac{160 \cdot 100}{2} = \frac{16000}{2} = 8000 \text{ cm}^2$$

Üst yüzü eşkenar dörtgen biçiminde olan 10 adet masanın üst yüzlerinin alanları toplamını bulalım.

$$10 \cdot 8000 = 80000 \text{ cm}^2 = 8 \text{ m}^2$$

Buna göre Mert Bey masalara; $9,2 + 8 = 17,2$ m² lik örtü diktirebilir.

Değerlendirme Yapalım

Önce üst yüzü yamuk ve eşkenar dörtgen biçiminde olan birer masanın üst yüzünün alanlarının toplamını bulalım.

$$9200 + 8000 = 17200 \text{ cm}^2$$

Mert Bey, üst yüzü yamuk biçiminde olan ve eşkenar dörtgen biçiminde olan masalardan onar tanesine örtü diktirmek istiyor. Bundan dolayı 17200 cm^2 yi 10 ile çarpalım.

$$17200 \cdot 10 = 172000 \text{ cm}^2$$
$$172000 \text{ cm}^2 = \frac{172000}{10000} \text{ m}^2 = 17,2 \text{ m}^2$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Mobilyacı Hüseyin Bey, uzun kenarı 10 m ve uzun kenara ait yüksekliği 2 m olan paralelkenar biçimindeki tahta plakadan, taban uzunlukları 80 cm ve 20 cm, yüksekliği 40 cm olan yamuk biçiminde parçalar kesiyor. Buna göre Hüseyin Bey, yamuk biçiminde en fazla kaç adet parça elde eder?

(Paralelkenarın ve yamuğun dar açıları ile geniş açıları, kendi aralarında özdeştir.)

Çözüm

Problemi Anlayalım

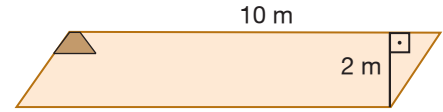
Problemde Hüseyin Bey'in paralelkenar biçimindeki tahta plakanın ve bu plakadan kestiği yamuk biçimindeki parçanın ölçüleri belirtilmektedir. Bizden Hüseyin bey'in yamuk biçiminde en fazla kaç adet parça kesebileceğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Paralelkenarın ve yamuğun alanını bulalım. Paralelkenarın alanını, yamuğun alanına bölerek en fazla elde edilebilecek parça sayısını bulalım.

Problemi Çözelim

Paralelkenar biçimindeki tahta plakayı ve yamuk biçiminde kesilen parçayı yandaki gibi modelleyelim.



Modele göre paralelkenarın alanını bulalım.

$$\text{Alan} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m}^2 = 200\,000 \text{ cm}^2$$

Yamuk biçiminde kesilen her bir parçanın alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \frac{(80 + 20) \cdot 40}{2} = 100 \cdot 20 = 2000 \text{ cm}^2$$

Paralelkenar biçimindeki tahta plakanın alanı, yamuk biçiminde kesilen bir parçanın alanına oranlandığında plakadan elde edilecek yamuk biçimindeki parça sayısı bulunur.

$$\frac{200\,000}{2000} = 100 \text{ parça}$$

Buna göre Hüseyin Bey, tahta plakadan yamuk biçiminde en fazla 100 adet parça elde eder.

Alanlarla ilgili yapılan bu çözüm, her problem durumu için genellenemez.

Değerlendirme Yapalım

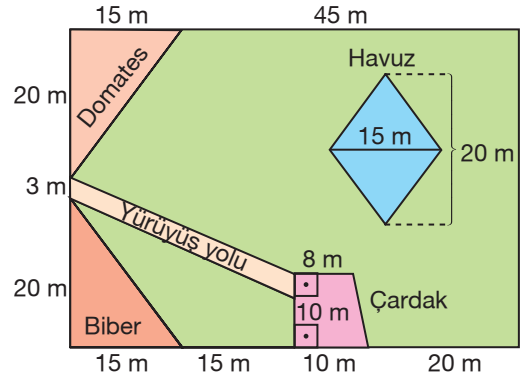
Yamuğun alanının 100 katı, paralelkenarın alanına eşit olmalıdır.

$$2000 \cdot 100 = 200\,000 \text{ cm}^2$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Osman Bey'in dikdörtgen biçimindeki bahçesinde eşkenar dörtgen biçiminde bir havuz, dik yamuk biçiminde bir çardak, paralelkenar biçiminde bir yürüyüş yolu ile üçgen biçiminde domates ve biber ekili bölümler vardır. Osman Bey bu bölümlerin dışında kalan alana çim ekmıştır. Paralelkenarın dar ve geniş açıları özdeş ve yanda verilen plana göre, Osman Bey'in çim ektiği alan kaç m^2 'dir?



Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde Osman Bey'in bahçesinin ve bahçesindeki bazı bölümlerin ölçüleri belirtilmiştir. Bizden Osman Bey'in bölümlerin dışına ektiği çimlerin bulunduğu kısmın alanını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Bahçedeki her bir bölümün alanlarını bulalım. Alanların toplamını, bahçenin alanından çıkararak Osman Bey'in çim ektiği alanı bulalım.

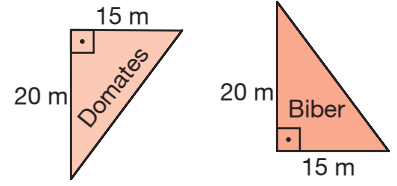
Problemi Çözelim

Osman Bey'in bahçesindeki her bir bölümün alanlarını ayrı ayrı bulalım.

• Domates ve biber ekili bölümler, dik üçgen biçimindedir. Dik üçgenlerin alanını hesaplayarak domates ve biber ekilen bölümlerin alanını bulalım.

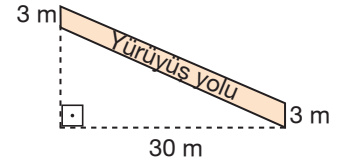
$$\text{Domates ekili bölümün alanı} = \frac{20 \cdot 15}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ m}^2$$

$$\text{Biber ekili bölümün alanı} = \frac{20 \cdot 15}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ m}^2$$



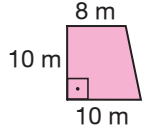
• Yürüyüş yolu, paralelkenar biçimindedir. Paralelkenarın alanını hesaplayarak yürüyüş yoluna ayrılan bölümün alanını bulalım.

$$\text{Yürüyüş yolunun alanı} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ m}^2$$



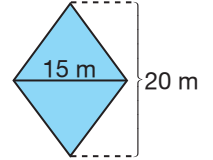
• Çardak, dik yamuk biçimindedir. Dik yamuğun alanını hesaplayarak çardağa ayrılan bölümün alanını bulalım.

$$\text{Çardağın alanı} = \frac{(10+8) \cdot 10}{2} = \frac{18 \cdot 10}{2} = \frac{180}{2} = 90 \text{ m}^2$$



• Havuz, eşkenar dörtgen biçimindedir. Eşkenar dörtgenin alanını hesaplayarak havuza ayrılan bölümün alanını bulalım.

$$\text{Havuzun alanı} = \frac{20 \cdot 15}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ m}^2$$

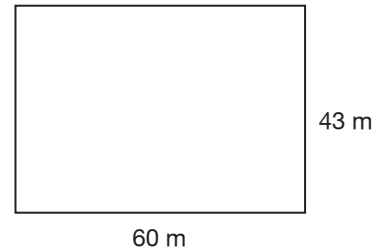


Bahçe, uzun kenarı 60 m ve kısa kenarı 43 m olan dikdörtgen biçimindedir.

$$\text{Bahçenin alanı} = 60 \cdot 43 = 2580 \text{ m}^2$$

Bahçedeki domates ve biber ekili alan, yürüyüş yolu, çardak ve havuzun alanları toplamı; $150 + 150 + 90 + 90 + 150 = 630 \text{ m}^2$ dir. Buna göre Osman Bey'in çim ektiği alan bulunurken bahçenin alanından 630 m^2 lik alanların toplamı çıkarılmalıdır.

Osman Bey'in bahçesine çim ektiği alan, $2580 - 630 = 1950 \text{ m}^2$ dir.



Değerlendirme Yapalım

Bölümlerin alanları toplamına çim ekili alanı ekleyelim. İşlem sonucu, bahçenin alanına eşit olmalıdır.

$$150 \text{ m}^2 + 150 \text{ m}^2 + 90 \text{ m}^2 + 90 \text{ m}^2 + 150 \text{ m}^2 + 1950 \text{ m}^2 = 2580 \text{ m}^2$$

$$\text{Bahçenin alanı} = 60 \cdot 43 = 2580 \text{ m}^2$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bilge Hanım, uzun kenar ölçüleri 150 m ve 180 m olan dikdörtgen biçimindeki iki tarlasının çevrelerine birer sıra tel çekiyor. Bilge Hanım'ın her bir tarla için kullandığı telin uzunluğu 500 m'dir. Bilge Hanım 1. tarlaya şeker pancarı, 2. tarlaya mısır ektiğine göre şeker pancarı ekilen alan, mısır ekilen alandan kaç m² fazladır?



Çözüm

Problemde, Bilge Hanım'ın iki tarlasının çevrelerine birer sıra tel çekildiği ve tarlalarının bazı ölçüleri belirtilmiştir.

Tarlaların çevrelerine çekilen telin uzunluğu 500 m olduğuna göre tarlaların kısa kenar uzunluklarını bulalım.

1. Tarla

$$\Ç = 2 \cdot (150 + x) \Rightarrow 500 = 2 \cdot (150 + x)$$

$$\frac{500}{2} = 150 + x$$

$$250 = 150 + x$$

$$250 - 150 = x$$

$$x = 100 \text{ m}$$

2. Tarla

$$\Ç = 2 \cdot (180 + y) \Rightarrow 500 = 2 \cdot (180 + y)$$

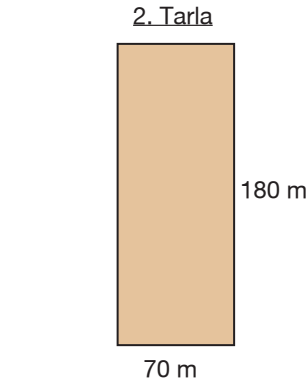
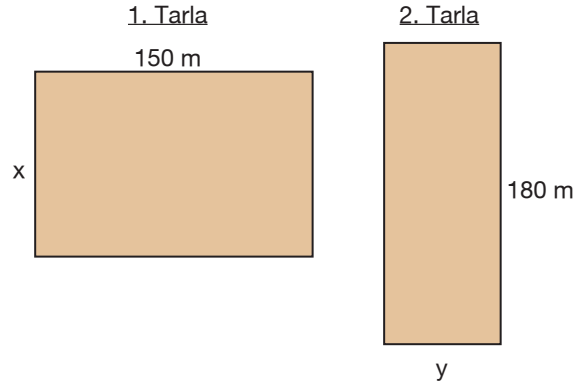
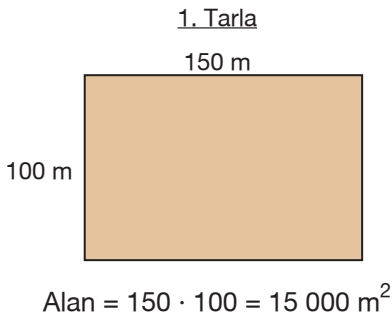
$$\frac{500}{2} = 180 + y$$

$$250 = 180 + y$$

$$250 - 180 = y$$

$$y = 70 \text{ m}$$

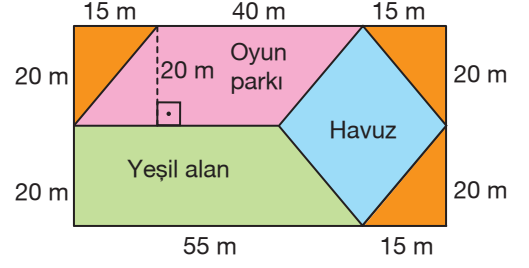
Tarlaların alanlarını bulalım.



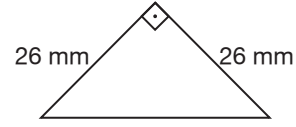
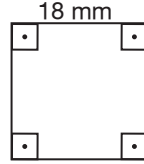
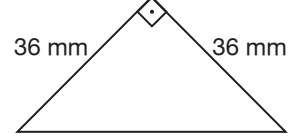
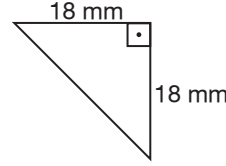
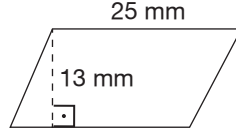
1. tarlaya şeker pancarı, 2. tarlaya mısır ektiğine göre Bilge Hanım'ın şeker pancarı ektiği alan, mısır ektiği alandan $15\,000 - 12\,600 = 2\,400 \text{ m}^2$ fazladır.

Alıştırmalar

1. Bir belediye, yanda planı verilen, kenar uzunlukları 70 m ve 40 m olan dikdörtgen biçimindeki parka, çay bahçesi açmak istiyor. Plandaki oyun parkı paralelkenar, yeşil alan yamuk ve havuz eşkenar dörtgen biçimindedir. Parktaki turuncu üçgen biçimindeki bölümlere çay bahçesi açmak isteyen belediye, toplam kaç m^2 lik alana çay bahçesi açabilir?



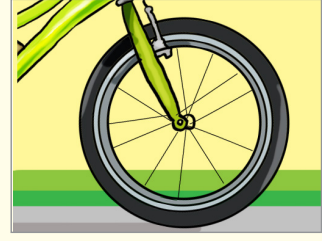
2.



Ceyda, tangram parçaları ile yukarıdaki tavşan şeklini oluşturdu. Tangram parçalarının yukarıda verilen ölçülerine göre Ceyda'nın oluşturduğu şeklin ön yüzünün alanı kaç cm^2 dir?

3. Melda Hanım, evindeki salonun dikdörtgen biçimindeki tabanına eşkenar dörtgen biçimindeki parkelerden döşetti. Köşegen uzunlukları 20 cm ve 30 cm olan parkelerin tanesinin fiyatı 3 TL'dir. Salonun kenar uzunlukları 20 m ve 15 m olduğuna göre Melda Hanım, döşettiği parkeler için kaç TL ödemiştir?
4. Mustafa ve Fatma, projeleri için 120 cm uzunluğunda birer ip kestiler. İpleri ile birer dikdörtgen oluşturup kartona yapıştırdılar ve dikdörtgenin içini boyadılar. Mustafa ve Fatma'nın birbirlerine yardım ederek oluşturdukları dikdörtgenlerin uzun kenarları sırasıyla 52 cm ve 40 cm ise boyadıkları alanların farkı kaç cm^2 dir?

Çemberde Merkez Açılar ve Bu Açların Gördüğü Yaylar



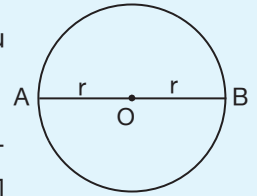
Bisiklet sürmek her yaştan insanın ilgi alanlarından biri olmuştur. Bisiklet, hem eğlence hem ulaşım hem de spor aracı olarak kullanılmaktadır. Hatta bir spor faaliyeti olarak bisiklet yarışları da düzenlenmektedir.

Peki, bisikletin tekerlerindeki teller nasıl açılar oluşturur? Bu açılar belirleyiniz. Bu açıların eş olduğunu söyleyebilir misiniz? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

Düzlemdeki sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların oluşturduğu şekle çember denir.

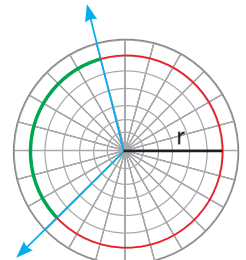
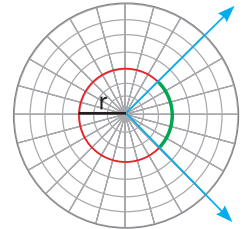
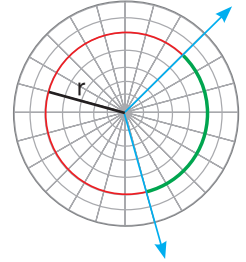
Çemberin merkezinden geçen ve çemberin üzerinde bulunan iki noktayı birleştiren doğru parçasına **çap** denir. Yandaki O merkezli çemberde [AO] ve [OB] yarıçap, [AB] çaptır.



Etkinlik

Araç Gereçler: çembersel kâğıt, açıölçer, yeşil renkli kalem

- Çembersel kâğıda, yarıçap uzunlukları farklı olan üç çember çizelim.
- Çemberlerden her birine, köşesi çemberin merkezinde olan birer açı çizelim.
- ➔ Köşelerinin bulunduğu yere göre bu açılar nasıl isimlendirilebilir?
- Açılarının iç bölgesinde kalan çember yaylarını yeşil renkli kalemle belirginleştirelim.
- Köşeleri çemberlerin merkezinde olan açılarının ölçülerini, açıölçer yardımıyla bulalım ve not edelim.
- Açılarının iç bölgesinde kalan çember yaylarının ölçülerini açıölçer yardımıyla bulalım ve not edelim.
- ➔ Her bir çember için not ettiğiniz açı ölçüsü ve çember yayının ölçüsü arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ➔ Belirlediğiniz ilişkiye göre çemberde, köşesi merkezde olan bir açı ile bu açının iç bölgesinde kalan çember yayının ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirten genel bir ifade yazınız.



• Çemberde, köşesi çemberin merkezinde olan ve kolları çemberi kesen açıya **merkez açı** adı verilir.

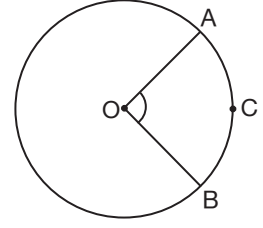
Yandaki O merkezli çemberde verilen $\widehat{AOB}$, merkez açıdır.

• Çember üzerindeki herhangi iki noktayı birleştiren çember parçasına **yay**, merkez açının iç bölgesinde kalan çember parçasına da **merkez açının gördüğü yay** adı verilir.

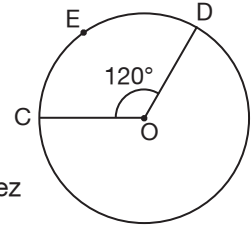
O merkezli çemberde verilen ACB yayı, $\widehat{AOB}$ 'nin gördüğü yaydır.

• Bir çemberde merkez açı ile merkez açının gördüğü yayın ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{ACB})$$



Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{COD}) = 120^\circ$ ise $m(\widehat{CED})$ 'nin kaç derece olduğunu bulalım.

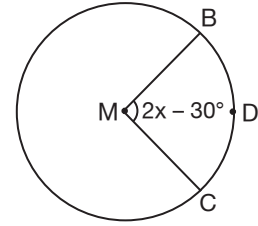


O merkezli çemberde $\widehat{COD}$, merkez açıdır. $\widehat{CED}$ ise $\widehat{COD}$ 'nin yani merkez açının gördüğü yaydır. O hâlde $\widehat{COD}$ ile $\widehat{CED}$ 'nin ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{CED}) = m(\widehat{COD}) = 120^\circ$$

Örnek

Yandaki M merkezli çemberde $m(\widehat{BMC}) = 2x - 30^\circ$ ve $m(\widehat{BDC}) = x + 35^\circ$ ise $m(\widehat{BDC})$ kaç derecedir?



Çözüm

M merkezli çemberde $\widehat{BMC}$ 'nin gördüğü yay, $\widehat{BDC}$ 'dir. Bu durumda $\widehat{BMC}$ ile $\widehat{BDC}$ 'nin ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{BMC}) = m(\widehat{BDC})$$

$$2x - 30^\circ = x + 35^\circ$$

$$2x - x = 35^\circ + 30^\circ$$

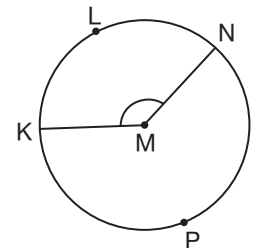
$$x = 65^\circ$$

$m(\widehat{BDC}) = x + 35^\circ$ eşitliğinde x yerine 65° yazarak $m(\widehat{BDC})$ 'nü bulalım.

$$m(\widehat{BDC}) = x + 35^\circ \rightarrow m(\widehat{BDC}) = 65^\circ + 35^\circ = 100^\circ$$

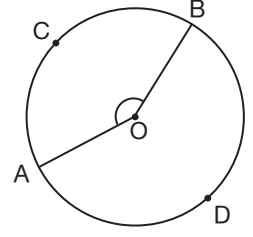
Çemberi oluşturan yayların ölçüleri toplamı 360° 'dir.

Yandaki M merkezli çemberde, $m(\widehat{KLN}) + m(\widehat{KPN}) = 360^\circ$ 'dir.



Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{ADB}) = 210^\circ$ ise AOB merkez açısının ölçüsü kaç derecedir?



Çözüm

AOB merkez açısının gördüğü yay, $\widehat{ACB}$ 'dir. Bu durumda önce $\widehat{ACB}$ 'nin ölçüsünü bulalım.

O merkezli çember, $\widehat{ACB}$ ve $\widehat{ADB}$ 'nin birleşiminden oluşmaktadır. Bu durumda çemberi oluşturan $\widehat{ACB}$ ile $\widehat{ADB}$ 'nin ölçüleri toplamı 360° 'dir.

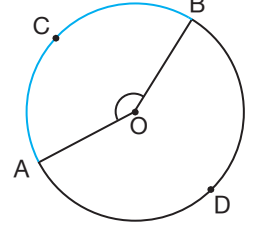
$$m(\widehat{ACB}) + m(\widehat{ADB}) = 360^\circ$$

$$m(\widehat{ACB}) + 210^\circ = 360^\circ$$

$$m(\widehat{ACB}) = 360^\circ - 210^\circ$$

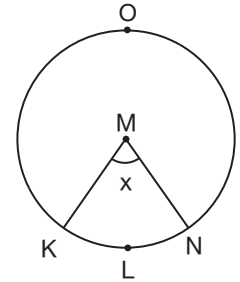
$$m(\widehat{ACB}) = 150^\circ$$

AOB merkez açısının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olacağından $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{ACB}) = 150^\circ$ bulunur.



Örnek

Yandaki M merkezli çemberde $m(\widehat{KMN}) = x$ ve $m(\widehat{KON}) = 3x + 80^\circ$ ise x kaç derecedir?



Çözüm

M merkezli çemberde $\widehat{KMN}$ 'nin gördüğü yay, $\widehat{KLN}$ 'dir. Bu durumda $\widehat{KMN}$ ile $\widehat{KLN}$ 'nin ölçüleri birbirine eşittir.

$$m(\widehat{KLN}) = m(\widehat{KMN}) = x$$

$\widehat{KLN}$ ile $\widehat{KON}$, çemberi oluşturan yaylar olduğundan ölçüleri toplamı 360° 'dir.

$$m(\widehat{KLN}) + m(\widehat{KON}) = 360^\circ$$

$$x + (3x + 80^\circ) = 360^\circ$$

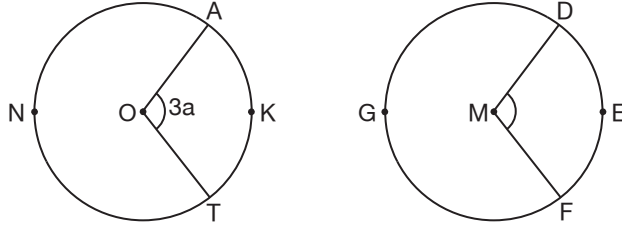
$$4x + 80^\circ = 360^\circ$$

$$4x = 360^\circ - 80^\circ$$

$$4x = 280^\circ$$

$$x = \frac{280^\circ}{4} \Rightarrow x = 70^\circ$$

Örnek



Yukarıdaki O ve M merkezli çemberlerde $\widehat{AKT}$ ile $\widehat{DEF}$ 'nin ölçüleri birbirine eşittir. $m(\widehat{AOT}) = 3a$ ve $m(\widehat{DEF}) = 105^\circ$ ise a kaç derecedir?

Çözüm

$m(\widehat{AKT}) = m(\widehat{DEF})$ olduğundan $m(\widehat{AKT}) = 105^\circ$ olur. O merkezli çemberde $\widehat{AKT}$ 'ni gören merkez açı, $\widehat{AOT}$ 'dir. O hâlde merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olacağından $\widehat{AOT}$ ile $\widehat{AKT}$ 'nin ölçüleri birbirine eşittir.

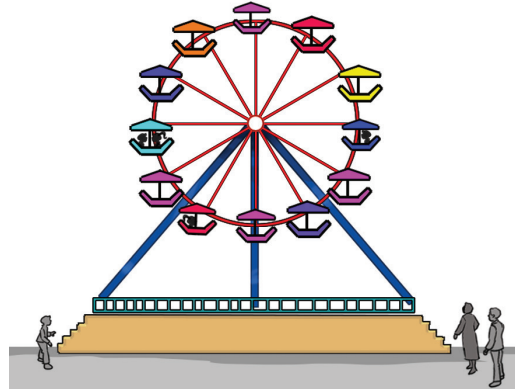
$$m(\widehat{AOT}) = m(\widehat{AKT})$$

$$3a = 105^\circ$$

$$a = \frac{105^\circ}{3} = 35^\circ$$

Örnek

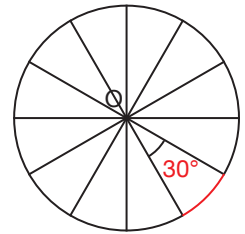
Bir lunaparkta bulunan çember şeklindeki bir dönme dolap, yandaki gibi 12 eş bölüme ayrılmıştır. Buna göre her bir bölümü belirten merkez açının ölçüsü kaç derecedir?



Çözüm

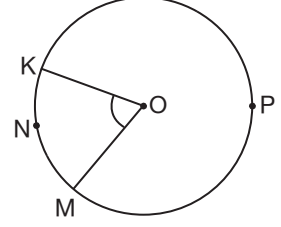
Dönme dolabı, yandaki O merkezli çember ile modelleyelim. O merkezli çember 12 eş parçaya ayrılmıştır. Buna göre her bir yayın ölçüsü $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ olur.

Yandaki şekilde her bir bölümdeki yayın ölçüsü 30° olduğuna göre her bir yayı belirten merkez açının ölçüsü de 30° olur. Bu durumda dönme dolapta her bir bölümü belirten merkez açının ölçüsü 30° dir.

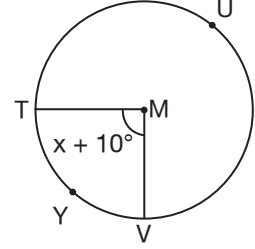


Alıştırımlar

1. Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{KPM}) = 290^\circ$ ise $m(\widehat{KOM})$ kaç derecedir?



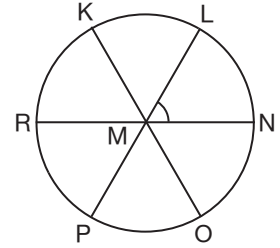
2. Yandaki M merkezli çemberde $m(\widehat{TMV}) = x + 10^\circ$, $m(\widehat{TYV}) = 2x - 70^\circ$ ise x kaç derecedir?



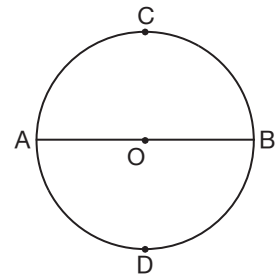
3. Yandaki bisiklet tekerleği, tekerleğin merkezinden geçen tellerle eş bölümlere ayrılmıştır. Buna göre her bir eş bölümü belirten merkez açının ölçüsü kaç derecedir?



4. Yandaki M merkezli çember, 6 eş bölüme ayrılmıştır. Buna göre $m(\widehat{LMN})$ kaç derecedir?

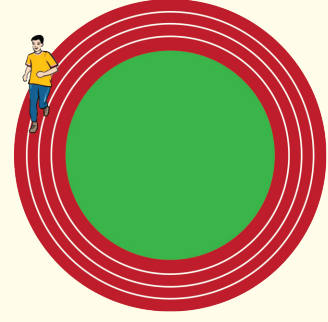


5. Yandaki O merkezli çemberde $[AB]$ çap, $m(\widehat{ACB}) = 4x + 20^\circ$ ve $m(\widehat{ADB}) = 5x - 20^\circ$ ise x kaç derecedir?



Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu

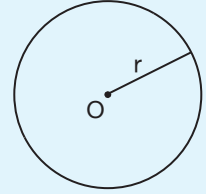
Ferhat Bey, yarıçap uzunluğu 40 m olan çember biçimindeki koşu pistinin etrafında her gün çeyrek tur koşmaktadır. Ferhat Bey'in koştuğu mesafeyi bulmak için nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.



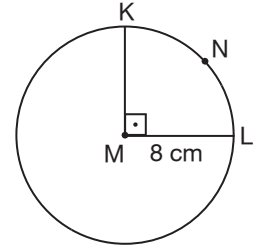
Hatırlatma

O merkezli, r yarıçaplı yandaki çemberin uzunluğu aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$\text{Çemberin uzunluğu} = 2\pi r$$



Yandaki M merkezli, yarıçap uzunluğu 8 cm olan çemberde $m(\widehat{KML}) = 90^\circ$ ise çemberin ve $\widehat{KNL}$ 'nin uzunluğunu orantı yardımıyla bulalım (π 'yi 3 alalım.).



Çemberin tamamını 360° 'lik açı, $\widehat{KNL}$ 'ni ise 90° 'lik merkez açı temsil etmektedir. Önce çemberin uzunluğunu bulalım.

$$\begin{aligned}\text{Çemberin uzunluğu} &= 2 \cdot \pi \cdot r \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 8 = 48 \text{ cm}\end{aligned}$$

Şimdi orantı yardımıyla 90° 'lik merkez açının gördüğü $\widehat{KNL}$ 'nin uzunluğunu bulalım.

360° 'lik açı	48 cm 'ye karşılık gelirse
90° 'lik açı	$x \text{ cm}$ 'ye karşılık gelir.

Açı ölçüsü azaldıkça açının gördüğü yay uzunluğu da aynı oranda azalır. Buna göre merkez açı ölçüsü ile merkez açının gördüğü yayın uzunluğu doğru orantılıdır.

Orantı, $\frac{360^\circ}{90^\circ} = \frac{48}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{90^\circ} \cdot \frac{48}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 48 \cdot 90^\circ$$

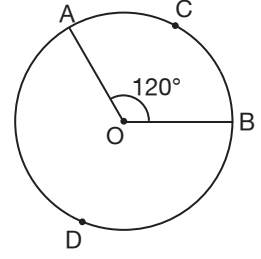
$$x = 48 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$x = \frac{48}{4} = 12$$

Ölçüsü 90° olan KML merkez açısının gördüğü yay olan $\widehat{KNL}$ 'nin uzunluğu 12 cm'dir ($|\widehat{KNL}| = 12 \text{ cm}$).

Örnek

Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$ ve $|\widehat{ACB}| = 20$ cm ise çemberin uzunluğunu orantı yardımıyla bulunuz (π 'yi 3 alınız.).



Çözüm

Çemberin tamamını 360° lik açı, $\widehat{ACB}$ 'ni 120° lik merkez açı temsil etmektedir. Buna göre orantı yardımıyla O merkezli çemberin uzunluğunu bulalım.

120°lik açı	20 cm'ye karşılık gelirse
360°lik açı	x cm'ye karşılık gelir.

Orantı, $\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{20}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{20}{x} \Rightarrow 120^\circ \cdot x = 20 \cdot 360^\circ$$

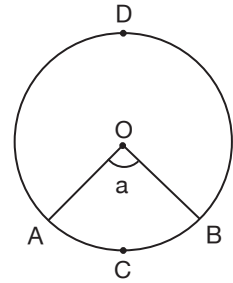
$$x = 20 \cdot \frac{360^\circ}{120^\circ}$$

$$x = 20 \cdot 3 = 60$$

O merkezli çemberin uzunluğu 60 cm'dir.

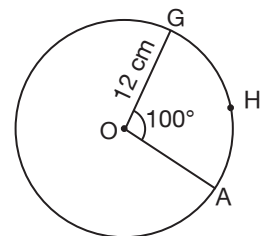
O merkezli, r yarıçaplı yandaki çemberde $m(\widehat{AOB}) = a$ olmak üzere $\widehat{ACB}$ 'nin uzunluğu, aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$\frac{|\widehat{ACB}|}{2\pi r} = \frac{a}{360^\circ} \Rightarrow |\widehat{ACB}| = 2\pi r \cdot \frac{a}{360^\circ}$$



Örnek

Yandaki O merkezli, yarıçap uzunluğu 12 cm olan çemberde $m(\widehat{GOA}) = 100^\circ$ ise $|\widehat{GHA}|$ kaç cm'dir (π 'yi 3 alınız.)?



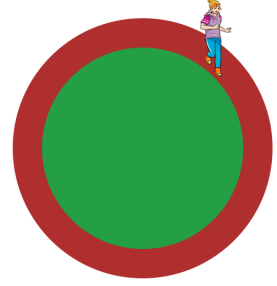
Çözüm

Verilen ölçüleri $|\widehat{GHA}| = 2\pi r \cdot \frac{m(\widehat{GOA})}{360^\circ}$ bağıntısında yerine yazarak $|\widehat{GHA}|$ 'nu bulalım.

$$|\widehat{GHA}| = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot \frac{100^\circ}{360^\circ} \Rightarrow |\widehat{GHA}| = 72 \cdot \frac{100^\circ}{360^\circ} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

Örnek

Sevil Hanım, her gün yarıçap uzunluğu 56 m olan çember şeklindeki koşu pistinin etrafında yarım tur koşup mola veriyor. Moladan sonra da kalan yolun yarısını koşan Sevil Hanım, toplam kaç m koşmuştur (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?

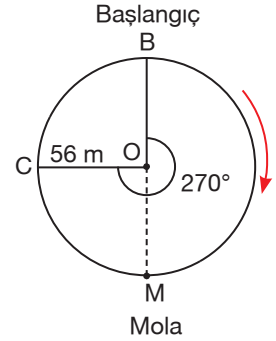


Çözüm

Sevil Hanım, önce koşu pistinin yarısını ($\frac{1}{2}$ 'sini) koşup mola veriyor. Moladan sonra kalan yolun yarısını yani pistin çeyreğini koşuyor. Bu durumu, yandaki O merkezli çemberde modelleyelim. Çemberdeki ölçüleri toplamı 270° 'lik açıların gördüğü çember parçasının uzunluğu, Sevil Hanım'ın koştuğu mesafeye eşittir. Buna göre $|\widehat{BMC}|$ 'nu bulalım.

$$\begin{aligned} |\widehat{BMC}| &= 2\pi r \cdot \frac{270^\circ}{360^\circ} \Rightarrow |\widehat{BMC}| = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 56 \cdot \frac{3}{4} \\ |\widehat{BMC}| &= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 56 \cdot \frac{3}{4} \\ |\widehat{BMC}| &= \frac{2 \cdot 22 \cdot 8 \cdot 3}{4} = 264 \text{ m} \end{aligned}$$

Sevil Hanım, toplam 264 m koşmuştur.



Örnek

Berat, hafta sonları açık havada bisiklet sürmektedir. Berat'ın bisikletinin tekerleklerinin yarıçap uzunluğu 40 cm olduğuna göre tekerlekler 3,5 tur döndüğünde Berat kaç cm'lik mesafeyi gitmiş olur (π 'yi 3,14 alınız.)?



Çözüm

Berat'ın bisikletinin bir tekerleğini yandaki gibi modelleyelim. Tekerlek 3,5 tur attığında 3 kez çevresi etrafında ve yarım tur da fazladan dönmüş olur. Bu durumda önce tekerleğin çevre uzunluğunu bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 40 = 251,2 \text{ cm}$$

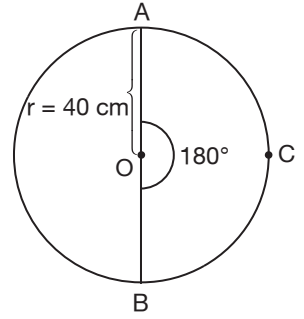
Şimdi modele göre bisikletin tekerleği yarım tur döndüğünde gideceği mesafeyi bulalım. Bunun için 180° lik merkez açının gördüğü yay olan $\widehat{ACB}$ 'nin uzunluğunu bulalım.

$$|\widehat{ACB}| = 2\pi r \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} = \frac{251,2}{2} = 125,6 \text{ cm}$$

Son olarak bisikletin tekerleğinin 3,5 tur döndüğünde gideceği mesafeyi hesaplayalım.

$$3 \cdot (2\pi r) + |\widehat{ACB}| = 3 \cdot (251,2) + 125,6 = 753,6 + 125,6 = 879,2 \text{ cm}$$

Bisikletinin tekerlekleri 3,5 tur döndüğünde Berat, 879,2 cm'lik mesafeyi gitmiş olur.



Örnek

Yandaki şekilde, O merkezli yarım çember ve M ile N merkezli iki eş yarım çember bulunmaktadır. Yarım çemberlerin merkez noktaları doğrudur ve $|AB| = 28 \text{ cm}$ olduğuna göre yeşil bölgenin çevre uzunluğu kaç cm'dir (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?

Çözüm

Yeşil bölgenin çevre uzunluğunu $|\widehat{AO}| + |\widehat{OB}| + |\widehat{AB}|$ toplamı yardımıyla bulabiliriz.

$|\widehat{AO}|$, N merkezli yarım çember yayının uzunluğudur.

M ve N merkezli çemberler eş olduğundan yarıçap uzunlukları da birbirine eşittir. $|AN| = |NO| = |OM| = |MB|$ olur. M ve N merkezli çemberlerin yarıçap uzunlukları, $\frac{28}{4} = 7 \text{ cm}$ olur.

$$|\widehat{AO}| = 2\pi r \cdot \frac{1}{2} = \pi r = \frac{22}{7} \cdot 7 = 22 \text{ cm}$$

$|\widehat{OB}|$, M merkezli yarım çember yayının uzunluğudur. Şekildeki yarım çemberler eş olduğundan $|\widehat{OB}| = |\widehat{AO}| = 22 \text{ cm}$ 'dir.

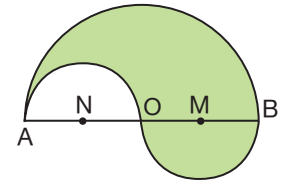
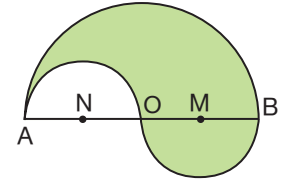
$|\widehat{AB}|$, O merkezli yarım çember yayının uzunluğudur.

$$\begin{aligned} |\widehat{AB}| &= 2\pi R \cdot \frac{1}{2} = \pi R \\ &= \frac{22}{7} \cdot 14^2 = 44 \text{ cm} \end{aligned}$$

Yeşil bölgenin çevre uzunluğunu bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Çevre uzunluğu} &= |\widehat{AO}| + |\widehat{OB}| + |\widehat{AB}| \\ &= 22 + 22 + 44 = 88 \text{ cm} \end{aligned}$$

Yeşil bölgenin çevre uzunluğu 88 cm'dir.

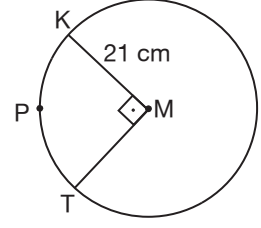


$$|AN| = |OM| = r = 7 \text{ cm}$$

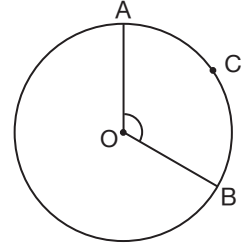
$$|AO| = R = 14 \text{ cm}$$

Alıştırımlar

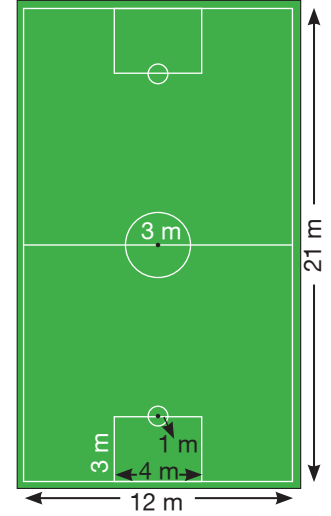
1. Yandaki M merkezli, yarıçap uzunluğu 21 cm olan çemberde $m(\widehat{KMT}) = 90^\circ$ ise $|\widehat{KPT}|$ kaç cm'dir (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?



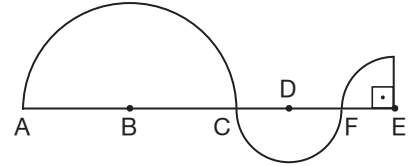
2. Yandaki O merkezli, çap uzunluğu 30 cm olan çemberde $m(\widehat{ACB}) = 120^\circ$ ise $|\widehat{ACB}|$ kaç cm'dir (π 'yi 3,14 alınız.)?



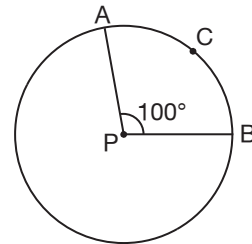
3. Yandaki halı saha çiziminde verilen ölçülere göre beyaz çizgilerin uzunlukları toplamı kaç cm'dir (π 'yi 3 alınız.)? (Halı saha çiziminde verilen çemberlerden büyük olanının çapı 3 metre; küçük olan çemberlerin her birinin çapı 1 m'dir.)



4. Yandaki şekil, B ile D merkezli yarım çemberler ile E merkezli çeyrek çemberden oluşmuştur. Çeyrek ve yarım çemberlerin merkez noktaları doğrudur, $|AB| = |BC| = |CF| = 2|CD| = 2|EF|$ ve $|AE| = 35$ cm olduğuna göre şeklin çevre uzunluğu kaç cm'dir (π 'yi 3 alınız.)?

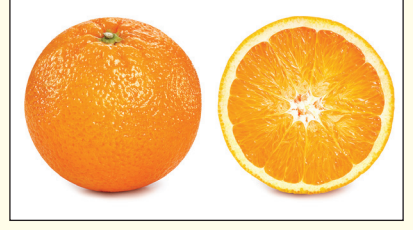


5. Yandaki P merkezli çemberde $m(\widehat{APB}) = 100^\circ$ ve $|\widehat{ACB}| = 15$ cm ise çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir (π 'yi 3 alınız.)?



Dairenin ve Daire Diliminin Alanı

Limon, portakal ve greyfurtun yandaki gibi kesiti alındığında oluşan şekilleri inceleyiniz. Bir portakalın kesitini oluşturan her bir dilimin alanı nasıl hesaplanabilir? Açıklayınız.



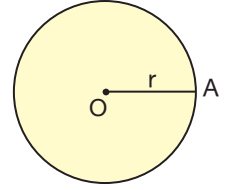
Hatırlatma

Bir çember, bulunduğu düzlemi; çemberin kendisi, iç bölgesi ve dış bölgesi olmak üzere üç bölgeye ayırır.

Çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimine daire denir.

O merkezli, r yarıçaplı yandaki dairenin alanı aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$\text{Alan} = \pi r^2$$



Yandaki O merkezli dairenin yarıçap uzunluğu 7 cm ise alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım. (π 'yi $\frac{22}{7}$ alalım.)

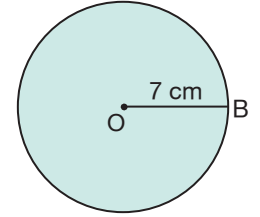
Alan bağıntısında; π yerine $\frac{22}{7}$, r yerine 7 yazarak dairenin alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \pi r^2$$

$$A = \frac{22}{7} \cdot 7^2$$

$$A = \frac{22}{7} \cdot 49 = 22 \cdot 7 = 154 \text{ cm}^2$$

O merkezli dairenin alanı 154 cm^2 dir.



Örnek

Yandaki M merkezli dairenin alanı 75 cm^2 ise çap uzunluğu kaç cm'dir? (π 'yi 3 alınız.)

Çözüm

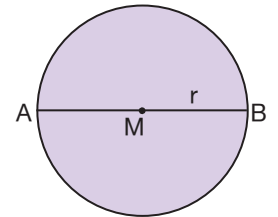
Alan bağıntısında alan yerine 75, π yerine 3 yazalım.

$$\text{Alan} = \pi r^2$$

$$75 = 3 \cdot r^2$$

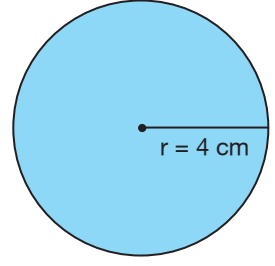
$$25 = r^2 \Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

Dairenin çap uzunluğu, yarıçap uzunluğunun 2 katıdır. Bu durumda çap uzunluğu, $|AB| = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$ 'dir.



Örnek

Emine, yeşil kartondan çevre uzunluğu 32 cm olan yandaki kareyi ve mavi kartondan yarıçap uzunluğu 4 cm olan daireyi kesti. Emine, mavi daireyi, dışarı taşmayacak şekilde yeşil karenin üzerine yapıştırıyor. Son durumda karenin, dairenin dışındaki alanı kaç cm^2 olur? (π 'yi 3 alınız.)



Çözüm

Karenin çevre uzunluğu 32 cm ise kenar uzunluğu $\frac{32}{4} = 8$ cm'dir.

Yeşil karenin ve mavi dairenin alanlarını bulalım.

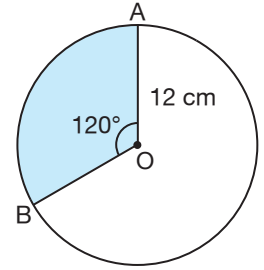
Yeşil karenin alanı = $8 \cdot 8 = 64 \text{ cm}^2$

Mavi dairenin alanı = $\pi \cdot r^2 = 3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ cm}^2$

Karenin, dairenin dışındaki alanı, $64 - 48 = 16 \text{ cm}^2$ dir.

Örnek

Yandaki O merkezli, yarıçap uzunluğu 12 cm olan dairede $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$ ise mavi daire diliminin alanını, orantı yardımıyla bulunuz. (π 'yi 3 alınız.)



Çözüm

Dairenin tamamını 360° lik açı, mavi daire dilimini ise 120° lik merkez açı temsil etmektedir. Önce dairenin alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \pi r^2 \Rightarrow \text{Alan} = 3 \cdot 12^2 = 3 \cdot 144 = 432 \text{ cm}^2$$

Şimdi, orantı yardımıyla 120° lik merkez açının belirttiği daire diliminin alanını bulalım.

360° lik açı 432 cm^2 ye karşılık gelirse

120° lik açı $x \text{ cm}^2$ ye karşılık gelir.

Açı ölçüsü azaldıkça açının belirttiği daire diliminin alanı da aynı oranda azalır. Buna göre açı ölçüsü ile daire diliminin alanı doğru orantılıdır.

Orantı, $\frac{360^\circ}{120^\circ} = \frac{432}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{120^\circ} \cdot \frac{432}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 432 \cdot 120^\circ$$

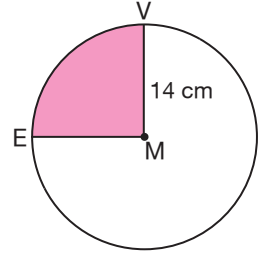
$$x = 432 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$x = \frac{432}{3} = 144$$

Ölçüsü 120° olan merkez açının belirttiği daire diliminin alanı 144 cm^2 dir.

Örnek

Yandaki M merkezli, yarıçap uzunluğu 14 cm olan dairedaki pembe daire diliminin alanı 154 cm^2 dir. Buna göre orantı yardımıyla $m(\widehat{EMV})$ 'nin değerini bulunuz (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.).



Çözüm

Önce M merkezli dairenin alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \pi r^2 \Rightarrow \text{Alan} = \frac{22}{7} \cdot 14^2 \Rightarrow \text{Alan} = \frac{22}{7} \cdot 196 = 616 \text{ cm}^2$$

Dairenin tamamını 360° lik açı temsil etmektedir. Buna göre orantı yardımıyla alanı 154 cm^2 olan daire dilimini temsil eden merkez açının ölçüsünü bulalım.

616 cm^2 lik alan	360°ye karşılık gelirse
154 cm^2 lik alan	x'e karşılık gelir.

Orantı, $\frac{616}{154} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{616}{154} \cdot \frac{360}{x} \Rightarrow 616 \cdot x = 154 \cdot 360^\circ$$

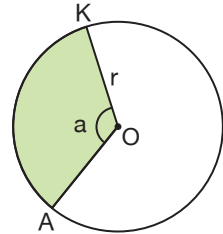
$$x = \frac{154}{616} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

$$m(\widehat{EMV}) = 90^\circ$$

O merkezli, r yarıçaplı yandaki dairede $m(\widehat{KOA}) = a$ olmak üzere KOA merkez açısının belirttiği daire diliminin alanı, aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$\frac{\text{Daire diliminin alanı}}{\pi r^2} = \frac{a}{360^\circ} \Rightarrow \text{Daire dilimin alanı} = \pi r^2 \cdot \frac{a}{360^\circ}$$



Örnek

Yandaki O merkezli, yarıçap uzunluğu 7 cm olan dairede $m(\widehat{ACE}) = 240^\circ$ olduğuna göre turuncu daire diliminin alanını bulunuz (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.).

Çözüm

O merkezli dairede, yay uzunluklarının toplamı 360° dir.

$$m(\widehat{ACE}) + m(\widehat{ABE}) = 360^\circ$$

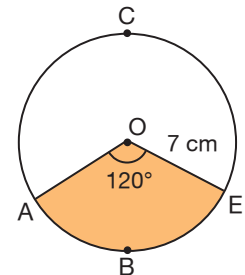
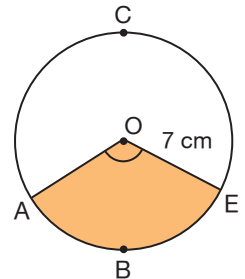
$$240^\circ + m(\widehat{ABE}) = 360^\circ \Rightarrow m(\widehat{ABE}) = 120^\circ$$

AOE merkez açısının ölçüsü, gördüğü yay olan $\widehat{ABE}$ 'nin ölçüsüne eşittir.

$$m(\widehat{AOE}) = m(\widehat{ABE}) = 120^\circ$$

AOE merkez açısının belirttiği turuncu daire diliminin alanını bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Daire diliminin alanı} &= \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{AOE})}{360^\circ} \\ &= \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = 22 \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} = \frac{22 \cdot 7 \cdot 1}{3} = \frac{154}{3} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Örnek

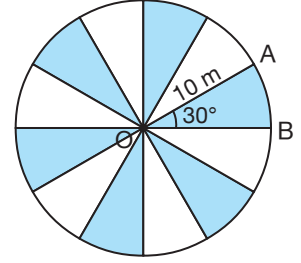
Bir havuzun tabanı, yarıçap uzunluğu 10 metre olan daire biçimindedir. Daire, her birinin merkez açısının ölçüsü 30° olan daire dilimlerine ayrılıyor. Daire dilimleri, sırasıyla beyaz ve mavi olacak şekilde fayanslarla kaplanıyor. Mavi fayans kaplanan bölgenin 1 m^2 sinin fiyatı 500 TL olduğuna göre mavi fayansla kaplanan bölge için kaç TL harcanmıştır (π 'yi 3 alınız.)?



Çözüm

Havuzun tabanı, yandaki O merkezli daire ile modellenebilir. O merkezli dairede bir mavi daire diliminin alanını bulalım.

$$\begin{aligned}\text{Mavi daire diliminin alanı} &= \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{AOB})}{360^\circ} \\ &= 3 \cdot 10^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} \\ &= 3 \cdot 100 \cdot \frac{1}{12} = 25 \text{ m}^2\end{aligned}$$



Havuzun tabanında 6 tane 25 m^2 lik mavi fayansla kaplı bölge vardır. Mavi fayansla kaplanan bölgenin m^2 sinin fiyatı 500 TL olduğuna göre mavi fayansla kaplanan bölge için $6 \cdot 25 \cdot 500 = 75\,000$ TL harcanmıştır.

Örnek

Yandaki M merkezli, 12 cm yarıçaplı dairede verilenlere göre yeşil ve mavi daire dilimlerinin alanları toplamını bulunuz. (π 'yi 3 alınız.)

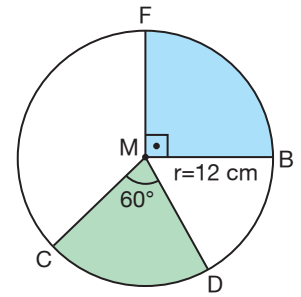
Çözüm

M merkezli çemberde mavi daire dilimini belirten merkez açının ölçüsü 90° , yeşil daire dilimini belirten merkez açının ölçüsü 60° dir. Buna göre daire dilimlerinin alanlarını bulalım.

$$\begin{aligned}\text{Mavi daire diliminin alanı} &= \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{FMB})}{360^\circ} \\ &= 3 \cdot 12^2 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} \\ &= \frac{3 \cdot 144}{4} = 108 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

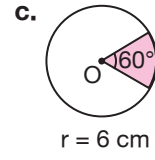
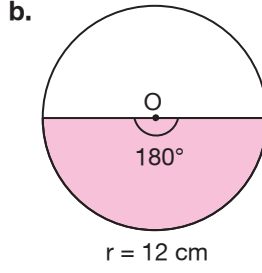
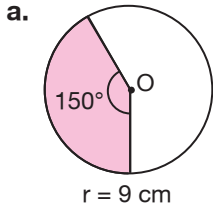
$$\begin{aligned}\text{Yeşil daire diliminin alanı} &= \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{CMD})}{360^\circ} \\ &= 3 \cdot 12^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \\ &= \frac{3 \cdot 144}{6} = 72 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Yeşil ve mavi daire dilimlerinin alanları toplamı, $108 + 72 = 180 \text{ cm}^2$ dir.

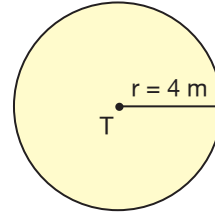
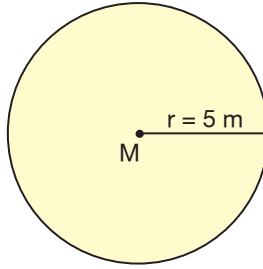
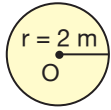


Alıştırımlar

1. Verilen ölçülere göre pembe daire dilimlerinin alanlarını bulunuz. (π 'yi 3 alınız.)



2. Daireler ile dairelerin alanlarını eşleştiriniz. (π 'yi 3 alınız.)



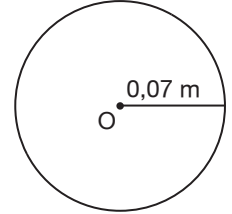
75 m²

48 m²

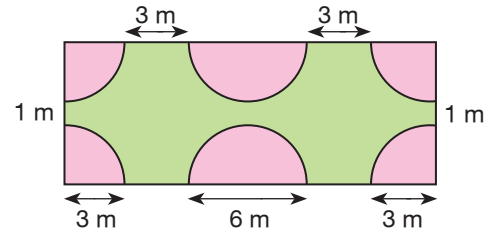
12 m²

60 m²

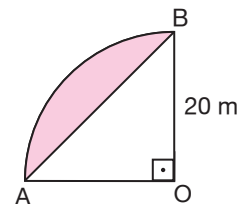
3. Yarıçap uzunluğu 0,07 m olan yandaki O merkezli dairenin alanı kaç cm²dir? (π 'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)



4. Merve Hanım, ölçüleri yanda verilen dikdörtgen biçimindeki bahçesinde bulunan eş çeyrek daire ve eş yarım daire biçimindeki pembe bölgelere gül dikmiştir. Kalan yeşil bölgelere çim eken Merve Hanım'ın, çim ettiği alan kaç m²dir? (π 'yi 3 alınız.)

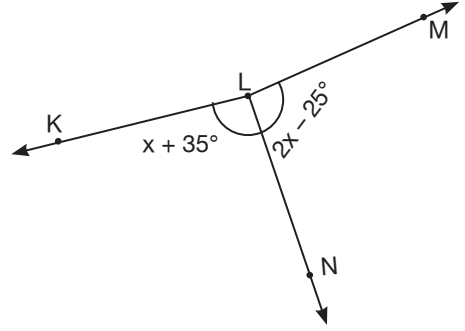


5. Yandaki şekilde, O merkezli çeyrek dairenin içine BOA ikizkenar dik üçgeni yerleştirilmiştir. Çeyrek dairenin yarıçap uzunluğu 20 m olduğuna göre pembe bölgenin alanı kaç m²dir? (π 'yi 3,14 alınız.)



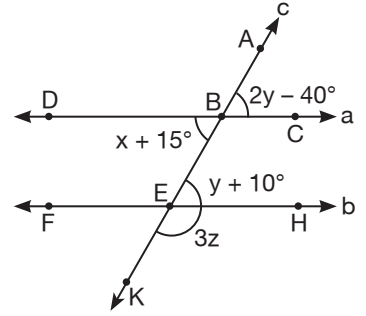
1. [LN, yandaki $\widehat{KLM}$ 'nin açıortayıdır. $m(\widehat{MLN}) = 2x - 25^\circ$ ve $m(\widehat{KLN}) = x + 35^\circ$ olduğuna göre x kaç derecedir?

- A) 10° B) 45°
C) 55° D) 60°

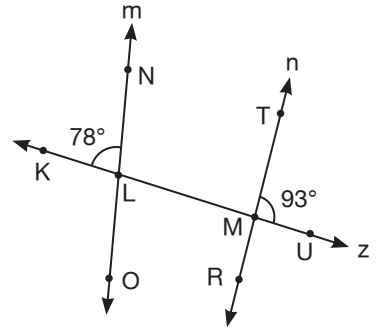


2. Yandaki şekilde $a \parallel b$ ve c, a ile b'yi kesen bir doğrudur. $m(\widehat{ABC}) = 2y - 40^\circ$, $m(\widehat{DBE}) = x + 15^\circ$, $m(\widehat{BEH}) = y + 10^\circ$ ve $m(\widehat{KEH}) = 3z$ 'dir.

Buna göre x, y ve z açı ölçüleri kaç derecedir?



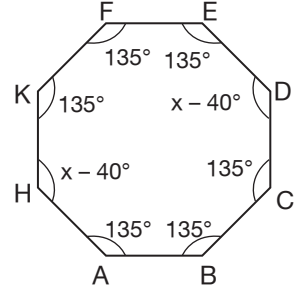
3. Yandaki şekilde m, n ve z doğruları verilmiştir. $m(\widehat{KLN}) = 78^\circ$, $m(\widehat{TMU}) = 93^\circ$ olduğuna göre m ile n doğrularının birbirine paralel olup olmadığını belirleyiniz.



4. Bir açının ölçüsü ile ters açısının ölçüsü toplamı 130° 'dir. Buna göre açının bütünlerinin ölçüsü, açının ölçüsünden kaç derece fazladır?

- A) 40° B) 45° C) 50° D) 55°

5. Yandaki çokgen, bir düzgün sekizgendir. Şekilde verilenlere göre x açısı ölçüsü kaç derecedir?



6. Bir düzgün yedigenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

7. Bir düzgün otuzgenin dış açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

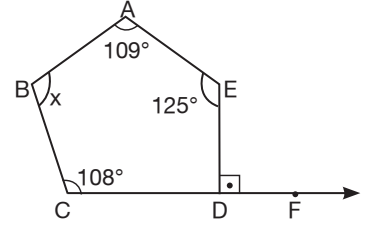
8. Yandaki ABCDE beşgeninde $m(\widehat{BAE}) = 109^\circ$, $m(\widehat{AED}) = 125^\circ$, $m(\widehat{EDF}) = 90^\circ$, $m(\widehat{BCD}) = 108^\circ$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 100°

B) 106°

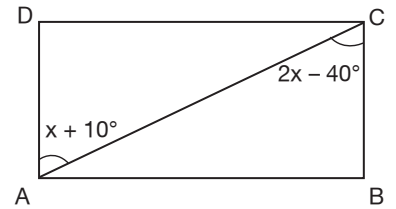
C) 108°

D) 110°



9. Bir dörtgen ve yedigen çizin. Çizdiğiniz çokgenlerin köşegenlerini belirtiniz.

10. Yandaki ABCD dikdörtgeninde $[AC]$ köşegen, $m(\widehat{DAC}) = x + 10^\circ$ ve $m(\widehat{BCA}) = 2x - 40^\circ$ ise x kaç derecedir?



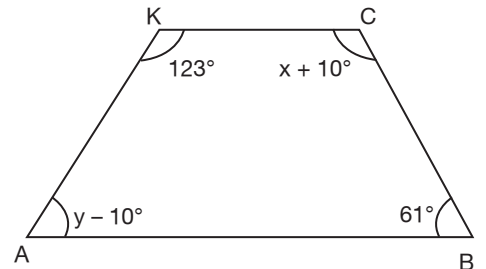
11. Yandaki ABCK yamuğunda $m(\widehat{KAB}) = y - 10^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 61^\circ$, $m(\widehat{BCK}) = x + 10^\circ$ ve $m(\widehat{AKC}) = 123^\circ$ dir. Buna göre $x + y$ toplamı kaç derecedir?

A) 120

B) 140

C) 69

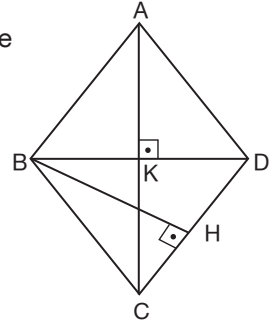
D) 176



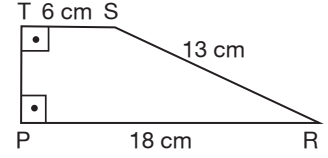
12. Aşağıda verilen ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa “D”, yanlış olanların başındaki kutucuğa “Y” yazınız.

- a. ☐ Yamuğun paralel kenarları yoktur.
- b. ☐ Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirine diktir.
- c. ☐ Paralelkenarın iç açılarının ölçüleri her zaman 90° ’dir.
- ç. ☐ Dikdörtgenin köşegenleri her zaman birbirine diktir.
- d. ☐ Karenin tüm kenar uzunlukları eşittir.
- e. ☐ Karenin bir köşegeni, kareyi iki eş parçaya ayırır.

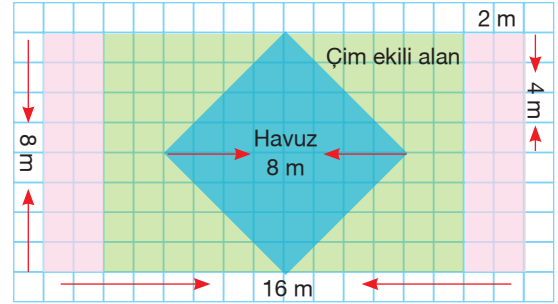
13. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $|AB| = 25$ cm, $|AK| = 20$ cm, $|BK| = 15$ cm ise $|BH|$ kaç cm’dir?



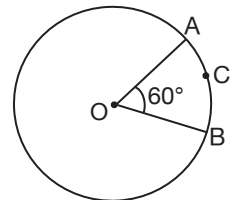
14. Yandaki PRST dik yamuğunda $|TS| = 6$ cm ve $|PR| = 18$ cm’dir. Yamuğun alanı 60 cm² ise çevre uzunluğu kaç cm’dir?



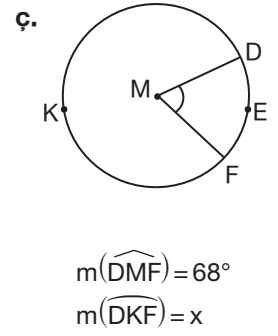
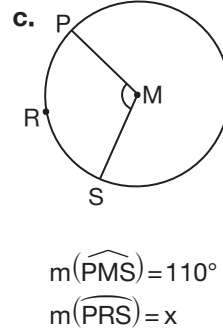
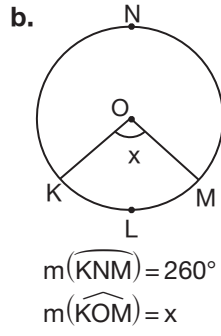
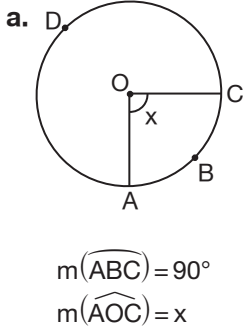
15. Yanda, Esra Hanım’ın bahçesinin planı kareli kâğıt üzerine çizilmiştir. Planda çim ekili alan yeşil, havuz mavi renkle gösterilmiştir. Verilenlere göre bahçede çim ekili alan kaç m²’dir?



16. Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$, $|ACB| = 88$ cm ise çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm’dir (’yi 3 alınız.)?



17. Aşağıdaki çemberlerde verilenlere göre x açı ölçülerini bulunuz.



18. Bir dairenin alanı 75 cm^2 dir. Dairenin yarıçap uzunluğu 2 katına çıkarılırsa alanı kaç cm^2 olur?

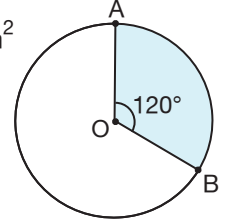
19. Yandaki O merkezli dairede, $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$ ve mavi daire diliminin alanı 15 cm^2 ise dairenin alanı kaç cm^2 dir? (π 'yi 3 alınız.)

A) 20

B) 30

C) 45

D) 50

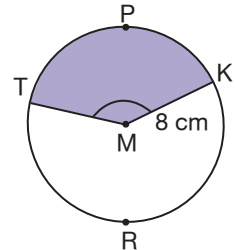


20. Yandaki tabloda, bazı dairelerin yarıçap uzunlukları (cm) veya alanı (cm^2) verilmiştir. Buna göre tablodaki sağ tarafta verilen renkli bölgelere yarıçap uzunluğu verilen dairelerin alanını, sol tarafta verilen renkli bölgelere alanı verilen dairelerin yarıçap uzunluklarını yazınız. (π 'yi 3 alınız.)

Tablo: Daireler

Yarıçap Uzunluğu (cm)	Alanı (cm^2)
4	48
6	
7	
	300
	192

21. Yandaki M merkezli dairede, $|MK| = 8 \text{ cm}$ ve mor daire diliminin alanı 80 cm^2 ise $m(\widehat{TMK})$ kaç derecedir? (π 'yi 3 alınız.)



6. Ünite



KONULAR

VERİ ANALİZİ

- ➔ Çizgi Grafiği
- ➔ Aritmetik Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer
- ➔ Daire Grafiği
- ➔ Verilerin Farklı Gösterimleri

CİSİMLERİN GÖRÜNÜMLERİ

- ➔ Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri

Terimler veya Kavramlar

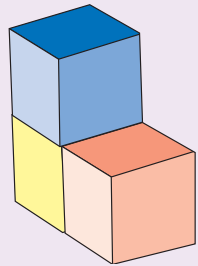
- çizgi grafiği
- daire grafiği
- ortanca (medyan)
- tepe değer (mod)



TÜİK, ülkemiz ile ilgili ekonomik, sosyal, kültürel, çevresel, teknolojik ve diğer birçok alandaki çeşitli bilgileri elde edip bu bilgilerle tablo ve grafikler oluşturarak bazı kurum/kuruluşlar ile iş birliği içinde çalışmakla görevli bir kurumdur. TÜİK, ülkemizin sosyal, ekonomik, kültürel ve benzeri alanlarda güncel durumunu belirler ve meydana gelen değişimi izler. Elde ettiği verileri uygun tablo ve grafiklerle (sütun, çizgi veya daire) gösterir. Tablo ve grafiklerle ilgili değerlendirmeler yapar, bu verileri analiz eder, elde ettiği istatistiki bilgileri yayımlar, çıkan sonuçların bilimsel ve teknik açıklamalarını kamuoyu ile paylaşır.

<http://www.tuik.gov.tr/TuikCocuk/adresinden> düzenlenmiştir.

Öğrencilerin kolayca kullanabilmesi için ayrıt uzunluğu 2 cm olan küpler, etkinliklerde çeşitliliği artırmak için dört farklı renkte hazırlanabilir. Küpler, köpükten kesilerek veya küp kalıbına alçı doldurularak elde edilebilir. Küpler; yapı oluşturmada, oluşturulan yapıların farklı yönlerinden görünümelerini hesaplamada, dik prizmaların hacim bağıntılarını bulmada kullanılabilir.



Çizgi Grafiği

Bir bebeğin vücut sıcaklığı, her saat başı ölçülüyor ve değerler not ediliyor. Not edilen sıcaklık değerlerini hangi grafik ile göstermek daha uygun olur? Nedenini açıklayınız.



Verilerin yatay ve dikey eksenlerdeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların çizgilerle birleştirilmesiyle elde edilen grafiğe **çizgi grafiği** adı verilir.

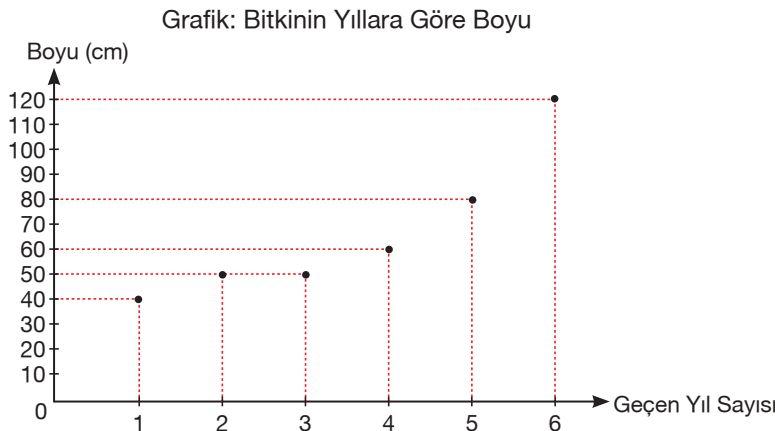
Yandaki tabloda, 30 cm uzunluğunda iken dikilen bir bitkinin her yılın sonunda ulaştığı boyu belirtilmiştir. Tablodaki verilerle bir çizgi grafiği oluşturalım ve çizgi grafiğini yorumlayalım.

Tablo: Bitkinin Yıllara Göre Boyu

Geçen Yıl Sayısı	Boyu (cm)
1	40
2	50
3	50
4	60
5	80
6	120

Boyu 30 cm iken dikilen bir bitkinin boyu tabloya göre 1. yılın sonunda 40 cm, 2 ve 3. yılın sonunda 50 cm, 4. yılın sonunda 60 cm, 5. yılın sonunda 80 cm ve 6. yılın sonunda 120 cm olmuştur. Buna göre geçen yıl sayısı ile bitkinin boyunu (cm) eksenlere yerleştirerek bir çizgi grafiği oluşturalım.

Bunun için önce yatay eksenle belirtilen geçen yıl sayısına karşılık gelen boyları birer nokta ile işaretleyelim.



Sonra işaretlediğimiz noktaları birer çizgi ile birleştirerek çizgi grafiğini oluşturalım.

Grafiğe göre bitki;

1. yılın sonunda $40 - 30 = 10$ cm uzamıştır.

2. yılın sonunda ilk yıla göre

$50 - 40 = 10$ cm uzamıştır.

3. yılın sonunda (yani 2 ve 3. yıllar arasında) $50 - 50 = 0$ cm uzamıştır. Başka bir deyişle uzamamıştır.

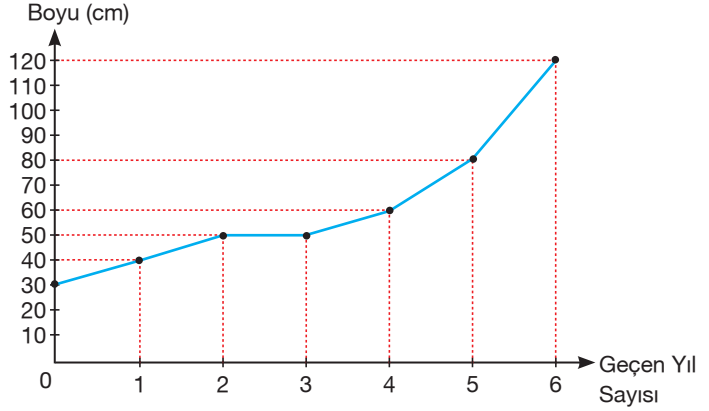
4. yılın sonunda (yani 3 ve 4. yıllar arasında) $60 - 50 = 10$ cm uzamıştır.

5. yılın sonunda (yani 4 ve 5. yıllar arasında) $80 - 60 = 20$ cm uzamıştır.

6. yılın sonunda (yani 5 ve 6. yıllar arasında) $120 - 80 = 40$ cm uzamıştır.

Bu durumda bitkinin boyu en fazla 5 ve 6. yıllar arasında uzamıştır. 2 ve 3. yıllar arasında ise bitki, uzamamıştır.

Grafik: Bitkinin Yıllara Göre Boyları



Bir konuya ait verilerin zamana bağlı anlık değişimleri çizgi grafiği ile gösterilebilir.

Örnek

50, 25, 50, 25, 0, 100, 50

Kemal'in, pazartesi gününden itibaren 1 hafta boyunca günlük çözdüğü soru sayıları yukarıda verilmiştir. Kemal'in soru çözdüğü günler ile çözdüğü toplam soru sayılarını belirten bir çizgi grafiği oluşturunuz.



Çözüm

Kemal;

Pazartesi günü, 50 soru çözmüştür. Salı günü, 25 soru çözmüştür. Bu durumda salı gününün sonunda toplam $50 + 25 = 75$ soru çözmüş olur.

Çarşamba günü, 50 soru çözmüştür. Bu durumda çarşamba gününün sonunda toplam $75 + 50 = 125$ soru çözmüş olur.

Perşembe günü, 25 soru çözmüştür. Bu durumda perşembe gününün sonunda toplam $125 + 25 = 150$ soru çözmüş olur.

Cuma günü, 0 soru çözmüştür, yani soru çözmemiştir. Bu durumda cuma gününün sonunda toplam $150 + 0 = 150$ soru çözmüş olur.

Cumartesi günü, 100 soru çözmüştür. Bu durumda cumartesi gününün sonunda toplam $150 + 100 = 250$ soru çözmüş olur.

Pazar günü, 50 soru çözmüştür. Bu durumda pazar gününün sonunda toplam $250 + 50 = 300$ soru çözmüş olur.

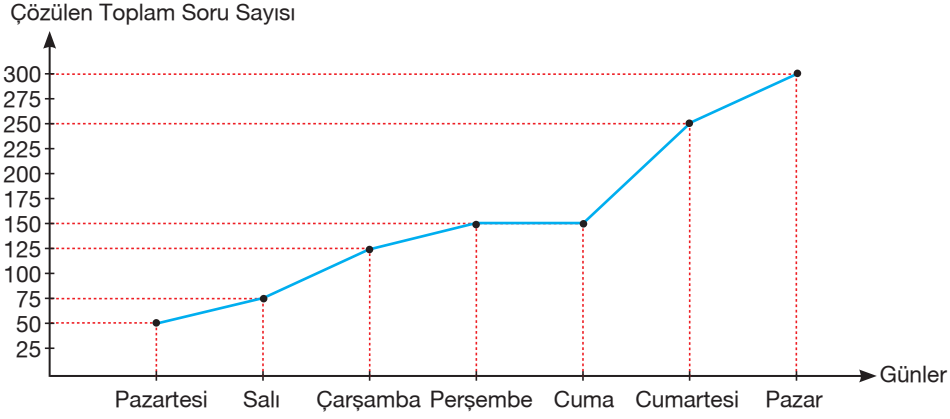
Kemal'in her günün sonunda çözdüğü toplam soru sayıları ile yukarıdaki tablo oluşturulabilir.

Tablo: Günlere Göre Çözülen Soru Sayıları

Günler	Çözülen Toplam Soru Sayısı
Pazartesi	50
Salı	75
Çarşamba	125
Perşembe	150
Cuma	150
Cumartesi	250
Pazar	300

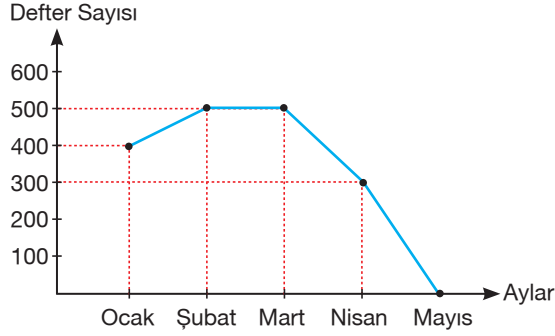
Tablodaki verilerle aşağıdaki gibi bir çizgi grafiği oluşturulabilir.

Grafik: Günlere Göre Çözülen Soru Sayıları

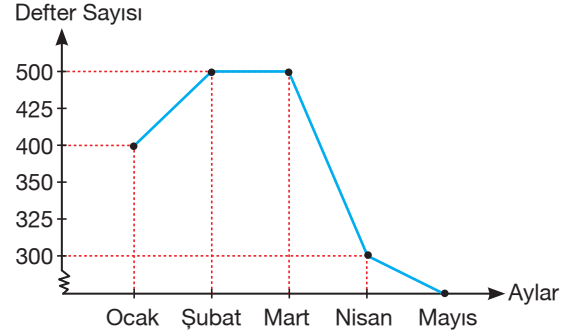


Örnek

1. Grafik: Aylara Göre Kırtasiyede Satılan Defter Sayıları



2. Grafik: Aylara Göre Kırtasiyede Satılan Defter Sayıları



Kırtasiyeci Sema Hanım, kırtasiyedeki defter satışını tespit edebilmek için beş ay boyunca defterlerin sayılarını not etmiştir. Not ettiği verileri kullanarak yukarıdaki iki farklı çizgi grafiğini oluşturmuştur. Sema Hanım'ın oluşturduğu çizgi grafiklerinden hangisinin yanlış yorumlamalara yol açabileceğini belirleyiniz.

Çözüm

Kırtasiyeci Sema Hanım'ın not ettiği defter sayıları ile oluşturduğu 1. grafik yanlış yorumlara yol açmayacaktır. Ancak 2. grafikte, dikey eksenindeki ardışık sayıların farkı eşit değildir. Yani, dikey eksenindeki sayılar düzenli olarak artmamıştır. Bu durumda defter sayısı 25 artsa da 75 artsa da 2. grafikten eşit sayıda artmış gibi bir sonuç çıkarılabilir. Öyleyse Sema Hanım'ın oluşturduğu 2. grafik, yanlış anlamalara yol açabilir.

Örnek

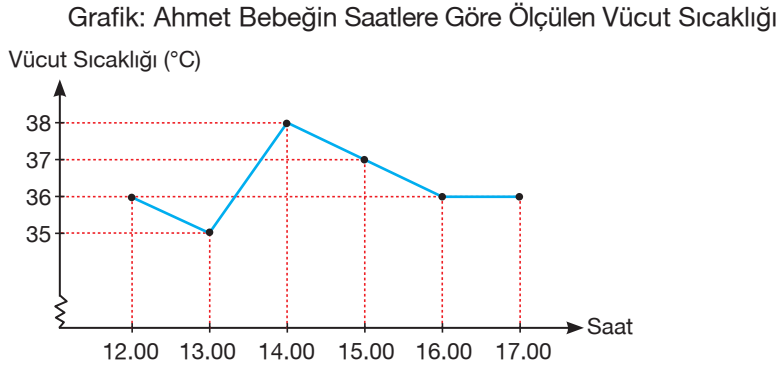
Ahmet ile Zeynep bebeğin, günün aynı saatlerinde vücut sıcaklık ölçüleri, yandaki tabloda belirtilmiştir. Tablodaki verilerle bir çizgi grafiği oluşturunuz ve çizgi grafiğini yorumlayınız.

Tablo: Ahmet ile Zeynep Bebeğin Saatlere Göre Ölçülen Vücut Sıcaklıkları

Saat	Ahmet Bebeğin Vücut Sıcaklığı (°C)	Zeynep Bebeğin Vücut Sıcaklığı (°C)
12.00	36	38
13.00	35	37
14.00	38	36
15.00	37	37
16.00	36	38
17.00	36	37

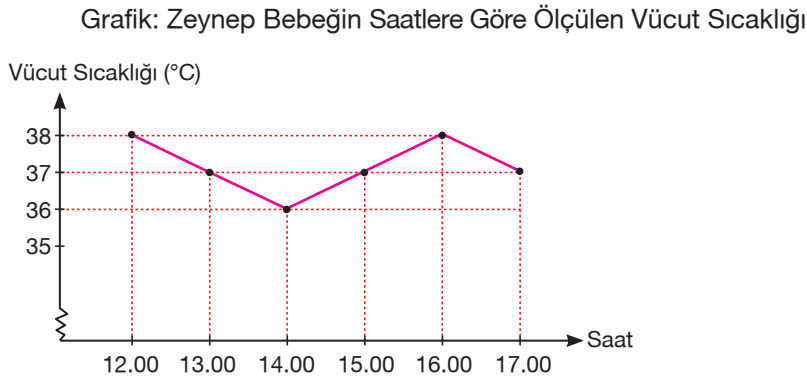
Çözüm

Önce Ahmet bebeğin gün içinde ölçülen vücut sıcaklığını belirten çizgi grafiğini çizelim.



Oluşturulan çizgi grafiğine göre Ahmet bebeğin vücut sıcaklığı, 12.00 – 13.00 saatleri arasında düşmüş, 13.00 – 14.00 saatleri arasında yükselmiş, 14.00 – 15.00 ile 15.00 – 16.00 saatleri arasında tekrar düşmüştür. 16.00 – 17.00 saatleri arasında ise vücut sıcaklığı sabit kalmıştır, değişmemiştir.

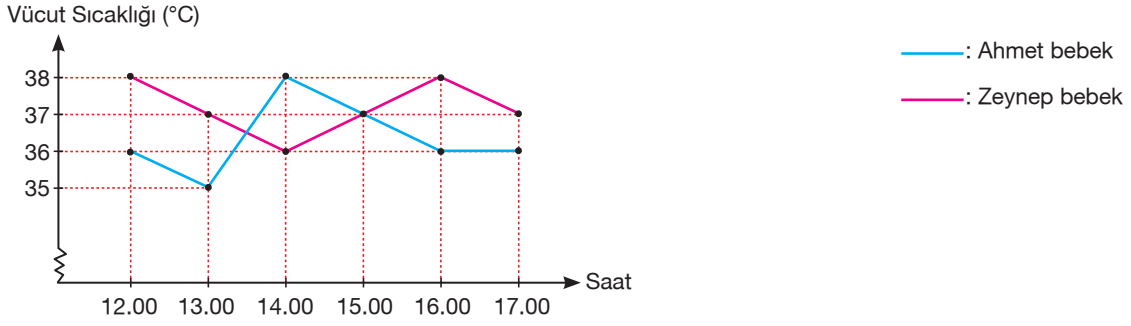
Sonra Zeynep bebeğin gün içinde ölçülen vücut sıcaklığını belirten çizgi grafiğini çizelim.



Oluşturulan çizgi grafiğine göre Zeynep bebeğin vücut sıcaklığı, 12.00 – 13.00 ile 13.00 – 14.00 saatleri arasında düşmüş, 14.00 – 15.00 ile 15.00 – 16.00 saatleri arasında yükselmiş, 16.00 – 17.00 saatleri arasında tekrar düşmüştür.

Son olarak Ahmet ile Zeynep bebeğin vücut sıcaklıklarını aynı çizgi grafiğinde gösterelim.

Grafik: Ahmet ile Zeynep Bebeğin Saatlere Göre Ölçülen Vücut Sıcaklıkları



Grafiğe göre;

Saat 12.00'de Zeynep bebeğin vücut sıcaklığı, Ahmet bebeğin vücut sıcaklığından $38 - 36 = 2$ °C fazladır.

Saat 13.00'te yine Zeynep bebeğin vücut sıcaklığı, Ahmet bebeğin vücut sıcaklığından $37 - 35 = 2$ °C fazladır.

Saat 14.00'te Ahmet bebeğin vücut sıcaklığı, Zeynep bebeğin vücut sıcaklığından $38 - 36 = 2$ °C fazladır.

Saat 15.00'te Ahmet ile Zeynep bebeğin vücut sıcaklıkları eşittir.

Saat 16.00'da Zeynep bebeğin vücut sıcaklığı, Ahmet bebeğin vücut sıcaklığından $38 - 36 = 2$ °C fazladır.

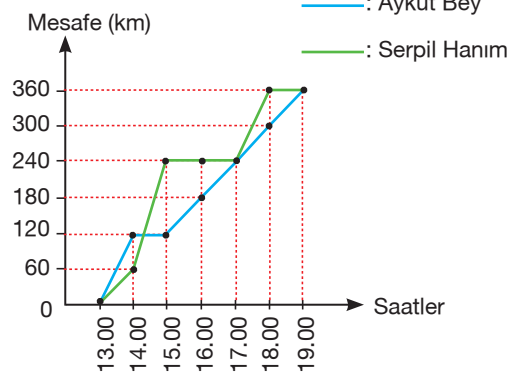
Saat 17.00'de Zeynep bebeğin vücut sıcaklığı, Ahmet bebeğin vücut sıcaklığından $37 - 36 = 1$ °C fazladır.

Örnek

Araçlarıyla saat 13.00'te yolculuklarına başlayan Aykut Bey ile Serpil Hanım'ın 13.00 ile 19.00 saatleri arasında aldıkları toplam yolu belirten ikili çizgi grafiği yanda verilmiştir. Grafiğe göre;

- Aykut Bey, hangi saatler arasında hiç yol almamıştır?
- Aykut Bey, aracıyla bir saat boyunca en çok kaç km yol almıştır?
- İlk üç saatin sonunda Serpil Hanım ile Aykut Bey'in araçlarıyla aldıkları mesafelerin farkı kaç km'dir?
- Aykut Bey ile Serpil Hanım'ın araçlarıyla yolculuğa başladıktan sonra aldıkları toplam mesafeler hangi saatlerde aynıdır?

Grafik: Aykut Bey ile Serpil Hanım'ın Araçlarıyla Bazı Saatlere Göre Aldıkları Toplam Mesafelerin Uzunlukları



Çözüm

- Aykut Bey, saat 14.00 ile 15.00 arasında aracıyla hiç yol almamıştır.
- Aykut Bey, aracıyla bir saat boyunca (13.00 ile 14.00) en çok 120 km yol almıştır.
- İlk üç saatin sonunda araçlarıyla Serpil Hanım toplam 240 km, Aykut Bey toplam 180 km yol almıştır. Buna göre ilk üç saatin sonunda Serpil Hanım ile Aykut Bey'in araçlarıyla aldıkları mesafelerin farkı $240 - 180 = 60$ km'dir.
- Aykut Bey ile Serpil Hanım'ın araçlarıyla yolculuğa başladıktan sonra aldıkları toplam mesafeler, saat 17.00'de ve saat 19.00'da aynıdır.

Alıştırımlar

1.

18, 17, 16, 10, 12, 20, 14, 10, 15, 14

Dilek'in okulundaki deneme sınavlarında yaptığı matematik net sayıları, sırasıyla yukarıda verilmiştir. Yukarıdaki verilerle bir çizgi grafiği oluşturunuz.

2. Yandaki tabloda, basketbol oyuncusu Metin'in 8 maç boyunca takımına kazandırdığı sayılar belirtilmiştir. Tablodaki verilerle, maç sayısı ile Metin'in takımına kazandırdığı sayıları belirten bir çizgi grafiği oluşturunuz.

Tablo: Sekiz Maç Boyunca Kazanılan Sayılar

Maçlar	Kazanılan Sayı
1.	10
2.	5
3.	20
4.	30
5.	5
6.	0
7.	10
8.	5

3. Yandaki tabloda, Mersin ve Ankara illerinin beş gün boyunca ölçülen ortalama hava sıcaklıkları (°C) belirtilmiştir. Tablodaki verilerle bir çizgi grafiği oluşturunuz.

Tablo: Mersin ve Ankara İllerinin Beş Günlük Ortalama Hava Sıcaklıkları (°C)

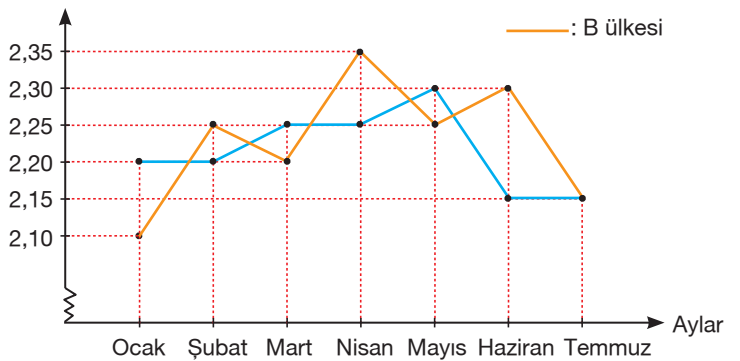
İller	Mersin	Ankara
Günler		
Pazartesi	18	8
Salı	15	10
Çarşamba	18	11
Perşembe	14	14
Cuma	19	9

4. Yandaki çizgi grafiğinde, her ayın sonunda A ve B ülkelerinin para birimlerinin, TL olarak karşılıklarının aylara göre değişimi belirtilmiştir. Grafiğe göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- a. Hangi ayda A ve B ülkelerinin paralarının değerleri eşittir?
b. A ülkesinin parasının değeri hangi ayda azalmıştır?

Grafik: Yedi Ay Boyunca A ve B Ülkelerinin Paralarının Değerleri

Paranın Karşılığı (TL)



- c. A ülkesinin parasının değeri hangi aylarda artmıştır?
ç. B ülkesinin parasının değeri hangi aylarda artmıştır?
d. A ülkesinin parasının değeri hangi aylarda değişmemiştir?

Aritmetik Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

Sedef, karnesindeki matematik puanını merak ediyor. Sedef'in yazılı sınavlardan, proje ve performans çalışmalarından aldığı puanlar sırasıyla 85, 90, 80, 100, 70 ve 85 olduğuna göre Sedef, karnesindeki matematik puanını hesaplarken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.



Hatırlatma

Bir veri grubundaki verilerin aritmetik ortalaması hesaplanırken verilerin toplamı, veri sayısına bölünür.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{\text{Verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

Bir veri grubunda en çok tekrar eden sayıya, veri grubunun **tepe değeri (mod)** denir.

Bir veri grubunun tepe değeri birden fazla olabilir veya hiç olmayabilir.

Bir veri grubunun en belirgin özelliğini belirlemek için veri grubunun tepe değeri kullanılır.

Bir veri grubundaki sayılar, küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru sıralandığında ortada bulunan sayıya, veri grubunun **ortancası (medyan)** denir.

Veri grubundaki terim sayısı tek ise ortanca, veri grubunun ortasındaki sayıdır. Veri grubundaki terim sayısı çift ise ortanca, veri grubunun ortasındaki iki sayının aritmetik ortalamasına eşittir.

110, 120, 130, 100, 100, 100, 100, 140, 150, 150, 153

Balıkçı Mehmet Bey'in akrabalarına dağıtmak için 11 gün boyunca tuttuğu balıkların günlük sayıları yukarıda verilmiştir. Mehmet Bey'in tuttuğu balık sayılarıyla oluşturulan veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulalım.

Mehmet Bey'in akrabalarına dağıtmak için günlük tuttuğu balık sayıları ile oluşturulan veri grubunun aritmetik ortalamasını bulmak için veri grubundaki sayıların toplamını veri sayısına bölelim.

$$\begin{aligned}\text{Aritmetik ortalama} &= \frac{110 + 120 + 130 + 100 + 100 + 100 + 100 + 140 + 150 + 150 + 153}{11} \\ &= \frac{1353}{11} = 123\end{aligned}$$

Mehmet Bey, 11 gün boyunca günlük ortalama 123 balık tutmuştur.

Veri grubunda 4 adet 100 sayısı vardır. Veri grubundaki diğer sayılardan daha fazla sayıda bulunduğu için veri grubunun tepe değeri (en çok tekrar edeni) 100'dür.



Veri grubundaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak ortancayı bulalım.

100, 100, 100, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 150, 153

5 adet sayı Ortadaki sayı 5 adet sayı

Veri grubundaki terim sayısı tek olduğundan veri grubunun ortasındaki 120 sayısı ortancadır.

Örnek

1, 2, 5, 4, 10, 8, 3, 7, 6, 12, 3, 3, 2, 7, 2, 5

Yukarıdaki veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulunuz.

Çözüm

Veri grubundaki sayıların aritmetik ortalamasını bulmak için sayıların toplamını veri sayısına bölelim.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{1 + 2 + 5 + 4 + 10 + 8 + 3 + 7 + 6 + 12 + 3 + 3 + 2 + 7 + 2 + 5}{16} = \frac{80}{16} = 5$$

Veri grubunda, 3 adet 2 ve 3 adet 3 sayısı bulunmaktadır. Bu durumda veri grubunun tepe değeri 2 ve 3'tür.

Veri grubundaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak veri grubunun ortancasını bulalım.

1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 10, 12

7 adet sayı Ortadaki sayılar 7 adet sayı

Veri grubundaki terim sayısı çift olduğundan ortanca, veri grubunun ortasındaki 4 ve 5 sayılarının aritmetik ortalamasına eşittir.

$$\text{Ortanca} = \frac{4 + 5}{2} = 4,5$$

Örnek

17, 15, 20, 30, 42, 6, 4, 0, 20, 6, 15, △

Yukarıdaki veri grubunun aritmetik ortalaması 16 ise tepe değer ve ortancayı bulunuz.

Çözüm

Veri grubunun aritmetik ortalamasını bularak 16'ya eşitleyelim.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{17 + 15 + 20 + 30 + 42 + 6 + 4 + 0 + 20 + 6 + 15 + \triangle}{12} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{175 + \triangle}{12} = 16$$

$$175 + \triangle = 192$$

$$\triangle = 192 - 175 = 17$$

△ yerine 17 yazarak veri grubumuzu oluşturalım.

17, 15, 20, 30, 42, 6, 4, 0, 20, 6, 15, 17

Veri grubunda 2 adet 17, 2 adet 15, 2 adet 20 ve 2 adet 6 sayısı vardır. Buna göre veri grubunun tepe değeri; 17, 15, 20 ve 6'dır.

Veri grubundaki sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayarak veri grubunun ortancasını bulalım.

42, 30, 20, 20, 17, 17, 15, 15, 6, 6, 4, 0
5 adet sayı Ortadaki sayılar 5 adet sayı

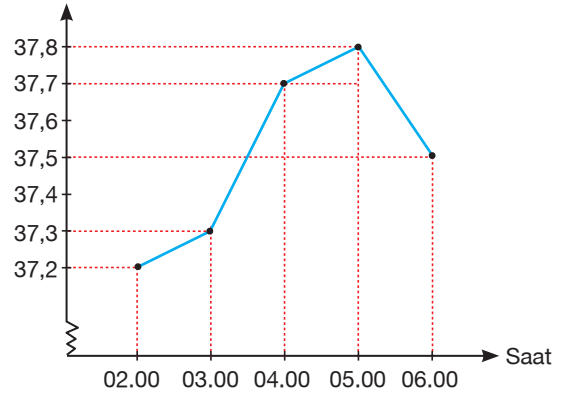
$$\text{Ortanca} = \frac{17 + 15}{2} = 16$$

Veri grubunun ortancası 16'dır.

Örnek

Yandaki çizgi grafiğinde, bir tavuk çiftliğindeki kuluçka makinelerinde ölçülen sıcaklıklar verilmiştir. Buna göre grafikteki verilerle bir veri grubu oluşturunuz. Veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulunuz.

Grafik: Kuluçka Makinesindeki Sıcaklıklar
Sıcaklık (°C)



Çözüm

Kuluçka makinesinde ölçülen sıcaklıklarda bulunan sayılar ile bir veri grubu oluşturalım.

37,2 – 37,3 – 37,7 – 37,8 – 37,5

Veri grubunun aritmetik ortalamasını bulalım.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{37,2 + 37,3 + 37,7 + 37,8 + 37,5}{5} = \frac{187,5}{5} = 37,5$$

Veri grubundaki sayıların her birinden birer adet bulunmaktadır. O hâlde veri grubunun tepe değeri yoktur.

Veri grubundaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak veri grubunun ortancasını bulalım.

37,2 – 37,3 – 37,5 – 37,7 – 37,8
2 adet sayı Ortadaki sayı 2 adet sayı

Veri grubunun ortancası 37,5'tir.

Örnek

Bir benzinlikteki benzin fiyatları 15 ay boyunca not ediliyor ve yandaki tablo oluşturuluyor. Tablodaki verilerle, bir veri grubu oluşturunuz. Veri grubunun aritmetik ortalaması, tepe değeri ve ortancasından hangisinin daha kullanışlı olduğunu belirleyiniz.

Tablo: Aylara Göre Benzin Fiyatları

Ay Sayısı	Benzin Fiyatı (TL)
7	48
2	46
3	47
2	47,4
1	47,2

Çözüm

Benzin fiyatı 7 ay boyunca 48 TL, 2 ay boyunca 46 TL, 3 ay boyunca 47 TL, 2 ay boyunca 47,4 TL ve 1 ay boyunca 47,2 TL olmuştur. Tablodaki verilere göre veri grubunu oluşturalım ve verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

46 - 46 - 47 - 47 - 47 - 47,2 - 47,4 - 47,4 - 48 - 48 - 48 - 48 - 48 - 48 - 48

Veri grubunun aritmetik ortalamasını bulalım.

$$\frac{46 + 46 + 47 + 47 + 47 + 47,2 + 47,4 + 47,4 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48}{15} = \frac{711}{15} = 47,4$$

Veri grubunda 7 adet 48 sayısı vardır. Bu durumda veri grubunun tepe değeri 48'dir.

Veri grubunun ortancasını bulalım.

$$\underbrace{46 - 46 - 47 - 47 - 47 - 47,2 - 47,4}_{7 \text{ adet sayı}} - \underbrace{47,4 - 48 - 48 - 48 - 48 - 48 - 48}_{7 \text{ adet sayı}}$$

↑
Ortadaki sayı

Veri grubunun ortanca değeri 47,4'tür.

Veri grubunun aritmetik ortalaması 47,4; tepe değeri 48 ve ortancası 47,4'tür. Benzin fiyatları ile ilgili tahminde bulunurken ya da yorum yapılırken veri grubunun tepe değerini incelemek daha kullanışlı ve uygun olacaktır. Çünkü veri grubunda en belirleyici sayı 48 (tepe değer) olmuştur.

Örnek

53, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 81, 100, 100, 100, 100, 100, 100

7A sınıfındaki 20 öğrencinin matematik yazılısından aldığı puanlar yukarıda verilmiştir. Buna göre öğrencilerin puanları değerlendirilirken aritmetik ortalama, tepe değer ve ortancadan hangisinin daha kullanışlı olduğunu belirleyiniz.



Çözüm

Önce veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulalım.

$$\frac{53 + 70 + 71 + 72 + 73 + 74 + 75 + 76 + 77 + 78 + 79 + 80 + 81 + 81 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100}{20} = \frac{1640}{20} = 82 \rightarrow \text{Aritmetik ortalama}$$

Veri grubunda, 6 adet 100 ve 2 adet 81 vardır. Bu durumda veri grubunun tepe değeri en çok tekrar eden 100 sayıdır.

Veri grubunun ortancasını bulalım.

$$\underbrace{53, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77}_{9 \text{ adet sayı}}, \underbrace{78, 79}_{\text{Ortak sayılar}}, \underbrace{80, 81, 81, 100, 100, 100, 100, 100, 100}_{9 \text{ adet sayı}}$$

$$\text{Ortanca} = \frac{78 + 79}{2} = 78,5$$

Öğrencilerin matematik puanları ile ilgili yorum yapılırken veya sonuç çıkarılırken tepe değeri (100) kullanmak tamamen yanlış olur. Çünkü çok yüksek puan (100) alan 6 öğrenci, çok düşük puan (53) alan 1 öğrenci bulunmaktadır. Bu durum ise aritmetik ortalamayı kullanmanın yanıltıcı olabileceği sonucunu ortaya çıkarır. Bu durumda verilen matematik puanları değerlendirilirken ortanca, diğerlerinden daha kullanışlı olabilir.

Örnek

20, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 85, 90, 100, 110, 120

Bir ilçede 1 yıl boyunca, her ay yapılan kaza sayıları yukarıda verilmiştir. Kaza sayıları ile ilgili yorum yapılırken aritmetik ortalama, tepe değer ve ortancadan hangisinin daha kullanışlı olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

Önce veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Aritmetik ortalama} &= \frac{20 + 20 + 20 + 20 + 25 + 25 + 25 + 85 + 90 + 100 + 110 + 120}{12} \\ &= \frac{660}{12} = 55 \end{aligned}$$

Veri grubunda, 4 adet 20 ve 3 adet 25 sayısı vardır. Bu durumda veri grubunun tepe değeri, en çok tekrar eden 20 sayıdır.

Veri grubunun ortancasını bulalım.

20, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 85, 90, 100, 110, 120

5 adet sayı Ortadaki sayılar 5 adet sayı

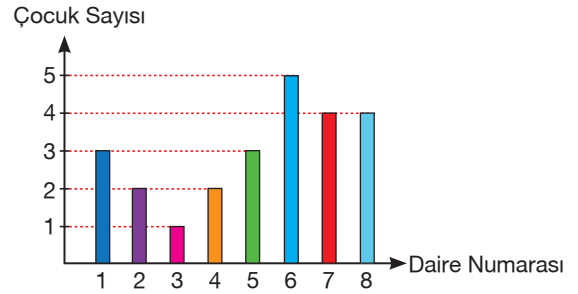
$$\text{Ortanca} = \frac{25 + 25}{2} = 25$$

Veri grubunun aritmetik ortalaması 55, tepe değeri 20 ve ortancası 25'tir. İlçedeki kaza sayıları ile ilgili yorum yapılırken tepe değerin ve ortancanın kullanılması uygun olmaz. Çünkü bu veri grubunun tepe değeri, veri grubundaki en küçük sayıya eşittir. Bu durum, ilçede az sayıda kaza yapıldığı sonucunu ortaya çıkarır. Ancak durum böyle değildir. İlçede çok fazla sayıda kaza yapılan aylar da vardır. Ortanca da veri grubundaki sayılara göre çok küçüktür. Kaza sayıları ile ilgili yorum yapılırken ortancanın kullanılması da yanıltıcı olacaktır. Buna göre en uygun olanı, yorum yaparken aritmetik ortalamayı kullanmaktır. Çünkü en doğru yorum, aritmetik ortalama kullanılarak yapılabilir.

Alıştırmalar

1. 8 dairelik bir apartmanda, her bir dairede yaşayan çocuk sayısı, yandaki sütun grafiğinde belirtilmiştir. Grafikteki çocuk sayılarını belirten verilerle bir veri grubu oluşturunuz. Veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulunuz.

Grafik: Apartmandaki Sekiz Dairede Yaşayan Çocuk Sayıları

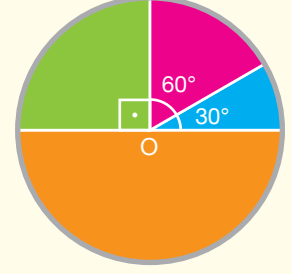


2. 30 000 TL, 30 000 TL, 30 000 TL, 30 000 TL, 40 000 TL, 40 000 TL, 40 000 TL, 40 000 TL, 40 000 TL, 40 000 TL, 35 000 TL, 35 000 TL, 37 000 TL, 38 000 TL, 38 000 TL

Bir şirkette çalışan 15 kişinin maaşları, yukarıdaki veri grubunda belirtilmiştir. Şirkete iş başvurusunda bulunan Haluk Bey, veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını hesapladı. Haluk Bey'in iş görüşmesinde hangi değeri dikkate alarak kendisi için bir maaş belirlemesi daha uygun olur? Sebebini açıklayınız.

Daire Grafiği

Kemal, Seda, Ergün ve Nevin yandaki gibi O merkezli bir daire oluşturdular. Kemal dairenin bir kısmını yeşile, Seda pembeye, Ergün maviye ve Nevin turuncuya boyadı. Öğrencilerin boyadığı alanların arasındaki ilişki nasıl bulunabilir? Açıklayınız.



Verilerin daire dilimleri ile gösterilmesi sonucu oluşan grafiğe, **daire grafiği** adı verilir. Daire grafiğinde bulunan daire dilimleri, her bir grubu belirten merkez açının ölçüsüne göre belirlenir.

Bir trendeki yolcuların gideceği şehirler ve bu şehirlere gidecek yolcu sayıları, yandaki tabloda belirtilmiştir. Tablodaki verilerle bir daire grafiği oluşturalım.

Tablo: Gidilecek şehirlere Göre
Trendeki Yolcu Sayıları

Gidilecek şehir	Yolcu Sayısı
Ankara	300
Eskişehir	200
Kocaeli	500
İstanbul	1000

Tabloya göre trende 300'ü Ankara'ya, 200'ü Eskişehir'e, 500'ü Kocaeli'ye ve 1000'i İstanbul'a gitmek üzere toplam $300 + 200 + 500 + 1000 = 2000$ yolcu vardır. Daire grafiğinde, trendeki 2000 yolcuyu yani yolcuların tamamını 360°lik açı temsil etmektedir. Buna göre oluşturacağımız daire grafiğinde, her bir şehre gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

- Trendeki 300 yolcu Ankara'ya gidecektir. Buna göre daire grafiğinde, Ankara'ya gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü orantı yardımıyla bulalım.

2000 yolcuyu	360° temsil ediyorsa
300 yolcuyu	x temsil eder.

Yolcu sayısı azaldıkça merkez açının ölçüsü de aynı oranda azalır. Buna göre yolcu sayısı ile merkez açının ölçüsü, doğru orantılıdır.

Orantı, $\frac{2000}{300} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{2000}{300} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 2000 \cdot x = 300 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{300^3}{2000^{20}} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{3}{20} \cdot 360^\circ = 54^\circ$$

Daire grafiğinde, Ankara'ya gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 54°'dir.

• Trendeki 200 yolcu Eskişehir'e gidecektir. Buna göre daire grafiğinde, Eskişehir'e gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

2000 yolcuyu	360° temsil ediyorsa
200 yolcuyu	x temsil eder.

Orantı, $\frac{2000}{200} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{2000}{200} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 2000 \cdot x = 200 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{200^1}{2000^{10}} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

Daire grafiğinde, Eskişehir'e gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 36°'dir.

• Trendeki 500 yolcu, Kocaeli'ye gidecektir. Buna göre daire grafiğinde, Kocaeli'ye gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

2000 yolcuyu	360° temsil ediyorsa
500 yolcuyu	x temsil eder.

Orantı, $\frac{2000}{500} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{2000}{500} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 2000 \cdot x = 500 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{500^1}{2000^4} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

Daire grafiğinde Kocaeli'ye gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 90°'dir.

• Trendeki 1000 yolcu, İstanbul'a gidecektir. Buna göre daire grafiğinde, İstanbul'a gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

2000 yolcu 360° temsil ediyorsa
1000 yolcu x temsil eder.

Orantı, $\frac{2000}{1000} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

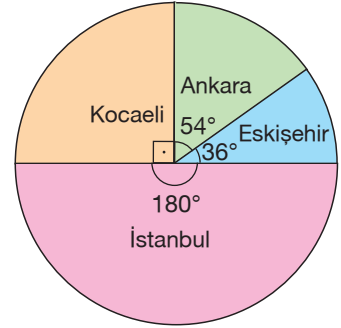
$$\frac{2000}{1000} \times \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 2000 \cdot x = 1000 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{1000^1}{2000^2} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

Daire grafiğinde, İstanbul'a gidecek yolcu sayısını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 180°'dir.

Ankara, Eskişehir, Kocaeli ve İstanbul'a gidecek yolcu sayılarını belirten merkez açıların ölçülerine göre oluşturulan daire grafiği yandaki gibi olabilir.



Bir bütünün parçalarını belirten veriler, daire grafiği ile gösterilir.

Örnek

Yandaki tabloda, bir tiyatro kursuna katılan kişilerin meslekleri ve her bir meslek grubundaki kişi sayısının, kurstaki toplam kişi sayısına oranının yüzde ifadeleri belirtilmiştir. Tablodaki verilerle bir daire grafiği oluşturunuz ve daire grafiğini yorumlayınız.

Tablo: Tiyatro Kursuna Katılan Kişilerin Mesleklerine Göre Dağılımı

Meslek	Oranı (%)
Akademisyen	%40
Öğretmen	%20
Doktor	%10
Mühendis	%30

Çözüm

Tabloya göre tiyatro kursuna katılanların tamamını %100 ifadesi temsil etmektedir. Buna göre daire grafiğinde, her bir meslek grubunun oranını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

• Kursa katılanların %40'ı akademisyendir. Buna göre daire grafiğinde, akademisyenlerin yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü orantı yardımıyla bulalım.

Kursa katılanların,

%100'ünü 360° temsil ediyorsa
%40'ını x temsil eder.

Yüzde ifadesinin değeri azaldıkça, merkez açının ölçüsü aynı oranda azalır. Buna göre yüzde ifadesinin değeri ile merkez açının ölçüsü doğru orantılıdır.

Orantı, $\frac{100}{40} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{40} \times \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 40 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{40^2}{100_5} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{720^\circ}{5} = 144^\circ$$

Daire grafiğinde, akademisyenlerin yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 144° dir.

• Kursa katılanların %20'si öğretmendir. Buna göre daire grafiğinde, öğretmenlerin yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

%100'ünü	360° temsil ediyorsa
%20'sini	x temsil eder.

Orantı, $\frac{100}{20} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{20} \times \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 20 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{20^1}{100_5} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

Daire grafiğinde, öğretmenlerin yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 72° dir.

• Kursa katılanların %10'u doktordur. Buna göre daire grafiğinde, doktorların yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

%100'ünü	360° temsil ediyorsa
%10'unu	x temsil eder.

Orantı, $\frac{100}{10} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{10} \times \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 10 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{10^1}{100_{10}} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

Daire grafiğinde, doktorların yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 36° dir.

• Kursa katılanların %30'u mühendistir. Buna göre daire grafiğinde, mühendislerin yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

%100'ünü	360° temsil ediyorsa
%30'unu	x temsil eder.

Orantı, $\frac{100}{30} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{30} \times \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 30 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{30^3}{100_{10}} \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{1080^\circ}{10} = 108^\circ$$

Daire grafiğinde, mühendislerin yüzdesini belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 108° 'dir.

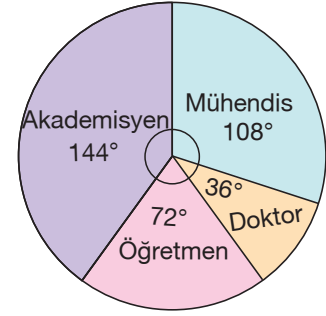
Daire grafiği, yandaki gibi oluşturulabilir. Grafikteki en büyük daire dilimi, akademisyenleri; en küçük daire dilimi ise doktorları belirtmektedir. Grafiğe göre kursa katılanlardan mesleği doktor olanlar diğerlerinden az, mesleği öğrenci olanlar diğerlerinden fazladır. Kursa katılan mühendislerin sayısı, doktorların sayısının 3 katıdır.

$$(108^\circ \div 36^\circ = 3)$$

Kursa katılan akademisyenlerin sayısı, öğretmenlerin sayısının 2 katıdır.

$$(144^\circ \div 72^\circ = 2)$$

Grafik: Tiyatro Kursuna Katılan Kişilerin Mesleklerine Göre Dağılımı

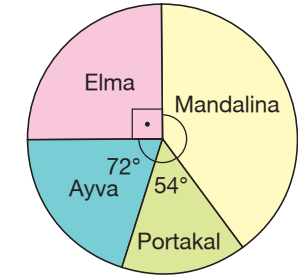


Örnek

Esin Hanım, bahçesindeki meyve ağaçlarının türleri ve sayılarıyla yandaki daire grafiğini oluşturdu. Bahçede 40 mandalina ağacı olduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Toplam kaç meyve ağacı vardır?
- Kaç portakal ağacı vardır?
- Kaç ayva ağacı vardır?
- Kaç elma ağacı vardır?

Grafik: Bahçedeki Meyve Ağaçlarının Türlerine Göre Dağılımı



Çözüm

Bir daire grafiğinde, daire dilimlerini belirten merkez açıların ölçüleri toplamı 360° 'dir. Buna göre mandalina ağaçlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

$$360^\circ - (90^\circ + 72^\circ + 54^\circ) = 360^\circ - 216^\circ = 144^\circ$$

Daire grafiğinde, mandalina ağaçlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 144° 'dir.

a. Bahçede 40 mandalina ağacı olduğuna göre toplam meyve ağacı sayısını orantı yardımıyla bulalım.

144°'lik açı	40 ağacı temsil ediyorsa
360°'lik açı	x ağacı temsil eder.

Orantı, $\frac{144^\circ}{360^\circ} = \frac{40}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{144^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{40}{x} \Rightarrow 144^\circ \cdot x = 40 \cdot 360^\circ$$

$$x = 40 \cdot \frac{360^\circ}{144^\circ}$$

$$x = 40 \cdot \frac{5}{2} = 100$$

Bahçede, toplam 100 meyve ağacı vardır.

b. Grafiğe göre portakal ağaçlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 54° 'dir. Buna göre bahçedeki portakal ağacı sayısını bulalım.

360°lik açı	100 ağacı temsil ediyorsa
54°lik açı	x ağacı temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{54^\circ} = \frac{100}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{54^\circ} = \frac{100}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 100 \cdot 54^\circ$$

$$x = 100 \cdot \frac{54^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 100 \cdot \frac{3}{20} = 15$$

Bahçede, 15 portakal ağacı vardır.

c. Grafiğe göre ayva ağaçlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 72°dir. Buna göre bahçedeki ayva ağacı sayısını bulalım.

360°lik açı	100 ağacı temsil ediyorsa
72°lik açı	x ağacı temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{72^\circ} = \frac{100}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{72^\circ} = \frac{100}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 100 \cdot 72^\circ$$

$$x = 100 \cdot \frac{72^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 100 \cdot \frac{1}{5} = 20$$

Bahçede, 20 ayva ağacı vardır.

ç. Grafiğe göre elma ağaçlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 90°dir. Buna göre bahçedeki elma ağacı sayısını bulalım.

360°lik açı	100 ağacı temsil ediyorsa
90°lik açı	x ağacı temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{90^\circ} = \frac{100}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{90^\circ} = \frac{100}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 100 \cdot 90^\circ$$

$$x = 100 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 100 \cdot \frac{1}{4} = 25$$

Bahçede, 25 elma ağacı vardır.

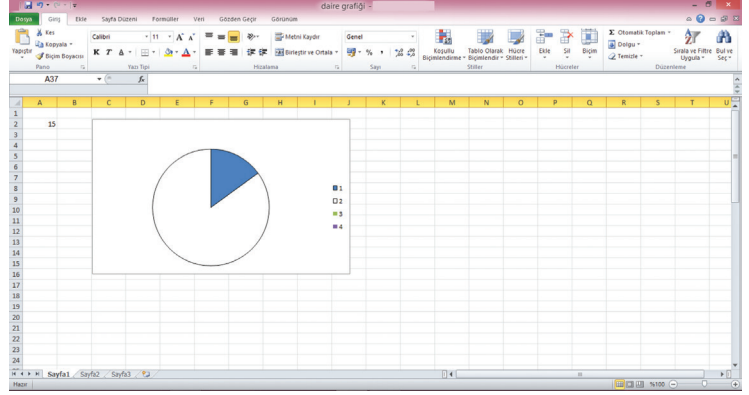
Elektronik tablola programı ile bir daire grafiğini %15, %20, %30 ve %35 şeklinde 4 dilime ayıralım.

İmleçle A1, A2, A3, A4 ve A5 hücrelerini seçelim. Sonra sırasıyla **Ekle** → **Pasta** → **2-B** pasta butonlarına basalım.

A2 hücresine 15 yazalım ve



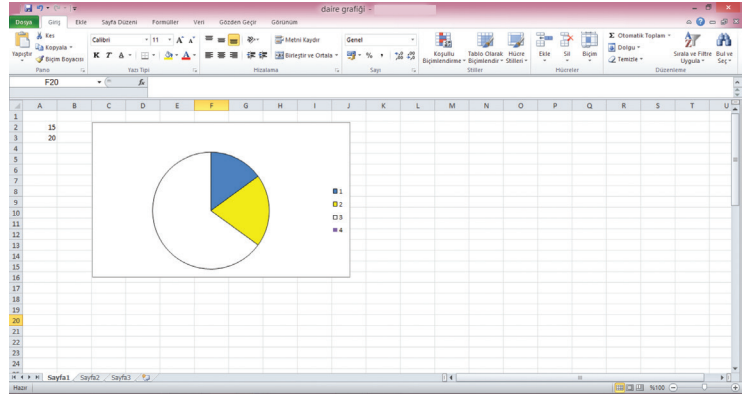
tuşuna basalım.



A3 hücresine 20 yazalım ve



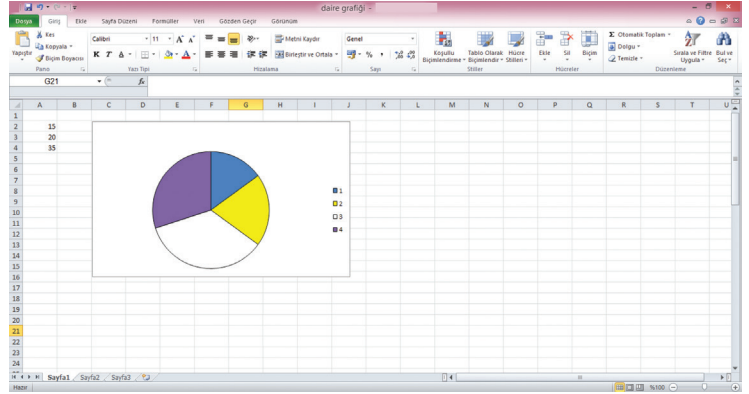
tuşuna basalım.



A4 hücresine 30 yazalım ve



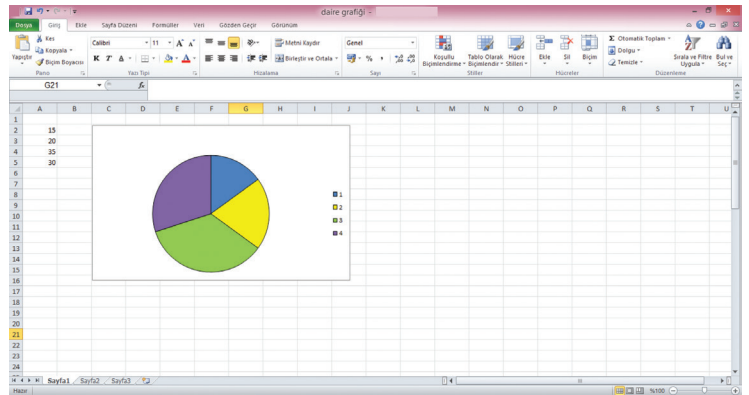
tuşuna basalım.



A5 hücresine 35 yazalım ve



tuşuna basalım.



Alıştırmalar

1. Yandaki tabloda, bir ailenin aylık harcamaları belirtilmiştir. Tablodaki verilerle bir daire grafiği oluşturunuz ve daire grafiğini yorumlayınız.

Tablo: Ailenin Harcamalarının
Harcama Türüne Göre
Tutarı

Harcama Türü	Tutarı (TL)
Gıda	10 000
Yakıt	2500
Kira	7500
Eğitim	5000
Diğer	5000

2. Bir kuru yemişçide satılan ürünler ve bu ürünlerin miktarının, satılan tüm ürünlerin miktarına oranının yüzde ifadesi ile yandaki tablo oluşturulmuştur. Tablodaki verilerle bir daire grafiği oluşturunuz ve daire grafiğini yorumlayınız.

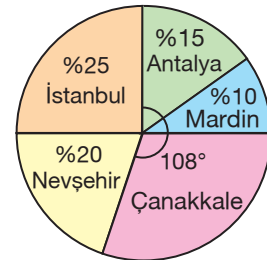
Tablo: Satılan Kuru Yemişlerin
Türlerine Göre Oranı

Kuru Yemiş Türü	Oranı (%)
Fındık	10
Fıstık	10
Çekirdek	20
Ceviz	5
Leblebi	35
Badem	20

3. Bir okulda, gezi için gidilecek şehrin seçilmesine yönelik anket hazırlanmıştır. Öğrencilerin seçtiği şehirler doğrultusunda yandaki daire grafiği oluşturulmuştur. Çanakkale şehrini seçen 120 öğrenci olduğuna göre aşağıda istenenleri yapınız.

- Her bir şehri belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulunuz.
- İstanbul'u seçen öğrenci sayısını bulunuz.
- Anket uygulanan öğrenci sayısını bulunuz.
- Öğrencilerin yüzde kaçının Çanakkale'yi seçtiğini bulunuz.
- Mardin'i seçen öğrenci sayısını bulunuz.
- Nevşehir'i seçen öğrenci sayısını bulunuz.

Grafik: Ankete Göre Öğrencilerin
Gezi İçin Tercih Ettikleri
Şehirlerin Dağılımı



Verilerin Farklı Gösterimleri

Bazı dergi ve gazetelerde, araştırma sonucu elde edilen veriler; daire, sütun veya çizgi grafikleri kullanılarak gösterilir.

Verilerin farklı biçimlerde gösterilmesinin sebebi ne olabilir? Açıklayınız.



Bir araştırmada, araştırma sorularına verilen cevaplarla elde edilen veriler, farklı gösterimlerle belirtilir. Örneğin verilerin değişimi çizgi grafiği ile bir bütünün parçaları da daire grafiği ile gösterilebilir. Var olan bir durumu belirtmek için ise sütun grafiği kullanılabilir.

Bir araştırmaya göre orman yangınlarının çıkış sebeplerinin %10'unu yıldırım, %15'ini kasıtlı girişim, %55'ini ihmal ve dikkatsizlik oluşturmaktadır. Diğer çıkış sebepleri ise bilinmemektedir. Araştırma sonucunda elde edilen verileri uygun bir grafikte gösterelim.



Çıkış sebebi yıldırım, kasıtlı girişim, ihmal ve dikkatsizlik olan orman yangınlarının oranı toplam, $\%(10 + 15 + 55) = \%80$ 'dir. O hâlde çıkış sebebi bilinmeyen orman yangınlarının oranı ise $\%(100 - 80) = \%20$ 'dir.

Orman yangınlarının çıkış sebepleri bir bütün olarak kabul edildiğinde her sebebin, bir bütünün parçaları olduğu görülür. Bu durumda verileri, daire grafiği ile göstermek daha uygun olacaktır.

Verileri, daire grafiğinde göstermek için daire grafiğindeki her bir daire dilimini belirten merkez açının ölçüsünü bulalım.

- Yangınların çıkış sebeplerinin tamamı yani %100'ünü, 360°'lik açı temsil etmektedir. Buna göre yıldırım sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

Orman yangınlarının,
%100'ünü 360° temsil ediyorsa
%10'unu x temsil eder.

Yıldırım sonucu çıkan orman yangınlarının yüzde ifadesinin değeri azaldıkça merkez açının ölçüsü aynı oranda azalmaktadır. Bu durumda yüzde ifadesinin değeri ile merkez açının ölçüsü doğru orantılıdır.

Orantı, $\frac{100}{10} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{10} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 10 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{10^1}{100_{10}} \cdot 360^\circ$$

$$x = 36^\circ$$

Yıldırım sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 36° 'dir.

- Kasıtlı girişim sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

%100'ünü 360° temsil ediyorsa

%15'ini x temsil eder.

Orantı, $\frac{100}{15} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{15} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 15 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{15^3}{100_{20}} \cdot 360^\circ$$

$$x = 54^\circ$$

Kasıtlı girişim sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 54° 'dir.

- İhmal ve dikkatsizlik sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

%100'ünü 360° temsil ediyorsa

%55'ini x temsil eder.

Orantı, $\frac{100}{55} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{55} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 55 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{55^{11}}{100_{20}} \cdot 360^\circ$$

$$x = 198^\circ$$

İhmal ve dikkatsizlik sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 198° 'dir.

- Bilinmeyen sebepler sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

%100'ünü 360° temsil ediyorsa

%20'sini x temsil eder.

Orantı, $\frac{100}{20} = \frac{360^\circ}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{100}{20} \cdot \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 20 \cdot 360^\circ$$

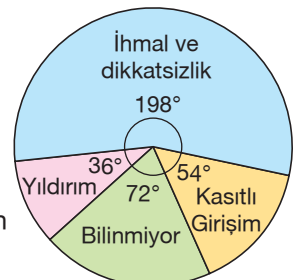
$$x = \frac{20^1}{100_5} \cdot 360^\circ$$

$$x = 72^\circ$$

Bilinmeyen sebepler sonucu çıkan orman yangınlarını belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü 72° 'dir.

Elde edilen merkez açı ölçülerine göre yandaki daire grafiği oluşturulabilir.

Grafik: Orman Yangınlarının Çıkış Sebeplerine Göre Dağılımı



Örnek

Bir beyaz eşya mağazasında 250 bulaşık makinesi, 500 buzdolabı, 1000 fırın ve 750 çamaşır makinesi bulunmaktadır. Mağazada bulunan bulaşık makinesi, buzdolabı, fırın ve çamaşır makinesi sayılarını uygun bir grafikte gösteriniz.

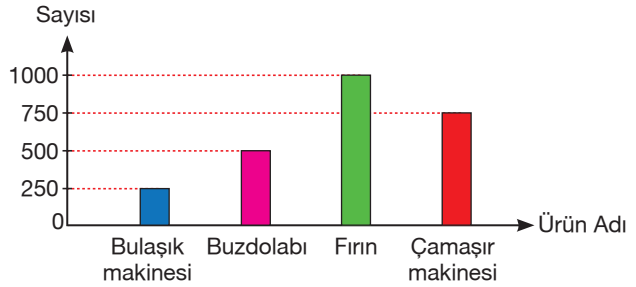
Çözüm

Mağazada bulaşık makinesi, buzdolabı, fırın ve çamaşır makinesi dışında beyaz eşyalar da olabilir. Bu durumda belirtilen beyaz eşyalar, bir bütünü temsil etmeyebilir. O hâlde verileri daire grafiği ile göstermek uygun olmaz. Veriler, bir beyaz eşyanın sayısındaki değişimi göstermediğinden verileri, çizgi grafiği ile göstermek de uygun olmayacaktır.

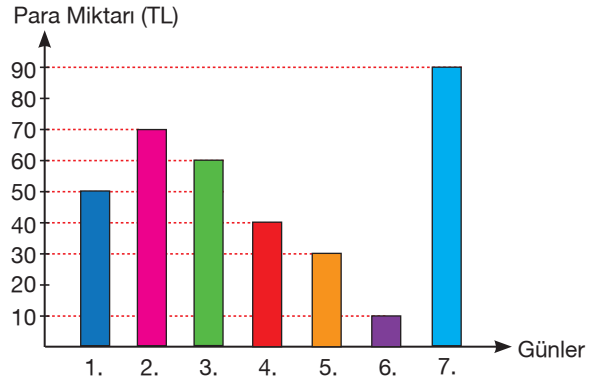
Bu durumda verileri sütun grafiği ile göstermek daha uygun olur. Veriler sütun grafiği ile aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Grafik: Mağazada Satılan Beyaz Eşya Sayıları



Grafik: Selim'in Kumbarasındaki Paraların 7 Gün Boyunca Günlere Göre Miktarları



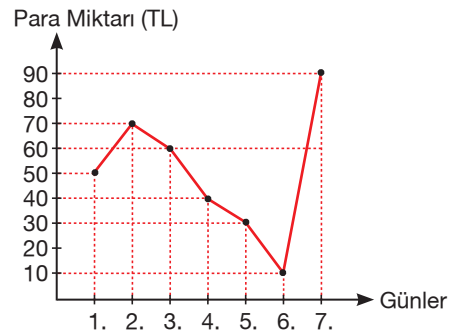
Örnek

Yandaki sütun grafiğinde, Selim'in kumbarasında 7 gün boyunca bulunan para miktarları belirtilmiştir. Tablodaki verileri uygun bir grafikte gösteriniz.

Çözüm

Sütun grafiğinde, Selim'in kumbarasında 7 gün boyunca bulunan para miktarı belirtildiğine göre grafik, para miktarlarındaki 7 günlük değişimi gösterecektir. Bu durumda sütun grafiğindeki verileri, çizgi grafiği ile göstermek uygun olur. Sütun grafiğindeki verilerle yandaki çizgi grafiği oluşturulabilir.

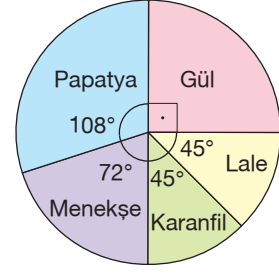
Grafik: Selim'in Kumbarasındaki Paraların 7 Gün Boyunca Günlere Göre Miktarları



Örnek

Yandaki daire grafiğinde, bir bahçede bulunan çiçekler belirtilmiştir. Bahçede toplam 2000 çiçek olduğuna göre daire grafiğindeki verileri, uygun başka bir grafikte gösteriniz.

Grafik: Bahçedeki Çiçeklerin Türlerine Göre Dağılımı



Çözüm

Grafiğe göre bahçedeki 2000 çiçeği temsil eden açı 360° 'dir. Buna göre daire grafiğindeki merkez açıları dikkate alarak bahçede her bir çiçekten kaç tane olduğunu belirleyelim.

- Grafiğe göre güllerin sayısını temsil eden merkez açı 90° 'dir.

360°'lik açı 2000 çiçeği temsil ediyorsa
90°'lik açı x çiçeği temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{90^\circ} = \frac{2000}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{90^\circ} \times \frac{2000}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 2000 \cdot 90^\circ$$

$$x = 2000 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 2000 \cdot \frac{1}{4} = 500$$

Bahçede, 500 gül vardır.

- Grafiğe göre menekşelerin sayısını temsil eden merkez açı 72° 'dir.

360°'lik açı 2000 çiçeği temsil ediyorsa
72°'lik açı x çiçeği temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{72^\circ} = \frac{2000}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{72^\circ} \times \frac{2000}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 2000 \cdot 72^\circ$$

$$x = 2000 \cdot \frac{72^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 2000 \cdot \frac{1}{5} = 400$$

Bahçede, 400 menekşe vardır.

- Grafiğe göre papatyaların sayısını temsil eden merkez açı 108° 'dir.

360°'lik açı 2000 çiçeği temsil ediyorsa
108°'lik açı x çiçeği temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{108^\circ} = \frac{2000}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{108^\circ} \times \frac{2000}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 2000 \cdot 108^\circ$$

$$x = 2000 \cdot \frac{108^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 2000 \cdot \frac{3}{10} = 600$$

Bahçede, 600 papatya vardır.

- Grafiğe göre karanfil ve lalelerin sayısını temsil eden merkez açılar 45° 'dir.

360° 'lik açı 2000 çiçeği temsil ediyorsa

45° 'lik açı x çiçeği temsil eder.

Orantı, $\frac{360^\circ}{45^\circ} = \frac{2000}{x}$ olarak yazılabilir.

$$\frac{360^\circ}{45^\circ} \cdot \frac{2000}{x} \Rightarrow 360^\circ \cdot x = 2000 \cdot 45^\circ$$

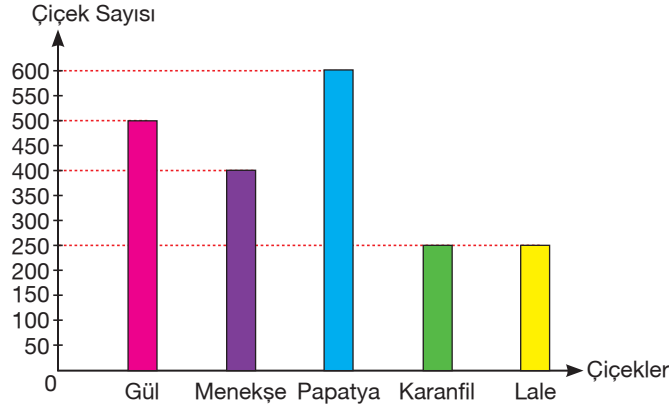
$$x = 2000 \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ}$$

$$x = 2000 \cdot \frac{1}{8} = 250$$

Bahçede, 250 karanfil ve 250 lale vardır.

Bahçede 500'ü gül, 400'ü menekşe, 600'ü papatya, 250'si karanfil ve 250'si lale olmak üzere toplam 2000 çiçek vardır. Verilen daire grafiği, bir çiçeğin sayısındaki değişimi belirtmediği için bu verilerle çizgi grafiği oluşturmak uygun olmaz. Verilerle aşağıdaki sütun grafiği oluşturulabilir.

Grafik: Bahçedeki Çiçeklerin Türlerine Göre Sayıları



Alıştırmalar

1. Melih'in kitaplığında 20'si roman, 40'ı hikâye, 80'i bilim kurgu ve 20'si tarih olmak üzere toplam 160 kitap vardır. Buna göre Melih'in kitaplığındaki kitap sayılarını, uygun bir grafikte gösteriniz.



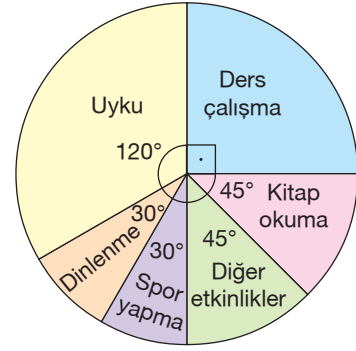
2.

120, 150, 120, 90, 180, 210

6 gün boyunca, bir su deposundaki günlük su miktarları litre birimi (L) ile yukarıda verilmiştir. Buna göre su miktarlarını, uygun bir grafikte gösteriniz.

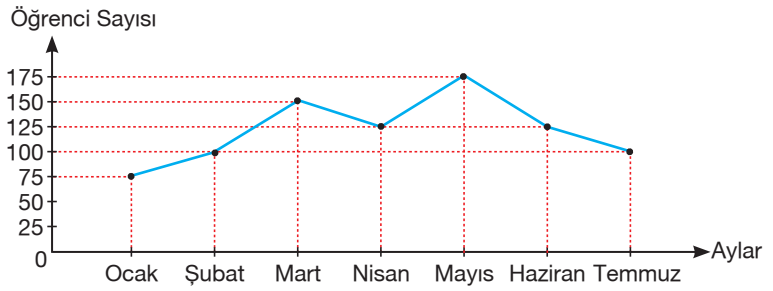
3. Yandaki daire grafiğinde, Merve'nin bir günlük etkinlikleri verilmiştir. Grafikteki verileri başka bir grafikte gösteriniz.

Grafik: Merve'nin Bir Günlük Etkinlikleri



4. Yandaki çizgi grafiğinde, 7 ay boyunca bir diksiyon kursuna kayıtlı olan toplam öğrenci sayıları verilmiştir. Çizgi grafiğindeki verileri, uygun olan başka bir grafikte gösteriniz.

Grafik: Diksiyon Kursundaki Öğrenciler



5. Yandaki tabloda, bir mağazadaki kazakların renkleri ve sayıları verilmiştir. Tablodaki verileri, uygun bir grafikte gösteriniz.

Tablo: Renklerine Göre Mağazadaki Kazak Sayısı

Kazak Rengi	Sayısı
Beyaz	120
Mavi	150
Yeşil	30
Pembe	90
Mor	60

6. Bir matbaadaki 1500 kolinin 300'ünün içinde beyaz, 400'ünün içinde sarı, 600'ünün içinde mavi, kalanlarının içinde ise kırmızı kâğıt vardır. Matbaadaki koli sayılarının içlerindeki kâğıtların renklerine göre dağılımını uygun olan bir grafikte gösteriniz.

7. Yandaki tabloda, bir şehirde üretilen fındık miktarının (ton) yıllara göre dağılımı belirtilmiştir. Tablodaki verileri, uygun olan bir grafikte gösteriniz.

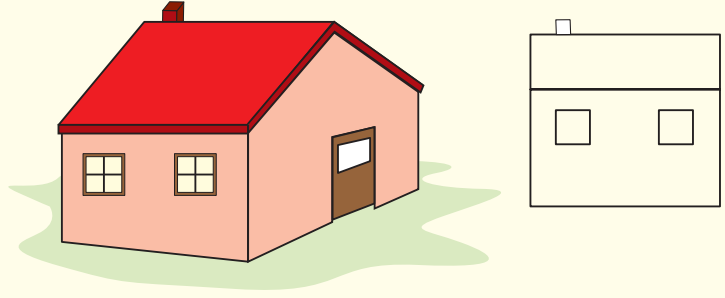
Tablo: Yıllara Göre Üretilen Fındık Miktarı

Yıllar	Fındık Miktarı (ton)
2012	3000
2013	2500
2014	4000
2015	1000
2016	3500
2017	3000
2018	4000

Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri

Mimarlar ve inşaat mühendisleri bir binayı inşa etmeden önce binanın görünümünün üç boyutlu ve iki boyutlu çizimini yaparlar.

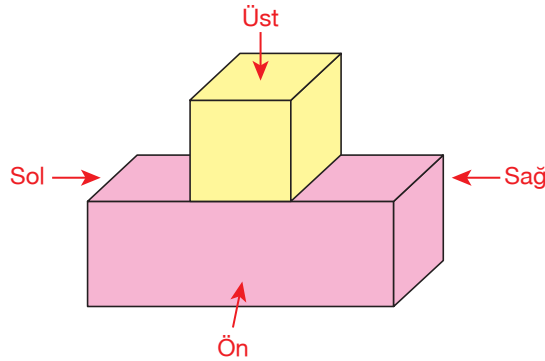
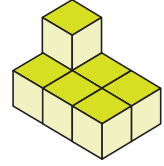
Mimarlar ve inşaat mühendisleri, çizimleri yaparken nelere dikkat ediyor olabilirler? Açıklayınız.



Etkinlik

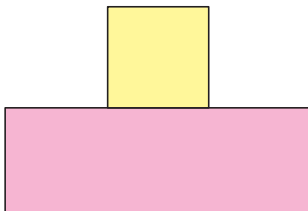
Araç Gereçler: eş küpler, izometrik kâğıt

- 7 eş küp alalım.
- Eş küplerle yandaki gibi bir yapı oluşturalım.
- ➔ Yapının görünümünü izometrik kâğıda çiziniz.
- ➔ Yapıya farklı yönden bakarak yapının iki boyutlu görünümelerini izometrik kâğıda çiziniz.
- ➔ Yaptığınız çizimler arasında farklılık var mıdır? Var ise sebebini açıklayınız.
- ➔ Bir yapının görünümü izometrik kâğıda çizilirken dikkat edilmesi gerekenleri belirten genel bir ifade yazınız. Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

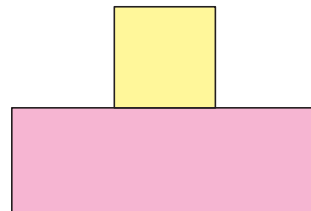


Kare prizma ve küp kullanılarak oluşturulan yukarıdaki yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümelerini çizelim.

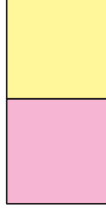
Önden görünüm



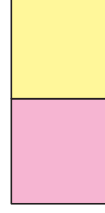
Arkadan görünüm



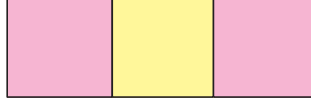
Sağdan görünüm



Soldan görünüm



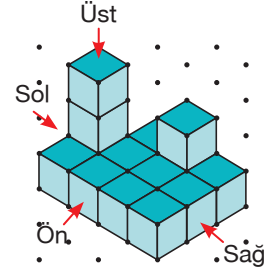
Üstten görünüm



Eş küplerle oluşturulan bir yapının bir yönden iki boyutlu görünümünün çizimi yapılırken önce yapıya belirtilen yönden bakılır. Sonra görülen birim kareler çizilir.

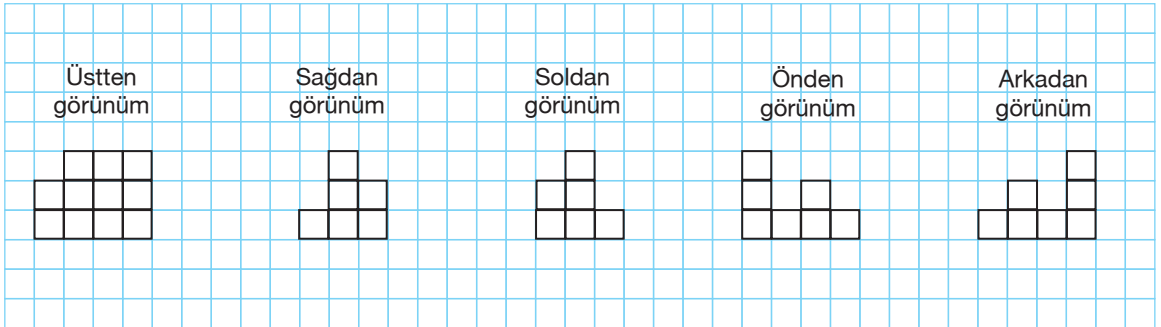
Örnek

Eş küplerle oluşturulmuş izometrik kâğıtta verilen yandaki yapının üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümelerini kareli kâğıda çiziniz.



Çözüm

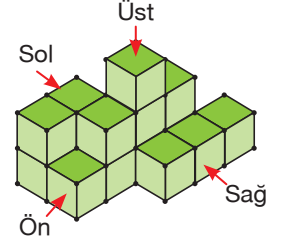
Yapının üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümü aşağıdaki kareli kâğıttaki gibidir.



Bir yapının ön ve arkadan görünümü ile sağ ve soldan görünümü birbirinin simetriğidir.

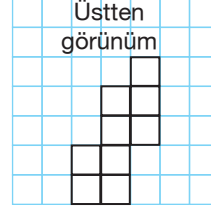
Örnek

Eş küplerle oluşturulmuş yandaki yapının üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çiziniz. Çizdiğiniz görünümlerden simetrik olanları belirleyiniz.

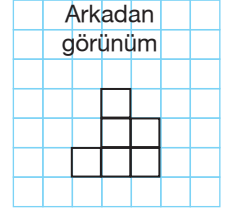
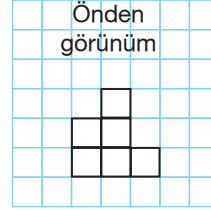


Çözüm

Yapının önce üstten iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizelim.

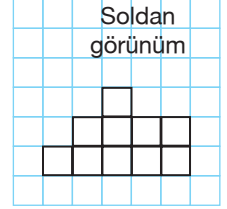
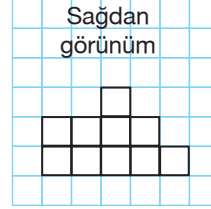


Yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizelim.



Yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümü, birbirinin simetriğidir.

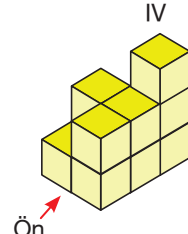
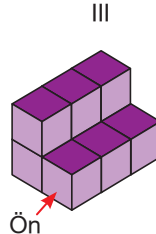
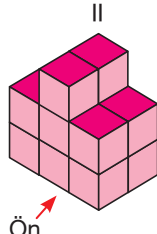
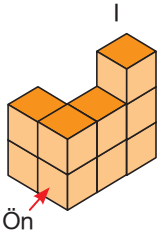
Yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizelim.



Yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümü, birbirinin simetriğidir.

Belirli bir yönden görünümü aynı olan farklı yapılar olabilir.

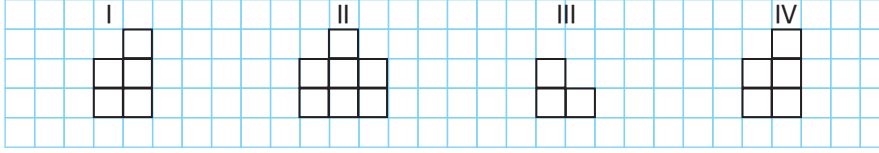
Örnek



Eş küplerle oluşturulmuş yukarıdaki yapılardan, önden iki boyutlu görünümü aynı olanları bulunuz.

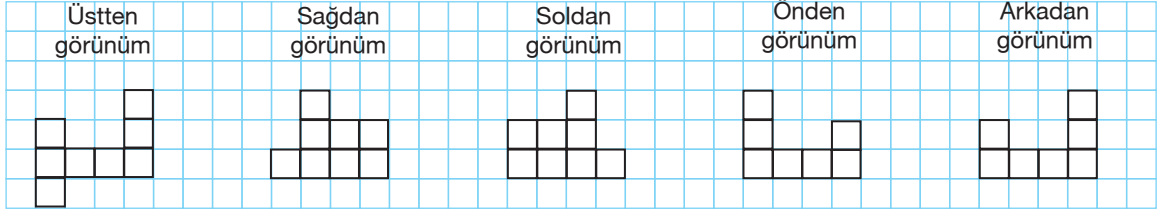
Çözüm

Yapıların önden iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizelim.



I ve IV numaralı yapıların önden iki boyutlu görünüşleri aynıdır.

Örnek

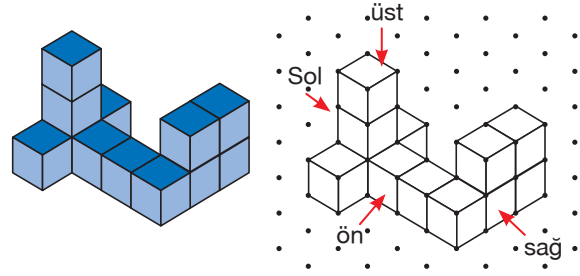


Üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünüşleri kareli kâğıtta verilen yapıyı eş küplerle oluşturunuz. Yapının görünümünü izometrik kâğıda çiziniz.

Çözüm

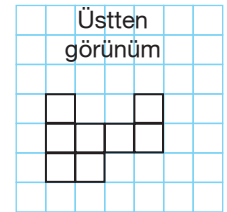
Üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünüşleri verilen eş küplerle oluşturulan yapı yandaki gibi olabilir.

Yapının izometrik kâğıda çizimi, yapının yanından verilmiştir.



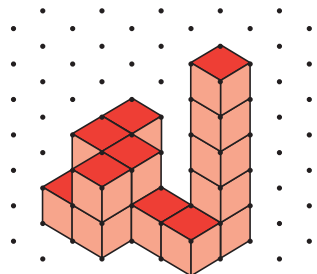
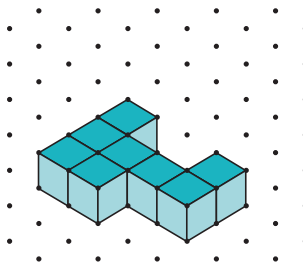
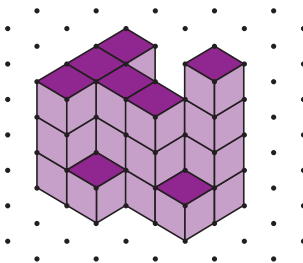
Örnek

Üstten iki boyutlu görünümü yandaki gibi olan ve eş küplerle oluşturulan üç farklı yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.



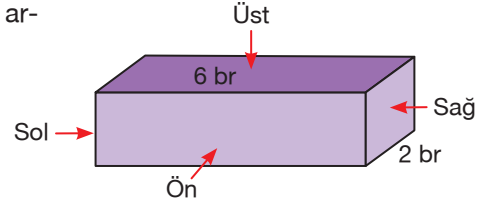
Çözüm

Eş küplerle oluşturulan ve üstten iki boyutlu görünümü kareli kâğıtta verilen üç farklı yapının çizimi aşağıdaki gibi olabilir.

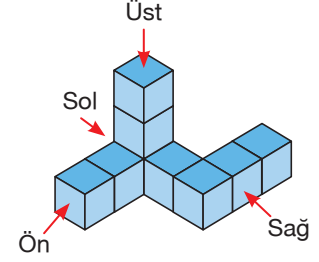


Alıştırımlar

1. Yandaki kare prizmanın üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çiziniz.



2. Eş küplerle oluşturulmuş yandaki yapının üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çiziniz. Çizdiğiniz görünümlerden simetrik olanları belirleyiniz.



3. Üstten Görünüm



- Sağdan ve Soldan Görünüm



- Önden ve Arkadan Görünüm

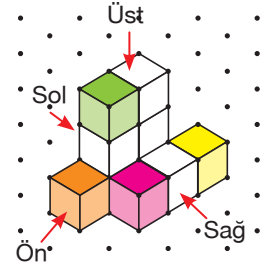


Üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü verilen geometrik cismi belirleyiniz.

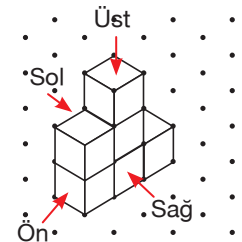
4. Eş küplerle sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü verilen yapıyı oluşturunuz. Oluşturduğunuz yapıyı, izometrik kâğıda çiziniz.

Sağdan görünüm	Soldan görünüm	Önden görünüm	Arkadan görünüm

5. Yandaki izometrik kâğıtta bir yapının görünümü çizilmiştir. Buna göre yapıdan hangi renkli eş küp çıkarılırsa yapının sağdan iki boyutlu görünümü değişmez?



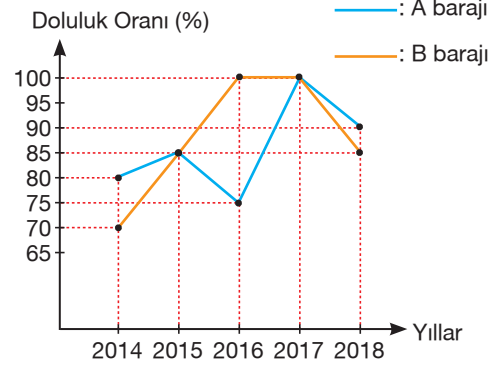
6. Yandaki izometrik kâğıtta çizimi verilen yapının sağdan iki boyutlu görünümünü çiziniz.



1. Yandaki çizgi grafiğinde, iki farklı barajın, her yılın ocak ayındaki doluluk oranları verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Hangi yıllarda barajların doluluk oranları eşittir?
- 2016 yılında B ile A barajlarının doluluk oranları arasındaki fark yüzde kaçtır?
- A barajının doluluk oranı, hangi yıl en yüksek seviyededir?
- B barajının doluluk oranı, hangi yıl en düşük seviyededir?

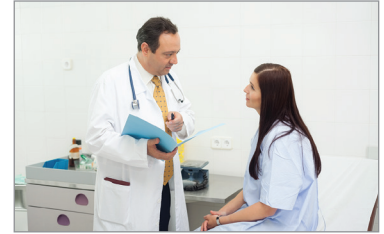
Grafik: Yıllara Göre A ve B Barajlarının Doluluk Oranları



2.

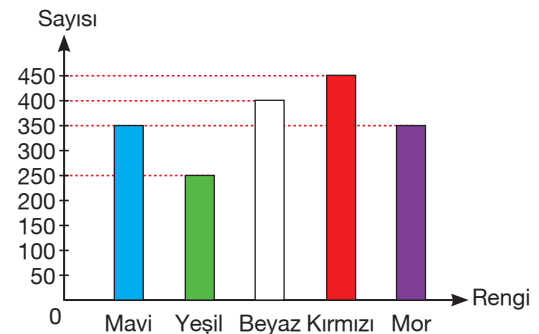
18, 20, 40, 42, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 87, 88, 89, 90, 91, 100, 100, 100, 100

Bir sağlık merkezinde, günlük en fazla 100 hasta muayene edilmektedir. Sağlık merkezinde 19 gün boyunca günlük muayene edilen hasta sayıları, sırasıyla yukarıda verilmiştir. Sağlık merkezinde muayene edilen hasta sayıları değerlendirilirken veri grubunun aritmetik ortalaması, tepe değeri ve ortancasından hangisinin kullanılması daha uygun olur? Nedenini açıklayınız.



3. Yandaki sütun grafiğinde, bir kırtasiyedeki silgilerin renkleri ve sayıları belirtilmiştir. Grafikteki verileri, uygun olan başka bir grafikte gösteriniz.

Grafik: Kırtasiyedeki Silgilerin Renklerine Göre Sayıları



4.

120, 110, 105, 85, 80, 140, 120, 135, 150, 50, 120, 110, 100, 100, 110

15 gün boyunca yapılan fidan dikme kampanyasında öğrencilerin günlük diktiği fidan sayıları, yukarıdaki kutucukta verilmiştir. Fidan sayıları ile oluşturulan bir veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve ortancasını bulunuz.

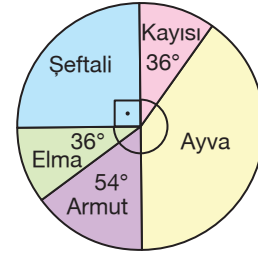


5. Bir tarlada üretilen ürünlerin %25'i buğday, %40'ı arpa, %10'u mısır, kalanı da çavdardır. Tarlada üretilen ürünleri belirten bir daire grafiği oluşturunuz ve daire grafiğini yorumlayınız.

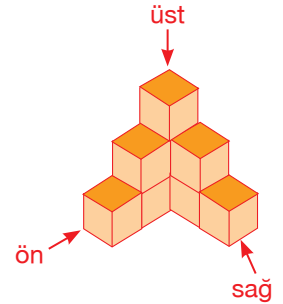
6. Yandaki daire grafiğinde, bir bahçede bulunan meyve ağaçları belirtilmiştir. Bahçede toplam 400 ağaç olduğuna göre;

- Kaç şeftali ağacı vardır?
- Ayva ağaçlarının sayısı, tüm ağaçların sayısının yüzde kaçıdır?
- Kaç armut ağacı vardır?
- Ayva ile kayısı ağaçlarının sayıları oranı kaçtır?

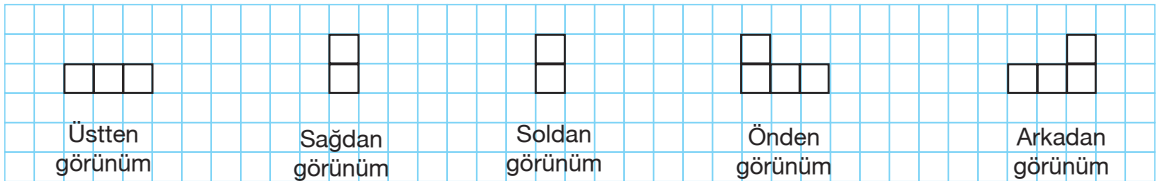
Grafik: Bahçedeki Meyve Ağaçlarının Türlerine Göre Dağılımı



7. Yandaki yapının üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çiziniz. Çizimlerden simetrik olanları belirleyiniz.



8.



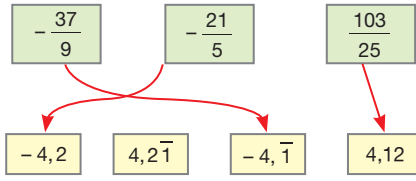
Üstten, sağdan, soldan, önden ve arkadan iki boyutlu görünümünü yukarıdaki kareli kâğıtta verilen yapıyı oluşturunuz. Oluşturduğunuz yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.

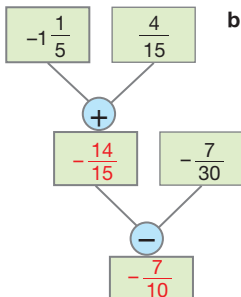
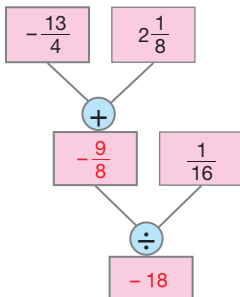
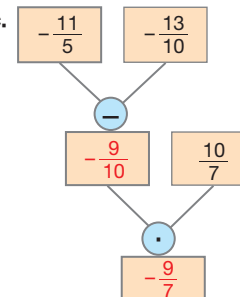
CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. $(+6) - (-3) = +9$ 2. **D** $(-8) \cdot (-1) = +8$ **Y** $(+6) \div (-2) = +3$ **D** $6 + 8 + (-6) = +8$ 3. -64
Y $[(-6) - (-5)] + (-2) = -1$ **Y** $(+8) + (-2) = +10$ **Y** $\frac{-34}{-17} = -2$ 4. Sırasıyla; +, -, +, -, +, +, +, -
Y $|-3| - (-6) = -18$ **D** $(+7) - (-2) = +9$ **D** $(+28) + (-7) = +21$
5. **B** 6. -28 7. $+5^\circ\text{C}$ 8. **A**

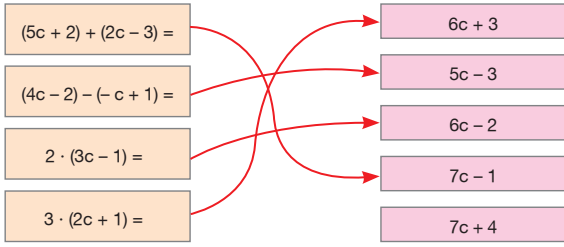
2. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. $-6\frac{7}{9}$ 2. $\frac{-7}{5} = \frac{7}{-5} = -\frac{7}{5}$ 3. 
4. Tablo: Rasyonel Sayılar
- | Rasyonel Sayı | Ondalık Gösterim |
|-----------------|-------------------|
| $\frac{23}{11}$ | $2,0\overline{9}$ |
| $\frac{17}{3}$ | $5,6\overline{}$ |
| $\frac{63}{20}$ | $3,15$ |
| $\frac{11}{6}$ | $1,8\overline{3}$ |
| $\frac{2}{25}$ | $0,08$ |
5. $-2\frac{3}{5} < -\frac{13}{8} < -0,12$ 6. a. $-0,2 < \frac{3}{121}$ b. $-\frac{6}{11} < -\frac{21}{44}$ c. $\frac{21}{8} > 2\frac{2}{5}$
ç. $\frac{5}{6} > -\frac{2}{7}$ d. $-\frac{3}{2} < -\frac{1}{6}$ e. $-7\frac{1}{8} > -13,25$
f. $\frac{1}{3} < \frac{4}{9}$ g. $-\frac{13}{14} < -\frac{49}{79}$ ğ. $-0,46 < -0,4\overline{3}$
7. $\frac{10}{13} > -\frac{2}{5} > -\frac{4}{7} > -\frac{8}{11}$ 8. a. $-\frac{29}{15}$ b. $\frac{7}{5}$ c. $\frac{3}{2}$ ç. $\frac{9}{31}$ d. $-\frac{61}{20}$ e. $\frac{9}{25}$ f. $-\frac{1}{64}$
9. a. Toplama işleminin değişme özelliği b. Çarpma işleminin değişme özelliği c. Toplama işleminin birleşme özelliği
ç. Çarpma işleminin birleşme özelliği d. Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılıma özelliği
e. Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılıma özelliği f. Toplama işleminin etkisiz eleman özelliği
g. Çarpma işleminin yutan eleman özelliği

10. a.  b.  c. 
11. $\frac{2}{11}$ 12. **D** 13. -1
14. **A** 15. $\frac{58}{25}$ 16. 24

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1.



2. $12a - 18$

3. a. $4n + 2$

4. $18 + 2n$

b. 102

38

c. 200

5. $2n - 2$

6. D

7. A

8. a. $2y + 9 = y + 18$

b. $2y + 21 = y + 30$

c. $2y + 10 = y + 19$

ç. $y + 9 = 18$

d. $2y + 1 = y + 10$

9. a. $\frac{x}{2} + 3 = 40\,000$

b. $10 \cdot (x - 2) = 20$

c. $3 \cdot (x + 5) = 63$

ç. $7x - 20 = 260$

d. $-6x + 5 = -295$

e. $-7 \cdot (x - 3) = -7$

10. C

11. B

12. 7

13. a. $x - 8 = 7$

$x - 8 + 8 = 7 + 8$

$x = 15$

b. $3b + 4 = 11$

$3b + 4 - 4 = 11 - 4$

$\frac{3b}{3} = \frac{7}{3}$

$b = \frac{7}{3}$

c. $2 \cdot (a - 3) = 22$

$2a - 6 = 22$

$2a - 6 + 6 = 22 + 6$

$\frac{2a}{2} = \frac{28}{2}$

$a = 14$

ç. $5 \cdot (x + 1) = 15$

$5x + 5 = 15$

$5x + 5 - 5 = 15 - 5$

$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$

$x = 2$

d. $3 \cdot (x - 1) = 2 \cdot (x + 3)$

$3x - 3 = 2x + 6$

$3x - 3 + 3 = 2x + 6 + 3$

$3x = 2x + 9$

$3x - 2x = 2x + 9 - 2x$

$x = 9$

e. $8x - 11 = 3x + 44$

$8x - 11 + 11 = 3x + 44 + 11$

$8x = 3x + 55$

$8x - 3x = 3x + 55 - 3x$

$\frac{5x}{5} = \frac{55}{5}$

$x = 11$

f. $8y + 3 = -5$

$8y + 3 - 3 = -5 - 3$

$\frac{8y}{8} = \frac{-8}{8}$

$y = -1$

g. $11x = -22$

$\frac{11x}{11} = \frac{-22}{11}$

$x = -2$

14. 5

15. 20

16. $15 = 2(x + 10) - 29$

17. a. -5

b. 13

c. -55

ç. 10

d. 4

18. a. $8 + 4 = 9 + 3$

$8 + 4 + (-2) \stackrel{?}{=} 9 + 3 + (-2)$

$12 + (-2) \stackrel{?}{=} 12 + (-2)$

$10 = 10$

Eşitlik korunur.

b. $9 - 5 = 13 - 9$

$9 - 5 - 8 \stackrel{?}{=} 13 - 9 + 8$

$4 - 8 \stackrel{?}{=} 4 + 8$

$-4 \neq 12$

Eşitlik korunmaz.

c. $11 + 13 = 10 + 14$

$-5 \cdot (11 + 13) \stackrel{?}{=} -5 \cdot (10 + 14)$

$-5 \cdot 24 \stackrel{?}{=} -5 \cdot 24$

$-120 = -120$

Eşitlik korunur.

ç. $14 + 28 = 35 + 7$

$\frac{14 + 28}{7} \stackrel{?}{=} \frac{35 + 7}{7}$

$\frac{14}{7} + \frac{28}{7} \stackrel{?}{=} \frac{35}{7} + \frac{7}{7}$

$2 + 4 \stackrel{?}{=} 5 + 1$

$6 = 6$

Eşitlik korunur.

19. $|AB| = 11$ cm

$|BC| = 14$ cm

$|AC| = 16$ cm

20. 130°

21. 19

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. 156 2. 240 3. Geçen gün sayısı ile simitçinin sattığı simit sayısı orantılıdır.
4. Semih'in oynadığı maç sayısı ile kazandığı sayılar orantılı değildir.

5. Tablo: Tırın Taşıdığı Odunlar

Sefer Sayısı	Odunun Kütlesi (ton)
1 · 1 = 1	40 · 1 = 40
1 · 2 = 2	40 · 2 = 80
1 · 3 = 3	40 · 3 = 120
1 · 4 = 4	40 · 4 = 160
⋮	⋮

6. Tablo: Aslanların Tükettiği Et

Geçen Gün Sayısı	Tüketilen Et Miktarı (kg)
1	80
2	160
3	240
4	320
5	400
⋮	⋮

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sefer Sayısı: } x \\ \text{Odunun Ağırlığı (ton): } y \end{array} \right\} \frac{x}{y} = \frac{1}{40} \text{ veya } y = 40x$$

$$\frac{\text{Geçen Gün Sayısı}}{\text{Tüketilen Et Miktarı}} = \frac{1}{80} = \frac{2}{160} = \frac{3}{240} = \frac{4}{320} = \frac{5}{400}$$

$$\text{Orantı sabiti: } \frac{1}{80}$$

Aslanların tükettiği toplam et miktarı hesaplanırken geçen gün sayısı 80 ile çarpılır.

7. D 8. A 9. 35 ile 15 10. B 11. a ile b değişkenleri ters orantılıdır. Çarpımları her durumda 105'tir.

12. 37,5 m 13. 156,06

14. **D** 3000 TL'nin %160'ı, 4800 TL'dir.

- Y** 800 kalemin %13'ü, 114 kalemdir.

- Y** %15'i 24 kg olan etin tamamı 180 kg'dır.

- Y** 18 000 m'nin %0,06'sı, 3000 m'dir.

- D** %250'si 350 olan sayı, 140'tır.

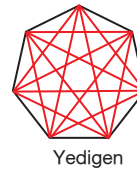
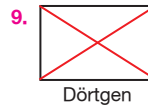
- D** 20 sayısı, 25'in %80'idir.

15. 50 000 16. %30 17. 36

5. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. D 2. $x = 45^\circ$ $y = 50^\circ$ $z = 40^\circ$ 3. m ile n doğruları paralel değildir. 4. C

5. 175° 6. 900° 7. 360° 8. C



10. 50°

11. D

12. a. Y

13. 24

14. 42

15. 64

16. 88 cm

b. D

c. Y

ç. Y

d. D

e. D

17. a. 90°

18. 300

19. C

20. Tablo: Daireler

21. 150°

b. 100°

c. 110°

ç. 292°

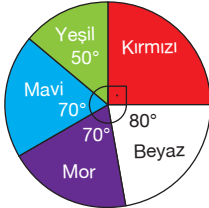
Yarıçap Uzunluğu (cm)	Alanı (cm^2)
4	48
6	108
7	147
10	300
8	192

6. ÜNİTE DEĞERLENDİRMESİ

1. a. 2015, 2017 b. %25 c. 2017 ç. 2014

2. Veri grubundaki sayıların birçoğu ortada kümelenmiş olduğundan sağlık merkezinde muayene edilen hasta sayılarını değerlendirirken ortancayı (87) kullanmak daha uygun olur.

3. Grafik: Kırtasiyedeki Silgilerin
Renklerine Göre Dağılımı

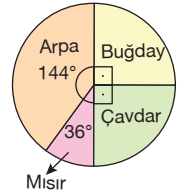


Grafik: Kırtasiyedeki Silgilerin
Renkleri ve Sayıları

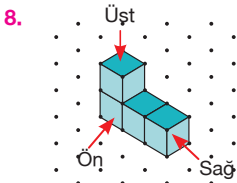
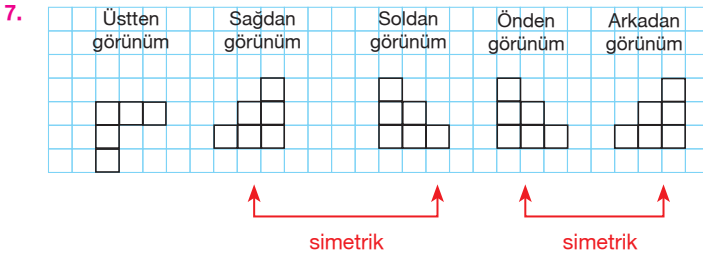
Rengi	Sayısı
Mavi	350
Yeşil	250
Beyaz	400
Kırmızı	450
Mor	350

4. Aritmetik ortalama: 109
Tepe değeri: 110, 120
Ortanca: 110

5.



6. a. 100 b. %40 c. 60 ç. 4





1. PROJE ALTIN ORAN

İçerik	Süre	Beklenen Beceriler	Araç Gereçler	Değerlendirme
Oran ve Orantı Yüzdele	3 ay	• Eleştirel düşünme • Akıl yürütme • Araştırma yapma • İletişim • İlişkilendirme	• Hesap makinesi • Bilgisayar • Makas • Karton • Yapıştırıcı • Cetvel • Mezura	Dereceli puanlama anahtarı

Bu projede sizden altın oranı araştırmanız, hayattaki örneklerini belirlemeniz, bilim insanlarının altın oran ile ilgili görüşlerini ifade etmeniz ve altın oranın önemini ortaya koymanız beklenmektedir.

Bu projeyi gerçekleştirirken aşağıdaki aşamalara uyunuz.

Hazırlık

1. Aynı projeyi yapacak olan arkadaşlarınızla grup oluşturunuz.
2. Araştırmanızı yapacağınız kurum ve kuruluşlar ile ilgili kaynakları belirleyiniz.
3. Arkadaşlarınızla görev dağılımı yapınız.
4. Projeyi zamanında tamamlayabilmek için zaman-ış takvimi yapınız.

Uygulama

1. Altın oranın neden “oran” sözcüğü ile ifade edildiğini araştırınız.
2. Bilim insanlarının altın oran ile ilgili görüşlerini araştırınız ve bu görüşleri derleyiniz.
3. İnsanların hangi ölçülerinde altın oranın bulunduğunu belirleyiniz.
4. Kendi vücudunuz ölçülerinizi belirleyerek sizde altın oranın mevcut olup olmadığını belirleyiniz. Altın oranı ifade eden görselleri toplayınız.
5. Hangi bitkilerin ölçülerinde altın oranın bulunduğunu belirleyiniz. Altın oran bulunan bitkilerin görsellerini toplayınız. Gerekli hesaplamaları yaparak altın oranı bulunuz.
6. Hangi hayvanların ölçülerinde altın oranın bulunduğunu belirleyiniz. İlgili görselleri toplayınız. Gerekli hesaplamaları yaparak altın oranı bulunuz.
7. Hangi yapıların ölçülerinde altın oranın bulunduğunu belirleyiniz. İlgili görselleri toplayınız. Gerekli hesaplamaları yaparak altın oranı bulunuz.
8. Hangi eserlerde altın oranın bulunduğunu belirleyiniz. İlgili görselleri toplayınız. Gerekli hesaplamaları yaparak altın oranı bulunuz.
9. Belirtilen alanlardan başka alanlarda altın oranın bulunup bulunmadığını belirleyiniz. İlgili görselleri toplayınız.
10. Altın oranı kaç olarak buldunuz?
11. Çevrenizde, altın oranın bulunmasını istediğiniz ölçüler var ise belirtiniz. Nedenini açıklayınız.
12. Bilim insanlarının görüşlerini de dikkate alarak altın oranın insan hayatını kolaylaştırıp kolaylaştırmadığını, hayata güzellik katıp katmadığını belirtiniz.

Sunum Aşaması

1. Araştırmanızı raporlaştırınız.
2. Elde ettiğiniz görselleri ve araştırmanızdaki bazı bilgileri kullanarak bir poster oluşturunuz.
3. Öğretmeninize danışarak sunumunuzu nasıl yapacağınıza karar veriniz.
4. Sunumunuzu yapınız.



2. PROJE ŞEHİRİMİZİ TANIYALIM

İçerik	Süre	Beklenen Beceriler	Araç Gereçler	Değerlendirme
Veri İşleme	3 ay	• Araştırma yapma • İletişim • İlişkilendirme • Akıl yürütme	• Hesap makinesi • Bilgisayar • Kitap, dergi, gazete gibi kaynaklar • Makas • Karton • Yapıştırıcı	Dereceli puanlama anahtarı

Bu projede sizden yaşadığınız şehirdeki kültür, geçim kaynakları, tarihî yapılar, nüfus gibi bazı sayısal değerleri, planlamaları, değişimleri belirlemeniz ve bazı değerleri uygun gösterimlerle belirtmeniz beklenmektedir. Bu projeyi gerçekleştirirken aşağıdaki aşamalara uyunuz.

Hazırlık

1. Aynı projeyi yapacak olan arkadaşlarınızla grup oluşturunuz.
2. Araştırmanızı yapacağınız ilgili kaynakları ve kurum, kuruluşları belirleyiniz.
3. Arkadaşlarınızla görev dağılımı yapınız.
4. Projeyi zamanında tamamlayabilmek için zaman-ış takvimi yapınız.

Uygulama

1. Şehrinizdeki ilçeleri belirleyiniz. İlçelerin, sizin bulunduğunuz yerleşim alanına olan uzaklıklarını belirleyiniz ve not ediniz.
2. Not ettiğiniz uzunluklarla bir veri grubu oluşturunuz. Veri grubundaki verileri uygun gösterimlerle belirtiniz.
3. İlçeler ile ilgili görselleri ve bilgileri araştırınız.
4. Şehrinizin 10 günlük ortalama hava sıcaklıklarını belirleyiniz.
5. Belirlediğiniz hava sıcaklıkları ile bir veri grubu oluşturunuz. Veri grubundaki verileri uygun gösterimlerle belirtiniz ve seçtiğiniz gösterimi neden seçtiğinizi açıklayınız.
6. Şehrinizdeki hava olaylarını belirten görselleri toplayınız ve bilgileri araştırınız.
7. Yaşadığınız ilçenin yıllık bütçesini araştırınız. Yıllık bütçesindeki harcama alanlarını belirleyerek alanları ve harcama tutarını not ediniz.
8. Not ettiğiniz değerlerle bir veri grubu oluşturunuz.
9. Veri grubundaki verileri uygun bir gösterimle belirtiniz ve seçtiğiniz gösterimi neden seçtiğinizi açıklayınız.
10. Harcama alanları ile ilgili görselleri toplayınız.
11. Şehrinizde bir ay boyunca meydana gelen günlük trafik kazası sayılarını araştırınız ve not ediniz.
12. Not ettiğiniz sayılarla bir veri grubu oluşturunuz.
13. Veri grubunun aritmetik ortalamasını, tepe değer ve ortanca değerini bulunuz.
14. Şehirde 1 ay boyunca meydana gelen günlük kaza sayıları yorumlanırken aritmetik ortalama, tepe değer ve ortanca değerinden hangisinin daha kullanışlı olduğunu belirleyiniz. Nedenini açıklayınız.
15. Şehrinizde meydana gelen trafik kazaları ile ilgili görselleri toplayınız ve bilgileri araştırınız.
16. Şehrinizde ve yaşadığınız ilçedeki sorunları araştırarak bu sorunlara çözüm önerileri getiriniz.

Sunum Aşaması

1. Araştırmanızı raporlaştırınız.
2. Elde ettiğiniz görselleri ve araştırmanızdaki bazı bilgileri kullanarak bir poster oluşturunuz.
3. Öğretmeninize danışarak sunumunuzu nasıl yapacağınıza karar veriniz.
4. Sunumunuzu yapınız.

PROBLEM ÇÖZME BECERİLERİNİ DEĞERLENDİRME FORMU

Adı ve Soyadı :

Sınıfı :

No. :

Problem çözme çalışmalarından sonra aşağıdaki ölçütlere göre çalışmanızı değerlendirebilirsiniz.
Verilen ölçütlere göre uygun gördüğünüz kutuyu (x) ile işaretleyiniz.

ÖLÇÜTLER	DERECELER			
	Nadiren	Bazen	Sık sık	Her zaman
	1	2	3	4
1. Problemi anlayabiliyorum.				
2. Problem çözme stratejilerini kullanabiliyorum.				
3. Problemi çözebiliyorum.				
4. Sonucun doğruluğunu kontrol ediyorum.				
5. Problem çözümünü analiz ediyorum.				
6. Problem kurabiliyorum.				
7. Problemi genişletebiliyorum.				
8. Problemi çözmek için çaba harcıyorum.				
9. Problem çözmede kendime güveniyorum.				
10. Problem çözmeyi seviyorum.				

YORUMLAR VE ÖNERİLER

.....

.....

.....

.....

ÖZ DEĞERLENDİRME FORMU

Adı ve Soyadı :

Sınıfı :

No. :

“.....” ünitesinde;

1. Neler öğrendim?

.....

.....

.....

.....

2. Öğrendiklerimi günlük hayatta nerelerde kullanabilirim?

.....

.....

.....

.....

3. Neleri severek yaptım?

.....

.....

.....

.....

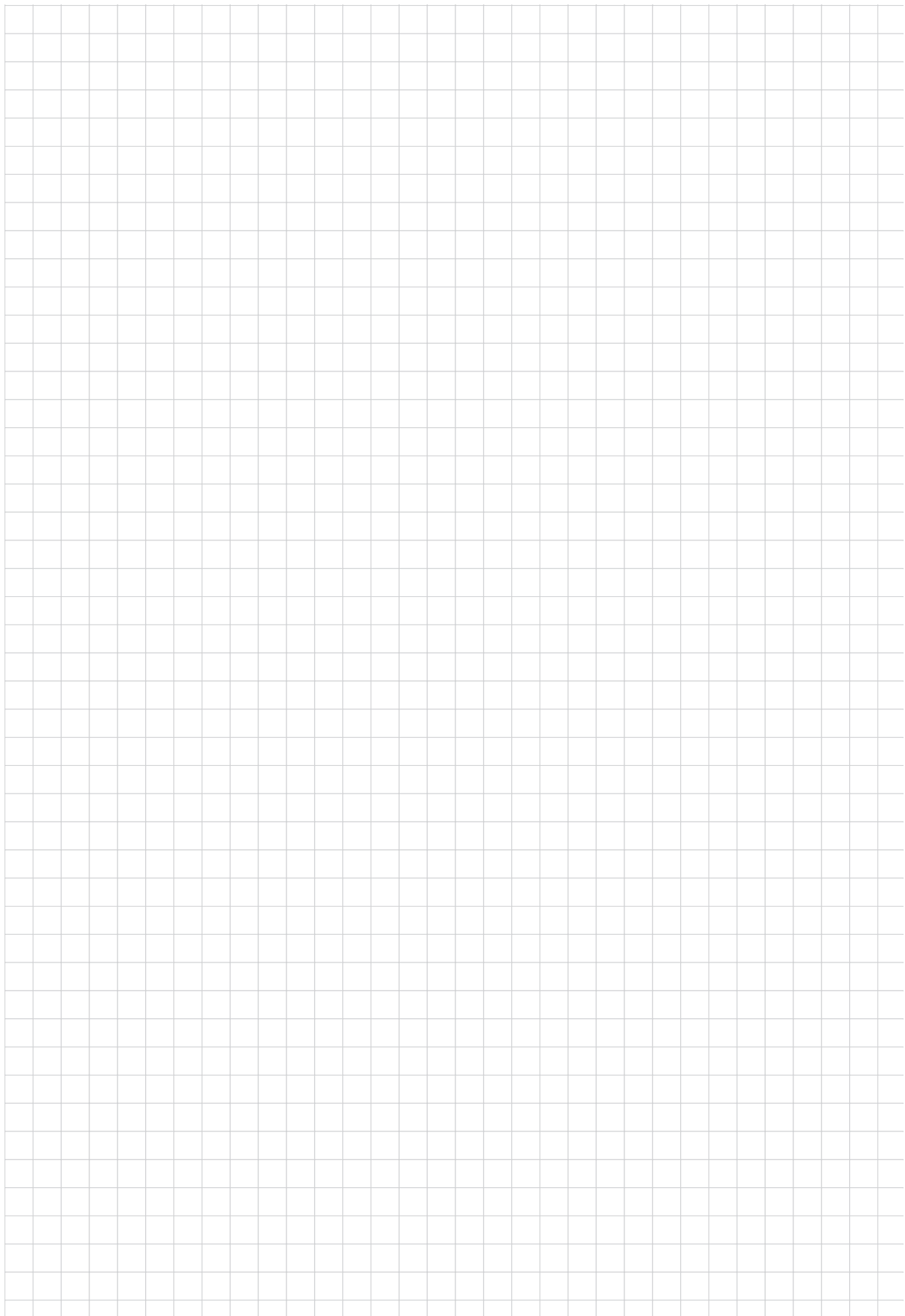
4. Zorlandığım veya anlamadığım konular:

.....

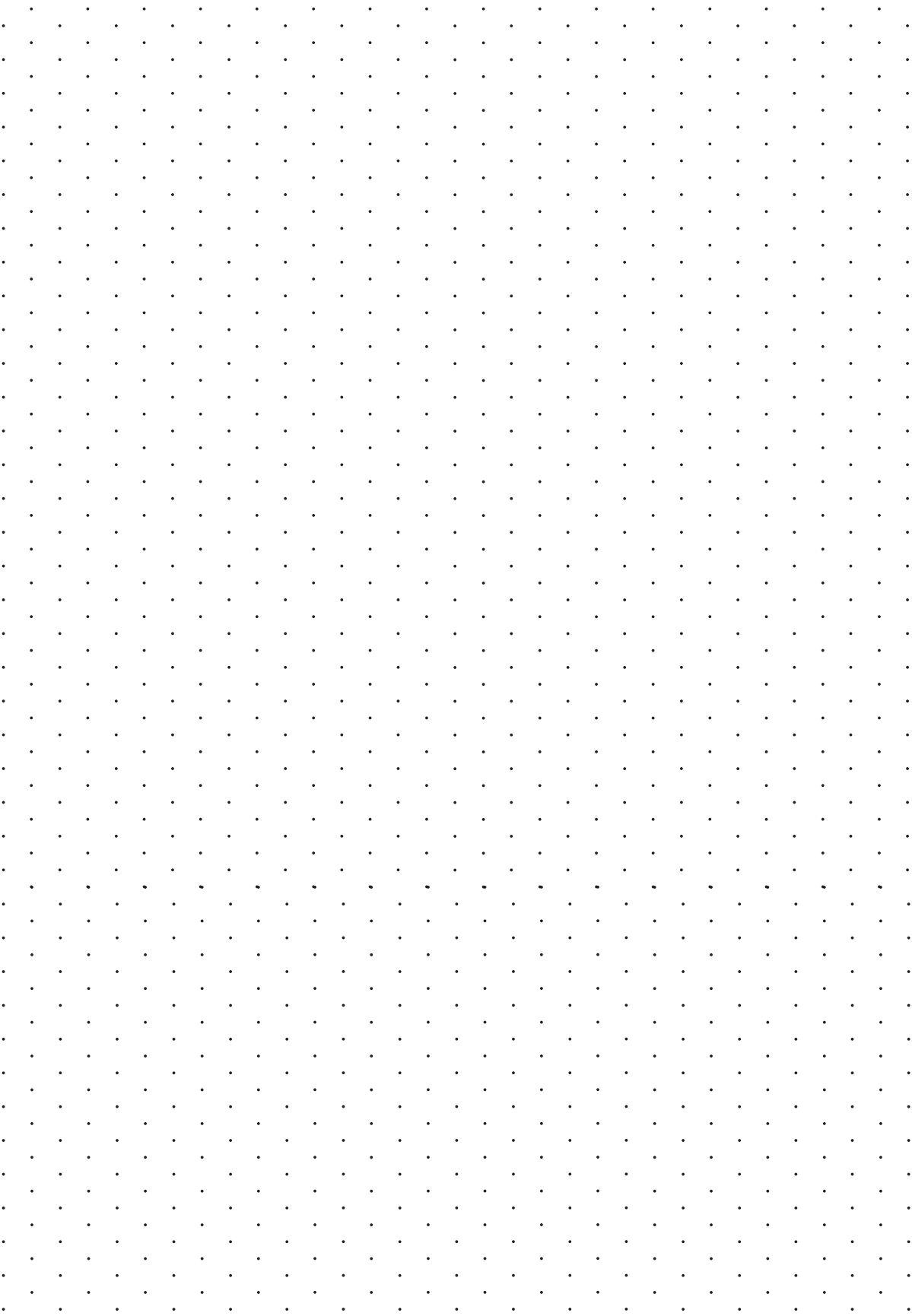
.....

.....

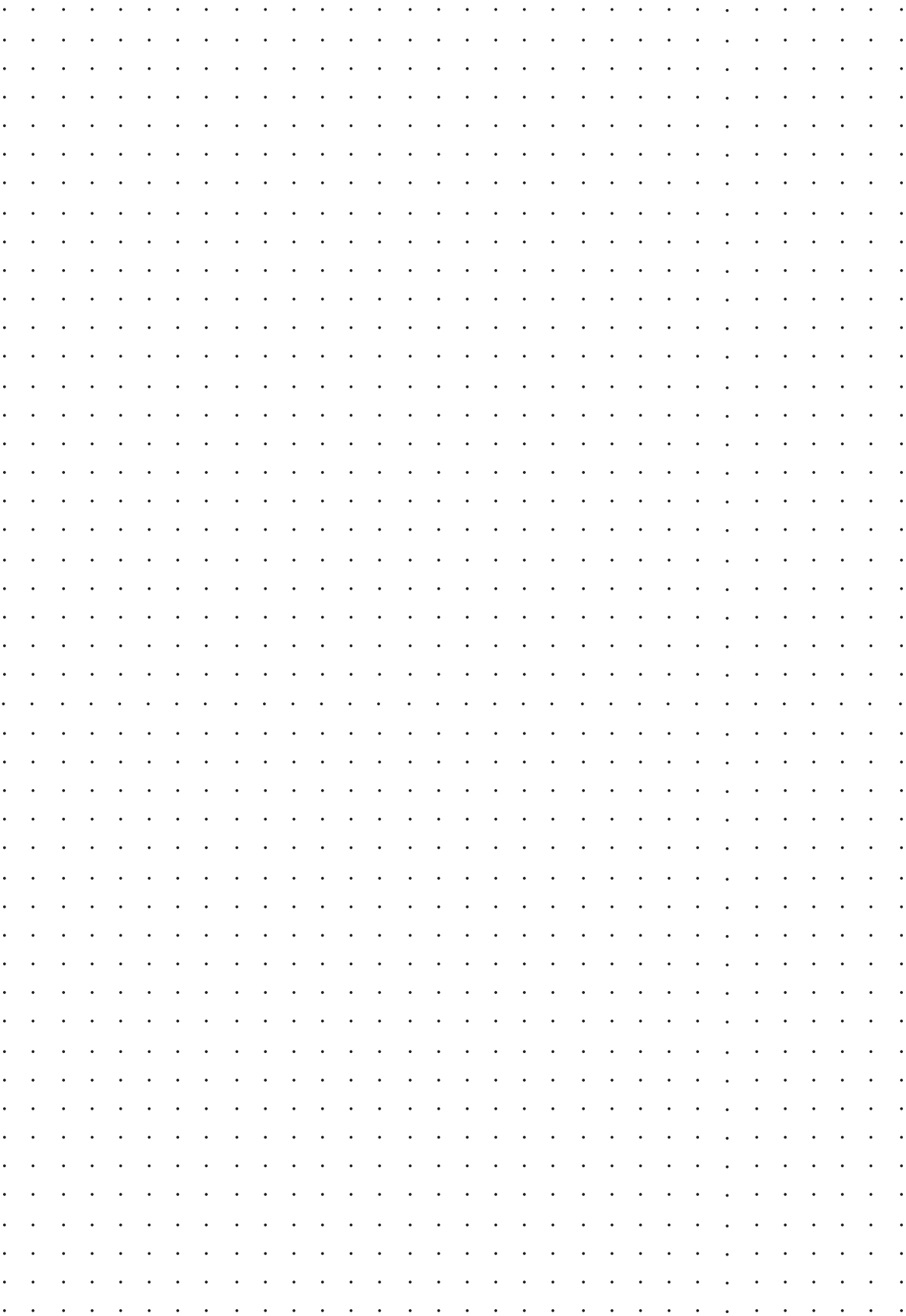
.....



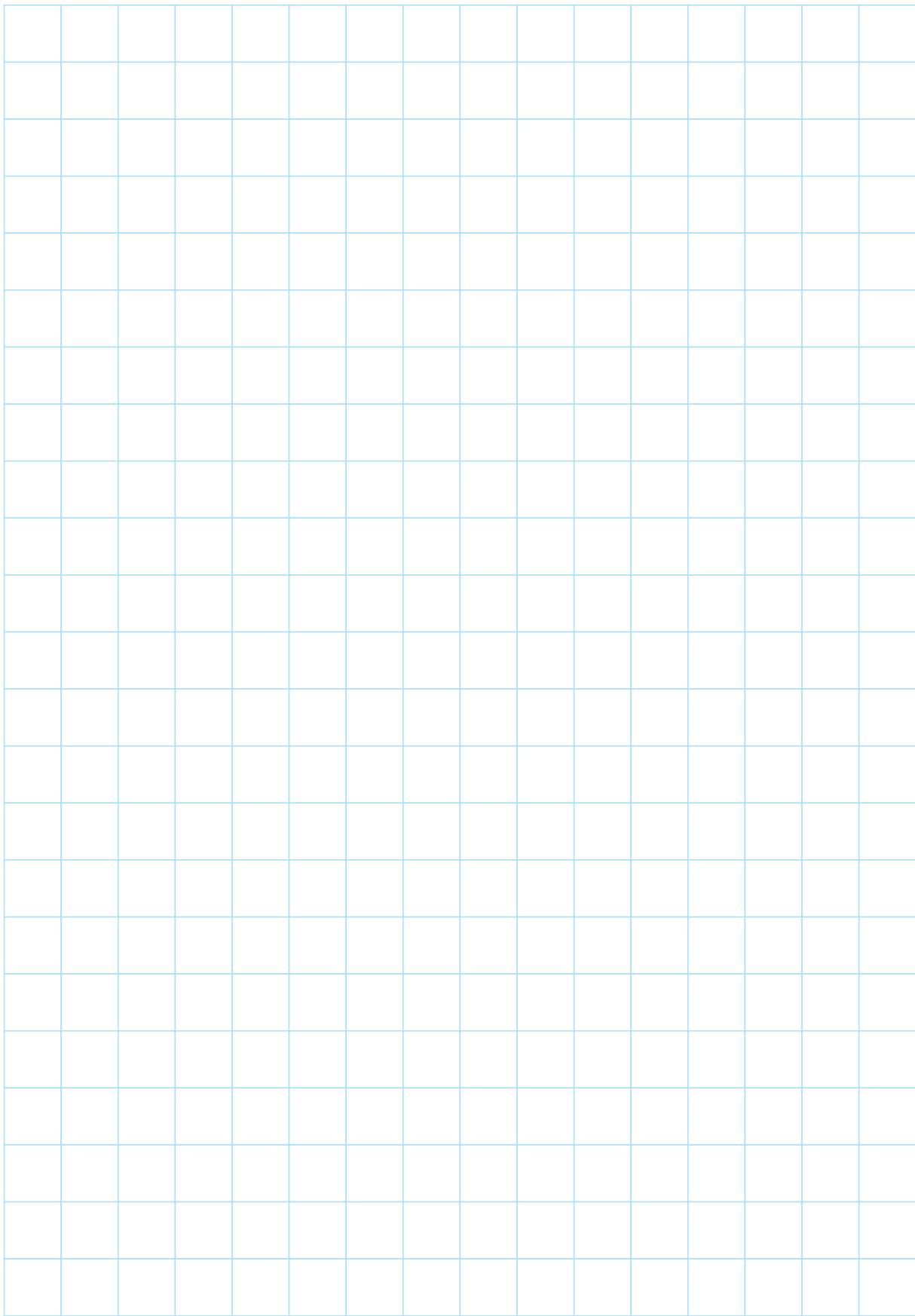
İZOMETRİK KÂĞIT



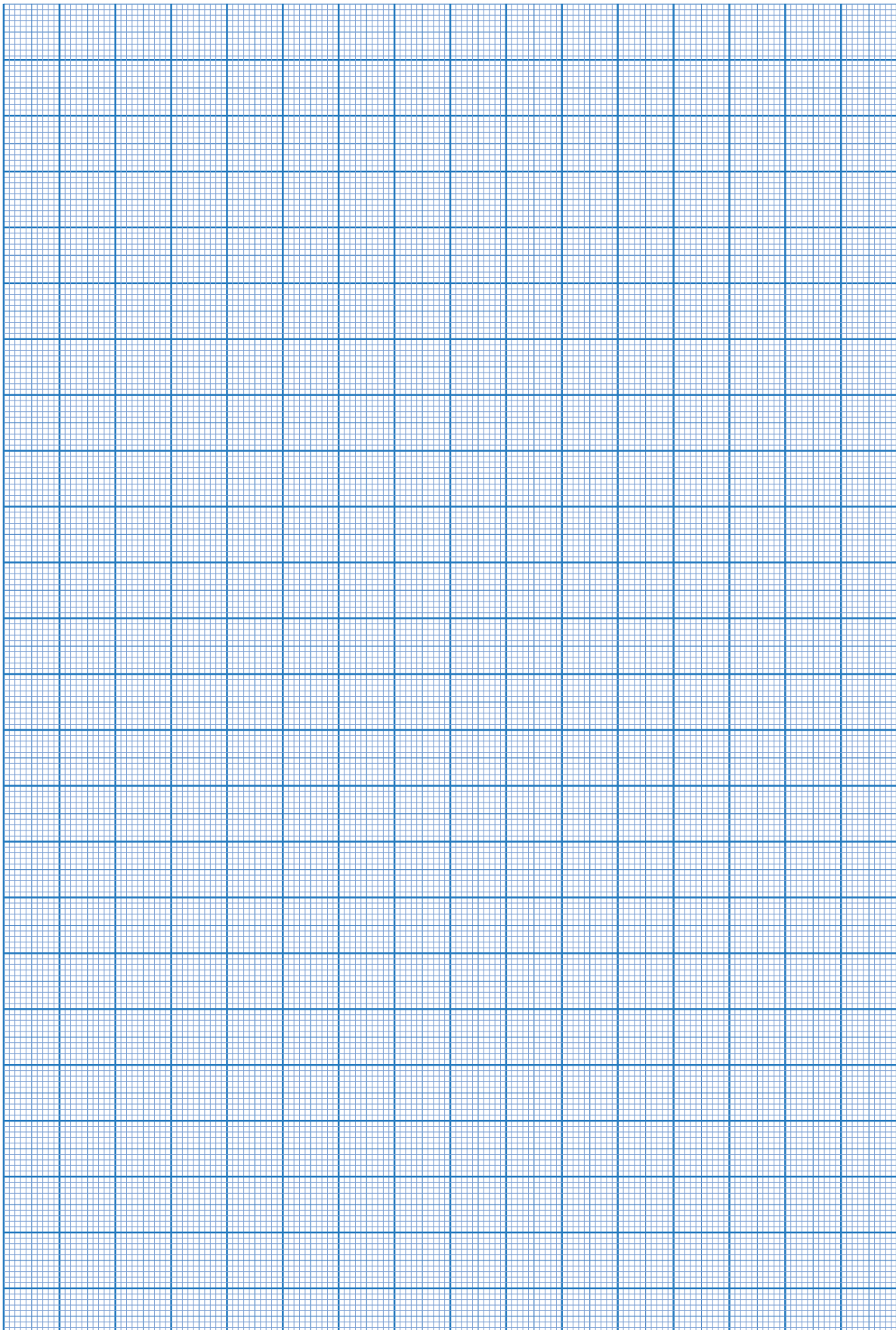
NOKTALI KÂĞIT



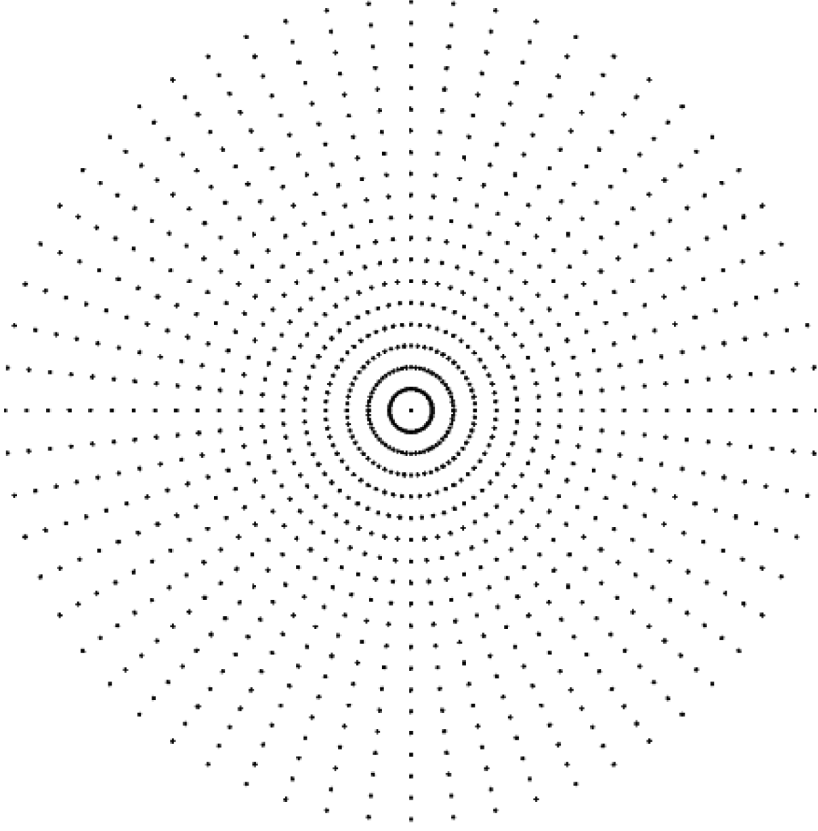
SANTİMETREKARELİK KÂĞIT



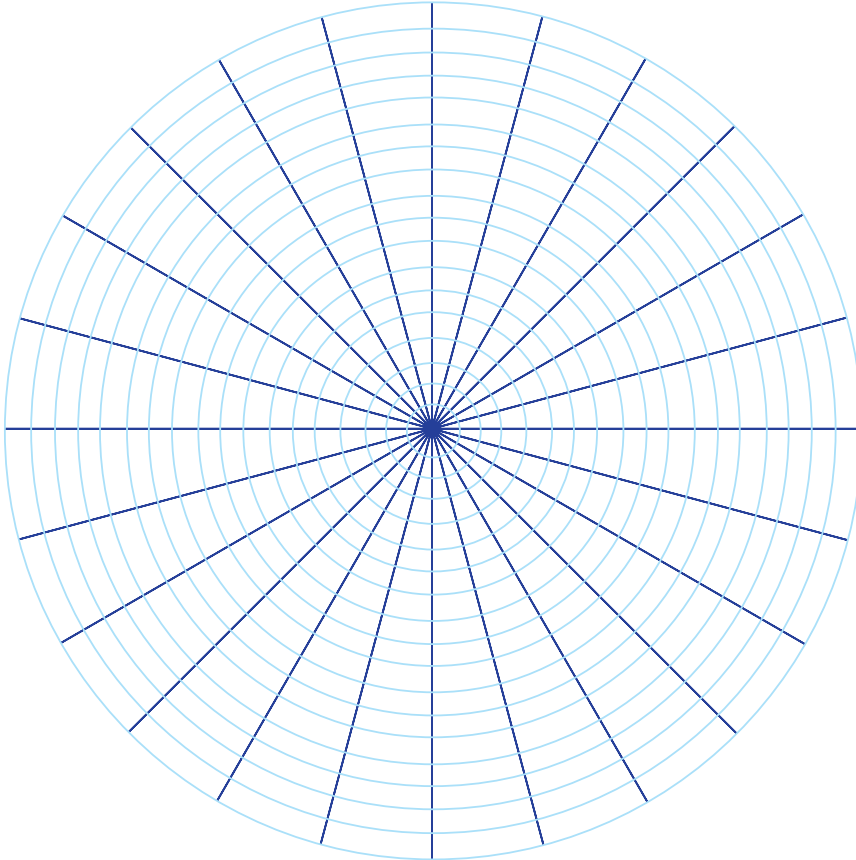
MİLİMETREKARELİK KÂĞIT



NOKTALI ÇEMBERSEL KÂĞIT



ÇEMBERSEL KÂĞIT



SÖZLÜK

- B -

bilinmeyen: Bir eşitliği sağlayan sayılara karşılık gelen sembol ya da harf.

birim: Bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez parça.

- C -

cebirsel ifade: Sayıların bilinmeyenle temsil edildiği matematik cümlesi.

- Ç -

çember parçası: Çemberin iki noktası arasında kalan parçası, çember yayı.

- D -

daire: Bir çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimi.

daire dilimi: Bir dairede, merkez açının iç bölgesiyle gördüğü yay arasında kalan kısmı.

denklem: Bilinmeyen içeren eşitlikler.

dış aç: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında olmayan ve kesenin her iki tarafında olan açılar. İki doğruyu kesen bir doğrunun bu doğruların dışında kalacak biçimde yaptığı açı.

dış ters aç: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında olmayan ve kesenin zıt yönlerinde olup komşu olmayan açılar.

dik kenar: Bir dik üçgende her bir dar açının karşısında bulunan kenar.

doğru orantı: Biri artarken diğeri de aynı oranda artan ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalan çokluklar arasındaki orantı çeşidi.

doğrusal denklem: Birinci dereceden iki veya daha çok değişkenli denklem.

doğrusal ilişki: İki değişkenden oluşan $ax + by + c = 0$ biçimindeki cebirsel ifade.

- E -

eşitlik: İçinde = sembolü bulunan matematik cümlesi.

eşitsizlik: İçinde $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ veya $\neq$ sembollerinden en az birinin bulunduğu matematik cümlesi.

etkisiz eleman: İşlemde etkisi olmayan eleman.

- İ -

iç açı: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında ve kesenin her iki tarafında olan açılar.

iç ters açı: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında ve kesenin zıt yönlerinde olup komşu olmayan açılar.

- J -

jant: Taşıtlarda, lastiklerin takıldığı tekerleğin çember biçimindeki bölümü.

- K -

katsayı: Terimlerin sayısal çarpanı.

kesen: Paralel iki doğrunun her birini farklı bir noktada kesen üçüncü doğru.

- M -

merkez açı: Köşesi merkezde, uç noktaları çember üzerinde olan açı.

- O -

orantı: İki ya da daha fazla oranın eşitliği.

- P -

pi sayısı: Çember çevresinin uzunluğunun çapının uzunluğuna bölünmesi ile elde edilen sabit sayı.

- R -

rasyonel sayı: a bir tam sayı, b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılar.

- T -

tepe değer (mod): Veri grubunda en çok tekrar eden sayı.

terim: Bir cebirsel ifadedeki toplananların her biri.

ters açı: Köşeleri ve kolları ortak, yönleri birbirinin tersi olan açılardan her biri.

ters eleman: Bir sayı ile toplandığında veya çarpıldığında etkisiz elemanı veren sayı.

ters orantı: Biri artarken diğeri de aynı oranda azalan ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda artan çokluklar arasındaki orantı çeşidi.

- Y -

yarıçap: Çemberin merkezi ile çember üzerindeki herhangi bir noktayı birleştiren doğru parçası.

yöndeş açı: Birer kenar doğruları aynı, diğer kenar doğruları ise paralel ve aynı yönlü ışınlar olan açılar.

yutan eleman: Çarpma işleminde 0 (sıfır) sayısı ($a \cdot 0 = 0$).

KISALTMA ve SEMBOLLER			
[AB]	AB doğru parçası	$\widehat{AB}$	AB yayı
[AB	AB ışını	$m(\widehat{AB})$	AB yayının ölçüsü
//	Paralellik işareti	$m(\widehat{ABC})$	ABC açısının ölçüsü
$\perp$	Diklik işareti	π	Pi sayısı
$\approx$	Yaklaşık değer işareti	$a : b, \frac{a}{b}, a/b$	a'nın b'ye oranı
$\widehat{ABC}$	ABC açısı	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	a'nın b'ye oranının, c'nin d'ye oranına eşit olması; orantı
$\widehat{B}$	B açısı	%	Yüzde sembolü

KAYNAKÇA

Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB.

Türk Dil Kurumu. (2000). *Matematik terimleri sözlüğü*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Türk Dil Kurumu. (2017). *Okullar için Türkçe sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Türk Dil Kurumu. (2016). *Okullar için yazım kılavuzu*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Van de Walle, J.A; Karp, K.S. and Bay – Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

İnternet Adresleri

http://www.bilimteknik.tubitak.gov.tr/system/files/biltek_arsiv/S-532-87.pdf (Sayfa 11, E.Tarihi: 12.12.2018)

<http://www.bilimteknik.tubitak.gov.tr/search/site/hesap%20makinesi> (Sayfa 37, E.Tarihi: 11.2.2018)

http://www.bilimteknik.tubitak.gov.tr/system/files/biltek_arsiv/S-280-49.pdf (Sayfa 77, E.Tarihi 3.01.2018)

<http://www.tuik.gov.tr/TuikCocuk/> (Sayfa 203, E.Tarihi 8.02.2018)

<http://www.miniaturk.com.tr> (sayfa 133)

<http://www.tuik.gov.tr> (sayfa 236)

Görsel Kaynakça

Aşağıda verilen görsel kaynakçanın dışındaki tüm görseller yayınevimiz arşivinden alınmıştır.

Aşağıda verilen görsellere 12.12.2017 - 26.02.2018 tarihleri arasında erişim sağlanmıştır.

S. 11 shutterstock_97334597	S. 107 shutterstock_131843693
S. 28 shutterstock_188926751	S. 107 shutterstock_152917070
S. 35 shutterstock_96982802	S. 108 shutterstock_791738353
S. 37 shutterstock_27711460	S. 109 shutterstock_156462878
S. 42 shutterstock_134698571	S. 110 shutterstock_198943055
S. 42 shutterstock_167493929	S. 110 shutterstock_76778086
S. 42 shutterstock_225686833	S. 112 shutterstock_51496495
S. 71 shutterstock_181931048	S. 114 shutterstock_219970315
S. 71 shutterstock_198794210	S. 116 shutterstock_165303134
S. 73 shutterstock_220871233	S. 117 shutterstock_111756029
S. 76 shutterstock_220298206	S. 117 shutterstock_161379701
S. 77 shutterstock_176933219	S. 118 shutterstock_188389790
S. 79 shutterstock_155446472	S. 121 shutterstock_192500084
S. 83 shutterstock_690242266	S. 124 shutterstock_215859100
S. 91 shutterstock_193070672	S. 125 shutterstock_124814944
S. 91 shutterstock_198619277	S. 127 shutterstock_44243035
S. 92 shutterstock_233153350	S. 129 shutterstock_188834792
S. 92 shutterstock_691465342	S. 129 shutterstock_217188961
S. 103 shutterstock_132032747	S. 132 shutterstock_107398517
S. 105 shutterstock_78922252	S. 133 shutterstock_214397701

S. 135 shutterstock_142760515

S. 236 shutterstock_85046605

S. 136 shutterstock_176731406

S. 139 shutterstock_143283769

S. 140 shutterstock_1006142593

S. 140 shutterstock_280639877

S. 141 shutterstock_131683199

S. 141 shutterstock_211635262

S. 142 shutterstock_179204582

S. 147 shutterstock_13641496

S. 188 shutterstock_89734303

S. 191 shutterstock_187908749

S. 194 shutterstock_1507513814

S. 197 shutterstock_91425236

S. 204 shutterstock_243303478

S. 205 shutterstock_214526515

S. 210 shutterstock_143987431

S. 210 shutterstock_177140135

S. 213 shutterstock_303888209

S. 224 shutterstock_87751519

S. 224 shutterstock_114369937

S. 226 shutterstock_6739627

S. 228 shutterstock_164533334

S. 235 shutterstock_106830206