TÜRKİYE CUMHURİYETİ MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI

**ÖZEL EĞİTİM VE REHBERLİK HİZMETLERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜ**

BİLİM VE
SANAT MERKEZLERİ

# İLKÖĞRETİM MATEMATİK ALANI
## YARDIMCI DERS MATERYALİ

ÖZEL EĞİTİM VE REHBERLİK HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

# BİLİM VE SANAT MERKEZLERİ
# **İLKÖĞRETİM MATEMATİK ALANI**
# YARDIMCI DERS MATERYALİ

ANKARA, 2022

**GENEL YAYIN YÖNETMENİ**
Prof. Dr. Kemal Varın NUMANOĞLU

**YAYIN KOORDİNATÖRÜ**
M. Ramazan BARIN

**YAYIN ETİĞİ KOMİSYONU**
Prof. Dr. Yücel GELİŞLİ
Doç. Dr. Ömer Can SATIR
Dr. Özkan APAYDIN

**PROJE KOORDİNATÖRÜ**
Dr. Derya YÜREĞİLLİ GÖKSU

**EDİTÖRLER**
Dr. Öğr. Üyesi Atilla ÖZDEMİR
Dr. Öğr. Üyesi Burcu DURMAZ
Öğretim Görevlisi İsmail SATMAZ

**YAZARLAR**
Dr. Öğr. Üyesi Burcu DURMAZ
Ali Fuat URHAN
Ayşe ŞİMŞEK BATAR
Ceren TUNALI
Duygu ALYEŞİL KABAKÇI
Hilal BOYRAZ
Mahmut Emre BAYRAK

**PROGRAM GELİŞTİRME UZMANLARI**
Öğretim Görevlisi İsmail SATMAZ
Dr. Derya YÜREĞİLLİ GÖKSU

**ÖLÇME DEĞERLENDİRME UZMANI**
Dr. Öğr. Üyesi Fuat ELKONCA

**DİL UZMANI**
Nalan ÜSTÜN

**GÖRSEL TASARIM**
SUDE Ajans Reklam Org. Tan. Ltd. Şti.

**ISBN**
978-975-11-5828-4

# İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

**Mehmet Âkif Ersoy**

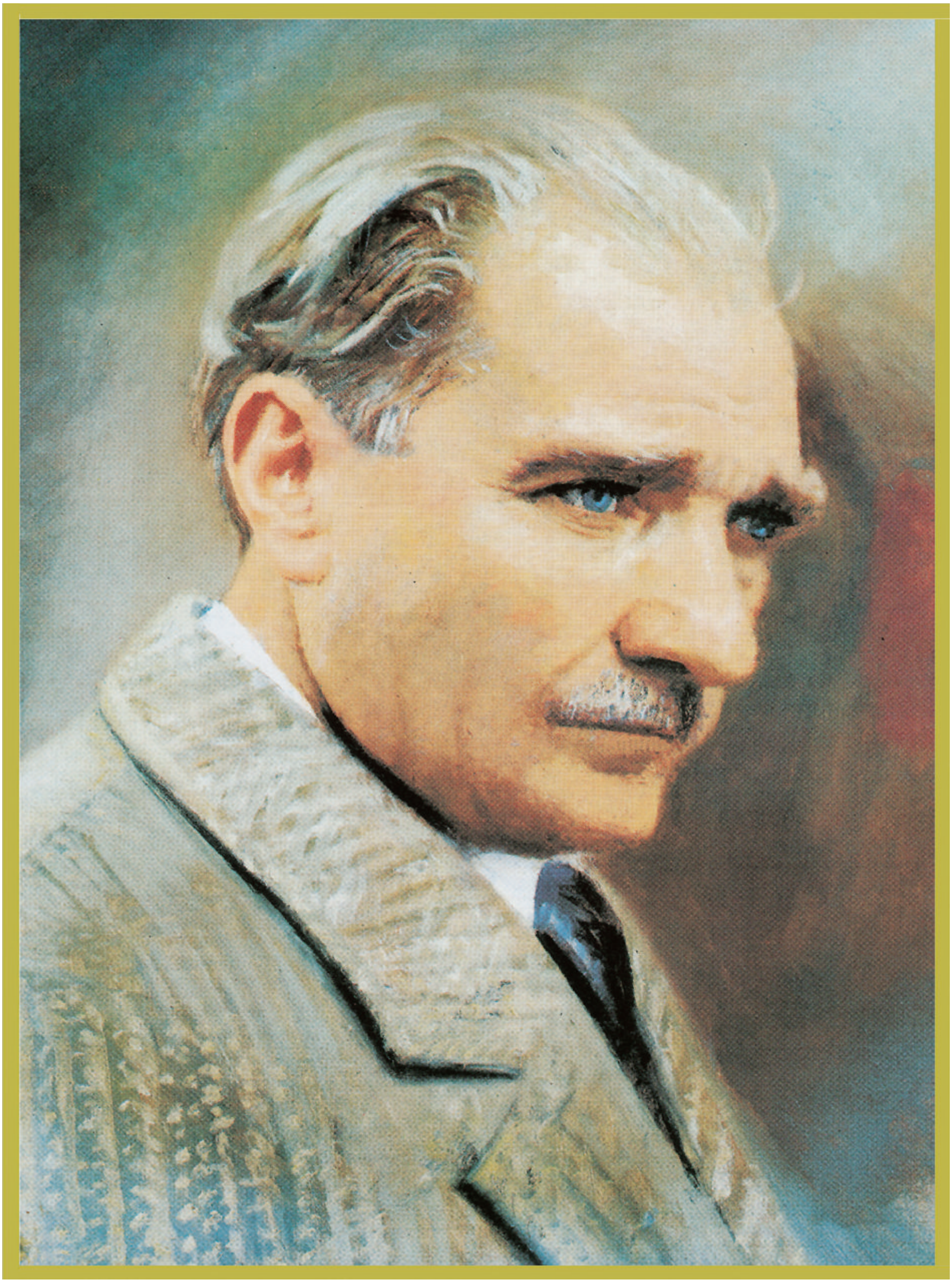
## GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

## CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ



## GEOMETRİ

## DESTEK EĞİTİM PROGRAMI

### ÖLÇME



### TOPOLOJİ



## BİREYSEL YETENEKLERİ FARK ETTİRME PROGRAMI

### CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ

## GEOMETRİ VE ÖLÇME



## KRİPTOLOJİ



## OLASILIK



## VERİ İŞLEME

# GENEL MÜDÜRDEN
## ÖN SÖZ

Teknolojik gelişmeler, toplumsal ve kültürel değişimler eğitim sistemlerini de büyük ölçüde etkilemektedir. Bu süreçte eğitim programlarının çağın gerekleri doğrultusunda öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde geliştirilmesi bir zorunluluk olarak ortaya çıkmaktadır. Çoklu potansiyele sahip özel yetenekli öğrencilere yönelik farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş eğitim programlarının hazırlanması ayrı bir önem taşımaktadır.

Özel yetenekli öğrenciler genel anlamda akranlarına göre farklı gelişim özellikleri gösteren, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri kolay anlayabilen, akıl yürütme ve muhakeme becerileri güçlü olan bireylerdir. Özel yetenekli öğrencilerin bireysel yeteneklerinin farkında olmaları ve kapasitelerini geliştirerek en üst düzeyde kullanmalarını sağlamak amacıyla 1995 yılında bilim ve sanat merkezleri (BİLSEM) açılmış olup Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü bünyesinde hizmet vermeye başlamıştır. BİLSEM'lerde resim, müzik ve genel zihinsel yetenek alanlarında tanılanan öğrencilere alan uzmanları tarafından hazırlanmış programlar uygulanmakta; öğrenciler uyum (oryantasyon) programı, destek eğitimi programı, bireysel yetenekleri fark ettirme programı, özel yetenekleri geliştirme programı ve proje üretimi/yönetimi programı olmak üzere beş aşamalı bir süreçten geçmektedirler.

Özel yetenekli öğrencilerimize yönelik uygulanan BİLSEM programlarının ve kullanılan yardımcı ders materyallerinin güncel gelişmeler dikkate alınarak revize edilmesi, programların farklı becerilerin gelişimini destekleyecek şekilde hazırlanması ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Bu doğrultuda alanında yetkin öğretmen ve akademisyenlerin bulunduğu komisyonlar oluşturulmuş ve 19 branşta eğitim programlarının geliştirilmesine yönelik çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Genel Müdürlüğümüz bünyesinde faaliyet gösteren Özel Yeteneklilerin Geliştirilmesi Daire Başkanlığı tarafından yürütülen bu çalışmayla, ülke genelinde özel yetenekli çocuklarımızın gelişimlerinin desteklenmesi ve onlara sunulan eğitimin niteliğinin arttırılması amaçlanmıştır. Buna ek olarak özgün ve işlevsel materyaller ile özel eğitim alanında hizmet veren öğretmenlere uygulamalarında rehberlik edecek bir yol haritası da sunulmuştur. Öğretmenlere rehber olması ve özel yetenekli öğrenciler ile çalışan tüm kurumlara ışık tutması amacıyla 19 branş bazında hazırlanan yardımcı ders materyalleri esnek bir yapıya sahiptir. Covid-19 pandemi sürecindeki tüm zorluklara rağmen titiz çalışmalar yürüten Genel Müdürlüğümüz personeline, akademisyenlerimize ve öğretmenlerimize verdikleri emekler için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Daha nice yeni çalışmalarda buluşmak dileğiyle…

**Prof. D.r Kemal Varın NUMANOĞLU**
**Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri**
**Genel Müdürü**

Bu çalışma, Millî Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim ve Rehberlik Genel Müdürlüğü Özel Yeteneklilerin Geliştirilmesi Daire Başkanlığınca yürütülmüştür. Hazırlanan ilköğretim matematik etkinlikleri iletişim, iş birliği, grupla çalışma, öğrenmeyi öğrenme, problem çözme, bilimsel araştırma, girişimcilik, eleştirel ve yaratıcı düşünme, etkili karar verme, teknoloji okuryazarlığı, sosyal sorumluluk ve kaynakları etkin kullanma gibi becerilerle ilişkilendirilerek oluşturulmuştur.

Yardımcı ders materyali niteliğindeki bu kitapta, etkinlikler Bilim ve Sanat Merkezleri İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan modüllerin kazanımlarına göre hazırlanmıştır. Etkinlikler, Destek Eğitim Programı kazanımları doğrultusunda oluşturulan etkinlikler için kitapta "Cebir ve Sayılar Teorisi, Geometri, Ölçme ve Topoloji" başlıklı modüllere ait toplam 30 etkinlik yer almaktadır. Bireysel Yetenekleri Fark Ettirme (BYF) programı kazanımları doğrultusunda oluşturulan etkinlikler için ise kitapta "Cebir ve Sayılar Teorisi, Geometri ve Ölçme, Kriptoloji ve Veri İşleme" başlıklı modüllere ait toplam 18 etkinlik yer almaktadır.

Etkinlikler modüllerde yer alan tüm kazanımları kapsayacak şekilde yapılandırılmıştır. Etkinlikler her ne kadar bilim ve sanat merkezlerine (BİLSEM) devam eden öğrencilerin yaş ve sınıf seviyeleri göz önünde bulundurularak gruplandırılmış olsa da öğretmenler tarafından özel eğitim hizmetlerinin felsefesi, amaçları ve öğretim programındaki kazanımlar baz alınarak, öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına ve özelliklerine göre uyarlanabilir ya da belirli bir kazanım için kitapta olandan daha farklı bir etkinliğin kullanılması yoluna gidilebilir. Bu açıdan etkinliklerin herhangi bir bağlayıcılığı yoktur ancak kitabın özellikle BİLSEM'de yeni göreve başlayan öğretmenler başta olmak üzere BİLSEM'de görev yapan matematik öğretmenlerine fikir vereceği düşünülmektedir.

Etkinlikler, BİLSEM'lerde görev yapan alanında uzman ilköğretim matematik öğretmenleri ve akademisyenlerden oluşan bir komisyonun yoğun emekleri sonucunda ortaya çıkmıştır. Ele alınan konuların ve öğretim yaklaşımlarının seviyeye uygun, güncel ve yaşam temelli olması hedeflenmiştir. Öğretmenlere, öğretmen adaylarına, araştırmacılara, özel yetenekli veya yüksek potansiyelli öğrencilerle birlikte onların ailelerine katkı sunmasını umut ediyoruz.

Millî Eğitim Bakanlığı, Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü, Özel Yeteneklilerin Geliştirilmesi Daire Başkanlığı yetkilileri başta olmak üzere, bu ürünün ortaya çıkmasında emeği geçen herkese teşekkür ederiz.

Alanında ilk olma niteliği taşıyan bu kitabın ülkemiz özel yetenekliler eğitimine ve ilköğretim matematik eğitimine katkı sağlaması dileklerimizle…

**İlköğretim Matematik Kitap Yazım Komisyonu**
**Mart, 2022**

DESTEK EĞİTİM PROGRAMI

# CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: MATEMATİĞİN TARİHİNE YOLCULUK**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Matematik Tarihi**

**KAZANIMLAR:**

❖ Matematik biliminin doğuşunu, matematiğin tarihsel gelişim sürecine dair örneklerden yararlanarak açıklar.

❖ Matematiğin gelişiminde önemli rol oynayan bilim insanlarını matematiğe olan katkılarıyla ilişkilendirir.

❖ Farklı disiplinlerden yararlanarak matematik tarihinde ortaya konmuş ürünlerden hareketle özgün ürünler geliştirir.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kalem, kareli kâğıt, koordinat sistemi çıktıları, koordinat sisteminin ortaya çıkışını işleyen popüler yayınlar (Sör Çepçevre'nin Matematik Maceraları Viking Haritası kitabı).

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

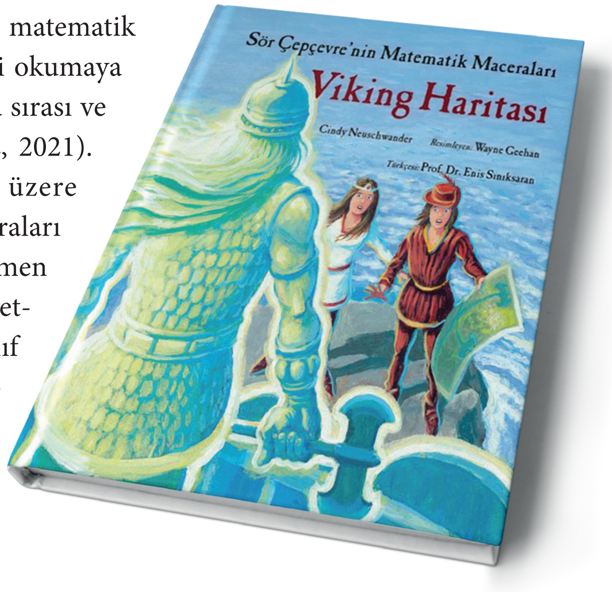
Bu etkinlikte matematik tarihiyle bağlantılı çocuk edebiyatı ürünlerinden yararlanılmış olup öğrencilerden benzer hikâyeler üretmeleri beklenmektedir. Dolayısıyla etkinlik okuma, yazma, dinleme ve konuşma gibi dilsel beceriler barındırdığından Türkçe ile ilişkilidir. Etkinlik koordinat sistemini ele aldığından matematik tarihi ile de ilişkilidir. Ek olarak koordinat sistemi coğrafi konumla bağlantılı olduğu için etkinlik coğrafya ile de ilişkilendirilebilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, Descartes ve koordinat sistemi özelinde sunulan bir hikâye bağlamıyla öğrencilerin matematik tarihinde ortaya konan matematiksel kavramların gelişim süreçleri ile bilim insanlarının matematiğe olan katkılarını ve matematiksel kavramların günlük yaşamla ilişkilerini fark etmelerini sağlamaktır. Böylece öğrencilerin matematiğin farklı kültürlerin ortak bir ürünü olduğunu fark etmeleri ve matematiğe değer vermeleri beklenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Etkinliğe başlamadan önce etkinlik boyunca kullanılacak çocuk edebiyatı ürünlerinin öğretmen tarafından dikkatli bir şekilde okunması ve incelenmesi, ihtiyaç duyulacak materyallerin hazırlanması gerekmektedir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ




Bu etkinlik, çocuk edebiyatı ürünleri ile bütünleştirilen matematik derslerinde sıklıkla kullanılan bir yöntem olan etkileşimli sesli okumaya dayalıdır. Bu yöntemde öğretimsel süreç okuma öncesi, okuma sırası ve okuma sonrası olarak yapılandırılmaktadır (Ceyhan ve Yıldız, 2021). Etkinlikte koordinat sistemi kavramını yapılandırmak üzere Neuschwander'in (2013) Sör Çepçevre'nin Matematik Maceraları Viking Haritası kitabı etkileşimli sesli okuma yöntemiyle öğretmen tarafından sınıfla paylaşılır. Öğretmenin kitabı okurken dikkat etmesi gereken bazı hususlar şöyledir: Kitabın görselleri tüm sınıf tarafından görülecek şekilde paylaşılmalı ve ses tonu öğrencilerin seviyelerine göre ayarlanmalıdır. Ayrıca ders öncesinde kitabı okuyup önemli soruların sorulacağı sayfalar için belirteçler kullanılabilir. Süreçte yapılması gerekenler ve öğrencilere sorulabilecek bazı sorular şu şekildedir:

**Okuma Öncesi:** Öğretmen, öğrencilere kitabın başlığını kapatarak kitabın kapağını gösterir ve şu soruları sorar: *"Sizce bu kitap neyle ilgili olabilir? Kitabın kapağında daha önce öğrendiğiniz neler vardır?"* Öğrencilerden gelen cevaplardan sonra kitabın künyesi (yazar adı, çizer adı, kitabın başlığı ve yayınevi vb.) hakkında bilgi verilir.

**Okuma Sırası:** Okuma sırasında kilit sorular sorulmalı ve kitap baştan sona hiç durmadan okunup tek seferde bitirilmemelidir. Okuma sırasında sorulabilecek soruların sayısı artırılabilir. Örnek olabilecek sorular kitaptaki sayfa numaralarına göre şu şekildedir: *"Bulunduğunuz yeri nasıl belirleyip başka birine tarif edebilirsiniz? Bu amaçla kullandığınız araçlar nelerdir? (s.3)"* Kitabın kahramanları olan Yarıçap ve Evra haritadan bahsettikleri için bu soruya yer verilmiştir. *"Evra ve Yarıçap'ın mağarada buldukları hazine haritasında yazan 'Aramaya (3,0)'dan başlayın.' önerisi neyi ifade ediyor olabilir?" (s.8)* sorusuyla devam edilir. Cevaplar alındıktan sonra okumaya devam edilir. *"Evra ve Yarıçap, hazineyi aramak için haritaya baktıklarında harita-da iki tane 3 olduğunu fark ederler ancak 0 yoktur. Bu durumda hazineyi bulmak için siz nasıl bir yol izlerdiniz?" (s.11)* sorusu sorularak öğrencilerle Evra ve Yarıçap'ın inceledikleri harita görseli paylaşılır. Cevaplar alındıktan sonra kitap okunmaya devam edilir. *"Evra ve Yarıçap ilk güzergâhlarında neden başarısız olmuş olabilirler? Sizce takip etmeyi düşündükleri diğer yol onları hazineye götürebilir mi?" (s.12-13)* sorusuna gelen cevaplardan sonra öğretmen, kitabı okumaya devam eder. Daha sonra *"Yarıçap'ın haritadaki sayı çiftlerinden ilkinin x doğrultusunu işaret ettiğini söylemesi sorunu çözmekte işe yarayabilir mi? Bu bakış açısının matematiksel açıdan doğruluğu hakkında ne düşünüyorsunuz?" (s.15)* sorusu sorulur. Çünkü bir sonraki sayfada Yarıçap'ın alfabede x'in y'den önce gelmesi nedeniyle böyle bir çıkarım yaptığı görülmektedir. Bu açıklamanın ardından öğrencilerin görüşleri alınır. Hikâyenin buraya kadar olan kısmında *"Evra ve Yarıçap birçok sayı çiftiyle karşılaşmıştır örneğin (3,0); (2,-1); (-3,-3) gibi. Sizce bu sayı çiftlerini oluşturan her bir sayının işareti neyi ifade ediyor olabilir?"* sorusu sorulduktan sonra kitap okunmaya devam edilir. Sayfa 23'e gelindiğinde kitabın ana kahramanları (-3,-3)'ün nerede olduğunu belirlemek üzere bir yol geliştirmişlerdir. Bu yolun mantıksal olarak doğru olup olmadığı hakkında harita üzerinde çalışmaları sağlanarak öğrencilerin Evra ve Yarıçap'ın çözümlerine ilişkin görüşleri alınır ve kitabın kalan sayfaları okunarak kitap bitirilir.

**Okuma Sonrası:** Hikâyenin sonunda yazar tarafından koordinat sistemi hakkında verilen bilgiler öğrencilerle paylaşılır. Ayrıca öğrencilere hikâyeyi genel olarak değerlendirmek üzere bazı sorular sorulabilir. Örneğin *“Koordinat sistemini geliştiren Descartes 15. yüzyılda yaşamış bir matematikçidir. Sizce 11. yüzyıla kadar yaşamış olan Vikingler, hikâyede geçtiği şekliyle haritalar çizmiş olabilirler mi? Neden? Eğer çizemedilerse nerede olduklarına ve nereye gideceklerine nasıl karar vermiş olabilirler?”, “Evra ve Yarıçap ilk karşılaştıkları sayı ikilisi olan (3,0) ile ne yapacaklarını bilememişlerdir. Sizce (3,0) gibi herhangi bir sayı ikilisinin yeri her zaman aynı mıdır? Neye göre değişkenlik gösterebilir?”* gibi. Bu sorular aracılığı ile öğrencilerin koordinat sisteminin geçmişten günümüze nasıl bir yol izleyerek kendisine matematik tarihinde yer bulduğuna dair farkındalık kazanmaları beklenmektedir. Bu sorulara ek olarak matematiksel kavramların ne gibi yönleriyle evrensel oldukları/olmadıkları üzerine de tartışmalar yürütülebilir.

Etkileşimli sesli okuma sürecinde öğrencilere yöneltilebilecek soruların sayısı amaca göre azaltılabilir ya da artırılabilir ancak öğrencilerin hikâyeden kopmalarına neden olmayacak kadar az, matematikten kopmalarına neden olmayacak kadar çok sorunun sorulması etkinliğin amacına ulaşması açısından önemlidir.

### BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Koordinat sistemi Kartezyen Koordinat Sistemi olarak da anılmaktadır. Bunun nedeni ise Fransız olan Descartes’ın geliştirdiği bu sistemin, ona atfedilerek Fransızca’da Descartes’in anlamında kullanılması ve bu anlama gelen Kartezyen kelimesinin literatürde kendine yer bulmasıdır.

### DÜŞÜNME KUTUSU

Koordinat sistemi ortaya konmuş olmasaydı bugün dünyada olan neler olurdu/olmazdı? Örneğin coğrafi keşifler yapılabilir miydi? Tırmanış yapan dağcılar kaybolduklarında bulunabilirler miydi?

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Bu etkinliği genişletmek üzere Descartes’in koordinat sistemini buluşunu kurgusal bir hikâyeyle anlatan Tavandaki Sinek (Fly on The Ceiling) kitabı incelenebilir. Bu genişletmeyle, matematiksel kavramların matematik tarihinde kendilerine nasıl yer bulmuş olabilecekleri üzerine grup tartışmaları yapılabilir. Descartes örneğinde kurgusal bir durum söz konusudur, yani Newton’un yer çekimini yere düşen elmadan yola çıkarak bulup bulmadığı konusunda nasıl emin olamıyorsak Descartes’in koordinat sistemini tavandaki sinekten hareketle ortaya koyup koymadığını kesin olarak bilememekteyiz. Ancak etkinlikte kullanılan hikâye yoluyla matematiğin hem kendi içinde hem de dışında ne gibi ihtiyaçlara binaen geliştiğine dair öğrencileri düşünme-ye davet edebiliriz. Ayrıca matematik tarihine odaklanan başka popüler bilim ürünleriyle (kitaplar, videolar ve dergiler vb.) örneğin Matematiğin Aydınlık Dünyası (Sertöz, 2020) gibi, benzer çalışmalar yürütülebilir. Kitabın sınıfta okunması yerine okuma çemberi yönteminden hareketle etkinlik, zamana yayılarak yürütülebilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait Matematik Tarihine Yolculuk Dereceleme Ölçeği'ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Ceyhan, S. ve Yıldız, M. (2021). *Örnek Kitap Okuma Planlarıyla İlkokulda Etkileşimli Sesli Okuma.* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Neuschwander, C. (2014). *Sör Çepçevre'nin Matematik Maceraları Viking Haritası* (Çev. Prof. Dr. Enis Sınıksaran). Doruk Yayınları.

Sertöz, S. (2020). *Matematiğin Aydınlık Dünyası*. TÜBİTAK Popüler Bilim Yayınları.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ALTERNATİF ÇARPMA YÖNTEMLERİ**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Sayılar Teorisi**

**KAZANIMLAR:**

❖ Çarpma işleminde farklı yöntemleri keşfeder.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkileşimli tahta, etkinlik formları (Ek-1, Ek-2, Ek-3, Ek-4), renkli kalemler, değerlendirme kâğıtları (Ek 5, Ek 6).

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Disiplinler arası ilişkilendirme için bilişim teknolojileri alanından yararlanılabilir. Öğrenciler mikroişlemcilerin ikili sayı sistemi üzerine kurulan çarpım sistemi ile Rus köylü metodu arasındaki ilişkiyi kavrayabileceklerdir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı; öğrencilerin çarpmanın temel mantığını ve farklı temsil biçimlerini keşfetmelerini sağlamaktır. Bu etkinlikle öğrencilerin mikroişlemciler ve Rus köylü metodu arasında ilişki kurmalarını, Rus köylü ve Napier'in kemikleri metotlarının altında yatan matematiği keşfetmelerini, ikili sayma sistemi ile Rus köylü metodu arasındaki ilişkiyi fark etmelerini ve çarpma işlemiyle ilgili tüm yöntemlerin birbirleriyle benzer özellikler taşıdıklarını fark etmelerini sağlamak hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilerin, iki veya üç basamaklı tam sayıların geleneksel çarpma yöntemleri kullanılarak nasıl çarpıldığını bilmeleri gerekmektedir. Bu, geleneksel çarpma ile Rus köylü metotlarının güçlü ve zayıf yönlerini değerlendirirlerken farklı bakış açılarını göz önünde bulundurabilmeleri için önemlidir. Ayrıca tek ve çift tam sayıları birbirinden ayırt edebilmeleri, tam sayıları ikiye katlayabilmeleri ve çok basamaklı sayılarla toplama yapabilmeleri gerekmektedir. Parmaklarla çarpma ve çizgilerle çarpma metotları, araştırma görevi olarak verilip öğrencilerin sınıf ortamında sunum yapmaları sağlanabilir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere:

*"Sizce günümüz bilgisayarları çarpma işlemini nasıl gerçekleştirmektedir?"* sorusu sorularak derse başlanır.

**NOT:** Soru, sayıların ikilik tabanda yazılması ile ilgilidir (binary system) (bk. Computer Multiplication and Division Using Binary Logarithms) ve kullanılan algoritmalar temelde benzer mantıkla çalışmaktadır.

Ardından öğrencilerden, bildikleri farklı çarpma yöntemlerini arkadaşlarına anlatmaları istenir. Gelen cevaplar da dikkate alınarak farklı çarpma yöntemlerine dair tarihsel süreç öğrencilerle paylaşılır. Sonrasında öğrencilerden birinci çarpanın yarısı alınırken ikinci çarpanın iki katının alındığı bir çarpma işlemi algoritması düşünmeleri istenir. Rus köylü çarpım metodu olarak da adlandırılan bu yöntemin, Rus köylüleri tarafından yapılan hesaplamaları kolaylaştırmak üzere geliştirildiği ve matematik tarihi kapsamında popüler bir konu olduğu bilgisi verilir. Ardından öğrencilere matematik tarihinin başka bir popüler konusu olan ikili sayı sistemi hakkında bilgi sahibi olup olmadıkları sorulur. Burada ikili sayıların aritmetiği ile ilgili Leibniz'in çalışmalar yaptığı ifade edilebilir: Öğrencilerin etkinlikte, Rus çarpım metodu ile mikroişlemcilerin ikili sayı sistemi algoritmasını kullanarak yapılan çarpma işlemlerinin benzer yönlerini keşfedecekleri söylenir.

### Rus Köylü Metodu

#### *Prosedür*

Bu bölümde kullanılacak olan tek sayı, çift sayı, çarpan, çarpım, geleneksel çarpma, iki katını alma, yarısını alma ve Rus köylü metodu terimleri açıklanır. Rus köylü metodu uygulama adımları ile birinci çarpanın ikili kodunu bulma adımları öğrencilere gösterilir. Örnek 1'deki çarpma işlemleri, ilk olarak geleneksel çarpma yönteminden, ardından Rus köylü metodundan yararlanılarak yapılır. Bu işleyiş yeni bilginin, önceki bilgilerle ilişkilendirilmesine yardımcı olacaktır. Rus köylü metodunun kullanılacağı sorularda uygulama adımları akıllı tahtaya yansıtılabilir. Etkinlikte her bir çözüm basamağı kontrol edilerek ilerlenir. Örnek çözümlerde hem çift hem de tek çarpanı olan örneklere yer verilmelidir.

#### *Rus Köylü Metodu Uygulama Adımları*

1. Birinci çarpan sol sütunda ve ikinci çarpan sağ sütunda olacak şekilde çarpım durumundaki iki sayı yan yana yazılır.
2. Birinci sütundaki çarpan "1"e ulaşıncaya kadar, kalanlar ihmal edilerek ikiye bölünür.
3. İkinci sütundaki çarpan ise birinci sütundaki sayının "1" olduğu satır ile aynı hizaya ulaşana dek 2 ile çarpılır.
4. İlk sütundaki sayıların çift olduğu satırlar ile bu satırların ikinci sütundaki karşılıklarının üzerleri çizilir.
5. İkinci sütunda üzeri çizilmeyen sayılar toplanır. Elde edilen toplam, çarpma işleminin sonucudur.

### *Rus Köylü Metodunda İlk Çarpanın 2'lik Tabanda Karşılığını Bulma Adımları*

Rus köylü metodu sonrasında 1. çarpan için tablodaki ilgili yere:

1. *Tek sayıların hizasına "1" yazılır.*
2. *Çift sayıların hizasına "0" yazılır.*
3. *Yazılan 0 ve 1'ler aşağıdan yukarıya doğru ve yan yana yazılır.*
4. *Oluşan sayı parantez içine alınarak ikilik tabanda gösterilir.*

### *Rus köylü metodu ile birinci çarpanın ikili kodunu bulma örnekleri*

| Rus Köylü Metodu 21x20 | | İkili Kod Çözümlemesi | |
|---|---|---|---|
| 21 | 20 | 1 | |
| ~~10~~ | ~~40~~ | 0 | |
| 5 | 80 | 1 | $(10101)_2 = 21$ |
| ~~2~~ | ~~160~~ | 0 | |
| 1 | 320 | 1 | |
| | +------- | | |
| | 420 | | |

| Rus Köylü Metodu 26x32 | | İkili Kod Çözümlemesi | |
|---|---|---|---|
| ~~26~~ | ~~32~~ | 0 | |
| 13 | 64 | 1 | |
| ~~6~~ | ~~128~~ | 0 | $(11010)_2 = 26$ |
| 3 | 256 | 1 | |
| 1 | 512 | 1 | |
| | +------ | | |
| | 832 | | |

| Rus Köylü Metodu 54x85 | | İkili Kod Çözümlemesi | |
|---|---|---|---|
| ~~54~~ | ~~85~~ | 0 | |
| 27 | 170 | 1 | |
| 13 | 340 | 1 | $(110110)_2 = 54$ |
| ~~6~~ | ~~680~~ | 0 | |
| 3 | 1360 | 1 | |
| 1 | 2720 | 1 | |
| | +--------- | | |
| | 4590 | | |

## İKİLİ SAYI SİSTEMLERİ

Alternatif bir sayı sistemi olan ikili sayı sistemi günümüz hesaplamaları açısından kullanımı çok pratik olmasa da dijital hesaplama cihazları için hayati bir öneme sahiptir. Temel olarak bu cihazlar, 1'in açık ve 0'ın kapalıyı temsil ettiği ikili sayı sistemi üzerine kuruludur. Sistemi oluşturan 1'ler ve 0'lar bit olarak adlandırılır. İkili sayı sistemi, tüm sayı sistemi özelliklerinin yanı sıra basamak değerleri, 2'nin üsleri şeklinde ifade edilir. Onluk sayı sisteminde her bir sayının ikinin kuvvetlerinin toplamı şeklinde yazılması ikili sayı sistemini eşsiz kılmaktadır. İkilik tabandaki bir sayının sağına 0 ekleyip sayıyı sola kaydırdığınızda, onu 2 ile çarpmış; en sağındaki sayıyı silerek sağa kaydırdığınızda ise (kalanı yok sayarak) sayıyı 2'ye bölmüş olursunuz. İkili sayı sisteminde "1" ile biten sayılar tek sayıları, "0" ile biten sayılar ise çift sayıları ifade eder.

### *Napier'in Kemikleri ile Çarpım Metodu*

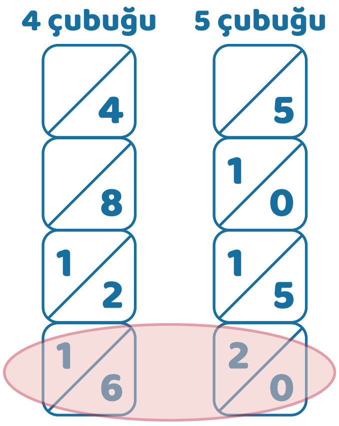
John Napier'in (1550-1617), çarpmayı kolaylaştırmak için bir dizi sayı çubuğu icat eden İskoç bir matematikçi olduğu ve bu çubukların Napier'in kemikleri olarak adlandırıldığı öğrencilerle paylaşılır. Ardından *"Napier'in kemiklerini incelediğinizde neler fark ediyorsunuz?"* sorusu sorularak konuya giriş yapılır. **"NAPİER'İN KEMİKLERİ EK-4"** öğrencilere dağıtılır ama öncesinde verilen iki örnek akıllı tahtaya yansıtılarak çözüm basamakları öğrenciler ile incelenir.

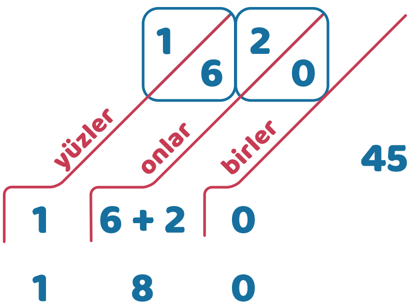
### *Napier'in Kemikleri ile Çarpma İşlemi Örnekleri*

**1. "45 x 4" işlemi, Napier'in kemiklerini kullanarak şu şekilde gerçekleştirilmektedir.**

(Birinci çarpan 45 olduğu için)

4. satır alınır.
(Çünkü 4 ile çarpılmaktadır.)



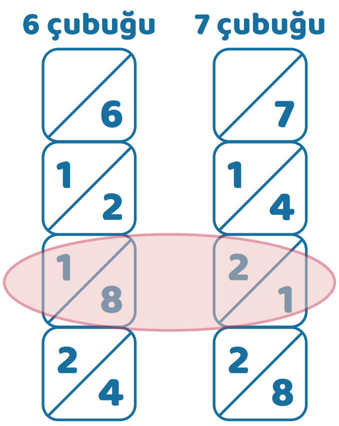



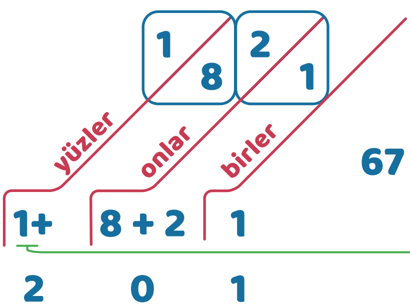

**45 x 4 = 180**

**2. "67 x 3" işlemi, Napier'in kemiklerini kullanarak şu şekilde gerçekleştirilmektedir.**

(Birinci çarpan 67 olduğu için)

3. satır alınır.
(Çünkü 3 ile çarpılmaktadır.)




**67 x 3 = 201**

## Alternatif Çarpma Yöntemleri

**Etkinlik Formu (Rus Köylü Metodu) Ek 1 ve Etkinlik Formu (Napier'in Kemikleri) Ek 2** öğrencilere dağıtılır. Öğrenciler 2 gruba ayrılırlar. Grup üyelerinden Rus köylü ve Napier'in kemikleri metotlarını uygulayacak olanlar işlem uzmanları, yapılan işlem sonucunda ilk çarpanı ikili koda çevirecek olan kişi algoritma geliştirici, yapılan işlem adımlarını anlatacak olanlar sözcü ve yapılan işlemleri etkinlik kâğıdına aktaracak kişi ise yazıcı olarak atanır. 1. grup verilen çarpma işlemlerini Rus köylü metoduna göre yaparken 2. grup ise aynı çarpma işlemlerinin sonuçlarını Napier'in Kemikleri metoduna göre bulur. Rus köylü metoduna göre işlemleri yapan öğrenciler ilk çarpanın ikili kodunu bulmaktan da sorumlu olacaktır. Daha sonra etkinlik kâğıtları çaprazlanarak tüm grupların her iki yöntemi de uygulaması sağlanır.

### ARAŞTIRMA

Rus köylü metodunda neden çift sayıların üzeri çizilip sadece tek sayıların karşısındaki sayılar toplanarak sonuç bulunmaktadır? Farklı çarpma yöntemlerinin güçlü ve zayıf yönlerini karşılaştırınız. Büyük sayılarla çarpma işlemi yapıyor olsaydınız hangi çarpma yöntemini kullanırdınız? Neden? Napier'in kemikleri yöntemiyle 2, 3 ve 4 tane çubuk kullanarak en büyük ve en küçük hangi çarpımlar elde edilebilir?

### BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Mikroişlemcilerin kullandığı çarpma işlemi yöntemi ile Rus köylü metodu arasında büyük benzerlikler vardır. Bu ilişkiyi kavramak mühendislerin elektronik hesaplama cihazlarında kullanılan algoritmayı tasarlamalarında yardımcı olmuştur.

### DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait *"Alternatif Çarpma Yöntemleri Dereceleme Ölçekleri"*'ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

### EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Etkinlik Formu'nda Rus köylü ve Napier'in kemikleri metodları ile yapılan çarpma işlemleri, kafes çarpma yöntemiyle yapılabilir. Kafes çarpma işlemine ait örnek sorunun çözüm adımlarını Kafes Çarpma Örnek Soru Anlatımı Ek 3'te bulabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### RUS KÖYLÜ METODU

| Rus Köylü Metodu 35 x 7 | İkili Kod Çözümlemesi |
|---|---|
| | |

| Rus Köylü Metodu 58 x 3 | İkili Kod Çözümlemesi |
|---|---|
| | |

| Rus Köylü Metodu 26 x 19 | İkili Kod Çözümlemesi |
| --- | --- |
| | |

| Rus Köylü Metodu 81 x 16 | İkili Kod Çözümlemesi |
| --- | --- |
| | |

| Rus Köylü Metodu 74 x 5 | İkili Kod Çözümlemesi |
| --- | --- |
| | |

| Rus Köylü Metodu 92 x 5 | İkili Kod Çözümlemesi |
| --- | --- |
| | |

ETKİNLİK FORMU - 2

NAPIER'İN KEMİKLERİ

47 x 4

81 x 6

67 x 8

92 x 5

**35 x 7**

**26 x 9**

**58 x 3**

**74 x 2**

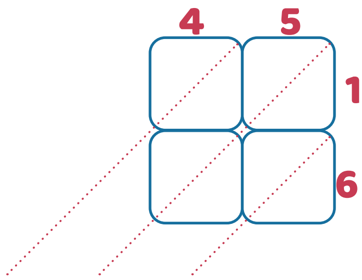
1. Napier'in kemikleri yöntemi ile 2, 3 ve 4 çubuk kullanarak en büyük ve en küçük hangi çarpımlar elde edilebilir?
2. Tüm çubukları kullanarak en büyük ve en küçük hangi çarpımlar elde edilir? (Her çubuk 1 kere kullanılacaktır)

## ETKİNLİK FORMU - 3

### KAFES ÇARPMA ÖRNEK SORU ANLATIMI

**1.** Izgaranın üst kısmına birinci çarpanı, sağ kısmına ikinci çarpanı yazılır.

**45 x 16** işlemini yapıyoruz.

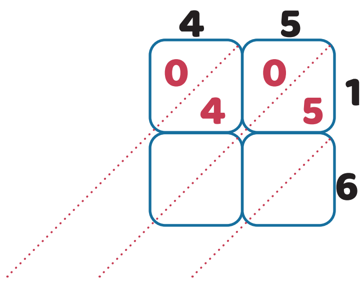



**2.** Üst ve yan bölümdeki çarpanlara ait rakamların her biri tek tek çarpılır.

Cevaplar karelerin içine yazılır. Kare içindeki her bir üçgene tek bir rakam yazılır. Cevap bir basamaklıysa başına 0 getirilerek yazılır.

1 x 4 = 4 (0, 4)

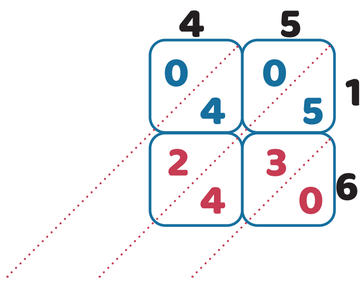
1 x 5 = 5 (0, 5)




**3.** İkinci satırdaki sayıları bulmak için rakamları ***(4, 5 ve 6)*** tek tek çarpmaya devam edin.

4 x 6 = 24

5 x 6 = 30



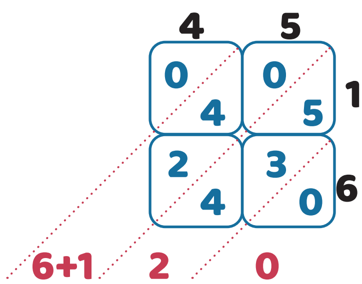

**4.** Sağdan başlayarak, sayıları çapraz toplayıp noktalı çizgilerin yanına yazın. Eldeli toplamlarda elde bir sonraki bölüme taşınır.

Sağdan sola doğru toplanır:

0 sağ alt bölümdeki üçgenin değeri (birler basamağı) hiç değişmez.

5 + 3 + 4 = 12 (Onlar basamağında 2 yazılır. 1 elimizde var.)

0 + 4 + 2 = 6 + 1 (elde) = 7



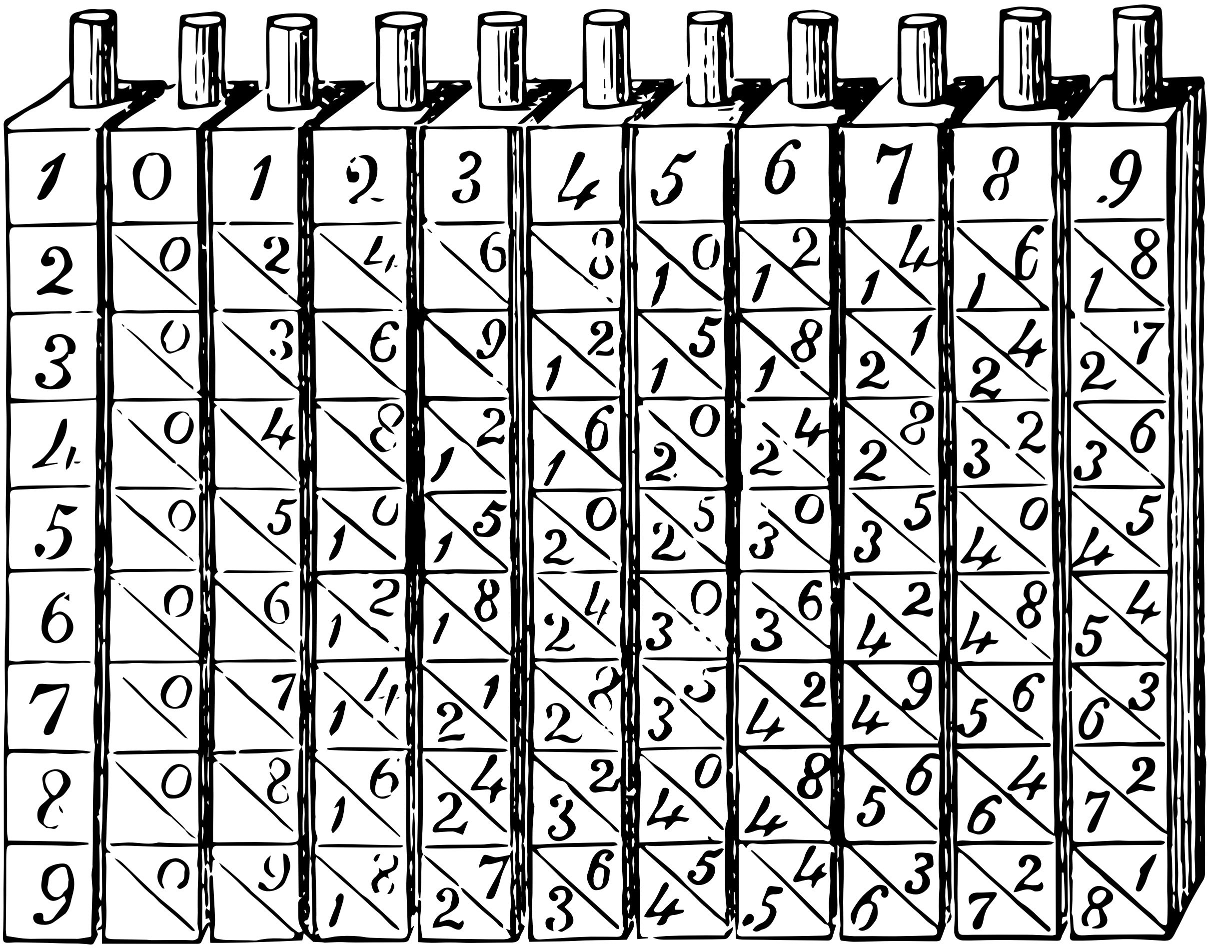

**Cevap: 45 x 16 = 720**

## ETKİNLİK FORMU - 4

### NAPIER'İN KEMİKLERİ

**Napier'in Kemikleri Çarpım Metodu Uygulama Adımları**

1. Çarpılmak istenen iki sayı yan yana yazılır.
2. Birinci çarpanı oluşturan rakama/rakamlara ait Napier çubuğu/çubukları yan yana getirilir.
3. Napier çubuklarında ikinci çarpanın sayısal değerine karşılık gelen satıra bakılır.
4. Satırdaki sayılar örnekteki gibi basamaklarına ayrılır ve aynı basamaklardaki sayılar kendi aralarında toplanır.
5. Elde edilen toplam, işlem sonucunu verir.



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: DOĞAL SAYILARDA İŞLEMLER YAPIYORUM**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Cebir ve Sayılar Teorisi**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Doğal sayılarda kısa yoldan farklı dört işlem yapma stratejilerini kullanır.
- ❖ Doğal sayılarda dört işlem yapmada işlem önceliğini keşfeder.
- ❖ Doğal sayılarda dört işlem kullanmayı gerektiren rutin olmayan problemleri çözer.
- ❖ Zihinden dört işlem yapma stratejileri geliştirir.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kalem, kâğıt, hesap makinesi, bilgisayar, akıllı tahta.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Daha büyük sayıları çarpmada ve çarpma ile algoritma oluşturmada bilişim teknolojilerinden (yapay zekâ programları) yararlanılır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı, öğrencilerin kısa yoldan dört işlem yapabilme becerilerinin gelişmesini ve günlük hayatta zihinden işlemler yapabilmeyi keşfetmelerini sağlamaktır. Ayrıca onların yaratıcılıklarını geliştirerek farklı stratejilerle zihinden işlemler yapabilmelerini sağlamaktır. Grup çalışması ile iş birliği yapma, saygılı olma ve yardımlaşma gibi değerlerin kazandırılması amaçlanmaktadır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapılırken nelere dikkat edilmesi gerektiği vurgulanır. İşlem önceliğini kullanmanın önemi açıklanır. Örnekler üzerinden dört işlem konusunda öğrencilerin hangi seviyede oldukları ortaya çıkarılmaya çalışılır. Buluş yoluyla öğretim stratejisi kullanılır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

“Günlük hayatta dört işlemden birini yapmak için bazen çok kısa bir zamanımız olur. Peki bununla karşı karşıya kaldığımız durumlarda ne yapmalıyız?” sorusu sorulur.

- Öğrencilerden alınan yanıtlardan sonra kolay yoldan çarpma stratejileri üzerine tartışılır. Bu stratejilerin küçük sayılardan hareketle büyük sayılar için genellenebilir olup olmadığı tartışılır.

## *İstasyonda Çarpma*

4, 8, 5, 25 ve 100 ile kolay yoldan çarpma stratejilerine yönelik sorular sorulur ve sorular üzerinde tartışılır.

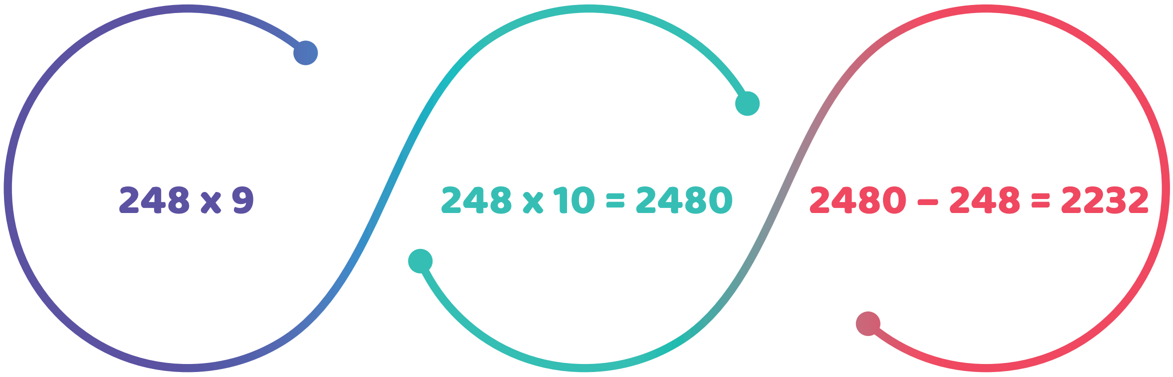
| | |
|---|---|
| 4 İle Kolay Çarpma | 26 x **2** x **2** |
| 8 İle Kolay Çarpma | 38 x **2** x **2** x **2** |
| 5 İle Kolay Çarpma | 47 x 5; 47 **10 ile çarpılır, elde edilen çarpım 2'ye bölünür.** |
| 25 İle Kolay Çarpma | 18 x 25; 18 **100 ile çarpılır, elde edilen çarpım 4'e bölünür.** |
| 100 İle Kolay Çarpma | 65 x 100; **65'in sağ tarafındaki iki basamağa iki sıfır eklenir.** |

- 5 istasyon için 5 farklı köşe oluşturulur.
- Her istasyona bir sayı verilir (sırayla 4, 8, 5, 25, 100).
- Öğretmenin elinde, öğrenci sayısı kadar 2 ve 3 basamaklı sayıların bulunduğu bir kutu vardır.
- Her öğrenci, kutudan bir sayı çeker, sırayla tüm istasyonlara uğrayarak elindeki sayı ile istasyon numarasını kısa yoldan çarpar.
- Diğer öğrenciler de aynı işleme devam ederler. Böylece bütün istasyonlardaki sayılar ile kısa yoldan çarpma işlemi yapılmış olur.


- Sayılar kutuya bırakılır.
- Her seferinde farklı sayının seçilmesiyle devam edilen turda, tüm öğrenciler sayıların hepsiyle tüm istasyonlardaki sayıları çarpmış olur.
- Son turda tüm öğrenciler istasyonların tamamını gezerek elde ettikleri sonuçları karşılaştırır ve tartışırlar.

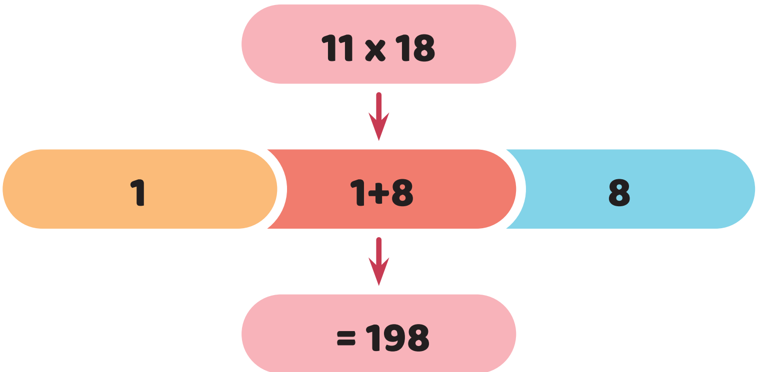
### *9 ile Kısa Yoldan Çarpma*

- Bir sayının 9 ile kısa yoldan nasıl çarpılacağı üzerine grup tartışması yapılır.
- Ardından 9'u 10'a yuvarlayıp verilen sayıyla 9 çarpılır. Elde edilen sonuçtan 9'la çarpılacak olan sayının çıkarılmasıyla öğrencilerin sonuca ulaşmaları sağlanır.



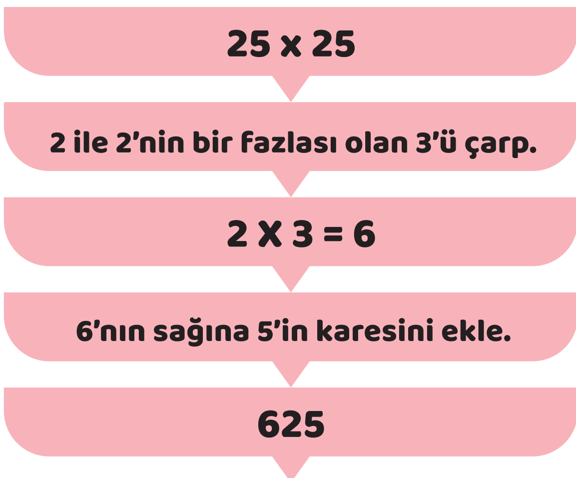

### *11 ile Kısa Yoldan Çarpma*

- Bir sayının 11 ile kısa yoldan nasıl çarpılacağı üzerine grup tartışması yaptırılır.




- Sonucuna ulaşılır.

### *5 ile Biten Sayıların Kendisiyle Tekrarlı Çarpımı*



**Öneri:** 5 ile başlayan iki basamaklı sayıların karesini almak

**57x57**

| 25'e birler basamağını ekle. | Birler basamağının karesini al. | İki kısmı birleştir. |
|---|---|---|
| **25+7=32** | **7x7=49** | **3.249** |
| (sonucun sol kısmı) | (sonucun sağ kısmı) | |

(Julius, 2006)

### TARTIŞMA SORUSU

Öğrendiğimiz kolay yoldan çarpma stratejileri günlük hayatımızı hangi açılardan kolaylaştırabilir? Bunlardan farklı olarak sizin kullandığınız kısa yoldan dört işlem stratejileri nelerdir?

## İşlem Önceliği

Öğrenciler grup olur. Gruptan bir uzman seçilir. Aşağıda verilen işlemler ve işlemlerin sonuçları öğrencilere verilir. Öğrencilerden, bu işlemleri birlikte yaparak verilen sonuca ulaşmaları istenir. İstenilen değere ulaşmak için öğrenciler derinlemesine tartışır.

| İşlem | Değer |
|---|---|
| 7x8+15-9 | 62 |
| 6x9-36/4 | 45 |
| $100-3^4+1$ | 20 |
| (46+19)-20x3 | 5 |
| $4^3/8+7$ | 15 |

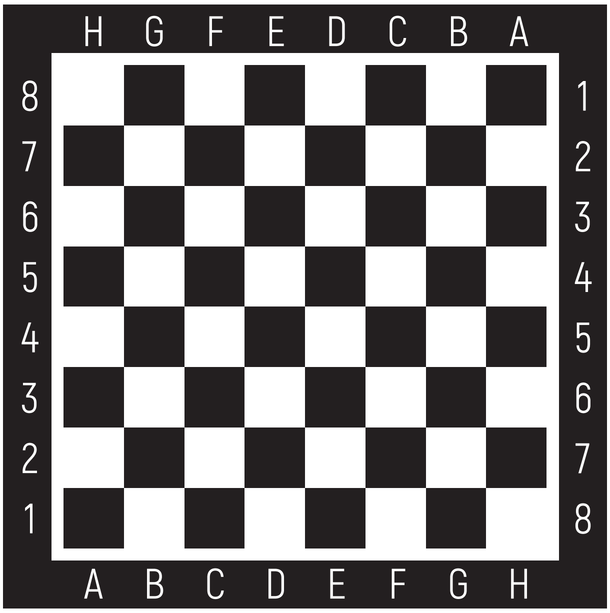
Bütün işlemler yapılarak çözüme ulaşıldığında her bir işlem sırası uzman tarafından tahtaya yazılır. Daha sonra diğer işlemler ile verilen değere ulaşmaları istenir. Her seferinde işlem sırası tahtaya yazılır. Bütün işlemler bittiğinde genel bir işlem önceliği kuralı geliştirilir:

1. **Parantez içi**
2. **Sayı üssü**
3. **Çarpma ve bölme**
4. **Toplama ve çıkarma**

**Problem:** 8x8'lik bir satranç tahtasında birim karelere 1'den başlayarak 64'e kadar olan doğal sayılar sırayla yerleştiriliyor. Bu tahtadan seçilen 2x2'lik bir karesel bölgede yer alan çift sayıların çarpımı 468 ise tek sayıların çarpımı kaçtır?

Öğrenciler grup olur. Satranç tahtası öğrencilere verilir. İlk satırdan başlayarak 1'den 64'e kadar bütün satırlar numaralandırılır.

Bütün 2x2'lik karelerde 2 adet çift ve 2 adet tek sayı vardır.




Şekil 1. Satranç tahtası

| | |
|---|---|
| **18** | **19** |
| **26** | **27** |

**Seçilen 2x2 karedeki tek sayılar 19 ve 27'dir. Bu sayılar kısa yoldan çarpma kullanarak çarpılır.**

**(Cevap: 513)**

## ARAŞTIRMA

Günlük hayatta büyük sayılarla çarpma işlemi yapmamız gereken durumlarla karşı karşıya kaldığımızda nasıl bir strateji izleyebiliriz? 4 tane 7 ve 1 tane 1 kullanılarak 100'ü elde ediniz.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Sayıları basamaklarına ayırarak pratik bir şekilde yapabileceğimiz toplama ve çarpma işlemini günlük hayatımızda sıklıkla kullanabiliriz.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Birler basamağı 9 veya 1 olan sayıların kısa yoldan çarpımına da yer verilir. Aralarındaki fark 2,4 veya 8 olan sayıların kısa yoldan çarpımına yer verilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait *"Doğal Sayılarda İşlemler Yapıyorum Dereceleme Ölçeği"*ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

1. Julius, H. E. (2006). *Sihirli Matematik Oyunları* (Çev. Gülşah Karadağ ve Zeynep Doğa Karadağ). Güncel Yayıncılık.

## ETKİNLİK FORMU

1. Aşağıda verilen işlemleri kısa yoldan yapın.

| İşlem | Sonuç |
|---|---|
| 245 x 5 | |
| 366 x 4 | |
| 487 x 25 | |
| 256 x 100 | |
| 56 x 56 | |
| 154 x 11 | |
| 35 x 35 | |

2. Aşağıda verilen işlemleri işlem önceliğine göre yapın.

| İşlem | Sonuç |
|---|---|
| (365 - 255)/5 | |
| $(3^4 + 27)/9 + 17$ | |
| 100 - 45 x 2 – 5 | |
| $180/6 + 60 - 5^2$ | |
| 360/(270 – 180) | |

3. 8x8'lik bir satranç tahtasında birim karelere 1'den başlayarak 64'e kadar devam eden doğal sayılar, sırayla yerleştiriliyor. Bu tahtadan seçilen 2x2'lik bir karesel bölgede yer alan çift sayıların çarpımı 240 ise tek sayıların çarpımı kaçtır?

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: BÖLÜNEBİLME VE ASALLAR**
**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Cebir ve Sayılar Teorisi**
**KAZANIMLAR:**

- Belirli doğal sayılarla bölünebilme kurallarını keşfeder.
- Asal sayıları ayırt eder.

**SÜRE:** 2 ders saati
**KULLANILACAK MATERYALLER:** A4 kâğıt, kalem, etkinlik kâğıdı, bilgisayar.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bilişim teknolojileri dersi ile ilişki kurularak programlama dilinde bölünebilme kuralları incelenebilir ve asal sayıları hesaplama işlemi yapılabilir. Asal sayıların bilişim sistemlerinde kullanımı ile ilişki kurulur.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikteki temel amaç, öğrencilerin doğal sayıların 2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10 ile bölünebilme kurallarını keşfetmelerini ve asal sayıların özelliklerini ayırt etmelerini sağlamaktır. Bu sayede öğrencilere matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirme yapma, yaratıcı ve eleştirel düşünme becerileri kazandırılması hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Bu etkinlik öncesinde öğrencilerin bilmesi gereken kavramlar: doğal sayılar, çift ve tek doğal sayılar ve sayma sistemleridir. Doğal sayılarda dört işlem becerisine yer verilir. Öğretim süreci boyunca öğrencilere çeşitli sorular yönlendirilir. Grupla çalışma yöntemi ve buluş yoluyla öğretim stratejisinden yararlanılır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere aşağıdaki tabloda verilen sayıları sırayla 2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10'a hesap makinesi kullanarak bölmeleri söylenir. Tam bölünen sayılar için kutu içine X sembolü koymaları söylenir.

| Sayı | 2 ile | 3 ile | 4 ile | 5 ile | 8 ile | 9 ile | 10 ile |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 321 | | | | | | | |
| 305 | | | | | | | |
| 252 | | | | | | | |
| 507 | | | | | | | |
| 710 | | | | | | | |
| 630 | | | | | | | |
| 400 | | | | | | | |

Bölme işlemi sonlandıktan sonra aşağıdaki durumlar öğrencilere inceletilir:

- Sayının son basamağındaki sayı önemlidir.
- Sayının rakamları toplamı önemlidir.
- Sayının son iki basamağı önemlidir.

Öğrencilere "Burada yer alan ifadeler hangi bölünebilme kurallarında kullanılabilir?" sorusu sorulur. Tartışma yapılır.

Bölünebilme kurallarının ispatına geçilir.

### 2 ile Bölünebilme Kuralı:

Öğretmen üç basamaklı bir abc sayısını verir. Öğrencilerden bu sayıyı çözümlemeleri istenir. $10^2.a+10^1.b+10^0.c$ ifadesinde, 10'un bütün kuvvetleri 2 ile tam bölünmektedir, dolayısı ile 10'un kuvvetleri ile çarpılan sayılar da 2 ile tam bölünür. Burada c'nin kaç olduğu önemlidir. Öğrenciler c rakamı 0, 2, 4, 6 ve 8'den herhangi biri ise abc sayısı 2 ile tam bölünebilir kuralına ulaştırılır.

### 3 ile Bölünebilme Kuralı:

Öğretmen üç basamaklı abc sayısını verir. Öğrencilerden bu sayıyı çözümlemeleri istenir. Elde edilen 100.a+10.b+c ifadesini 99.a+a+9.b+b+c= 99.a+9.b+a+b+c şeklinde de ifade etmek mümkündür. 9, 3'ün katı olduğu için 99.a ve 9.b ifadeleri 3 ile tam bölünecektir. Bu gruplamadan geriye kalan a+b+c'dir. Buradan öğrencilerin "Bir sayının 3 ile bölümünden kalanın o sayıyı oluşturan rakamların sayı değerleri toplamına eşit olduğunu göstermektedir." ifadesine ulaşması sağlanır.

### 4 ile Bölünebilme Kuralı:

Öğretmen üç basamaklı abc'yi tekrar çözümleyelim, der. 100.a+10.b+c incelendiğinde; 100 sayısı 4 ile tam bölünmektedir ve 100'ün katı olan sayılar da 4 ile tam bölünecektir. O hâlde geriye bakılması gereken 10.b+c'dir. Buradan hareketle bir sayının 4 ile tam bölünebilmesi için ilgili sayının son iki basamağına bakmak yeterlidir, denilebilir. Öğrenciler iki basamaklı bu sayı 4'ün katı ise sayı 4'e kalansız olarak bölünebilir kuralına ulaştırılır.

### 5 ile Bölünebilme Kuralı:

Öğretmen üç basamaklı abc'yi sayısını çözümleyelim, der. 100.a+10.b+c ifadesi elde edilmektedir. 100 ve 10 sayıları 5 ile tam bölünmektedir. Buradan hareketle onların katı olan sayıların da 5 ile kalansız bölüneceği ifade edilebilir. Öğrenciler, bir sayının 5 ile bölünebilirliğini kontrol etmek için bakılması gereken birler basamağında yer alan c rakamıdır, kuralına ulaştırılır.

### *8 ile Bölünebilme Kuralı:*

Öğretmen dört basamaklı abcd'yi verir. Öğrencilerden bu sayıyı çözümlemeleri istenir. 1000.a+100.b+10.c+d ifadesinde a'nın çarpım durumunda olduğu 1000, 8 ile tam bölündüğünden abcd'nin 8 ile bölümünden kalanı incelemek için 100.b+10.c+d ifadesine yani sayının sağdan son üç basamağına bakmak yeterli olacaktır. Öğrenciler kurala ulaştırılır.

### *9 ile Bölünebilme Kuralı:*

Öğrencilerden üç basamaklı abc'yi çözümlemeleri istenir. 100.a+10.b+c ifadesi elde edilir. Aynı ifade 99.a+9.b+a+b+c şeklinde de yazılabilmektedir. Buradan 99.a ve 9.b ifadeleri 9'un katı olduğundan 9 ile tam bölünebildikleri görülecektir. Öğrenciler bir sayının 9 ile bölümünden kalanı bulabilmek için o sayıyı oluşturan rakamların sayı değerlerine yani abc üç basamaklı sayısı için a+b+c'ye bakmak yeterli olacaktır kuralına ulaştırılır.

### *10 ile Bölünebilme Kuralı:*

Öğrencilerden üç basamaklı abc'yi çözümlemeleri istenir. 100.a+10.b+c ifadesi elde edilir. Burada 100 ile 10, 10 ile kendisi tam bölündüğünden bu sayılarla çarpım durumunda olan a ve b'nin 10'la bölümden kalana bir etkisi olmayacaktır. Öğrenciler 10 ile bölünebilme durumunu incelemek üzere bakılması gereken tek basamağın birler basamağındaki rakam yani c olacağı kuralına ulaştırılır.

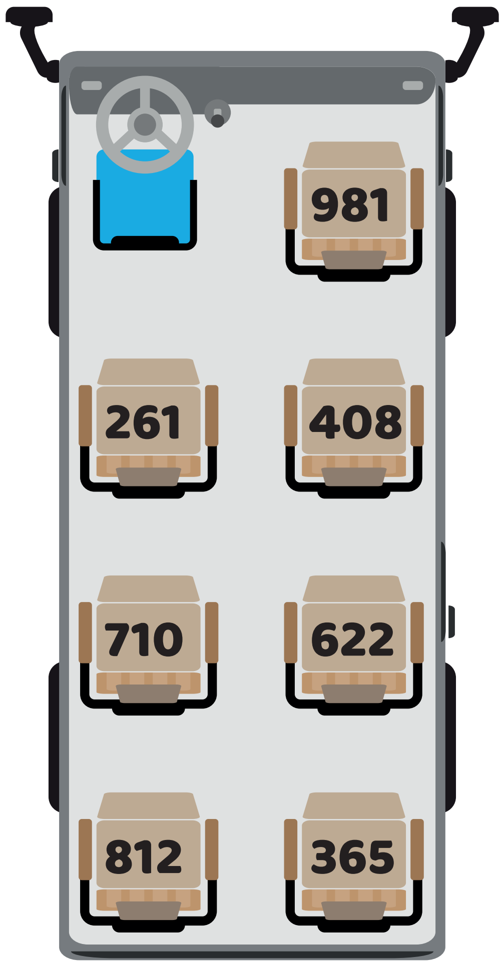
## Okul Servisi

Her sabah bir okula öğrenci taşıyan şoförün servis aracına 7 öğrenci binmektedir. Salı günü servise binen çocuklar, çok farklı bir uygulama ile karşılaşırlar. Şoför amca, çocukların servise binerlerken kullanmaları için her birine birer biniş kartı verir. Kartların üzerinde farklı sayılar (2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10) vardır. Her bir koltuğun üzerinde de üç basamaklı sayılardan oluşan numaralar vardır. Yani her kişiye, belirli bir bölünebilme kuralı takip edilerek koltuk tahsis edilmiştir. Sınıftaki 7 tane sandalyeye bu kartlar yapıştırılır.

Şoför amca:

*"Koltukların üzerinde 3 basamaklı sayıları görüyorsunuz. Koltuklarınızı bulmak için elinizdeki kartta yazan sayıya kalansız olarak bölünebilen 3 basamaklı sayıyı bulmanız gerekmektedir."* der.

Serviste toplam 7 tane koltuk vardır ve koltukların üzerindeki numaralar şöyledir: 365, 812, 622, 710, 408, 261, 981.



Buna göre 2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10 numaralı kartlara sahip her bir öğrenciden bölünebilme kuralını kullanarak kendi koltuğunu bulması istenir. Öğrencilerden ilk koltuktan başlayarak sırayla koltuklardaki sayıları elindeki karttaki sayıya bölmeleri istenir.

Eğer öğrencilerden kart 3'ü alan önce 261'e oturursa bu durumda 9'u alan ayakta kalacak. 2, 4 ve 8 ile 5 ve 10 ile ilgili de benzer durumlar meydana gelebilir.

Bu problemin yaşanması ihtimaline karşın öğrencilere bu durum bir problem olarak verilip öğrencilerin koltuk seçiminde karşılaşabilecekleri problemlerin neler olabileceği ile ilgili durumları bulmaları istenir.

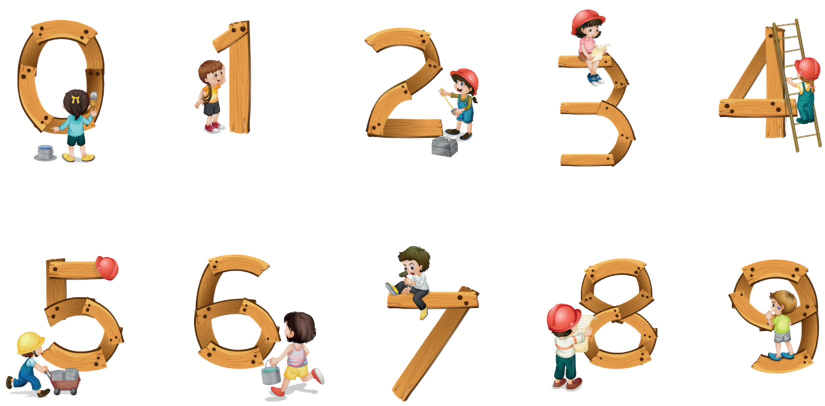
## Asal Köşesi

Birden ve kendisinden başka böleni olmayan (pozitif bölenleri kümesi 2 elemanlı olan) doğal sayılara asal sayılar denir. En küçük asal sayı 2'dir ve 2 asal olan tek çift sayıdır.

**2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... sayılarının her biri asaldır.**

Asal sayılarla ilgili bilgi verildikten sonra öğrenciler gruplara ayrılırlar ve her gruptan bir uzman seçilir. Gruplara 0'dan 9'a kadar olan doğal sayılar verilir. İlk olarak bu sayı aralığındaki asallar bulunur. Ardından gruplar 0'dan 9'a kadar olan sayıları kullanarak iki ve üç basamaklı asal sayılar elde etmeye çalışırlar.

Yapılan çalışmaların ardından sınıfta bir "Asal Köşesi" oluşturulur. Öğrenciler elde ettikleri



tüm asal sayıları kartlara yazarak bu köşeye asar. Uzman eşliğinde bütün öğrenciler bu köşede yer alan sayıların asal olup olmama durumlarını inceler.

**Öneri:** Asal sayıların bilişim teknolojileri programlarında yazımına yer verilebilir.

## DÜŞÜNME KUTUSU

1 neden asal değildir?

100 ile 200 arasında iki asal sayının toplamı şeklinde yazılabilen kaç asal sayı vardır? Bu sayılar nelerdir?

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Asal sayılar günlük hayatta güvenlik önlemlerinin gerektiği durumlar için bankalar, bilgisayarlar ve savunma gibi alanlarda şifreleme işlemleri için kullanılmaktadır.

## DEĞERLENDİRME

Etkinlik Formu verilir. Bu etkinliğe ait “Bölünebilme ve Asallar Dereceleme Ölçeği”ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU

**1.** Yüzlük tabloda verilen sayılardan asal olanları boyayınız.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

**2.** Sizce, asal sayıları belirlemek için pratik bir formül var mıdır? Tartışınız.

**3.** Rakamları toplamı asal sayı olan kaç tane iki basamaklı sayı vardır? Çözümünüzü gerekçelendiriniz.

**4.** Bölünebilme kurallarına göre birden fazla sayıya bölünebilen doğal sayılar yazınız.

**5.** 48 sayısı hangi doğal sayılara bölünebilir?

**6.** Asal sayılar sonsuz mudur? Tartışınız.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: EBOB EKOK İSTASYONLARI**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Sayılar Teorisi**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Pozitif bir tam sayının tüm pozitif tam sayı çarpanlarını bulur.
- ❖ İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar.
- ❖ Gerçek yaşam problemlerinde EBOB ve EKOK hesaplamalarının kullanıldığı durumlara yönelik problemler çözer.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Ekinlik formları (Ek 1, Ek 2, Ek 3, Ek 4), değerlendirme formları (Ek 5, Ek 6), hesap makinesi ve farklı renklerde işaret kalemleri.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikler, EBOB ve EKOK'un günlük hayatta karşılaşılan karmaşık problemlerin çözümünde nasıl yardımcı olabildiklerinin öğrenciler tarafından anlaşılmasına yönelik tasarlanmıştır. Bu yönüyle matematikte problem çözme becerileri ile ilişkilendirilebilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Etkinliğin temel amacı öğrencilerin; EBOB ve EKOK hesaplamalarını gündelik hayat problemlerine uygulayabilecek bilgi düzeyine ulaşmalarını sağlamaktır. Öğrencilerin pozitif bir tam sayının pozitif çarpan sayısını hesaplayabilmeleri, pozitif bölenler ile EBOB, katlar ile EKOK, asal çarpanları bulma yöntemleri ile EKOK ve EBOB arasındaki ilişkiyi kavramaları hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

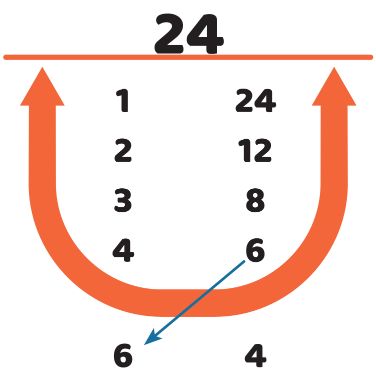
EBOB ve EKOK öğrenciler tarafından sıklıkla karıştırılan iki terim olduğu için ders öncesinde, sırasında ve sonrasında bu kavramların tanımları ile çarpanlar, katlar ve asal sayılarla olan ilişkileri de verilmelidir. İlgili kavramların kullanılmasını gerektiren problemlere yer verilerek kavramların pekiştirilmesi sağlanabilir. Öğrencilerin çarpan, bölen ve kat terimlerini birbirlerinden ayırt edebilecek bilgi düzeyine sahip olmaları beklenmektedir. Dolayısıyla öğrenciler asal sayının tanımını bilmeli, asal sayıları diğer sayılardan ayırt edebilmeli ve bir sayının asal sayı olup olmadığını belirlemede kullanabileceği yöntemleri açıklayabilmelidir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

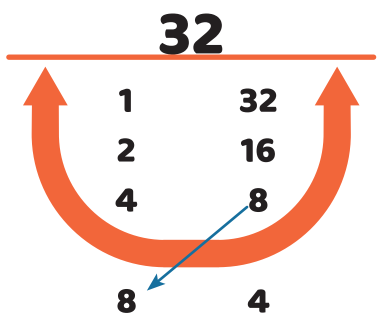
Konu ile ilgili ön bilgilerden yararlanılarak derse başlanır. Örneğin ***"Bir sayının çarpanları ve katları denince ne anlıyorsunuz? Bu iki terim arasındaki farklar ve benzerlikler nelerdir?"*** soruları sorularak derse giriş yapılır. Öğrencilerden bir sayının çarpanlarını bulmaya yönelik bildikleri bir yöntem varsa örnek vermeleri istenir. Örnekler sonrasında etkinlik sürecinde sıkça kullanılacak olan çarpan, bölen, kat ve asal sayı terimleri açıklanır. Tanımların ardından sırasıyla pozitif bir tam sayının çarpanlarını bulmak üzere ***"U dönüşü"***; asal çarpanlarını bulmak üzere ***"Çarpan Ağacı"*** yöntemleri açıklanır. 24, 32 ve 60'ın çarpanlarını bulmak için **U dönüşü**; asal çarpanlarını bulmak için ise **Çarpan Ağacı** metotlarının kullanıldığı örnekler öğrenciler ile incelenir. Elde edilen çarpanlar, asal olanlarla birlikte tabloya dönüştürülür. U Dönüşü ve Çarpan Ağacı metotlarının çözüm basamakları, örnek çözümlerin takibi için etkinlik boyunca etkileşimli tahtaya yansıtılmış olarak tutulur.

### *U Dönüşü Metodu*

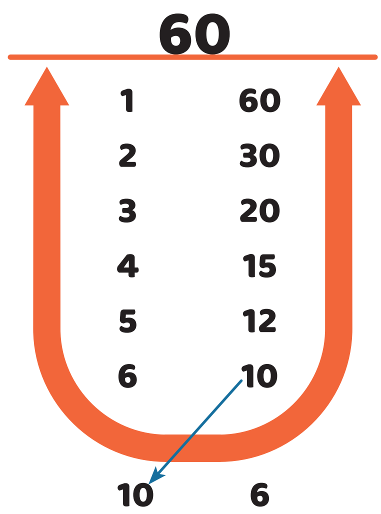
1. Yatay bir doğru parçası çizilir.
2. Doğru parçasının üzerine hedef sayı yazılır.
3. Tüm sayıların ortak çarpanı olarak kabul edilen "1"den başlanması gerektiği kural olarak belirlenir.
4. 1'in karşısına; 1'le hangi sayının çarpımı hedef sayıyı veriyorsa o sayı yazılır.
5. Aynı işlemler 2, 3, 4… sayıları için de devam ettirilir.
6. Hedef sayının çarpanlarından birinin alt satırındaki ve aynı çarpanın sağındaki sayılar birbirine eşit olduğunda u dönüşü yapılır. Elde edilen sayılar liste şeklinde hedef sayının çarpanları olarak yazılır.




**ÇARPANLAR**
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24




**ÇARPANLAR**
1, 2, 4, 8, 16, 32



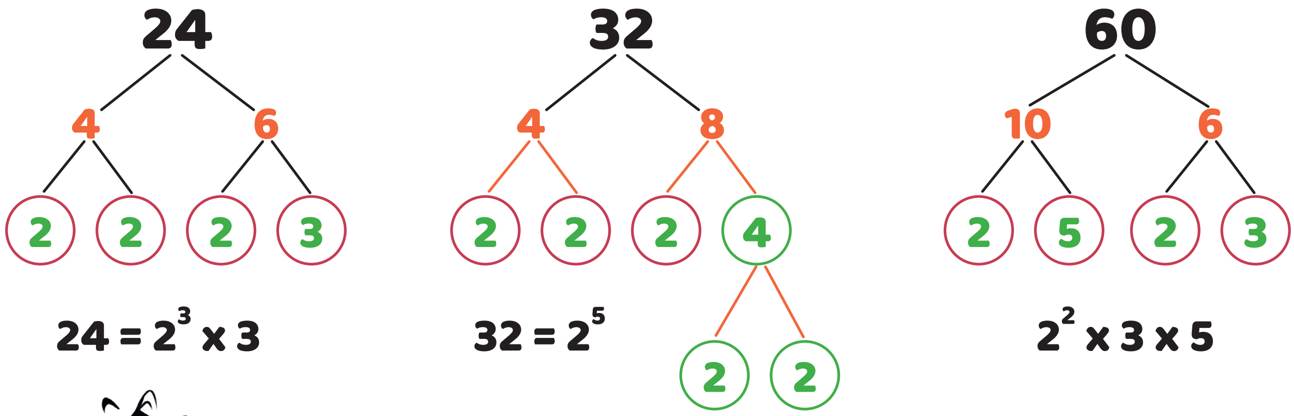

**ÇARPANLAR**
1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

### *Asal Çarpan Ağacı Metodu*

Asal çarpanlarına ayrılmak istenen sayıdan iki tane dal çıkarılır.

1. Dalların ucuna sayımızın 1'den büyük iki doğal sayı çarpanı yazılır.
2. Yazılan sayılardan asal olanlar daire içine alınır, asal olmayandan iki dal daha çıkarılır ve çarpanları uçlara yazılmaya devam edilir.

3. Tüm dalların ucundaki sayılar asal sayı olana kadar bu işleme devam edilir.
4. Son işlem olarak daire içindeki sayılar çarpım durumunda yazılır.




## DÜŞÜNME KUTUSU

**EBOB EKOK**

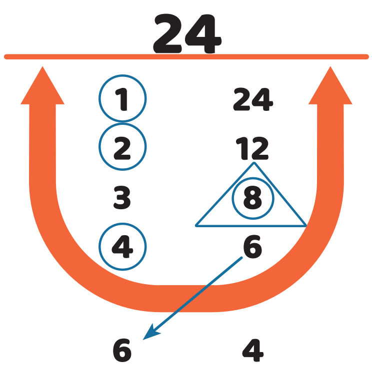
Öğrencilerden kendilerinin, trafik ışıklarının düzenlenmesini sağlayan mühendis olduklarını hayal etmeleri istenir. Özellikle trafiğin yoğun olduğu saatlerde trafik ışıklarının tamamı aynı anda yeşil olmayacak şekilde ayarlanabilmesi için EKOK ve EBOB'tan hangisinin kullanılması gerektiği üzerine tartışma açılır.

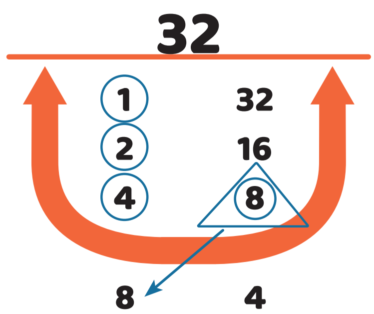
## ÖRNEK 1

24 ve 32'nin EBOB'unu bulalım.

**Not:** Bir sayının çarpanları o sayının aynı zamanda bölenleridir.

- 24 ve 32'nin bölenleri **u dönüşü** metodu ile bulunur.
- Her iki sayı için de ortak bölenler daire içine alınır.
- Her iki sayının ortak bölenlerinden en büyüğünün etrafına bir üçgen çizilir.




**24 sayısının bölenleri:** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

**32 sayısının bölenleri:** 1, 2, 4, 8, 16, 32

24 ve 32 sayısını birden bölebilen en büyük sayı 8 olduğu için EBOB (24,32) = $(24, 32)_{EBOB} = 8$ olduğu görülecektir.

## ÖRNEK 2

24 ve 32’nin EKOK’unu bulalım. (EKOK (24,32) = $(24, 32)_{EKOK}$)

24’ün pozitif katlarını yazalım: 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, …

32’nin pozitif katlarını yazalım: 32, 64, 96, 128, 160, 192, 224, 256, 288, 320, …

Her iki sayının pozitif katlarından ortak olanları daire içine alalım.

24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, ...

32, 64, 96, 128, 160, 192, 224, 256, 288, 320, ...

Ortak katlardan en küçüğünü üçgen içine alalım.

24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, ...

32, 64, 96, 128, 160, 192, 224, 256, 288, 320, ...

Çözümden EKOK (24, 32) = 96 olduğu görülecektir.

## EBOB-EKOK İstasyonları

Etkinlik Formu Ek 1, Ek 2, Ek 3 dağıtılır ve öğrenciler üç gruba ayrılır. Grupların önceden hazırlanan her bir istasyondaki talimatları okumak ve gerçekleştirmek için sadece beş dakikaları vardır. İstasyonlarda yalnızca yazıcı görevindeki kişinin kâğıdı kullanılacaktır. Yazıcı, çalışmalarının bir kopyasını daha sonra diğer gruplarla paylaşacaktır. Gruptaki ikinci kişi ise yaptıkları çalışmaları etkinlik kâğıdına aktarmakla görevlidir. Her grup farklı renkte bir kalem kullanmalıdır. Grubun üçüncü üyesi ise usta matematikçi olarak görev almaktadır ve gereken durumlarda bir hesap makinesi kullanma hakkına sahiptir.

Her bir istasyonda talimatlar aynı şekilde başlar:

- Henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz.
- Seçtiğiniz soruyu yazıcının kâğıdında grup olarak çözünüz.
- Aktarıcı, grubunuzun çalışmasını düzgün bir şekilde etkinlik kâğıdınıza kopyalamalı ve bir sonraki grubun sizden farklı bir problemi çözebilmesi için grubunuzun çözdüğü problemin üstünü çizmelidir.

## BİLGİ KUTUSU

EBOB ve EKOK hesaplamalarının gündelik hayattaki kullanımına örnek olarak aşağıdaki pasaj öğrencilere sunulabilir:

Belirli aralıklarla tekrar eden bir olay olan trafik ışıklarının bir kavşakta düzenlenmesi ile ilgili proje ödeviniz olduğunu ve proje ödevi teslim tarihinizin doğum günü partiniz ile aynı güne denk geldiğini düşünelim. Trafik ışıklarını düzenleme konusunda EKOK hesaplamalarını bilmek size yardımcı olacaktır. Yoğun iş takviminizi küçük bölümlere ayırıp hızlıca bitirmek, doğum gününde ikram edeceğiniz meyve sularının eşit olarak dağıtılmasını sağlamak, partiye gelecek kişi sayısını belirlemek için ise EBOB'dan yardım alabilirsiniz.

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Bir çift sayının EBOB'u bu sayılardan birine eşit olabilir mi? Örneklerle açıklayınız.
- Bir çift sayının EBOB'u bu sayılardan daha büyük olabilir mi? Örneklerle açıklayınız.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

EKOK ve EBOB'un farklı kısaltmaları da ifade edilebilir: ortak katların en küçüğü (okek) veya en küçük ortak kat (ekok) bir diğer ifadeyle en küçük üst sınır (eküs) ve ortak bölenlerin en büyüğü (obeb) veya en büyük ortak bölen (ebob) bir diğer ifadeyle en büyük alt sınır (ebas).

## DÜŞÜNME KUTUSU

**Mert ve Leyla "Hangi Sayılar Bil Bakalım?" adlı bir oyun oynamaktadırlar.**

**Mert:** Aklımdan iki sayı tuttum. Bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) 2'dir. En küçük ortak katları (EKOK) ise 60'tır. Tuttuğum iki sayıyı bulabilir misin?

**Leyla:** Tuttuğun sayılar 10 ve 12 olmalı.

- *Sizce Leyla haklı mıdır? Neden?*
- *Leyla ile aynı fikirdeyseniz Leyla'nın bu sayıları nasıl bulduğunu ve bu sorunun başka bir cevabı olup olmadığını açıklayınız.*
- *Eğer Leyla ile aynı fikirde değilseniz Mert'in verdiği koşulları sağlayan tüm sayı çiftlerini bulunuz.*

**Leyla:** Aklımdan iki sayı tuttum. Bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) 3'tür. En küçük ortak katları (EKOK) ise 90'dır.

**Mert:** Verdiğin koşulları sağlayan üç sayı çifti var.

- *Sizce Mert haklı mıdır? Neden?*
- *Eğer Mert'e katılıyorsanız Leyla'nın tutmuş olabileceği sayı çiftlerini bulunuz.*
- *Mert'in istenen koşulları sağlayan tam olarak üç sayı çifti olduğunu nasıl bulduğunu açıklayınız.*
- *Mert'le aynı fikirde değilseniz Leyla'nın verdiği koşulları sağlayan tüm sayı çiftlerini bulunuz.*

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Verilen kartlar içinden uygun sayı çiftlerini seçerek EBOB-EKOK tablosunu doldurmaya yönelik "Ek Etkinlik Önerisi Ek 4" öğrencilere verilebilir. 1000 Kapılı Dolap Problemi sorulabilir.

## DEĞERLENDİRME

EBOB-EKOK istasyonları etkinliğine ait Dereceleme Ölçeği'ne ait forma karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### İstasyon 1: Faktörler ve EBOB

Her bir istasyonda talimatlar aynı şekilde başlar:

- Henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz.
- Seçtiğiniz soruyu yazıcının çalışma kâğıdında grup olarak çözünüz.
- Ardından, çalışmanızı ortak çalışma kâğıdına düzgün bir şekilde aktarınız ve seçilen sorunun üstünü çizmek için renkli işaretleyicinizi kullanınız. Böylece sizden sonra gelen gruplar sizin çözdüğünüzden farklı bir problemi çözebilsinler.

Aşağıdaki sayı çiftlerinden bir tanesinin en büyük ortak bölenini bulunuz:

**30, 50; 30, 45; 45, 60; 42, 70; 96, 144**

Ardından, henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz:

a. Bir takım oyununa katılmak isteyen 24 kız ve 36 erkek öğrenci vardır. Her takımda aynı sayıda kız ve erkek öğrenci olması gerekiyorsa oyuna katılabilecek takım sayısı en fazla kaç olabilir? Bu durumda her takımda kaç erkek ve kaç kız öğrencinin olabileceğini bulunuz.

b. Bir tenis kulübü, yeni başlayanlar için karşılama setleri hazırlamaktadır. Tenis kulübünde 60 bileklik ve 48 saç bandı paketi vardır. Tüm bileklik ve saç bantlarını kullanarak hazırlanabilecek özdeş kitlerin sayısı en fazla kaç olabilir? Bu durumda her karşılama setinde kaçar tane bileklik ve saç bandı paketi olabileceğini bulunuz.

## ETKİNLİK FORMU - 2

**İstasyon 2: Katlar ve EKOK**

Her bir istasyonda talimatlar aynı şekilde başlar:

- Henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz.
- Seçtiğiniz soruyu yazıcının çalışma kâğıdında grup olarak çözünüz.
- Ardından, çalışmanızı ortak çalışma kâğıdına düzgün bir şekilde aktarınız ve seçilen sorunun üstünü çizmek için renkli işaretleyicinizi kullanınız. Böylece sizden sonra gelen gruplar, sizin çözdüğünüzden farklı bir problemi çözebilsinler.

Aşağıdaki sayı çiftlerinden bir tanesinin en küçük ortak katını bulunuz:

**9, 12; 8, 18; 4, 30; 12, 30; 20, 50**

Ardından, henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz:

a. Bir kantine sucuklu tostlar bir kutuda 12 paket; kaşarlı tostlar ise bir kutuda 8 paket olacak şekilde gelmektedir. Piknikte eşit sayıda kaşarlı ve sucuklu tost olması istenmektedir. Kutular hâlinde alınacak olan tostların tamamını kullanmak istediğimizde satın almamız gereken en az tost miktarı nedir? Bu durumda her bir tost çeşidinden kaçar kutu satın almamız gerekir?

b. Bir durakta sabah 5:30'dan itibaren her 15 dakikada bir otobüs durmaktadır. Ayrıca vardiyasına her sabah 5:30'da başlayan bir taksi, her 12 dakikada bir bu durağa gelmektedir. Bu otobüs ve taksinin durakta 5:30'dan sonraki ilk buluşması saat kaçta olacaktır?

c. Bir çift sayının EKOK'ları bu sayılardan birine eşit olabilir mi? Bir örnekle açıklayınız.

d. Bir çift sayının EKOK'ları bu iki sayıdan daha küçük olabilir mi? Bir örnekle açıklayınız.

e. Bir çift sayının EKOK'ları bu iki sayıdan daha büyük olabilir mi? Bir örnekle açıklayınız.

## ETKİNLİK FORMU - 3

**İstasyon 3: EBOB ve Çarpan Ağacı**

Her bir istasyonda talimatlar aynı şekilde başlar:

- Henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz.
- Seçtiğiniz soruyu, yazıcının çalışma kâğıdında grup olarak çözünüz.
- Ardından, çalışmanızı ortak çalışma kâğıdına düzgün bir şekilde aktarınız ve seçilen sorunun üstünü çizmek için renkli işaretleyicinizi kullanınız. Böylece sizden sonra gelen gruplar, sizin çözdüğünüzden farklı bir problemi çözebilsinler.

Aşağıda verilen sayı çiftlerinden bir tanesinin EBOB'unu hesaplamak için çarpan ağacı metodunu kullanınız:

**30, 50; 30, 45; 45, 60; 42, 70; 96, 144**

Ardından, henüz çözülmemiş sorulardan birini seçiniz:

a. Bir sayının tüm çarpanları mı, yoksa asal çarpanları mı verilirse ilgili sayı bulunabilir? Neden?

b. Orijinal sayı çiftinizi belirleyerek sayı çiftinizin EBOB'unu bulunuz.

c. Bir sayı çiftinin EKOK ve EBOB'larının çarpımı ile bu sayıların birbiriyle çarpımı arasında nasıl bir ilişki olabilir? Örneklerle açıklayınız.

d. Meltem'in en sevdiği sayı, asal çarpanları 12'den küçük olan ve rakamları tekrar etmeyen dört basamaklı bir sayıdır. Buna göre bu sayı kaçtır?

## ETKİNLİK FORMU - 4

Aşağıdaki EBOB, EKOK tablosunu size verilen kartlarda yer alan uygun sayı çiftleriyle doldurunuz.

| | | EBOB | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 4 | 8 |
| EKOK | 12 | | | | |
| | 24 | | | | |
| | 48 | | | 12 ve 16 | |

| | | |
|---|---|---|
| 3 ve 4 | 3 ve 8 | 8 ve 24 |
| 8 ve 12 | 6 ve 8 | 6 ve ___ |
| 4 ve ___ | 16 ve ___ | 16 ve ___ |
| YOK | 2, 8 ve 12 | ___ ve ___ |

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: HAZİNE KEŞFİ**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Üslü Sayılar**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üstel gösterim kullanarak ifade eder.
- ❖ Üstel bir ifadeyi tekrarlı çarpım biçiminde gösterir.
- ❖ Doğal sayıların karesi ve küpünü geometrik olarak yorumlar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Dinamik geometri yazılımı, çalışma kartları, kalem.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Geometrideki alan ve hacim ölçümü kavramları ile üslü sayılar ilişkilendirilir. Gezegenlerin çap uzunlukları, elementlerin atom sayıları üslü sayılarla ifade edilebileceğinden ders fen bilimleri dersi ile ilişkilendirilebilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikteki temel amaç, öğrencilerin bir sayının karesi ile karenin alanı ve bir sayının küpü ile küpün hacmi arasında ilişki kurmalarını sağlamaktır. Ayrıca bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü sayı olarak ifade edebilmeleri, elde edilen sayının da bir doğal sayı olacağını fark etmeleri amaçlanmaktadır. Bu sayede öğrencilere, mantıksal çıkarımda bulunma, kavramlar arasında ilişki kurma ve uzamsal düşünme becerileri kazandırılacaktır. Bunların yanı sıra öğrencilere sabırlı olmanın ve değerlerin önemi kazandırılacaktır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilere kare ve küp ile ilgili sorular sorulur. Öğrencilerden kare ve küp ile ilgili bilgileri üzerine konuşmaları istenir. Ortaya konulan bilgiler üzerine birbirlerine, kare ve küpe çevrelerinden örnekler söylemeleri istenir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Kare, eşit uzunlukta dört doğru parçasının doğrusal olmayan dört noktada birbirine dik olarak birleşmesiyle oluşan kapalı şekildir. Bir sayının karesi, sayının kendisiyle bir kez çarpımı demektir. Küp, alan ölçüleri eşit olan karelerin doğrusal olmayan sekiz noktada, dik olarak birleşmesiyle oluşan üç boyutlu bir cisimdir. Bir sayının küpü ise, aynı sayının kendisiyle iki kez çarpımıdır. Bu açıklamalara yer verilirken tartışma yapılır.

Üs almanın bir sayının kendisiyle tekrarlı çarpımı anlamına geldiği ifade edilir.

1.1 $\longrightarrow$ $1^2$ $\longrightarrow$ 1

2.2 $\longrightarrow$ $2^2$ $\longrightarrow$ 4

3.3 $\longrightarrow$ $3^2$ $\longrightarrow$ 9

1.1.1 $\longrightarrow$ $1^3$ $\longrightarrow$ 1

3.3.3 $\longrightarrow$ $3^3$ $\longrightarrow$ 27

4.4.4.4 $\longrightarrow$ $4^4$ $\longrightarrow$ 256

5.5.5.5 $\longrightarrow$ $5^4$ $\longrightarrow$ 625

Öğrencilerin farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapabilmeleri için üstel olarak verilen ifadelerin tekrarlı çarpımlarına yer verilir.

$2^3$ $\longrightarrow$ 2.2.2 $\longrightarrow$ 8

$3^4$ $\longrightarrow$ 3.3.3.3 $\longrightarrow$ 81

$5^2$ $\longrightarrow$ 5.5 $\longrightarrow$ 25

$1^4$ $\longrightarrow$ 1.1.1.1 $\longrightarrow$ 1

$4^3$ $\longrightarrow$ 4.4.4 $\longrightarrow$ 64

(Öneri: Üslü sayıya geçişte kâğıt katlama tekniğinden faydalanılabilir.)

## Hazine Keşfine Başlıyoruz

Öğretmenin elinde bir kutu vardır. Bir kutudaki hazineye ulaşmak için bazı aşamalar vardır. Kutuda 8 adet kart vardır. Öncelikle kartların üzerindeki üslü sayıların değerleri bulunur. Öğrencilere üzerinde üslü sayılar verilen kartlar verilir. Hazineye yaklaşmak için kartların üzerindeki üslü sayıların değerlerini bulup küçükten büyüğe doğru sıralamaları istenir. Sıralamada elde edilen sayı hazine kutusunun şifresidir.

**KARTLAR**

$4^3$ $5^2$

$4^2$ $3^3$ $1^3$ $2^3$ $6^2$ $6^3$

Şifre çözüldükten sonra kutu açılır. Kutuda 3 adet kare ve 3 adet küp içeren bir kâğıtla birlikte (EK-1) bir not vardır. Öğrencilerin önce notu okumaları gerekir.

Notta yazan bilgilere göre küplerin hacimleri ve karelerin alanları hesaplanır. Kartlar ile küpler ve kareler arasında eşleştirme yapılır. Eşleştirme yapıldığında 2 kart açıkta kalmalıdır. Bu iki kartın üzerinde yazan üslü sayıların sayısal değerleri yan yana getirildiğinde 4 basamaklı bir sayı oluşturmaktadır. Bu sayı bulunduğunda hazineye ulaşılacağı söylenir. 4 basamaklı sayı, doğru olarak bulunduktan sonra öğrencilere hazineyi bulmak için kutunun altına bakmaları gerektiği söylenir.

Kutunun altında:

Gerçek hazineyi buldunuz: **"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."** Cahit ARF

yazmaktadır.

**Bir karenin alan ölçüsü, iki kenarının uzunluklarının çarpımı ile bulunur.**

**Bir küpün hacim ölçüsü, üç ayrıtının uzunluklarının çarpımı ile bulunur.**

**√ Hazineye ulaşmak için kartlarda bulduğunuz sonuçları karelerin alan ölçüleri ve küplerin hacimleri ile eşleştiriniz.**

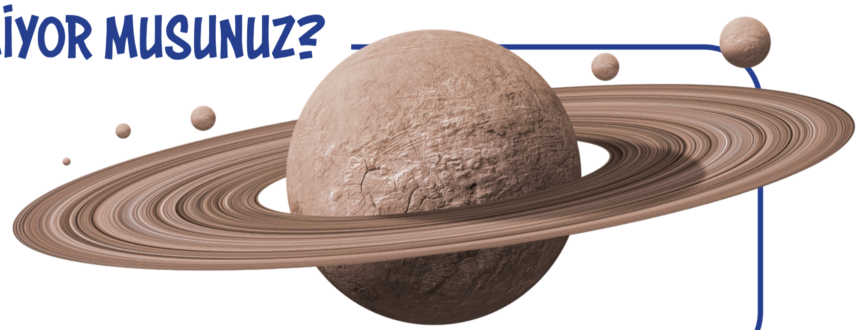
## TARTIŞMA SORUSU

Bir A4 kâğıdını istediğimiz kadar katlama olanağımız olsa kaçıncı katlama sonunda Ay'a ulaşabiliriz? Grupça tartışma yapılır. Bir güvenlik kamerasının kamera kayıt sistemi açıldıktan sonra şu şekilde çalışmaktadır.

1 dakika boyunca çalışıp 10 dakikalık aralıklarla önce 2 dakika, sonra 4 dakika, sonra 8 dakika şeklinde her defasında dakika cinsinden 2'nin tam sayı kuvvetlerine eşit artan süreler boyunca tabelayı aynı şekilde aydınlatmaya devam etmektedir. Bu güvenlik kamerası 8 saat boyunca kaç dakika çalışmıştır? Bu güvenlik kamerası bir gün boyunca kaç dakika çalışmıştır?

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Gezegenlerin çaplarını hesaplamada üstel ifadelerden yararlanılır. Aynı zamanda elementlerin atom numaralarını ifade etmede üslü sayılar kullanılır.



## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Sadece asal çarpanı olan sayılar ve bu sayıların özellikleriyle ilgili etkinlikler yapılabilir.

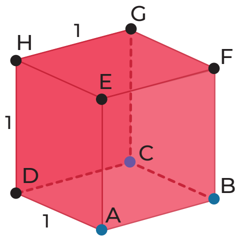
İkinin kuvvetlerinin sıralı toplamları buldurularak 2'nin kuvvet toplamlarına ilişkin genel kural keşfettirilebilir.

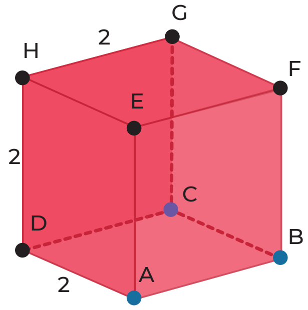
| Kuvvetler Toplamı | Sonuç | 2'nin kuvveti cinsinden ifadesi |
|---|---|---|
| $2^0$ | | |
| $2^0 + 2^1$ | | |
| $2^0 + 2^1 + 2^2$ | | |
| $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$ | | |

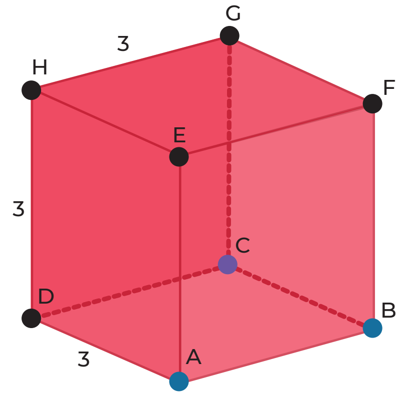
## DEĞERLENDİRME

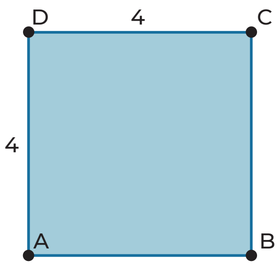
Etkinlik Formu verilir. Bu etkinliğe ait "Hazine Keşfi Dereceleme Ölçeği"ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

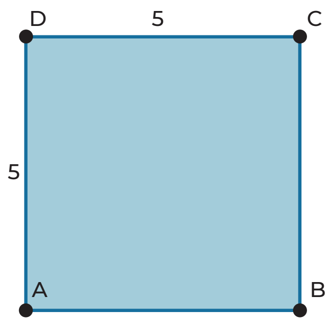
## EK-1

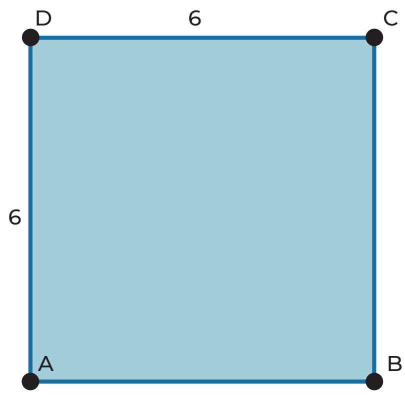

H
1
G
F
E
1
C
D
B
A
1


H
2
G
F
E
2
C
D
B
A
2


H
3
G
F
E
3
C
D
B
A
3

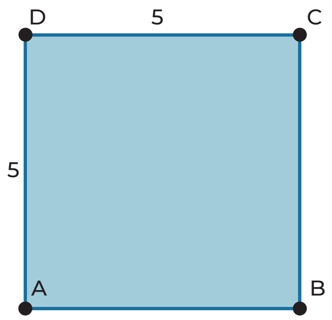

D
4
C
4
A
B


D
5
C
5
A
B


D
6
C
6
A
B

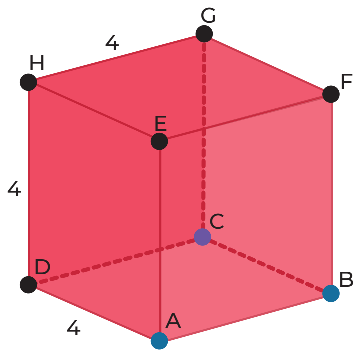
## ETKİNLİK FORMU

1.




Yanda şekli verilen karenin alan ölçüsünü üslü sayı olarak ifade ediniz ve üslü sayıların değerini hesaplayınız.

2.




Yanda şekli verilen küpün hacim ölçüsünü üslü sayı olarak ifade ediniz ve üslü sayıların değerini hesaplayınız.

3. Tabloda verilen üslü sayıların tekrarlı çarpımlarını yazınız.

| Üstel İfade | Tekrarlı Çarpım |
|---|---|
| $4^4$ | ........................ |
| $1^6$ | ........................ |
| $2^5$ | ........................ |
| $3^1$ | ........................ |
| $1^7$ | ........................ |
| $5^3$ | ........................ |
| $6^3$ | ........................ |
| $2^7$ | ........................ |
| $5^4$ | ........................ |
| $10^5$ | |

4. Dinamik geometri yazılımlarıyla kenar/ayrıt uzunlukları verilen kare ve küp çizimleri yaparak kare ve küp sayılar arasındaki ilişkiyi yorumlayınız.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: MUTLU SAYILAR**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Sayılar Teorisi**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Özel sayıların özelliklerini fark eder.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik formları (Ek 1, Ek 2, Ek 3, Ek 4), değerlendirme formları (Ek 5, Ek 6), hesap makinesi, mavi ve kırmızı renkte kalemler

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Disiplinler arası ilişkilendirme doğrultusunda mutlu sayıları veren algoritmanın yazılması için değişkenler belirlenmiş ve basit bir akış şeması oluşturulmuştur. Bu yönüyle bilişim teknolojileri alanından yararlanılabilir. Böylece öğrenciler, mutlu sayılar ile belirli bir sayıya kadar mutlu sayıları veren algoritmaların arasındaki ilişkiyi kavrayabileceklerdir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin özel sayıların özelliklerini fark etmelerini sağlamaktır. Bu amaca ulaşmak için özel sayılardan, mutlu sayılar üzerinde durulmuştur. Öğrencilerin bir sayının mutlu sayı olup olmadığına karar verme becerisini kazanmaları, mutlu ve mutsuz sayı döngüsünü kavramaları, mutlu sayılar ağındaki ilişkiyi kullanarak muhakeme ve problem çözme becerilerini geliştirmeleri hedeflenmiştir. Bunula birlikte diğer özel sayıların da kuralları ifade edilerek farklı özel sayılar olduğunu fark etmeleri hedeflenmiştir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilerin sayı ile basamak değeri terimlerini birbirlerinden ayırt edebilecek bilgi düzeyine sahip olmaları beklenmektedir. Öğrenciler bu etkinlikteki görevleri yerine getirebilmek için aynı zamanda bir sayının üssünün ($3^2$, $4^3$ vb.) çarpma işlemi ile olan ilişkisinin farkında olmalı ve bir sayının karesini hesaplayabilmelidir. Öğrencilerden araştırma görevi olarak matematikteki ünlü sayılar ile ilgili sunum hazırlamaları istenir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere şimdiye kadar öğrendikleri sayı gruplarının (doğal sayılar, tam sayılar, tek sayılar, çift sayılar, asal sayılar vs.) neler olduğu sorularak derse giriş yapılır. Öğrencilerden gelen cevaplar sınıflandırılarak farklı sayı kümelerine ait sayıların ortak ve ayırt edici özelliklerini gösteren bir tablo oluşturulur.

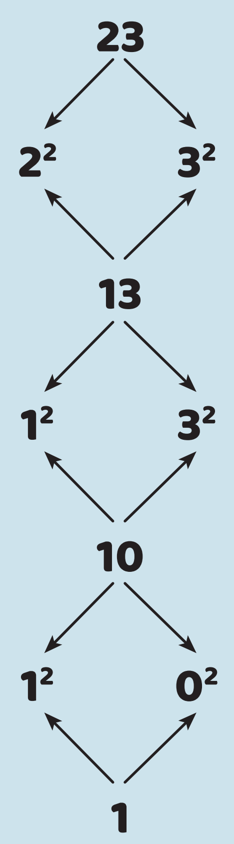
***Prosedür:***

Öğrencilerden 1'den 5'e kadar olan ardışık sayıların karelerinin toplamını inceleyerek **"$5^2 + 6^2$"** işleminin sonucunu kâğıt kalem kullanmadan bulmaları istenir. Toplamların oluşturduğu örüntünün ardışık adımları arasındaki farkların örüntüsünü keşfetmeleri beklenir.

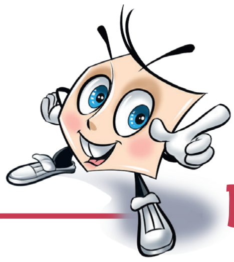
| | | |
|---|---|---|
| **a)** $1^2 + 2^2$ | $1 + 4 = 5$ | |
| **b)** $2^2 + 3^2$ | $4 + 9 = 13$ | **8** |
| **c)** $3^2 + 4^2$ | $9 + 16 = 25$ | **12** |
| **d)** $4^2 + 5^2$ | $16 + 25 = 41$ | **16** |
| **e)** $5^2 + 6^2$ | ? | |

İstenilen işlem sonucu bulunduktan sonra öğrencilerden 23'ü oluşturan rakamların sayı değerlerinin kareleri toplamını bulmaları istenir. Elde edilen sayı 1 oluncaya kadar aynı işleme devam etmeleri gerektiği belirtilir.

- Bir sayı seçilir.
- Her bir basamağın kareleri alınır ve toplanır.
- Oluşan yeni sayılar için işleme devam edilir.
- 1'e ulaşan sayılar mutlu sayılardır.




**23 mutlu bir sayıdır.**



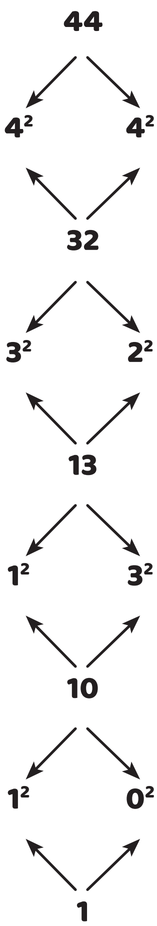
## BİLGİ KUTUSU

Mutlu sayılar, kendisini oluşturan rakamların kareleri toplamını alarak elde edilen sayılara aynı işlemler tekrarlı olarak uygulandığında “1”e ulaşabilen sayılardır.

23, bu kuralı sağladığı için mutlu bir sayıdır.

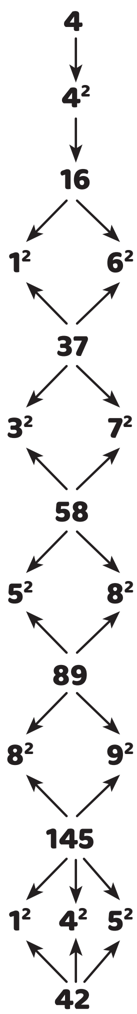
Mutlu sayıların oluşturduğu ağ modeline ise “Mutlu Sayı Ağı” denir.

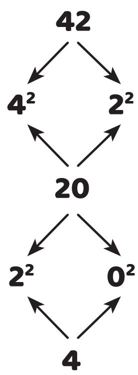
**ÖRNEK 2**




Ancak tüm sayıların mutlu sayı olmadığı bilgisiyle birlikte 4, başka bir örnek olarak incelenir.

**ÖRNEK 3**




**4 mutlu bir sayı değildir.**

## BİLGİ KUTUSU

4, bir döngünün parçasıdır. Bu döngüde yer alan sekiz sayı vardır. Bu sayılar; 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42 ve 20’dir. Bu sayıların oluşturduğu döngüye Mutsuz Sayı Döngüsü denir.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 → | 16 → | 37 → | 58 |
| $4^2$ | $1^2 + 6^2$ | $3^2 + 7^2$ | $5^2 + 8^2$ |
| $= 16$ | $= 1 + 36$ | $= 9 + 49$ | $= 25 + 64$ |
| | $= 37$ | $= 58$ | $= 89$ ↓ |
| 20 ← | 42 ← | 145 ← | 89 |
| $2^2 + 0^2$ | $4^2 + 2^2$ | $1^2 + 4^2 + 5^2$ | $8^2 + 9^2$ |
| $= 4 + 0$ | $= 16 + 4$ | $= 1 + 16 + 25$ | $= 64 + 81$ |
| $= 4$ | $= 20$ | $= 42$ | $= 145$ |

## DÜŞÜNME KUTUSU

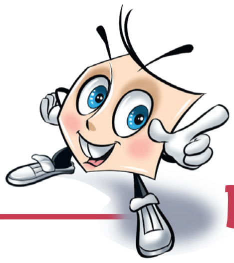
Öğrencilerden mutlu veya mutsuz olduğunu belirledikleri sayıları arkadaşlarıyla paylaşmaları ve aşağıdaki sorulara cevap vermeleri istenir.

- Mutlu sayılar arasında nasıl bir örüntü vardır? Açıklayınız.
- Mutlu sayılar nasıl bir döngü oluşturmaktadır? Sizce bu döngü neden oluşuyor olabilir?
- Mutsuz sayılar arasında nasıl bir örüntü vardır? Açıklayınız.
- Mutsuz sayılar nasıl bir döngü oluşturmaktadır? Sizce bu döngü neden oluşuyor olabilir?

## DÜŞÜNME KUTUSU

- **Mutlu sayı ağında** olmayan bir sayının sonradan mutlu sayı ağına dâhil olması mümkün müdür?
- **Mutsuz sayı döngüsünde** yer almayan bir sayının sonradan bu döngü içinde yer alması mümkün müdür?

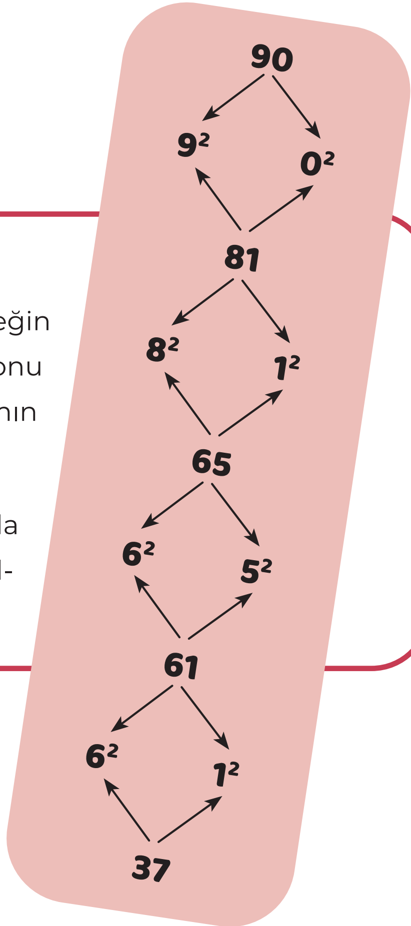
Soruları ile sınıfta bir tartışma ortamı yaratılır. Mutlu sayıların bir dizi olduğu bilgisi üzerinde durulabilir.



## BİLGİ KUTUSU

Mutsuz sayıların tamamı bir döngü içinde yer almayabilir. Örneğin 90'ı ele alalım. 90 mutsuz sayı döngüsünde yer almasa da onu oluşturan rakamların kareleri toplandığında elde edilen toplamın mutsuz sayı döngüsünde yer alan bir sayı olduğu görülür.

37, mutsuz sayı döngüsünün bir parçası olduğu için 90 sayısı da artık mutsuz sayı döngüsünün dışarıdan bir parçası hâline gelmiştir.




## Mutlu Sayılar

Öğrencilere Etkinlik Formu Ek 1 ve Ek 2 bir arada dağıtılır. Öğrencilerden mutlu ve mutsuz sayıların tanımını kendi cümleleri ile yazmaları istenir. Son aşamada öğrenciler 3 gruba ayrılır. Birinci grup "7"den, ikinci grup "19"dan, üçüncü grup "44"ten başlayarak mutlu sayıları bulmaya çalışır. Sonrasında gruplar bir araya gelerek mutlu sayıları tek bir tablo üzerinde birleştirir. Mutlu sayılar **mavi** renkle; mutsuz sayılar **kırmızı** renkle gösterilir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Özyinelemeli fonksiyonlar, yazılımlarda Fibonacci sayı dizisindeki bir terimi veya bir sayının faktöriyelini hesaplamak için kullanılır. Benzer şekilde özyinelemeli fonksiyonlardan yararlanarak bir sayının mutlu sayı olup olmadığını belirlemek üzere bir algoritma yazılabilir. Mutlu sayı algoritması şu şekilde tanımlanabilir:

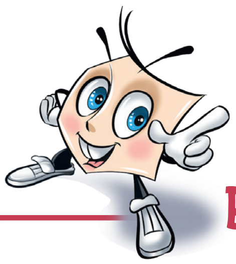
a) Herhangi bir pozitif tam sayı yazınız,

b) Sayıyı, onu oluşturan rakamların karelerinin toplamı ile değiştiriniz,

c) Elde ettiğiniz toplam, eğer mümkünse 1'e eşit olana kadar aynı işlemi tekrarlayınız,

d) Bu işlemin 1'de bittiği sayılar mutlu sayılardır.

Bu algoritma; sonrasında, bir sayının mutlu sayı olup olmadığını belirlemek üzere bir Phyton yazılımına dönüştürülebilir.



## BİLGİ KUTUSU

Mutlu sayıları keşfetmek, öğrencilerin sayı duyularını geliştirmelerine, sayı örüntüleri aramalarına ve özyinelemeli fonksiyonlar hakkında fikir sahibi olmalarına fırsat vermektedir. Mutlu sayıları belirleme, verilen bir sayının mutlu sayı olup olmadığına karar verme ve belirli bir sayıya kadar olan mutlu sayıları bulma algoritmaları, bilgisayar programcıları tarafından C++, Java ve Python programlama dillerinde sıklıkla ve farklı algoritmalarla kodlanmaktadır. Matematikçiler farklı tabanlardaki mutlu sayıları araştırdıklarında $5x10^{8}$'den küçük sayılar için 2 ve 4 tabanındaki tüm sayıların mutlu sayı olduğunu keşfetmişlerdir. Ancak 2 ve 4 dışındaki bir tabanda tüm sayıların mutlu olup olmadıkları hâlen çözülememiş matematik problemleri arasında yer almaktadır. Mutlu sayılar arasından asal olan sayılar kriptoloji alanında güçlü şifreler oluşturmak için kullanılmaktadır.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

**Matematikte bazı özel sayıların tanımları aşağıda verilmiştir (Özdemir, 2017, s. 293-294):**

1) Rakamları farklı asal sayılardan oluşurken kendisi bir asal sayı olmayan sayılara "**Yalancı Asal Sayılar**" denir. Örneğin 27 gibi.
2) Eğer p asal sayıyken 2p+1 de asal sayı ise p'ye **"Sophie Germain Asalı"** denir. Örneğin 11 gibi. *Sophie Germain, Fransız bir kadın matematikçidir.*
3) Pozitif tam bölenlerinin sayısına tam bölünebilen sayılara **"Tau Sayıları"** denir. Örneğin 24 sayısı.
4) Aralarındaki fark 4 olan asallara **"Kuzen Asal Sayılar"** denir. Örneğin 3 ve 7.
5) Kendisi dışında en büyük 3 pozitif tam sayı böleninin toplamına eşit olan sayılara **"Yarı Mükemmel Sayılar"** denir. Örneğin 18.
6) İki basamaklı bir AB asal sayısının rakamları yer değiştirildiğinde elde edilen 2 basamaklı sayı da asal oluyorsa AB **"Simetrik Asal Sayı"**dır. Örneğin 17.
7) Farklı 2 asal sayının çarpımı olan sayılara **"Yarı Asal Sayılar"** denir. Örneğin 6.
8) Sağdan ve soldan okunuşları aynı olan sayılara **"Palindrom Sayılar"** denir. Örneğin 121.
9) A pozitif tam sayı ve p asal sayı olmak üzere A'yı bölen her p asal sayısı için $p^2$ de A'yı tam bölebiliyorsa A **"Kuvvetli Sayı"**dır. Örneğin 72.
10) p asal iken 2p-1 formunda elde edilen asal sayılara **"Mersenne Asalı"** denir. Örneğin 7. *Bu sayıların isim babası olan Marin Mersenne 1588 ve 1648 yılları arasında yaşamış, bilim, felsefe ve müzik alanında birçok çalışma yapmış olan Fransız asıllı bir rahiptir.*
11) Tüm basamaklarındaki rakamların küplerinin toplamı, kendisine eşit olan sayılara **"Armstrong Sayıları"** denir. Örneğin 153.
12) Asal bölenlerinin toplamı asal sayı olan pozitif tam sayılara **"Toplam Asal Sayı"** denir. Örneğin 210.
13) Rakamlarının çarpımıyla toplandığında elde edilen sayı ile aralarında asal olmayan doğal sayılara **"Asalsız Sayı"** denir. Örneğin 12.
14) Asal çarpanlarına ayrıldığında her bir asal çarpanının kuvveti 1 olan pozitif tam sayıya **"Karesiz Sayı"** denir. Örneğin 42.
15) p bir asal sayı olmak üzere, p+2 asal oluyorsa veya iki asal sayının çarpımı biçiminde yazılabiliyorsa p'ye bir **"Chen Asalı"** denir. *Chen Jingrun*'un teoremlerine dayanmaktadır. Örneğin 59.
16) Ardışık iki ya da üç pozitif tam sayının kareleri toplamına eşit olan sayılara **"Kardışık Sayılar"** denir. Örneğin 41.
17) $n$ doğal sayı olmak üzere, $22n+1$ biçiminde yazılabilen asal sayılara **"Fermat Asal Sayıları"** denir. *İsimlerini, bu sayıları ilk kez incelemiş olan 17. yüzyıl matematikçisi Pierre de Fermat'tan alırlar.* Örneğin 257.
18) Bir pozitif tam sayının öz sayısı şu yöntemle bulunur: Sayı 9 ile çarpılır, sonra elde edilen sayının rakamları toplanır. Bu toplam, ilgili sayının **"Öz Sayısı"**dır. Örneğin 12'nin öz sayısı 9'dur.
19) Bir sayının tüm pozitif bölenlerinin (kendisi hariç) toplamı o sayıdan büyükse o sayıya **"Zengin Sayı"** denir. Örneğin 24.
20) Rakamları sıfırdan farklı üç basamaklı bir doğal sayı, her bir rakamına kalansız bölünebiliyorsa bu sayıya **"Tekin Sayı"** denir. Örneğin 324.
21) (m, n) tam sayı çiftinden oluşan ve aralarında $m!+1=n^2$ ilişkisi olan sayılara "Brown Sayıları" denir. Örneğin 4 ve 5.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

1. Değerlendirme etkinliğinde elde edilen mutlu sayılardan (1 ile 130 sayıları arasında) birbiriyle bağlantılı olanları mutlu sayı ağı oluşturacak şekilde göstermeleri istenir.
2. 1 ile 130 sayıları arasındaki sayılardan mutlu sayılar çıkarıldığında kalan mutsuz sayıları döngüler şeklinde göstermeleri istenir.

## DEĞERLENDİRME

"Mutlu Sayılar" etkinliğine ait Dereceleme Ölçeği'ne karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Özdemir, F. (2017). Matematik Eğitiminde Sayıların Önemi: Özel Sayı ve Sistemlerinin Keşfedilmesi Örneği. *Researcher: Social Science Studies 5(4)*, 290-297.

## ETKİNLİK FORMU - (EK-1)

**1.** Mutlu sayıları kendi cümleleriniz ile tanımlayınız.

**2.** Mutsuz sayıları kendi cümleleriniz ile tanımlayınız.

**3.** 3 gruba ayrılın.

- Birinci grup “7”den
- İkinci grup “19”dan
- Üçüncü grup “44”ten

başlayarak mutlu sayıları bulmaya çalışın. Sonrasında gruplar olarak bir araya gelip mutlu sayıları tek bir tablo üzerinde birleştirmeye çalışın. Mutlu sayıları mavi renkle mutsuz sayıları kırmızı renk ile gösterin.

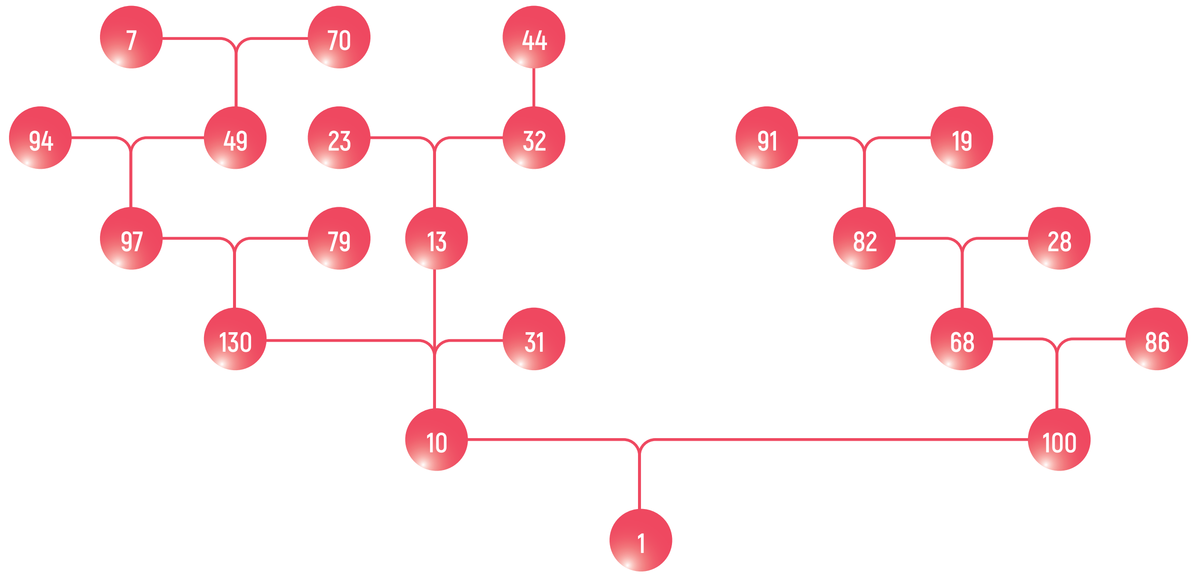
**ETKİNLİK FORMU - (EK-2)**

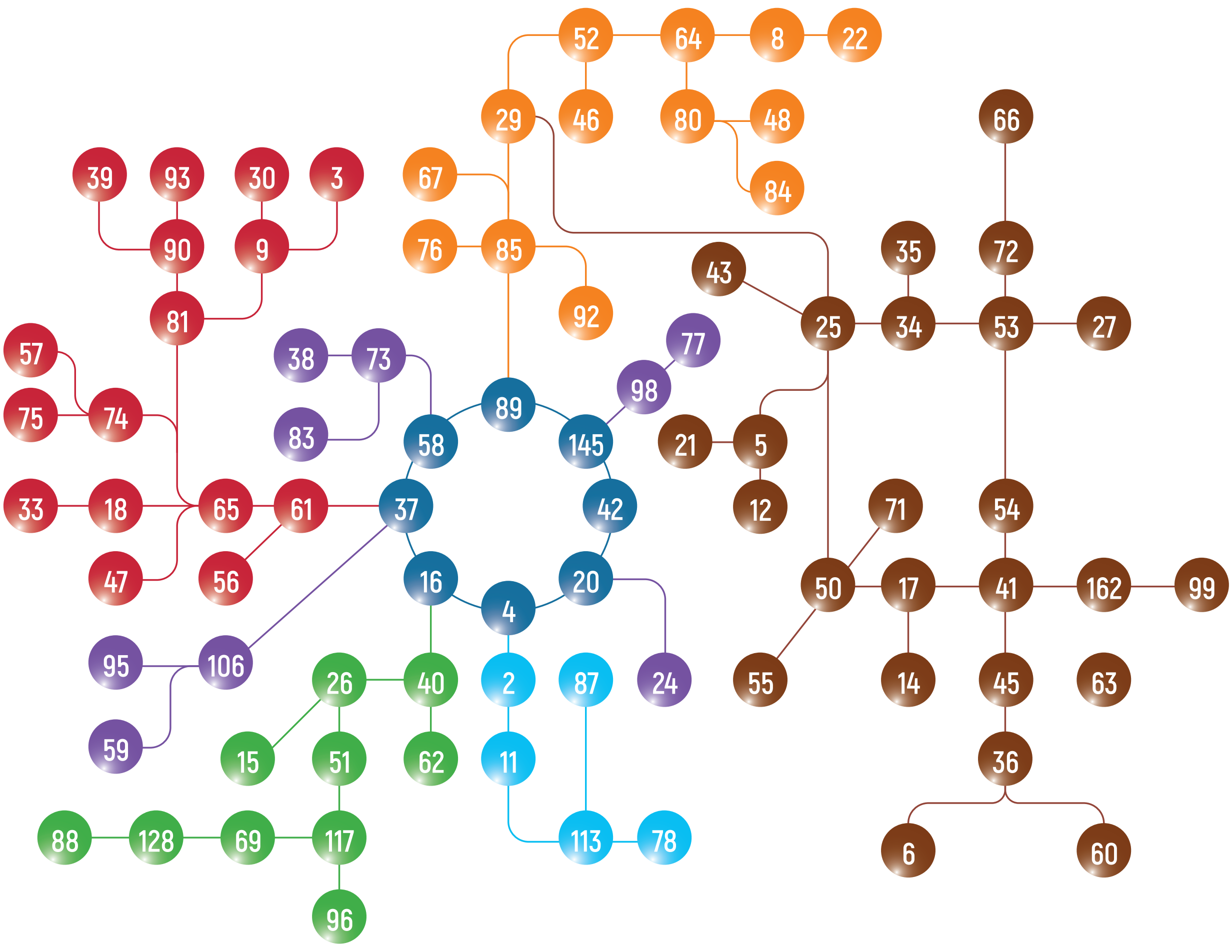
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 |
| 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 |
| 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |

**ETKİNLİK FORMU - CEVAP ANAHTARI (EK-3)**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 |
| 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 |
| 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ CEVAP ANAHTARI (EK-4)



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: FİBONACCİ'NİN TAVŞANLARI**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Özel Sayılar**

**KAZANIMLAR:**

- Fibonacci sayı dizisinin kuralını keşfeder.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik formları (Ek 1, Ek 2, Ek 3), değerlendirme formları (Ek 4 ve Ek 5), Fibonacci sayılarını temsil etmek üzere farklı nesneler ya da bu nesnelerin görselleri: Muz (tohumlarını ortaya çıkarmak üzere enlemesine dilimlenmiş), ananas, elma (dikey olarak dilimlenmiş), greyfurt (ikiye bölünmüş), karnabahar sarmalındaki çiçekler, brokoli çiçekleri (isteğe bağlı olarak), desen gözlem sayfaları

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Fibonacci sayı dizisi muz tohumlarında, ananasın pullarında, karnabahar sarmalındaki çiçeklerde, brokoli çiçeklerinde, enginarın çiçeklerinde, eğrelti otunun yapraklarında ve çam kozalağının tohum diziliminde vb. gibi pek çok yerde görülmektedir. Bu yönüyle biyoloji dersiyle ilişkilendirme yapılabilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin Fibonacci sayı dizisinin kuralını keşfetmeleridir. Bu amaca ulaşmak için Fibonacci sayı dizisini incelemeleri, Fibonacci tavşan problemi için çözüm yöntemleri uygulamaları, Fibonacci sayı dizisinin doğadaki iz düşümlerini gözlemlemeleri, sanat alanındaki uygulamalarını gözlemlemeleri ve gerçek hayat uygulamaları hakkında bilgi edinmeleri hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Büyüyen örüntüler kavramını keşfetmeye başlamadan önce öğrencilerin, tekrar eden örüntülerden başlayarak örüntülerin temel kavramlarını bilmeleri gerekmektedir. Ayrıca nesneleri sınıflama, örüntüleri kopyalama, örüntüleri devam ettirme ve örüntü oluşturma becerilerine sahip olmaları beklenmektedir. Ardışık sayma modelleri, sayı örüntüleri ile yakından ilişkili olduğundan öğrencilerin ikişer, üçer, dörder, beşer veya belirli bir kural dâhilinde artan örüntülere hâkim olmaları beklenmektedir. Öğrencilerin; sayı örüntüleri sayıları sıralama ve tekrarlama gibi konuyla ilgili anahtar kelime dağarcığına sahip olmaları beklenmektedir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Fibonacci sayıları olarak bildiğimiz sayı dizisi, Leonardo Pisano (Fibonacci olarak da bilinir.) tarafından ünlü aritmetik kitabı Liber Abaci'de (1202) önerilen matematiksel bir bulmacanın parçası olarak ortaya çıkmıştır. Derse Fibonacci'nin Liber Abaci kitabında yer alan tavşan problemi olarak da bilinen bu problem ile başlanır. Fibonacci, kitabında tavşanların üremesi ile ilgili şu problemi kurmuştur:

*Ocak ayında bir kafeste bir çift tavşan olduğunu düşünelim. Bu tavşanların şubat ayında bir çift tavşan daha üreteceğini ancak yeni doğan tavşan çiftlerinin her zaman doğumdan sonraki ikinci ayda ürediğini ve sonraki aylarda, her ay bir çift tavşan ürettiğini varsayalım. Aralık ayı sonunda kafeste kaç çift tavşan vardır?*

### Fibonacci'nin Tavşanları

Probleme göre bir çift tavşan, iki ayını doldurmadan yeni bir çift tavşan dünyaya getirememektedir. Ancak iki ayı doldurduktan sonraki aylarda birer çift yeni tavşan dünyaya getirebilmektedir. Problemde bir çift yeni doğan tavşan ile başlandığında (tavşanların ölmedikleri varsayılacak) 12. ayın sonunda toplam kaç çift tavşan olacağına cevap aranmaktadır. Fibonacci tavşan problemi ile ilgili öğrencilere Etkinlik Formu Ek 1 dağıtılır. Etkinlikte, orijinal problemden farklı olarak 10. aya kadar olan tavşan sayısı bulunmaya çalışılacaktır.

Etkinlik sonunda aylara göre ortamda bulunan tavşan çifti sayısı ile daha önceki aylarda ortamda bulunan tavşan çiftlerinin sayısı arasındaki ilişkinin keşfedilmesine yönelik tartışmalar yürütülebilir. Aylara göre tavşan çiftlerinin sayıları incelendiğinde her bir aydaki tavşan çiftine ait sayının, kendinden önce gelen iki aydaki tavşan çiftlerinin sayısının toplamı kadar olduğu keşfedilir. Buna göre Fibonacci sayı dizisinin genel terimini veren formül şu şekilde ifade edilebilir:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

### Fibonacci Spirali

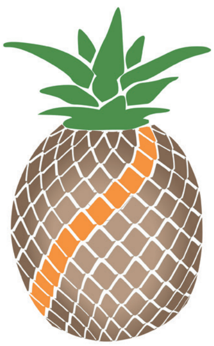
Öğrencilere Etkinlik Formu Ek 2 dağıtılır. Etkinlikte öğrencilerin verilen kareleri kestikten sonra bir araya getirerek geometrik bir şekil oluşturmaları ve geometrik şekli oluşturan karelerin içerisinden geçen bir spiral çizmeleri beklenmektedir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

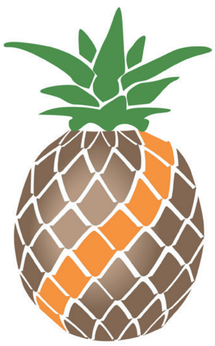
Fibonacci sayı dizisi matematikte beş kenarlı simetri, Pascal üçgeni, büyük piramit, altın üçgen ve altın dikdörtgen gibi pek çok konuda karşımıza çıkmaktadır. Öyle ki Fibonacci sayı dizisine dünya genelinde dikkat çekmek için bu diziye özel “The Fibonacci Quarterly” adında akademik bir dergi bile vardır. The Fibonacci Quarterly, Fibonacci sayılarıyla ilgili matematiksel konular üzerine yılda dört kez yayımlanan bilimsel bir dergidir. 1963’ten beri Fibonacci Derneğinin birincil yayınıdır. Fibonacci sayı dizisi matematikten yazılıma, biyolojiden ekonomiye pek çok bilim dalında kendine uygulama alanı bulmuştur. Ekonomide yüzde geri çekilmeleri, zaman çevrimleri, almaşıklık kuralı, trend çizgileri gibi birçok teknik analiz yönteminin temelini oluşturmaktadır. Fibonacci arama tekniği ise optimizasyon alanında kullanılan bir yöntemdir. Tüm bunlara ek olarak Fibonacci sayı dizisi dinamik programlama ve algoritma geliştirme alanlarında da kullanılmaktadır.

## DÜŞÜNME KUTUSU

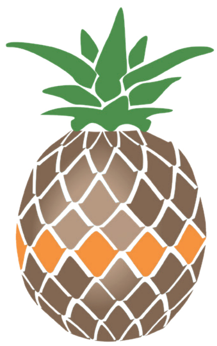
Öğrencilere Fibonacci’nin kim olduğundan, matematik alanına olan katkılarından, keşfettiği diziden ve bu dizinin matematikle sınırlı kalmayıp birçok gerçek yaşam uygulamasında kullanıldığından bahsedilir (bkz. Leonardo Fibonacci ve Tavşan Problemi). Sonrasında gerçek bir ananas dağıtılarak ananasla Fibonacci sayı dizisi arasında nasıl bir ilişki olabileceği sorulur. Tahminde bulunmaları için bir süre beklenir. Ardından öğrencilerden ananasın üzerindeki pulların dizilimi ile Fibonacci sayı dizisi arasındaki ilişkiye odaklanmaları istenir. Öğretmen rehberliğinde gelen cevaplar listelenir. Daha sonra bu sayı dizisindeki sayıların önemli özelliklerinden ve onları bir model yapan dizinin dayandığı kural veya genellemeden bahsedilir. Aşağıdaki görseller ananasın pulları ile oluşturulan Fibonacci sayılarını göstermektedir.



Yukarıdan bakıldığında saat yönünde ilerleyen 13 spiral vardır.



Yukarıdan bakıldığında saat yönünün tersine ilerleyen 8 spiral bulunur.



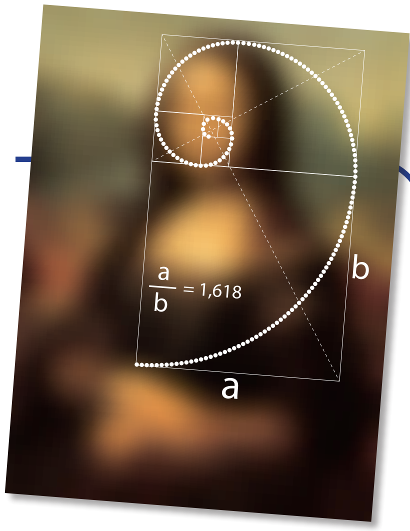
Orta alanda saat yönünde ilerleyen 5 spiral yapı vardır.

**Leonardo Fibonacci ve Tavşan Problemi'nin Çıkışı**

Leonardo Fibonacci, 12-13. yüzyıllar arasında yaşamış İtalyan bir matematikçidir. Pisa şehrinde doğan Leonardo, çocukluğunu babasının çalıştığı Cezayir'de geçirir. Matematik bilgisinin temellerini Müslüman eğitimcilerle atar ve Arap rakamlarını küçük yaşta öğrenir. Fibonacci, dört işlem için ülkesi İtalya'da kullanılan Roma sisteminin yavaşlığını ve Arap sisteminin mükemmelliğini fark ederek 1201'de "Liber Abaci" adlı kitabını yazar. Bunu fark etmesinin en önemli nedeni, ticaret için bulunduğu Ortadoğu'daki tüccarların hesaplama işlemlerini kendisinden çok daha hızlı yapmaları ve hızlarının kullanılan sembollerin pratikliğine bağlı olduğunu anlamasıdır. O daha Roma rakamlarıyla hesaplamalar yaparak alacak-verecek işlemlerini bitirmeden karşı tarafın hesabı bitirmesi dikkatini çeker. Bu konudaki çalışmaları onu Liber Abaci kitabını yazmaya sürükler. Bu kitapta cebir ve aritmetik de dâhil olmak üzere Arap sayı sistemi tanıtılır ve savunulur. Başlarda kitabının İtalyan tüccarlar üzerinde çok az bir etkisi olmasına rağmen, zamanla bu kitap Arap sayı sisteminin Batı Avrupa'ya girişinde önemli bir rol oynar. Bu kitaptaki bir problem, on dokuzuncu yüzyılın başında matematikçilerin dikkatini çekerek altı yüzyıl sonra ünlü olur. Bu problem ise ünlü "Tavşan Problemi'dir".

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Sanatçılar, Fibonacci spiralini estetik açıdan hoş bir ilke olan "Üçler Kuralı'nın" bir ifadesi olarak kabul ettiler. Üçler kuralı, bir resmin kompozisyonunda görüntünün özelliklerini tam olarak merkeze almak yerine, görüntüleri üçte bir oranında dengeleyerek resme bir akış sağlamaktadır. Rönesans'tan itibaren sanatçılar, bilerek ya da içgüdüsel olarak kompozisyonlarında Fibonacci spiralini içeren dramatik ve çekici resimler yarattılar. Görseldeki tabloyu tanıyabildiniz mi?




## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Sebze/meyvelerin tohumlarında ya da pullarındaki sayıları inceleyerek Fibonacci sayı dizisini bulmaya yönelik "Ek Etkinlik Önerisi Ek 3" öğrencilere verilebilir.

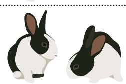
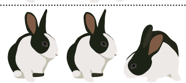
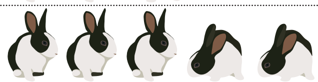
## DEĞERLENDİRME

"Fibonacci'nin Tavşanları Etkinliği"ne ait Dereceleme Ölçeği'ne karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### FIBONACCI TAVŞANLARI

- Yeni doğan tavşanlar “K”, 1 aylık tavşanlar “O” 2 aylık ve bundan daha büyük tavşanlar ise “B” harfiyle kodlanır.
- Elimizdeki ilk tavşan çifti yeni doğan oldukları için küçük olarak kabul edilir ve “K” harfi ile kodlanır.
- Aynı tavşan çifti bir sonraki ay belirli bir olgunluğa ulaşır ancak yeni bir çift tavşan dünyaya getirecek kadar olgunlaşmadığı için “O” ile kodlanır.
- Ortanca boyuttaki tavşan, bir sonraki ay doğum yapabilecek olgunluğa ulaşmıştır ve artık “B” ile kodlanır. Büyük tavşan çifti bundan sonraki ayların her birinde küçük bir tavşan çifti dünyaya getirecektir.
- Her yeni ayda ortamda farklı sayıda “K”, “B” ve “O” harfleri ile kodlanmış tavşan çiftleri bulunacaktır. Ortamdaki tavşan çiftlerine ait sayılar incelendiğinde bu sayıların bir sayı dizisi oluşturdukları görülecektir.

| Aylar | Tavşan Çiftleri | Toplam Çift |
|---|---|---|
| 1 |  | 1 |
| 2 |  | 1 |
| 3 |  | 2 |
| 4 |  | 3 |
| 5 |  | 5 |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |

## ETKİNLİK FORMU - 2

### FIBONACCI SPİRALİ

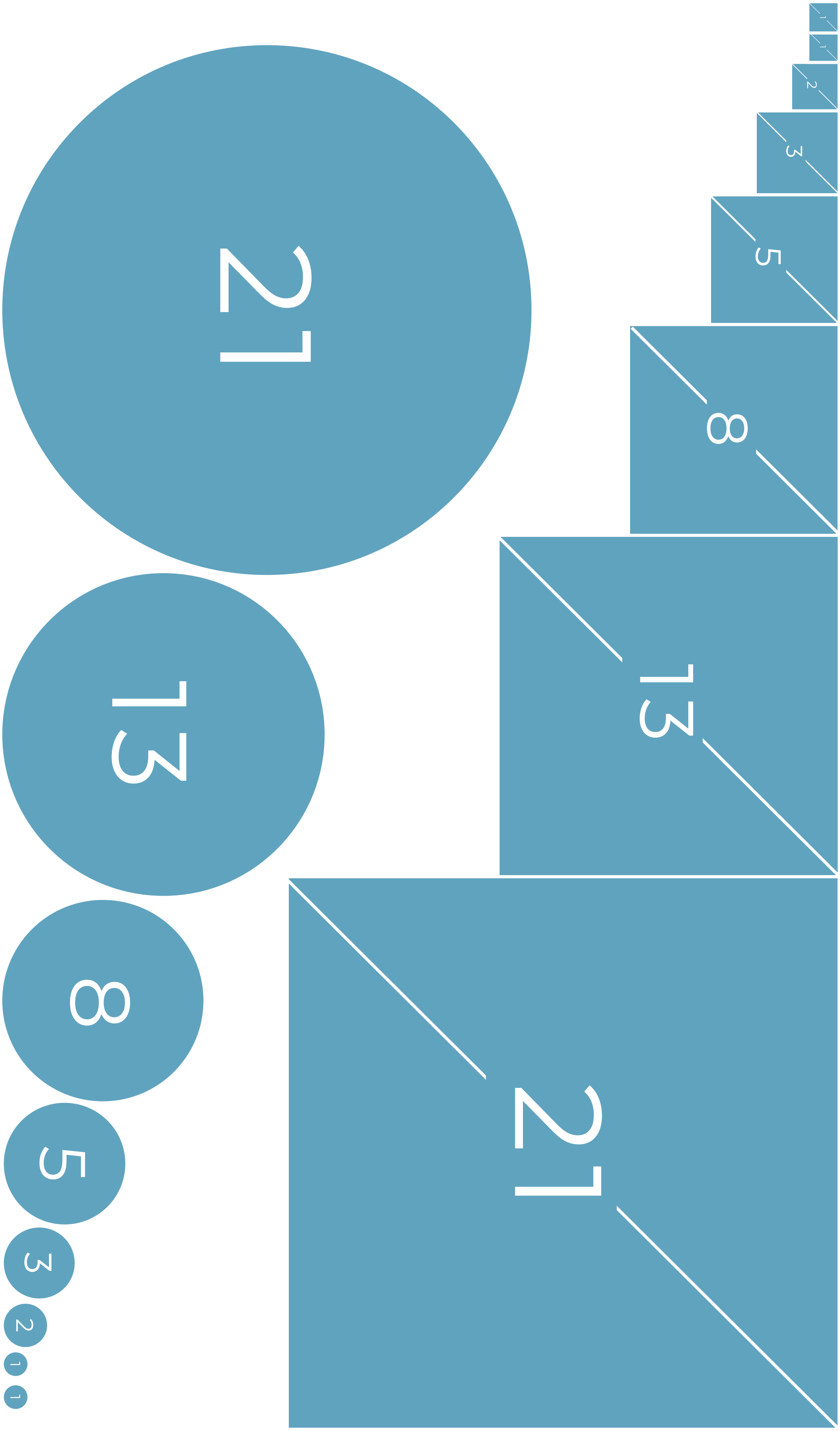
1. Sizden aşağıda verilen kareleri kestikten sonra bir araya getirerek dikdörtgen oluşturmanız beklenmektedir.

   a. Oluşturulan geometrik şekil ile ilgili ne düşünüyorsunuz?

   b. Geometrik şekli oluşturan karelerin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Elde ettiğiniz sayı dizisi ile ilgili ne düşünüyorsunuz?

   c. Geometrik şeklin içindeki karelerden geçen bir spirali nasıl çizersiniz?

Not: Spiral çizimi için daire modellerinden yardım alabilirsiniz.


21
13
8
5
3
2
1
1
1
1
2
3
5
8
13
21

## ETKİNLİK FORMU - 3

Öğrenciler, farklı yeteneklere sahip olanların birlikte çalışabilmeleri için küçük heterojen gruplara ayrılırlar. Etkinlik için, her öğrenciye önceden tanımlanmış görevlerden biri verilir. Gruplarda dörder öğrenci olmalıdır. Her grupta görev paylaşımı şu şekilde olmalıdır: malzeme yöneticisi, raportör, sunucu ve zaman yöneticisi. Öğrenciler, gruplarında çalışırlarken kendilerine verilen roller doğrultusunda görevlerini yerine getirecekler ve nesneleri buna göre inceleyeceklerdir. Raportör, grubun örüntü gözlem sayfasını doldurur. Örüntü gözlem tablosu şu şekildedir:

| Nesneler | Görsel | Görseldeki Bölüm/ Spiral Sayısı |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Her grup, masasına yerleştirilen karnabahar, brokoli, ananas, çam kozalağı, yatay dilimlenmiş elma ya da muz, dilimlenmiş greyfurt resimlerini incelerken meyvelerin/sebzelerin içindeki tohumların veya üzerindeki pulların dizilişine dikkat etmelidir. Buradan elde edecekleri verileri sayısal bir modele dönüştürmeye çalışmalıdırlar. Bunun için belirli bir süreleri vardır.

Tüm sınıf, örüntü gözlem sayfaları tamamlandıktan sonra bulgularını tartışmak ve Fibonacci sayı dizisini anlamak üzere bir araya gelir. Tartışma sürecine rehberlik etmek için aşağıdaki sorular sorulabilir:

- İncelediğiniz nesnelerde bulduğunuz veya keşfettiğiniz şeyler nelerdir? Bizimle paylaşır mısınız?
- Tohumları ve spiralleri saydığınızda ortaya çıkan sayılarla ilgili ne söyleyebilirsiniz? Neden?
- Bu sayıların bağlı kaldığı kurala dair herhangi bir düşünceniz var mı? Eğer varsa bunlar nelerdir?
- Bu sayıların tamamı Fibonacci sayı dizisinin bir parçasıysa dizinin geri kalan üyeleri hangi sayılardır?

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: TAM SAYILARIN KEŞFİ**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Tam Sayılar**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Tam sayılar kümesine duyulan ihtiyacı, doğal sayılar kümesi ile ilişkilendirerek açıklar.
- ❖ Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar.
- ❖ Tam sayılarda dört işlem yapar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, kâğıt.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Çeşitli yerlerin deniz seviyesine öre konumlarına bağlı olarak hava sıcaklıklarının nasıl değiştiğinden yola çıkılarak etkinlik meteoroloji alanıyla ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, tam sayılar kümesinin özelliklerinin kavranmasıdır. Bu amaca ulaşmak için tam sayılar kümesine neden ihtiyaç duyulduğu, tam sayılarda sıralama ve işlem, bir tam sayının mutlak değerinin anlamı gibi konular irdelenecektir.

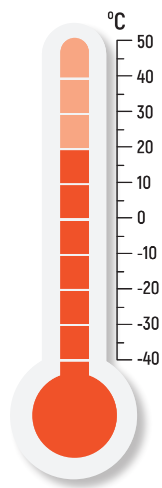
## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilerden, yaşadıkları ilin hava sıcaklığını ve deniz seviyesine göre durumunu araştırmaları istenir.

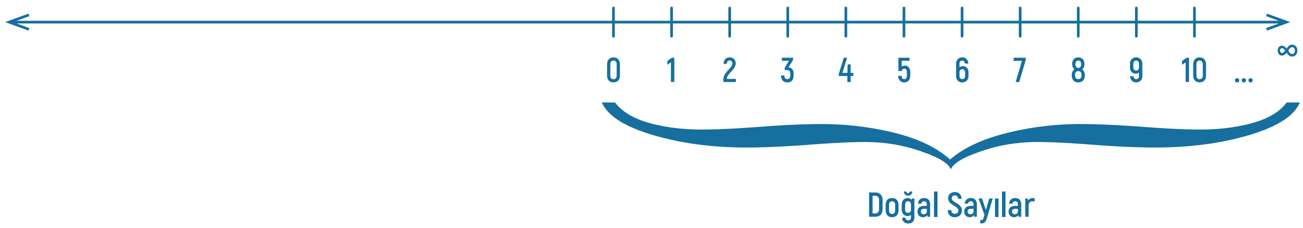
## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen, Şekil 1'deki termometrenin üzerindeki sayıları gösterir. Öğrencilere "termometre üzerinde bildiğiniz ve bilmediğiniz sayılar var mı?" diye sorar. Bu doğrultuda öğretmen benzer örneklerle (asansörde zemin katın altındaki katlar için kullanılan sayılar vb.) doğal sayıların haricinde de sayılara ihtiyaç duyulduğunu hissettirir. Sayıların önündeki + ve – işaretlerinin ne işe yaradığına dair sorular sorar.

Öğretmen, sayıların ortaya çıkışının herhangi bir çokluğu saymak veya ölçek olarak kullanma isteğine dayandığını ifade eder. Sıfırın ölçekte başlangıç noktası olarak kabul edilmesi ile oluşan sayılar doğal sayıların olarak tanımlandığını ve doğal sayılar kümesinin N={0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, ∞} elemanlarından oluştuğunu belirtir. Öğrencilerin Şekil 1'deki doğal sayıların sayı doğrusundaki yerlerini kavramaları sayı doğrusu, öğrencilere sayı doğrusu çizdirilir.



Şekil 1. Termometre

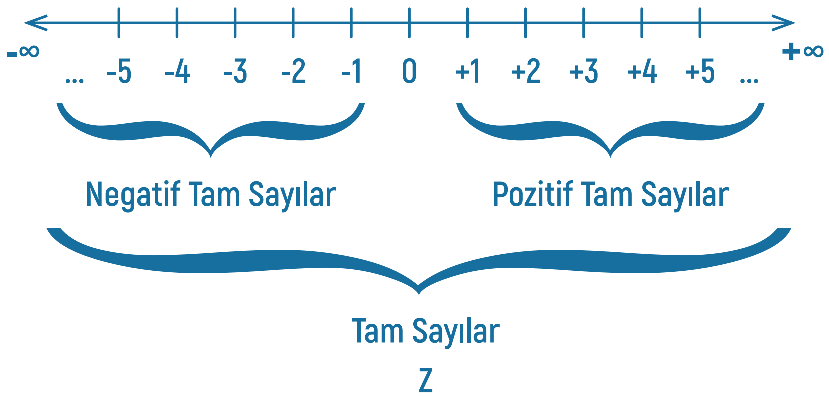



Şekil 2. Doğal sayıların sıralaması

- Öğretmen, matematikte işlemlerin temeli sayma olduğundan, işlemlerin saymaktan yola çıkılarak tanımlandığından bahseder. Saymanın kısa bir yolu olarak önce toplamanın, aynı sayıların tekrarlı toplamı olarak çarpmanın ve çarpma işleminin tersi olarak bölmenin tanımlandığını söyler. Başka bir işlem olup olmadığını, çıkarma ve bölme işlemleri için doğal sayıların yeterli olup olmadığını sorar.
- Toplama işleminin tersi çıkarma işlemi olarak tanımlandığında, çıkarma işlemi sonucunda elde edilen sayıların, her zaman doğal sayılar kümesine ait olmadığını bir örnekle açıklar. Öğrencilerden, farklı iki doğal sayıdan büyük olandan küçük olanı çıkarmalarını ister. Daha sonra küçük sayıdan büyük sayıyı çıkarmalarını ister. Örnek olarak doğal sayılar kümesinden aldığımız 9 ve 5 ile 9-5 işlemini yapılırsa 4 elde edildiğini ve 4'ün bir doğal sayı olduğunu gösterir. Bu sayılarla 5-9 işlemi yapıldığında ise sonucun bu kez 4'e eşit olmadığını söyler. İşlemin sonucu bir doğal sayı olmadığından yeni bir sayı kümesine ihtiyaç duyulduğunu, bu yüzden doğal sayıların ters işaretlilerinin desek buraya, çünkü negatif sayıların tamamı tam sayı değil doğal sayılar kümesine eklenmesi ile oluşan yeni sayı kümesi olan "tam sayılar" kümesinin tanımlandığını söyler.
- Tam sayılar kümesinin Z harfi ile gösterildiğini ve sayı doğrusunda sıfırın sağında yer alanların pozitif, solunda yer alanların ise negatif tam sayılar olduğunu ve sayıların önüne konan artı ve eksi işaretlerinin yön anlamına geldiğini belirtir. Sıfırın işaretinin ne olacağını sorar.
- Öğrencilerden gelen cevaplar doğrultusunda "0"ın herhangi bir işareti olmadığı için sıfırın ne negatif ne pozitif bir tam sayı olduğu söylenir. Pozitif ve negatif tam sayıların sonsuza kadar ilerlediği belirtilir. Öğretmen, tam sayılar kümesinin daha iyi kavranması için aşağıdaki gibi olduğunu belirtir.

$$\mathbf{Z=\{-\infty \ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots, +\infty\}}$$

- Tam sayılar kümesini göstermenin ve tam sayılar konusunun anlaşılabilmesinin en iyi yollarından biri sayı doğrusu üzerinde modelleme yapmak olduğundan öğrencilere sayı doğrusu çizdirilir.




Şekil 3. Tam sayılar sayı doğrusu

## DÜŞÜNME KUTUSU

Tam sayılar sonsuz tane midir?

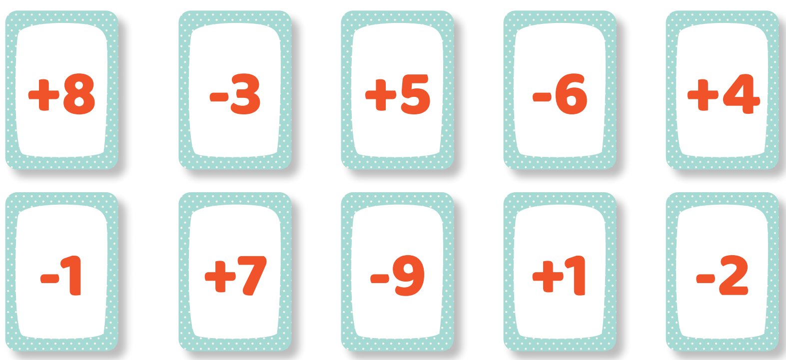
## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Tam sayılar kümesinin gösterildiği Z harfi, Almanca sayılar anlamına gelen “zahlen” kelimesinin ilk harfidir. Doğal sayılar kümesinin simgesi olan N harfi, İngilizce doğal anlamına gelen “natural” kelimesinin ilk harfidir.

1. Toplama işareti olan "+" ilk defa 1360’ta Nicole Oresme (1323-1382) tarafından kullanılmıştır. "+" işareti, Latince “ve” anlamına gelen “et” kelimesinden türetilmiştir. Fransız Nicole Oresme Orta Çağ’ın en ilginç düşünürlerinden biridir. Ekonomi, matematik (olasılık ve koordinat sistemi vb.), fizik (optik ve mekanik), astronomi, felsefe, din ve astroloji gibi çok çeşitli konularda önemli etkileri olmuştur.

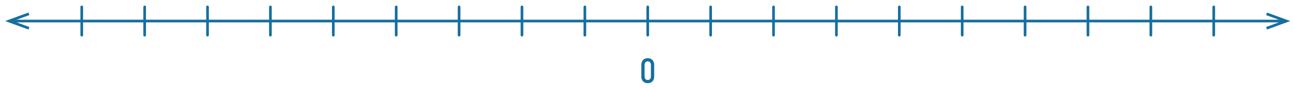
2. Eksi işareti ilk kez 1489 yılında Alman matematikçi Johannes Widmann tarafından ticaret aritmetiğini konu eden bir kitapta kullanılmıştır. Widmann eksi işaretini borcu ya da zararı göstermek için kullanmıştır. Eksi işareti kullanılmaya başlamadan önce a-b=3 yerine a = b + 3 yazılırdı.

- Öğretmen, pozitif tam sayıların sıfırdan uzaklaştıkça büyüdüğü, negatif tam sayıların sıfırdan uzaklaştıkça küçüldüğünün kavranması için öğrencilere Şekil 4’te gösterildiği gibi tam sayıların yazıldığı kâğıtlar dağıtır.




Şekil 4. Tam sayı kartları

- Öğretmen, kartlardaki sayıların sıfıra olan uzaklıklarını göz önünde bulundurarak öğrencilerden kartları sıralamalarını ister. Öğrenciler sıraladıkları sayıları sayı doğrusunda uygun yerlere yerleştirirler.




Şekil 5. Sayı doğrusu

- Öğretmen; öğrencilere toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin ve bu işlemlerin sonuçlarının olduğu Etkinlik Formu 1'deki tabloyu verir. Öğrencilerden bu sonuçlara nasıl ulaşılacağı ile ilgili yorum yapmaları ve kural oluşturmaları istenir.
- Öğrencilere, tam sayılar ve dört işlemin bolca kullanıldığı bir oyun olan "bir kelime, bir işlem"in yer aldığı Etkinlik Formu 2 verilir. Oyuna başlamadan önce oyun, öğrencilere aşağıdaki gibi tanıtılır.

## BİR KELİME BİR İŞLEM OYUNU

- Öğretmen, daha sonra bir işlem oyununu tanıtır. Bir işlem oyununda, verilen tam sayılar ile ulaşılması istenen başka bir tam sayı vardır. Dört işlemden faydalanıp, verilen tam sayıların her birini yalnızca bir defa kullanarak hedef sayıya ulaşmaları gerektiği belirtilir. İşlemler sonucunda hedef sayıya kim daha çok yaklaşır ise onun cevabı doğru olarak kabul edilir.

- Öğretmen, örnek olarak verilen 2, 5, 9, 15 ve 50 tam sayıları ile dört işlemi kullanarak öğrencilerin 459'a ulaşmaya çalışmalarını ister. Öğrencilerden gelen cevaplar incelenir ve cevap olarak 15/5=3 3-2=1 50+1=51 9x51=459 işlemleri yapılır. Öğrencilerin daha çok uygulama yapmaları ve bir arada çalışmalarını desteklemek için öğrenciler gruplara ayrılarak Etkinlik Formu dağıtılır. Öğrencilerin "Bir Kelime Bir İşlem" oyununu oynamaları sağlanır.

- Bir kelime oyununda öğrencilerden, kendilerine verilen harfler ile türetilebilecek en uzun ve anlamlı kelimeyi bulmaları istenir. Öğrencilere, kelime üretmeleri için verilen harflerin dışında farklı bir harfe ihtiyaç duyarlarsa istedikleri bir harfi, ürettikleri kelimede kullanabilecekleri söylenir. Buna joker harf denir. Joker kullanarak ve joker kullanmadan bulunan kelimenin harf sayısı eşit ise jokersiz olarak bulunan kelimenin doğru cevap olarak kabul edileceği belirtilir.

- Öğretmen, oyunun daha iyi anlaşılması için öğrencilerden "M, T, R, O, G, E, İ" harfleri ile yazılabilecek en uzun ve anlamlı kelimeyi bulmalarını ister.

- Öğretmen, öğrencilerin bulduğu kelimeleri söylemelerini ister. Örnek olarak da verilen harflerin dışında joker olarak 'E' harfi seçilirse; "E, M, T, R, O, G, E, İ" harfleri ile "GEOMETRİ" kelimesinin yazılabildiğini gösterir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Bir kelime bir işlem oyununun orijinal adı “Des Cehiffres et Des Lettres”tir. Oyun ilk olarak 1965’te “Le mot le plus” adıyla piyasaya çıktı ve bu oyunda yalnızca harfler kullanılıyordu. Oyun, iki yarışmacının aritmetik becerilerini ve kelime dağarcığını test eden bir TV programı olarak 1965’te Fransa’da yayımlanmıştır.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Mutlak değerin tanımı ve uygulamaları ile ilgili çalışmalar yapılabilir. Mutlak değerle ilgili tanım ve uygulamalardan birkaçı aşağıda verilmiştir.

“Sayı doğrusu üzerinde bir sayının sıfıra olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir.” Bir a sayısının mutlak değeri sembolle $|a|$ şeklinde gösterilir.

Örneğin +12’nin mutlak değeri $|+12| = 12$’dir.

-12’nin mutlak değeri $|-12| = 12$’dir.

Buradan hareketle sıfır hariç tüm tam sayıların mutlak değerlerinin her zaman pozitif olduğu çıkarımı yapılabilir.

Öğrencilerle aşağıdaki örnekler yapılır:

+10 ile -15 arasında kaç tane tam sayı vardır?

$(+10) - (-15) - 1 = 24$ tane tam sayı vardır.

-35 in mutlak değeri kaçtır?

$|-35| = 35$

20, +17, -30, $|-25|$, 0, -15 tam sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$-30 < -15 < 0 < +17 < 20 < |-25|$

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin geçirdikleri süreç, tam sayılar için hazırlanan dereceleme ölçeği ile değerlendirilir. Tam Sayılar Dereceleme Ölçeği’ne karekod okutularak ulaşılabilir.

## KAYNAKÇA

Nesin, A. (2018). *Tam Sayıların Yapısı*. Nesin Yayıncılık.

## ETKİNLİK FORMU - 1

Tabloda verilen işlem sonuçlarından yola çıkarak tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin kuralı ifade ediniz. Daha sonra bu kurallardan yola çıkarak tabloda sonuçları verilmeyen işlemleri yapınız.

| Toplama İşlemi | Çıkarma İşlemi | Çarpma İşlemi | Bölme İşlemi |
|---|---|---|---|
| (+5) + (+3) = +8 | (+5) - (+3) = +2 | (+5) x (+3) = 15 | (+12) : (+3) = +4 |
| (+5) + (-3) = +2 | (+5) - (-3) = +8 | (+5) x (-3) = -15 | (+12) : (-3) = -4 |
| (-5) + (+3) = -2 | (-5) - (+3) = -8 | (-5) x (+3) = -15 | (-12) : (+3) = -4 |
| (-5) + (-3) = -8 | (-5) - (-3) = -2 | (-5) x (-3) = 15 | (-12) : (-3) = +4 |
| (+8) + (+6) = ? | (+8) - (+6) = ? | (+8) x (+6) = ? | (+8) : (+4) = ? |
| (+12) + (-5) = ? | (+12) - (-5) = ? | (+12) x (-5) = ? | (+8) : (-4) = ? |
| (-6) + (+9) = ? | (-6) - (+9) = ? | (-6) x (+9) = ? | (-8) : (+4) = ? |
| (-7) + (-3) = ? | (-7) - (-3) = ? | (-7) x (-3) = ? | (-8) : (-4) = ? |
| **Kuralı:** | **Kuralı:** | **Kuralı:** | **Kuralı:** |

## ETKİNLİK FORMU - 2

1
**Bir Kelime**
**Verilen Harfler**
Z, M, L, D, E, Ü

2
**Bir Kelime**
**Verilen Harfler**
M, N, D, L, K, E

3
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
3, 6, 12, 25, 50
Hedef Sayı: 199

4
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
2, 4, 9, 15, 50
Hedef Sayı: 356

5
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
1, 5, 8, 25, 75
Hedef Sayı: 470

6
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
2, 7, 12, 50, 100
Hedef Sayı: 918

7
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
-1, 1, 2, 3, -8, 50
Hedef Sayı: 428

8
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
-1, 2, -3, 4, -50, 60
Hedef Sayı: -789

9
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
5, -10, 25, -50, 100
Hedef Sayı: -997

10
**Bir İşlem**
**Verilen Sayılar**
-3, -8, -15, -25, -50
Hedef Sayı: 567

## ETKİNLİK FORMU - 2 (CEVAP ANAHTARI)

1

**Jokersiz**

DÜZLEM

2

**“E” jokerli**

DENKLEM

3

**12/3 = 4**
**50 + 6 = 56**
**4 x 56 = 224**
**224 - 25 = 199**

4

**15 x 2 = 30**
**4 + 30 = 34**
**9 x 34 = 306**
**50 + 306 = 356**

5

**25 + 1 = 26**
**5 x 26 = 130**
**75 x 8 = 600**
**600 - 130 = 470**

6

**12 x 2 = 24**
**100 + 24 = 124**
**7 x 124 = 868**
**50 + 868 = 918**

7

**1- (-1) = 2**
**2 x 2 = 4**
**50 + 3 = 53**
**-8 x 53 = -424**
**4- (-424) = 428**

8

**2 - (-1) = 3**
**-50 x 4 = -200**
**3- (-200) = 203**
**60 + 203 = 263**
**-3 x 263 = -789**

9

**25 + (-10) = 15**
**100 x (-50) = -5000**
**15 + (-5000) = -4985**
**-4985/5 = -997**

10

**-3 - (-15) = 12**
**- 25 + (-8) = -33**
**-50 x 12 = -600**
**-33 - (-600) = 567**

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: CEBİRSEL İFADELER**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Cebir**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Cebirsel ifadelerde yer alan temel kavramları fark eder.
- ❖ Bir cebirsel ifadenin değerini, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
- ❖ Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapmak için farklı stratejiler geliştirir.
- ❖ Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** A4 kâğıdı, renkli kalemler, sunu, Etkinlik Formu.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte öğrencilerin matematiksel fikirler arasındaki ilişkileri keşfetmeleri, bu ilişkileri kullanabilmeleri ve matematiksel fikirlerin birbiriyle ilişkilendirilmesiyle yeni fikirlerin tutarlı bir bütün oluşturacak şekilde nasıl inşa edildiğini fark edebilmeleri beklenmektedir. Buna ek olarak matematiği günlük yaşamla ilişkilendirebilmeleri hedeflenmektedir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Etkinlikte öğrencilerin cebire duyulan ihtiyacı hissetmeleri, cebirsel ifadelere ilişkin temel kavramları fark etmeleri, bir cebirsel ifadede yer alan değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için cebirsel ifadenin alacağı değerleri hesaplamaları ve cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemleri yapabilmeleri hedeflenmiştir. Ayrıca etkinliğin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için doğru matematiksel terminolojiyi ve dili kullanabilmelerine, matematiksel dili kullanarak matematiksel ilişkilendirme yapabilmelerine ve çeşitli matematiksel ilişkileri anlamlandırabilmelerine, farklı gösterimlerden yararlanarak kavramları temsil edebilmelerine katkı sağlaması amaçlanmıştır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrenci sayısı kadar Etkinlik Formu çıktı alınır. Ek etkinlik olarak "benzerini bul ve ortak özellikler" oyunu için Tablo 4 ve Tablo 5'teki oyun kartları da öğrenci sayısı kadar çıktı alınır. Hareketli bir şarkı belirlenir ve bu şarkının sınıfla paylaşılabileceği bir araç (müzik çalar, telefon vb.) sınıfa getirilir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

**1. Adım:** Öğretmen, dersin girişinde **“Bilinmeyeni bir sembolle göstermek isteseydiniz hangi sembolü seçerdiniz?”** sorusunu öğrencilere yönelterek öğrencilerin görüşlerini alır. Bilinmeyenin farklı sembollerle gösterilebileceği öğrencilere fark ettirilir.

Ardından **“Günlük hayatta hiç ‘x’ sembolünü duydunuz ya da gördünüz mü?”, “Eğer karşılaştıysanız örnek verebilir misiniz?”, “Sizce karşılaştığınız “x” neyi temsil ediyor olabilir?”** şeklinde sorular yöneltilerek öğrencilerin cevapları alınır. Roma rakamları, trafik ve TV kumandası gibi pek çok yerde kullanılan “x”in yasak, iptal etmek, çıkarmak, silmek ve hükümsüz kılmak gibi anlamlarla günlük hayatta çeşitli yerlerde ve farklı anlamlarda karşımıza çıktığına dikkat çekilir.

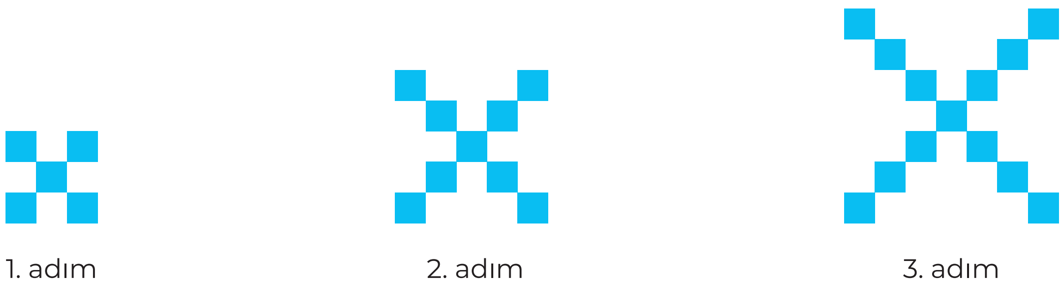
Ardından matematikte de “x” sembolünün yaygın olarak kullanıldığı ifade edilir. Bir rivayete göre ise matematiğin farklı coğrafyalara yayıldıkça farklı dillere de çevrilmesine duyulan ihtiyaç neticesinde Türkçede “bir şey” sözcüğü anlamına gelen, Arapçada “şayun” kelimesinin, “ş” harfi olmayan İspanyolca’ya çevirisinde Antik Yunanca’daki “kai” harfine dönüştüğü belirtilir. Latince çevirilerde “kai” harfi yerine “x” sembolünün konulmasıyla x harfinin matematikte yerini aldığı ifade edilir (TED, 2012).


Şekil 1. “x” değişkeninin tarihsel gelişim süreci

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğretmen, matematiğin bir dalı olan cebirin tarihsel gelişim süreci, cebir dalının gelişimine önemli katkıları olan matematikçiler ve İslam dünyasının 780–847 yılları arasında yaşamış cebir alanındaki en önemli matematik bilgini olan Harezmi’nin hayatı ve matematiğe katkıları hakkında bir bilgilendirme, sunum yapılabilir veya video izletilebilir.

**2. Adım:** Öğretmen, Şekil 2’de verilen şekil örüntüsünü tahtaya çizer ve öğrencilerin Etkinlik Formu’ndaki 1. etkinliği okumalarını ister.




Şekil 2. Şekil örüntüsü

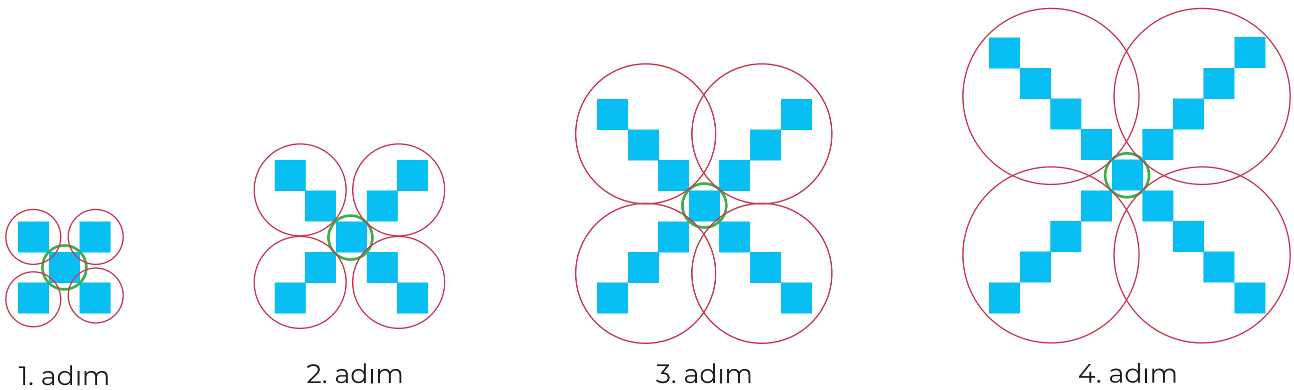
Öğretmen, tahtaya ilk üç adımı verilen şekil örüntüsünü çizdikten sonra öğrencilere sırasıyla aşağıdaki soruları yöneltir:

- İlk üç adımı verilen bu şekil örüntüsünde ne gibi özellikler gözlemlediniz?
- Verilen bu örüntüde 4. adımdaki şekil örüntüsünü nasıl oluşturabiliriz?
- Peki bu örüntünün 6. adımında kaç tane birim kare olduğunu nasıl bulabiliriz?
- O hâlde $6^7$. adımdaki birim kare sayısını bulmak için nasıl bir yol izleyebiliriz?
- Bu örüntünün herhangi bir adımındaki birim kare sayısına ulaşmak için nasıl bir kural uygulanabileceğini model üzerinden nasıl bulabiliriz? Bulduğumuz kuralı nasıl ifade edebiliriz? Bulduğunuz kuralı şeklin ilk 4 adımını bulmak için deneyip sonuçları karşılaştırınız.

Tablo 1. Verilen şekil örüntüsü

| Adım Sayısı | Toplam Kare Sayısı |
|---|---|
| 1. adım | |
| 2. adım | |
| 3. adım | |
| 4. adım | |
| 5. adım | |
| 6. adım | |
| 7. adım | |
| ... | ... |
| Kural | |

- Bu sefer elde ettiğiniz kuralla şeklin 20. adımında kaç tane birim kare olduğunu bulunuz.




Şekil 3. Verilen örüntünün adımları

Öğretmenin "İlk üç adımı verilen bu şekil örüntüsünde ne gibi özellikler gözlemlediniz?" sorusuna öğrencilerin Şekil 2'de gösterildiği gibi ortadaki karenin (sarı renkli) sabit kaldığını şeklin 4 köşesinden (kırmızı renkle gösterilen) her adımda birer kare kadar artarak örüntünün devam ettiğini gözlemlemeleri ve bu doğrultuda örüntünün 4. adımını Şekil 2'de gösterildiği gibi çizmeleri beklenir. Öğrencilerden, örüntünün 6. adımının kaç tane birim kare ile oluşturulabileceğini, şeklin 4 köşesinde 6 kare olacağını bir de ortadaki sabit kare olduğunu düşünerek 4.6+1 yani 25 kareye ulaşılacağını keşfetmeleri beklenir. $6^7$. adımdaki birim kare sayısını bulmak için de benzer şekilde 4 köşesinde $6^7$ kare olacağını bir de ortadaki sabit kare olduğunu düşünerek 4. $6^7$+1 kare oluşacağını ifade edebilmeleri beklenir. Bu örüntünün herhangi bir adımındaki birim kare sayısına ulaşmak için adım sayısı ile örüntü şekli arasında ilişki kurularak öğrencilerin örüntünün 1. adımı için 4. 1+1=5, 2. adımı için 4.2+1=9, 3. adımı için 4.3+1=13, 4. adımı için 4.4+1=17 birim kare oluştuğunu gözlemleyerek adım sayısına bağlı olarak 4.(adım sayısı) +1 kuralını keşfetmeleri beklenir. 20. adımda kaç birim kare olduğunu bulmak için "4.(adım sayısı)+1" ifadesinde adım sayısı yerine 20 yazılarak 4.20+1=81 birim kare olduğu bulunur.

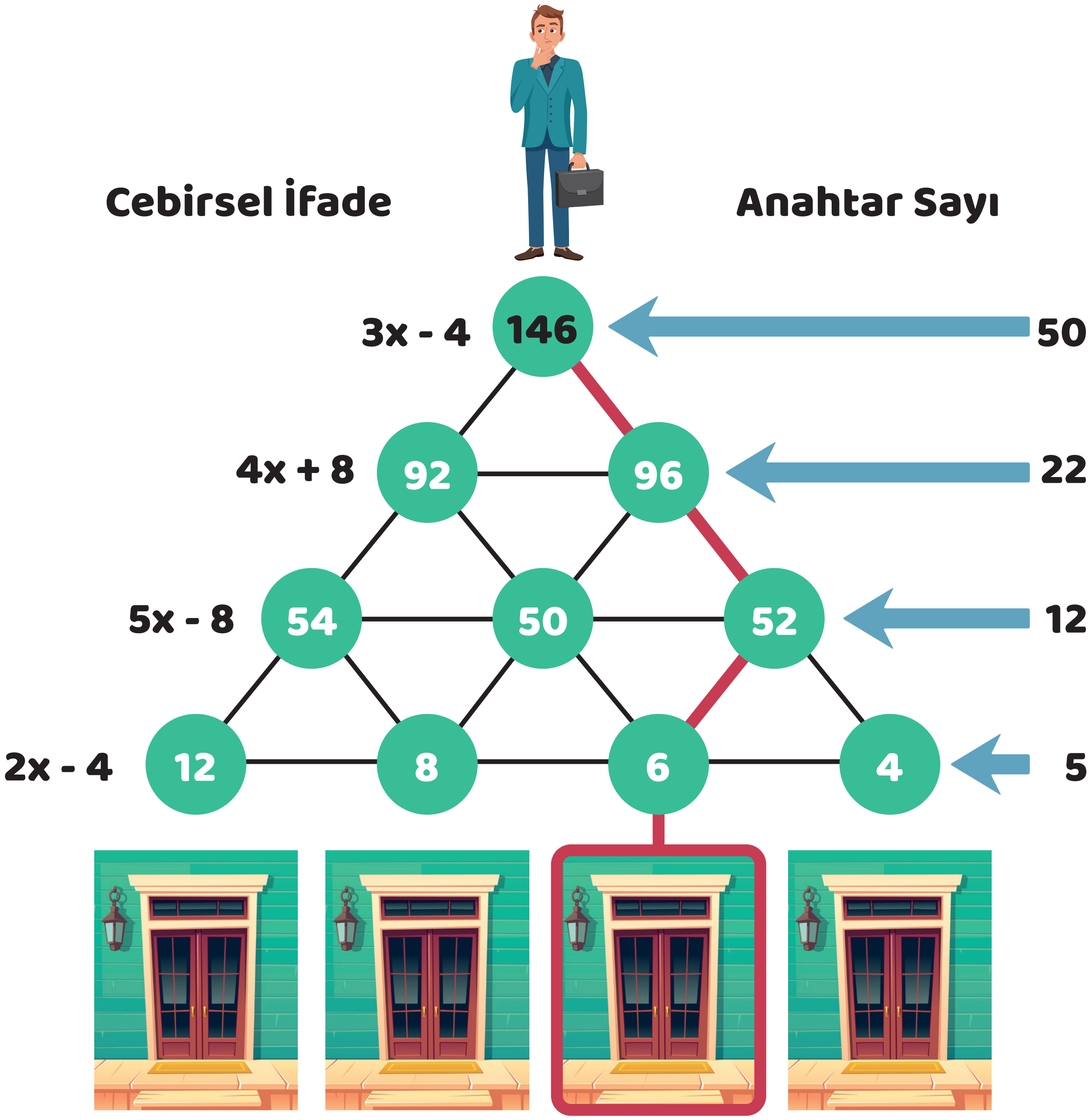
Ardından elde edilen "4.(adım sayısı)+1" kuralındaki "adım sayısı" ile sayıları temsil etmek için kullanılan ve "değişken" adı verilen semboller kullanıldığı belirtilir. Bu doğrultuda "adım sayısı"nın x, a, *, ⊿ gibi sembollerle ifade edilebileceği, elde edilen matematiksel ifadenin de 4.x, 4.a, 4.*, 4.⊿ vb. değişken yerine istenen sembol kullanılarak yazılabileceği ifade edilir. Elde edilen bu matematiksel ifade gibi içinde en az bir değişken ve işlem içeren ifadelerin 4.x+1, 4.a+1, 4.*+1, 4.⊿+1 "cebirsel ifade" olarak; cebirsel ifadelerde toplama veya çıkarma işlemiyle ayrılan her bir bölümün yani 4.x ve 1 gibi ifadelerin "terim" olarak; terimlerdeki değişkenlerle çarpım durumunda olan sayıların örneğin 4x ifadesindeki 4 gibi "katsayı" olarak; değişken içermeyen yani bu cebirsel ifadedeki 1 gibi ifadelerin ise "sabit terim" olarak adlandırıldığı ifade edilir. Cebirsel ifadelere yönelik kavramlar Tablo 2'deki gibi tanımlanır.

Tablo 2. Cebirsel ifadelerin temel kavramları

| | | |
|---|---|---|
| **Cebirsel ifade** | En az bir değişken, aritmetik işlem ve sayı içeren ifadelere cebirsel ifadeler denir. $\underbrace{4}_{\text{Katsayı}}\ \underbrace{x}_{\text{Değişken}}\ \underbrace{+}_{\text{İşlem}}\ \underbrace{1}_{\text{Sayı}}$ | |
| **Terim** | Cebirsel ifadelerin toplama veya çıkarma işlemiyle ayrılan her bir bölümüne terim denir. | 4x, 1 |
| **Değişken** | Cebirsel ifadelerde sayıları temsil etmek üzere kullanılan sembollere (harf, şekil vb.) değişken denir. | x |
| **Sabit terim** | Değişken içermeyen, sadece sayılardan oluşan terimlere sabit terim denir. | 1 |
| **Katsayı** | Bir terimdeki değişkenler atıldığında geriye kalan sayıya bu terimin katsayısı denir. | 4, 1 |

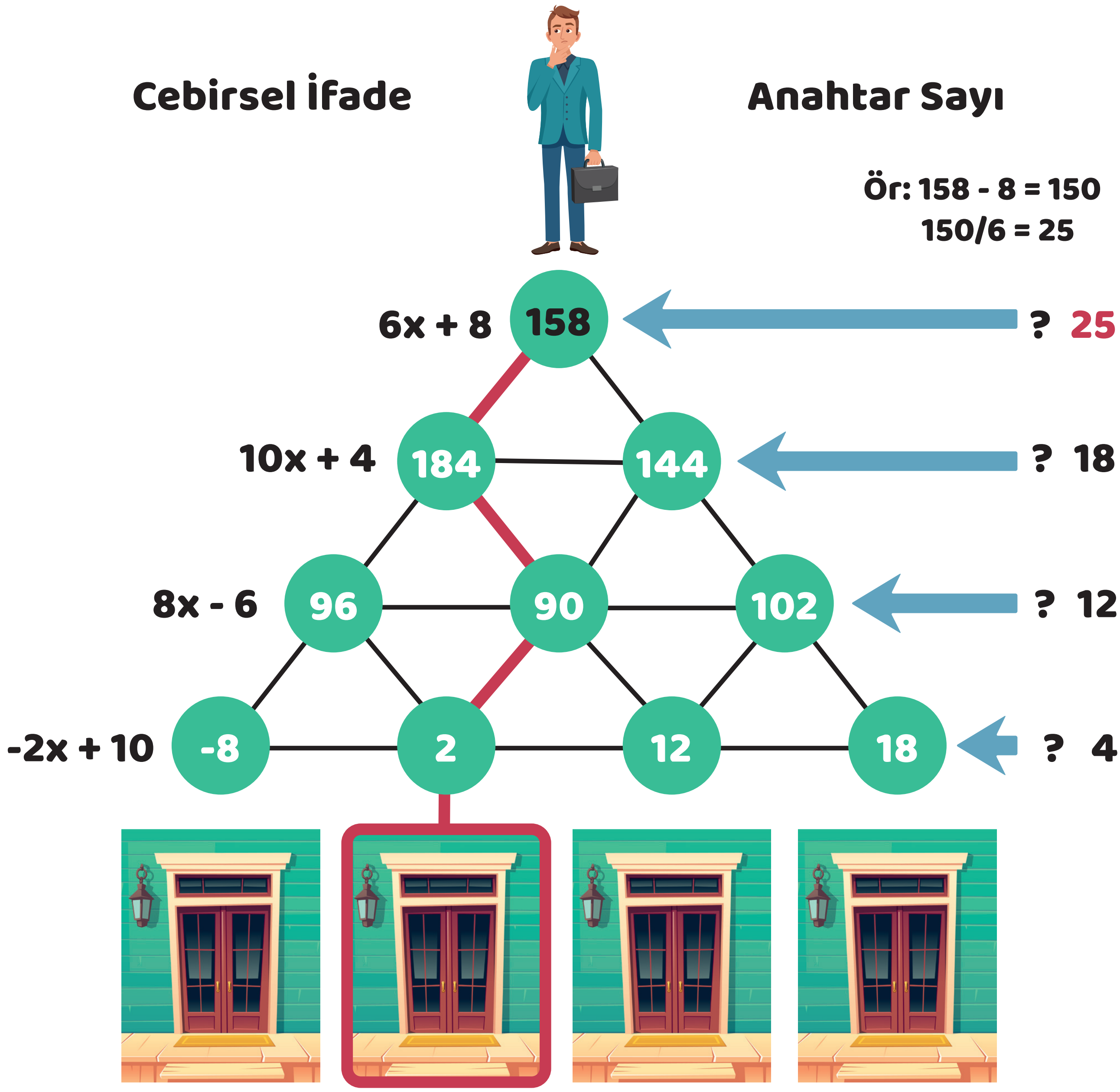
Öğrencilerden cebirsel ifadelerin değerinin değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplanabildiğini, değişkenin yerine yazılan farklı doğal sayılara göre cebirsel ifadenin değerinin değiştiğini ve verilen örüntüye yönelik elde edilen cebirsel ifadede değişken yerine örüntünün önce 1, 2, 3 ve 4. adımlarını yazarak keşfetmeleri beklenir. Ardından öğrencilerden cebirsel ifadedeki değişkenin yerine sayı yazarak elde ettikleri sonuçlarla örüntü modelinde kurala bağlı kalmadan, sayarak elde ettikleri kare sayılarını karşılaştırmaları ve çeşitli adımlarda kaç kare olabileceğini cebirsel ifadeyi kullanarak bulmaları istenir.

**3. Adım:** Öğretmen, Etkinlik Formu'ndaki 2. etkinliği okur. İlk soruda öğrencilerden verilen örneği incelemelerini, cebirsel ifadede verilen anahtar sayı değerini bilinmeyen yerine koyarak her adımda hangi numaralı kapılardan geçerek adamın üçgen labirentten çıkabileceğini bulmalarını ister. Önce öğrencilerin bulmaları için zaman tanınır, ardından öğrencilere söz hakkı verilerek sorulara yönelik görüşleri alınır. Öğrencilerin aşağıda verilen sonuçlara ulaşmaları beklenir. Öğretmen öğrencilere verilen bir cebirsel ifadenin değerini, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplayabiecekleri benzer sorular yöneltir.




Şekil 4. Etkinlik Formu 2a. etkinliğin cevabı

Ardından ikinci soruda öğrencilerden çıkış yolu verilen üçgen labirentinde verilen cebirsel ifadeyi sağlayan anahtar sayıları bulmaları istenir. Önce öğrencilerin bulmaları için zaman tanınır, ardından öğrencilere söz hakkı verilerek sorulara yönelik görüşleri alınır. Öğrencilerin aşağıda verilen sonuçlara ulaşmaları beklenir. Öğretmen öğrencilere verilen bir cebirsel ifadenin değerini sağlayan değişkenin alacağı değeri bulmaya yönelik benzer sorular yöneltir.




Şekil 5. Etkinlik Formu 2b. etkinliğin cevabı

**4. Adım:** Öğrencilerin, öğrendiklerini pekiştirmeleri için öğretmen, Etkinlik Formu'ndaki 3. etkinliği okur. Öğretmen, örnek olarak istediği bir cebirsel ifadeyi ele alıp öğrencilerle birlikte bir cebirsel ifadenin değişkenlerini, terimlerini, terim sayısını, katsayılarını, katsayılar toplamını, sabit terimini ve verilen değere göre cebirsel ifadenin değerini bulur. Diğer dört cebirsel ifadeyi öğrencilerin kendilerinin cevaplandırmalarını ister ve öğrencilerin soruya yönelik elde ettikleri sonuçları açıklayarak ifade etmelerini ister. Öğrencilerin Tablo 3'te verilen sonuçlara ulaşmaları beklenir.

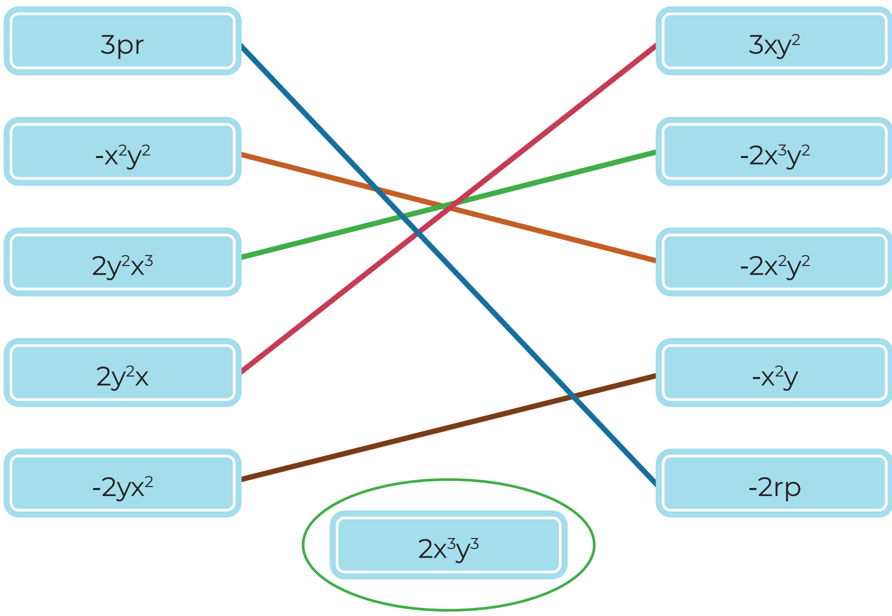
Tablo 3. Etkinlik Formu 3. etkinliğin cevabı

Aşağıda farklı renklerle boyanmış cebirsel ifadelerden aynı cebirsel ifadeye ait olan değişken/ler, terim/ler, terim sayısı, katsayılar, katsayılar toplamı, sabit terimini bulup aynı renge boyayınız.

Sonra x=0, y=2, a=3, b=1 değerleri için verilen cebirsel ifadelerin alacağı değeri sonuç sütunundan bulup uygun cebirsel ifadenin rengine boyayınız.

| Cebirsel İfade | Değişken/ler | Terim/ler | Terim Sayısı | Katsayılar | Katsayılar Toplamı | Sabit Terim | Sonuç |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2+3x-4$ | a | $b^2$,b, $3b^3$, $b^4$,4 | 3 | 2, -2, 1, 2 | -5 | 4 | 28 |
| $a^3b+1$ | b | $-5a^2$ | 5 | -3, 1, 1, 1, 4 | 3 | -4 | -45 |
| $x^2+2xy-2+2y^2$ | x | 1, $a^3b$ | 4 | 1, 1 | 0 | yok | -4 |
| $-5a^2$ | x, y | 3x, $x^2$, -4 | 1 | -4, 3, 1 | 4 | 2 | 4 |
| $b^2+b-3b^3+b^4+4$ | a, b | 2xy, -2, 1, $2y^2$ | 2 | -5 | 2 | 1 | 10 |

**5. Adım:** Öğretmen, Etkinlik Formu'ndaki 4. etkinliği öğrencilerin okumasını ister. Bu etkinlikte öğrencilerin yapılan eşlemeler arasında nasıl bir ilişki olduğuna yönelik görüşleri alınır. Öğrencilerin, yapılan eşlemeler arasında benzer terimlerin özelliklerini ifade etmeleri beklenir. Ardından öğretmen, öğrencilerin ilişki tablosunda keşfettikleri özellikler doğrultusunda sağ tarafta verilen cebirsel ifadelerdeki uygun eşlemeleri yaparak eşi olmayan cebirsel ifadeyi bulmalarını ister. Öğrencilere eşleme yapmaları için belli bir süre verir. Sonra onlara söz hakkı verilerek eşlemeleri nasıl yaptıklarını açıklamaları istenir. Ardından bu tablodaki oklarla gösterilen ifadelerin "benzer terimler" olduğu ifade edilerek öğrencilerin benzer terimleri tanımlamaları istenir. Bu doğrultuda öğrencilerin "Bir cebirsel ifadede, üsleri aynı olan bir değişkenin aynı ya da farklı katsayılara sahip olan terimlerine" benzer terim dendiğini keşfetmeleri sağlanır. Öğrencilerin Şekil 4'teki sonuçları elde etmesi beklenir.




Şekil 6. Etkinlik Formu 4. etkinliğin cevabı

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğretmen, derste öğrenilenleri değerlendirmek için sınıfa aşağıda yönergeleri verilen "Benzerini Bul" ve "Ortak Özellik" oyunlarını oynatır.

Öğretmen, bir yüzünde Tablo 4'te verilen ifadeler gibi bir terimli ve benzer terimler içeren ifadelerin yer aldığı; diğer yüzünde de Tablo 5'te verilen ifadeler gibi ortak özellikler içeren cebirsel ifadelerin yer aldığı oyun kartlarından her öğrenciye bir A4 kâğıdına iki oyun kartı arkalı önlü olacak şekilde çıktı alır. Her öğrenciye bir oyun kartı verir. Çalışmada öğrencilerin isimlerinin yer aldığı bir liste yapar. Sınıfta öğrencilerin rahat hareket edebileceği boş bir alan oluşturur ya da okul bahçesinde oyun oynatır. Aşağıdaki Tablo 4 ve 5'te örnek olarak dörtder oyun kartı verilmiştir. Öğretmen, öğrenci sayısına göre kartlar hazırlamalıdır.

### Benzerini Bul Oyunu:

Öğretmen, öğrencilere verdiği oyun kartlarından benzer terimlerin yer aldığı kâğıt yönünü arkadaşlarının görebileceği şekilde iki eliyle tutmalarını söyler. Ardından eğlenceli bir müzik çalacağını, müzik çalarken öğrencilerin serbest bir şekilde mekânda kendilerine verilen ifadeleri arkadaşlarının görebileceği şekilde tutarak dolaşmaları gerektiğini belirtir. Dolaşırlarken öğrencilerden kendi tuttukları kâğıttaki cebirsel ifadeye benzer bir terimi bulmaya çalışmalarını ister. Müzik durduğunda ise birbiriyle benzer ifadeler taşıyan kişilerin birbirini bulup istedikleri yerde yan yana, grup olarak durmaları gerektiğini belirtir. Ardından öğretmen; öğrencilerin doğru bir şekilde eş olup olmadıklarını kontrol edeceğini, doğru eşleme yapanlara öğrenci isimlerinin yer aldığı listede "+" verileceğini, etkinlik sonunda en fazla "+" sembolü elde eden öğrencilerin oyunun kazananı olacağını açıklar. Oyun bu şekilde, öğrencilere dağıtılan oyun kartları değiştirilerek istendiği kadar oynanabilir.

Tablo 4. Benzerini bul oyunu örnek oyun kartları

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3x^2y$ | $-2xy^2$ | $6xy^2$ | $5yx^2$ |

### Ortak Özellik Oyunu:

Öğretmen, öğrencilere verdiği oyun kartlarından cebirsel ifadelerin yer aldığı kâğıt yönünü arkadaşlarının görebileceği şekilde iki eliyle tutmalarını söyler. Öğretmen, öğrencilere eğlenceli bir müzik çalacağını, müzik çalarken öğrencilerin serbest bir şekilde mekânda kendilerine verilen ifadeleri arkadaşlarının görebileceği şekilde tutarak dolaşmaları gerektiğini belirtir. Her turda müzik çalarken hangi ortak özelliğe sahip cebirsel ifadelerle eş olmaları gerektiğini belirteceğini, dolaşırken öğrencilerden kendi tuttukları kâğıttaki cebirsel ifadeyle belirteceği ortak özelliğe sahip ifadeleri bulmaya çalışmalarını ister. Müzik durduğunda ise birbiriyle belirtilen ortak özelliği taşıyan kişilerin birbirini bulup; istedikleri yerde yan yana, grup olarak durmaları gerektiğini belirtir. Ardından öğretmen; öğrencilerin doğru bir şekilde eş olup olmadıklarını kontrol edeceğini, doğru eşleme yapanlara öğrenci isimlerinin yer aldığı listede "+" verileceğini, etkinlik sonunda en fazla "+" sembolü elde eden öğrencilerin oyunun kazananı olacağını açıklar.

Öğretmen, oyunda aşağıda verilen yönergeleri bir etapta istediği sırada sorar:

- Aynı terim sayısına sahip olanların birbirini bulup; istedikleri yerde yan yana, grup olarak durmalarını ister.

- Aynı değişkenlere sahip olanların birbirini bulup; istedikleri yerde yan yana, grup olarak durmalarını ister.
- Aynı sabit terime sahip olanların birbirini bulup; istedikleri yerde yan yana, grup olarak durmalarını ister.
- Aynı katsayılar toplamına sahip olanların birbirini bulup; istedikleri yerde yan yana, grup olarak durmalarını ister.

Bu şekilde bir etap oynandıktan sonra öğretmen öğrencilerin ellerindeki kâğıtları değiştirerek oyunu istediği kadar oynatabilir.

Tablo 5. Ortak özellik oyunu örnek kartları

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2x + 3y + 5 | 2a + 7b + 1 | 4x + 2y + 1 | 9b – 6a + 5 |

**6. Adım**: Öğretmen, Etkinlik Formu'ndaki 5. etkinlikte yer alan soruları sırasıyla okur. Her bir soruda karesel ve dikdörtgensel bölge şeklinde verilen şekillerin çevre uzunluklarına ilişkin hesaplamaların nasıl yapılabileceği konusunda öğrencilerin görüşlerini alır. Ardından öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl yapıldığına yönelik çıkarımda bulunmaları beklenir.

Yapılan etkinlikle öğretmen, öğrencilere cebirsel ifadelerde toplama işleminin benzer terimler arasında yapıldığı, benzer terimlerin katsayılarının toplanmasıyla oluşan yeni değişkene katsayı olarak yazıldığı; sabit terimlerin toplamının da sabit terim olarak yazıldığını keşfettirir. Benzer olmayan terimlerin ise toplanmadığı ancak işlem sonucunda yer aldığı fark ettirilir.

Ardından cebirsel ifadelerde çıkarma işleminin de benzer terimlerin katsayıları arasında yapıldığını, çıkarma işleminde cebirsel ifadenin toplama işlemine göre tersi alınarak aslında toplama işlemi yapıldığı keşfettirilir.

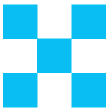
**7. Adım:** Cebirsel ifadelerde çarpma işleminin nasıl yapıldığı ise etkinlik 6'da verilen problem doğrultusunda alan hesabı yapılarak öğrencilere keşfettirilmeye çalışılır. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifade çarpılırken çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanılarak cebirsel ifadenin tüm terimlerinin ayrı ayrı çarpıldığı fark ettirilir. Katsayıların çarpılıp katsayı olarak, bilinmeyenlerin çarpılıp bilinmeyen olarak yazıldığı ifade edilir. İki cebirsel ifade çarpılırken çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanıldığı, doğal sayı ile cebirsel ifadenin tüm terimlerinin ayrı ayrı çarpıldığı fark ettirilir.

## DEĞERLENDİRME

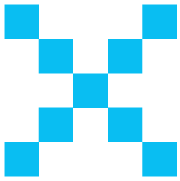
Öğretmen, ders içinde yapılan etkinlikler sonunda öğrencilerin "Cebirsel İfadeler" konusunda öğrendiklerini "Cebirsel İfadeler Öz Değerlendirme Formu"nu kullanarak değerlendirmelerini ister. Bu etkinliğe ait "Cebirsel İfadeler Öz Değerlendirme Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU

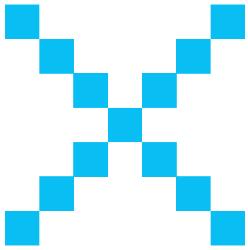
### 1. ETKİNLİK



1. adım



2. adım



3. adım

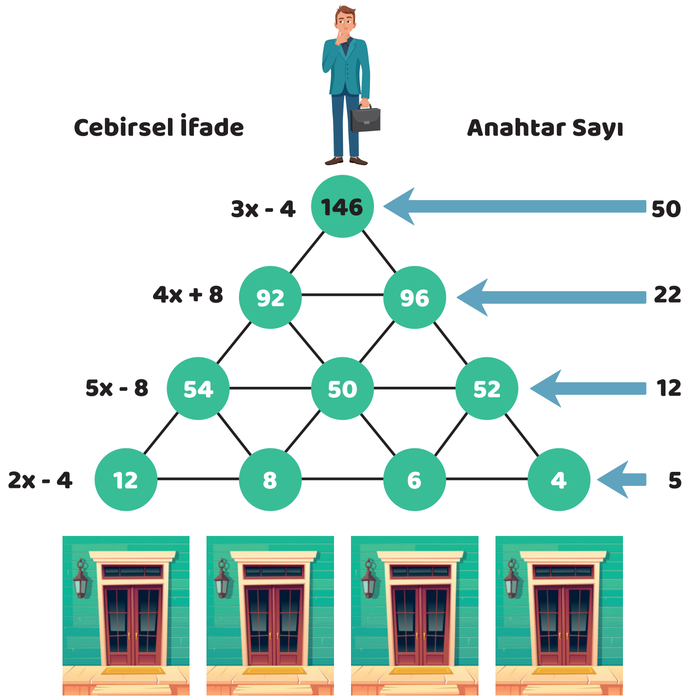
- İlk üç adımı verilen bu şekil örüntüsünde ne gibi özellikler gözlemlediniz?
- Verilen bu örüntüde 4. adımdaki şekil örüntüsünü nasıl oluşturabiliriz?
- Peki bu örüntünün 6. adımında kaç tane birim kare vardır? Nasıl bulabiliriz?
- O hâlde $6^{7}$. adımdaki birim kare sayısını bulmak için nasıl bir yol izleyebiliriz?
- Bu örüntünün herhangi bir adımındaki birim kare sayısına ulaşmak için nasıl bir kural uygulanabileceğini model üzerinden nasıl bulabiliriz? Bulduğumuz kuralı nasıl ifade edebiliriz?
- Bulduğunuz kuralın doğruluğunu şeklin ilk 4 adımını bulmak üzere deneyip sonuçları karşılaştırınız.

| Adım Sayısı | Toplam Kare Sayısı |
|---|---|
| 1. adım | |
| 2. adım | |
| 3. adım | |
| 4. adım | |
| 5. adım | |
| 6. adım | |
| 7. adım | |
| ... | |
| Kural | |

- Bu sefer elde ettiğiniz kuralla şeklin 20. adımında kaç tane birim kare olduğunu bulunuz.

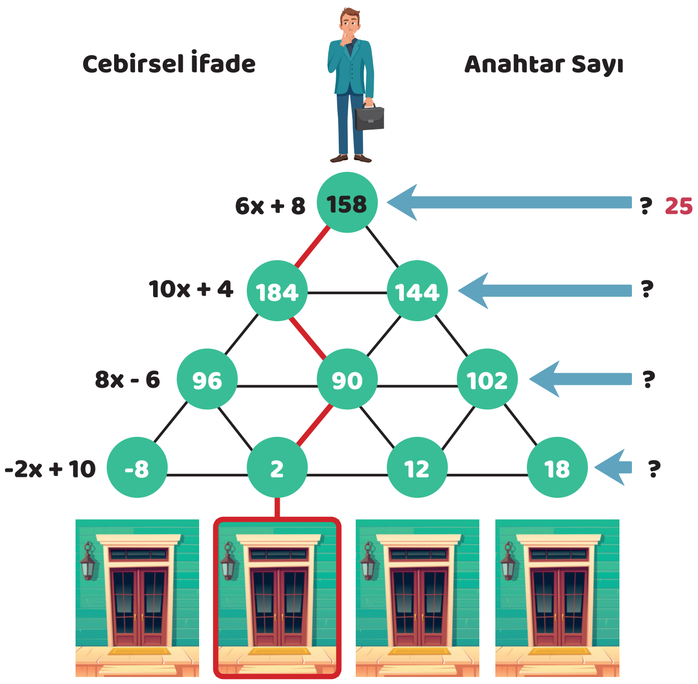
## 2. ETKİNLİK

**a.** Aşağıda verilen üçgen labirente giren bir kişi, bu labirentten çıkabilmek için her adımda her cebirsel ifade için verilen anahtar sayıyı cebirsel ifadede yerine koyarak her adımda hangi numaralı kapılardan geçerek üçgen labirentten çıkabileceğini bulabilmektedir. Bu kişinin çıkış yolunu çiziniz.




Ör: $3x - 4 = 3 . 50 - 4 = 150 - 4 = 146$

**b.** Çıkış yolu verilen üçgen labirentinde, verilen cebirsel ifadeyi sağlayan anahtar sayıları bulunuz.




Ör: $158 - 8 = 150$

$150/6 = 25$

## 3. ETKİNLİK

Aşağıda farklı renklerle boyanmış cebirsel ifadelerden aynı cebirsel ifadeye ait olan değişken/ler, terim/ler, terim sayısı, katsayılar, katsayılar toplamı ve sabit terimini bulup aynı renge boyayınız.

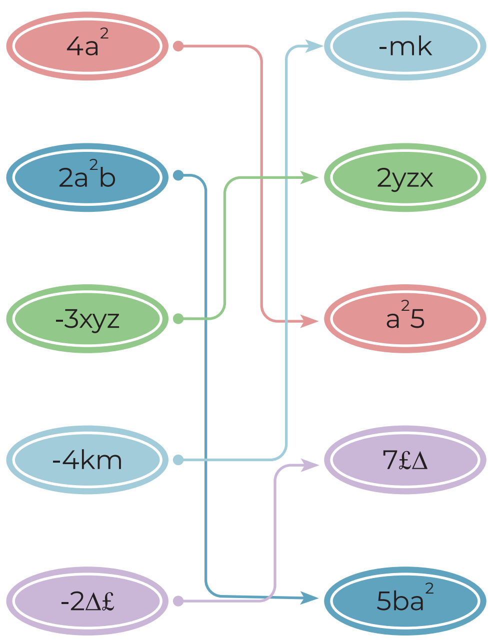
Sonra **x=0, y=2, a=3, b=1** değerleri için verilen cebirsel ifadelerin değerini sonuç sütunundan bulup uygun cebirsel ifadenin rengine boyayınız.

| Cebirsel İfade | Değişken/ler | Terim/ler | Terim Sayısı | Katsayılar | Katsayılar Toplamı | Sabit Terim | Sonuç |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2+3x-4$ | a | $b^2, b, 3b^3, b^4, 4$ | 3 | 2, -2, 1, 2 | -5 | 4 | 28 |
| $a^3b+1$ | b | $-5a^2$ | 5 | -3, 1, 1, 1, 4 | 3 | -4 | -45 |
| $x^2+2xy-2+2y^2$ | x | $1, a^3b$ | 4 | 1, 1 | 0 | yok | -4 |
| $-5a^2$ | x, y | $3x, x^2, -4$ | 1 | -4, 3, 1 | 4 | 2 | 4 |
| $b^2+b-3b^3+b^4+4$ | a, b | $2xy, -2, 1, 2y^2$ | 2 | -5 | 2 | 1 | 10 |

## 4. ETKİNLİK

Aşağıda oklarla yapılan eşlemeler arasında nasıl bir ilişki olduğunu yorumlayınız.

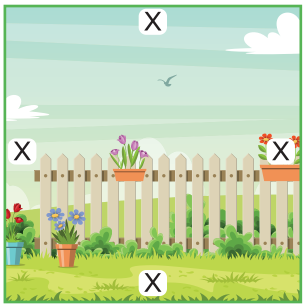
Bulduğunuz ilişki doğrultusunda sağ tarafta verilen ifadeleri uygun şekilde eşleyiniz ve eşi olmayan cebirsel ifadeyi bulunuz.




| | |
|---|---|
| $3pr$ | $3xy^2$ |
| $-x^2y^2$ | $-2x^3y^2$ |
| $2y^2x^3$ | $-2x^2y^2$ |
| $2y^2x$ | $-x^2y$ |
| $-2yx^2$ | $-2rp$ |
| $2x^3y^3$ | |

## 5. ETKİNLİK

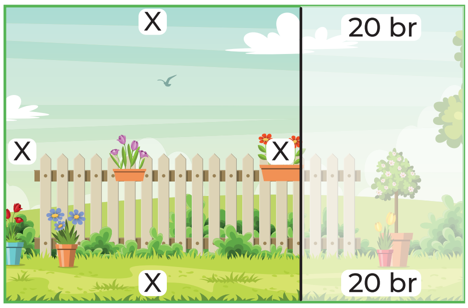
Şekilde Ayşe teyzenin kare şeklinde ve bir kenar uzunluğu x m olan bahçesi verilmiştir.



Şekil 1.

- Ayşe teyzenin Şekil 1'de verilen bahçesinin çevre uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

Ayşe teyze, kenar uzunlukları Şekil 2'de verildiği gibi olan ve kendi bahçesine bitişik olan bahçeyi de satın alarak bahçesini dikdörtgensel bir bölgeye dönüştürüyor.



Şekil 2.

- Ayşe teyzenin yeni satın aldığı bölgenin çevre uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

- Ayşe teyzenin son durumda bahçesinin çevre uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

Bir süre sonra Ayşe Teyze, kızına kenar uzunlukları Şekil 3'te verildiği gibi olan bir dikdörtgensel bölge şeklindeki bahçeyi doğum günü hediyesi olarak verir.

Şekil 3.

- Ayşe teyzenin kızına verdiği Şekil 3'teki bölgenin çevre uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

- Ayşe teyzenin yeni durumda bahçesinin çevre uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

- Ayşe teyze ve kızının son durumda bahçelerinin çevre uzunluklarının ölçüleri arasındaki fark hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

- Cebirsel ifadelerde toplama işlemi nasıl yapılır? Nelere dikkat edilmelidir?

- Cebirsel ifadelerle yapılan toplama işleminin şimdiye kadar öğrendiğimiz sayılarla yaptığımız toplama işlemiyle benzer ve farklı yönleri nelerdir?

- Cebirsel ifadelerde çıkarma işlemi nasıl yapılır? Nelere dikkat edilmelidir?

- Cebirsel ifadelerle yapılan çıkarma işleminin şimdiye kadar öğrendiğimiz sayılarla yaptığımız çıkarma işlemiyle benzer ve farklı yönleri nelerdir?

Elde ettiğiniz bu bilgiler doğrultusunda aşağıda verilen işlemleri yapınız.

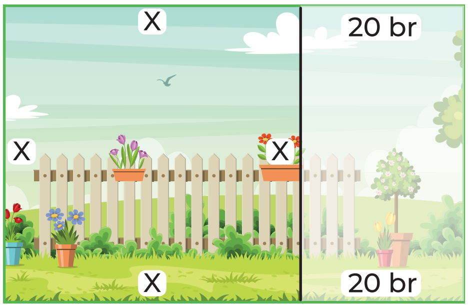
| İşlemler | Sonuçlar |
|---|---|
| $2x+3x=?$ | |
| $7x+5+4x=?$ | |
| $3x+5+2x-1=?$ | |
| $3x^2+5x+4x^2-2-3x+6=?$ | |
| $4x+3+2y+5=?$ | |
| $7x+3+5y+4x^2-4x=?$ | |
| $(2x-3)-4$ | |
| $(2x-3)-(x+2)$ | |
| $(2x-3)-(5x-4)$ | |
| $(2x-3)-(x^2+2x-4)$ | |

## 6. ETKİNLİK


Şekil 4.

- Ayşe teyzenin Şekil 4'te verilen bahçesinin alan ölçüsü hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

Ayşe teyze kenar uzunlukları Şekil 5'te verildiği gibi kendi bahçesine bitişik olan yandaki bahçeyi de satın alarak bahçesini dikdörtgensel bir bölgeye dönüştürüyor.

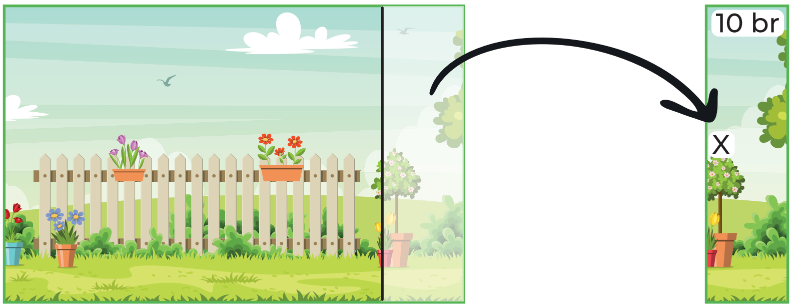



Şekil 5.

- Ayşe teyzenin yeni satın aldığı bölgenin alan ölçüsü hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

- Ayşe teyzenin son durumda bahçesinin alan ölçüsü hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

Bir süre sonra Ayşe teyze kızına kenar uzunlukları Şekil 6'da verildiği gibi olan bir dikdörtgensel bölge şeklindeki bahçeyi doğum günü hediyesi olarak verir.




Şekil 6.

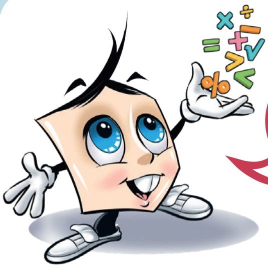
- Ayşe teyzenin kızına verdiği bölgenin alan ölçüsü hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

- Ayşe teyzenin son durumda bahçesinin alan ölçüsü hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

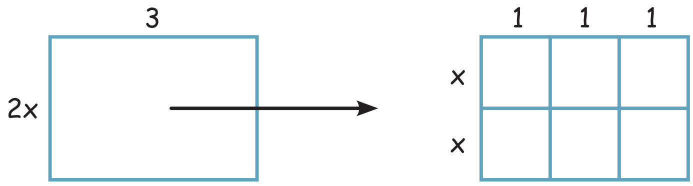
- Ayşe teyze ve kızının son durumda bahçelerinin alan ölçüleri arasındaki fark hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yanıtınızı açıklayınız.

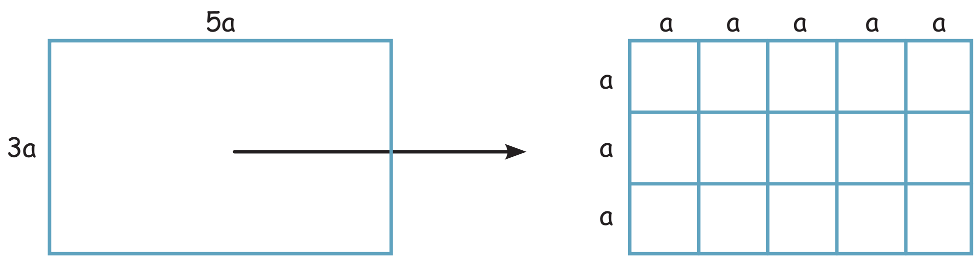
- Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi nasıl yapılır? Nelere dikkat edilmelidir?

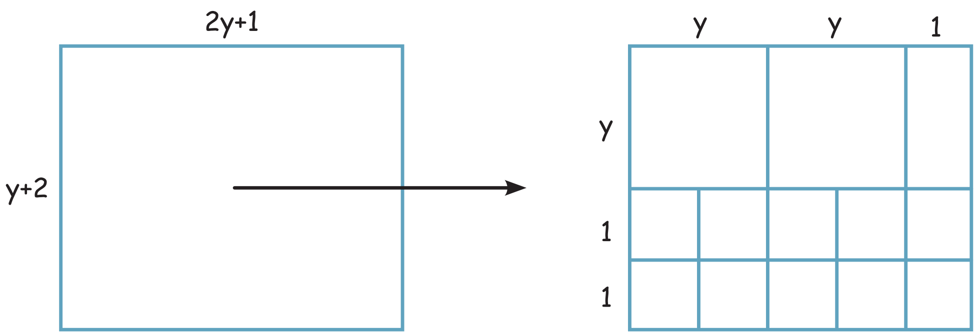
- Cebirsel ifadelerle yapılan çarpma işleminin şimdiye kadar öğrendiğimiz sayılarla yaptığımız çarpma işlemiyle benzer ve farklı yönleri nelerdir?



Elde ettiğiniz bu bilgiler doğrultusunda aşağıda verilen dikdörtgensel bölgelerin alanlarını, verilen parçaların alan ölçülerinden yararlanarak bulunuz.




İki cebirsel ifadeyi çarparken nasıl bir yol izlenir? Nelere dikkat edilmelidir?

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÖRÜNTÜ ALGORİTMASI**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Sayı Örüntüleri**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Sayı ve şekil örüntülerinin kuralını keşfeder.
- ❖ Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinde istenen adımları bulur.
- ❖ Bir örüntünün genel kuralını matematiksel olarak ifade eder.
- ❖ Genel kuralını matematiksel olarak ifade ettiği yeni bir örüntü oluşturur.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik kâğıdı, bilgisayar, blok kodlama uygulaması.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlik bilişim alanında yapılan algoritma yazımı ve uygulamaları ile ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin sayı ve şekil örüntülerinin verilmeyen elemanlarını ve genel terimlerini keşfetmelerini sağlamaktır. Bu amaca ulaşmak için şekil örüntülerini sayı örüntülerine, sayı örüntülerini de şekil örüntülerine dönüştürme becerilerini kazanmalarını ve algoritma mantığı ile istenen aritmetik örüntüyü oluşturabilmelerini sağlamak hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Sayı örüntüleri etkinliği blok kodlama programları ile yapılacağından öğrencilerden yanlarında tablet veya bilgisayar getirmeleri istenir ya da bu araçları kullanabilecekleri ortamlar hazırlanır.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

➢ Öğretmen, öğrencilerden günlük hayatlarında tekrar tekrar yaptıkları işler olup olmadığını düşünmelerini ister. Öğrenciler, örnek olarak sabah uyandığımızı, okula gittiğimizi, akşam tekrar uyuduğumuzu söyler. Öğretmen, kaldırım taşlarının desenlerinin nasıl döşendiğini sorar. Yandaki Resim 1'i göstererek öğrencilerden kaldırım deseni yapmalarını ister.

Resim 1. Kaldırım görseli

➢ Öğrencilere şekillerle olduğu gibi sayılarla da örüntü yapılabileceği söylenir. Örüntü için kullanılacak bazı kavramların anlaşılması için bilgi kutusunda verilen tanımlar öğrencilerle paylaşılır.

## BİLGİ KUTUSU

**Örüntü:** Olay ve nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek genişlemesi ve oluşturdukları yapının yenilenmesidir. Örneğin

**1, 3, 5, 7, 9, ...**

Sayılar 1 ile başlayıp, 2'şer artarak düzenli bir biçimde devam ettiklerinden bu yapı bir örüntü oluşturmaktadır.

**İlk Terim:** Örüntüyü oluşturan adımlardan ilkini oluşturan terimdir. 5, 8, 11, 14, 17, ... örüntüsünün ilk terimi 5'tir.

**Değişken:** Örüntülerin kuralını ifade ederken kullanılan sembollere değişken denir. Bu semboller genellikle harfler ile yapılır. Değişken "n harfi ise n" örüntünün adım sıra sayısını belirtir. İstenilen terimi bulmak için değişken yerine terim sayısı yazılır.

**Genel Terim:** Örüntünün tüm elemanlarını uygun adım sayıları yerine konduğunda bulmak üzere kullanılan kavramlardır. Örüntünün herhangi bir terimini bulmak için değişken yerine o terimin sırası yazılır.

1, 3, 5, 7, 9, ... şeklinde verilen örüntünün tüm elemanları sadece (2n-1) ifadesi ile bulunabildiğinden bu örüntünün genel terimi (2n-1)'dir.

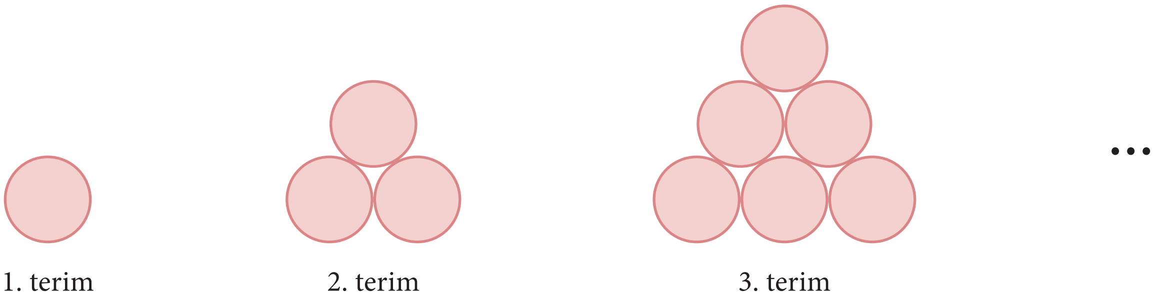
**Örüntünün İstenen Terimini Bulma:** Örüntünün hangi teriminin bulunması isteniyorsa, genel terimde yer alan değişken yerine istenen terimin bulunduğu adımın sayısı yazılır.

Yukarıdaki örüntünün 100. terimi örüntünün genel teriminde adım sayısı değişken yerine yazıldığında (2.100+1) = 200+1 = 201 olarak bulunur.

**Sayı Örüntüsü:** Sayılardan oluşan örüntülerdir. Örneğin 1, 4, 7, 10, 13, ... bir sayı örüntüsüdür.

| 1. Terim | 2. Terim | 3. Terim | 4. Terim | 5. Terim | ... | Genel Terim |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | ... | (3n-2) |

**Şekil Örüntüsü:** Belirli bir mantık dâhilinde dizilen şekillerden oluşan örüntülerdir. Örneğin Şekil-1'de bir şekil örüntüsü verilmiştir.




Şekil 1. Şekil örüntüsü örneği

Öğrencilerden terimleri 1, 5, 9, 13, 17, … şeklinde verilen sayı örüntüsünü temsil eden bir şekil örüntüsü oluşturması istenir.

- Öğretmen öğrencilerin örüntü çeşitlerini daha iyi kavramaları için örüntü türleri yapılan sınıflamaya yer verir.

Örüntüler iki grupta (Olkun ve Yeşildere, 2007);

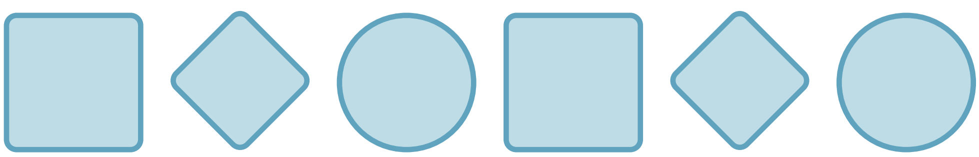
1. Tekrarlayan Örüntüler
2. Genişleyen Örüntüler
   a. Aritmetik örüntü
   b. Geometrik örüntü
   c. Artarak genişleyen örüntü
   d. Özel örüntüler

### *1. Tekrarlayan Örüntüler*

Belli sayıdaki terimin ötelenmesi ile tekrarlayarak oluşan örüntülerdir. Örnek olarak 123123123 … veya ABABABAB ... şeklindeki örüntüler tekrarlayan örüntülerdir.

**DÜŞÜNME KUTUSU**

Aşağıdaki örüntüde 100. şekil ne olmalıdır?



## 2. Genişleyen Örüntüler

**a) Aritmetik Örüntüler:** Ardışık olan terimleri arasındaki farkın sabit olduğu örüntülerdir. Aritmetik örüntülerin terimlerine belirli sayı eklenerek veya çıkarılarak yeni terimler elde edilir.

Örneğin ilk terimi 1 ve artış miktarı 3 olan aritmetik örüntüye örnek olarak;

1, 4, 7, 10, 13, … verilebilir.

**Aritmetik Örüntülerin Genel Terimini Bulma:** 1, 5, 9, 13, 17, … şeklindeki aritmetik örüntünün genel terimini bulalım.

Öncelikle ardışık iki terim arasındaki ortak fark bulunur. İlk terimin 1 olduğu örüntüde artış miktarı ikinci terimle birinci terim arasındaki fark hesaplanarak bulunur. Buradan 2. terim - 1. terim = 5 - 1 = 4'tür.

| Terimler | Örüntü | Örüntünün Değişimi | Genel Terime Ulaşma |
|---|---|---|---|
| 1. terim | 1 | 1 | 1+0.4 |
| 2. terim | 5 | 1+4 | 1+1.4 |
| 3. terim | 9 | 1+4+4 | 1+2.4 |
| 4. terim | 13 | 1+4+4+4 | 1+3.4 |
| 5. terim | 17 | 1+4+4+4+4 | 1+4.4 |
| ... | ... | ... | ... |
| n. terim | | 1+4+4+4+...+4 | 1+(n-1).4 = (4n-3) |
| Genel Terim = İlk Terim + Artış Miktarı x (İstenen Terim-1) | | | |

**b) Geometrik Örüntü:** Ardışık terimleri arasındaki oranın sabit olduğu örüntülerdir.

Örneğin 3, 6, 12, 24, 48,… örüntüsü geometrik bir örüntüdür. Terimleri bir önceki terimin 2 ile çarpımıyla elde edilir. Örüntünün ortak katı 2 ve ilk terimi 3'tür.

**c) Artarak Genişleyen Örüntüler:** Terimler arasındaki farkların arttığı ya da azaldığı örüntülerdir.

Örnek olarak 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, … örüntüsü verilebilir. Terimler arasındaki artış 1, 2, 3, 4, 5, … şeklinde ilerlemektedir. 1 ile başlar ve sırayla doğal sayıların terimlere eklenmesi ile oluşur. 1, 1+1=2, 2+2=4, 4+3=7, 7+4=11, 11+5=16, …

**d) Özel Örüntüler:** Geometrik ya da aritmetik olarak artış göstermeyen ancak bir düzen içerisinde değişen örüntülere denir. Ardışık terimleri arasındaki ilişki özel olarak tanımlanmış örüntülerdir. Her örüntü için farklı bir ilerleme mantığı vardır. Fibonacci sayı örüntüsü ve Pascal üçgeni özel örüntülere örnektir.

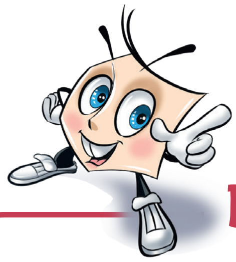
Fibonacci Örüntüsü. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

İlk iki terimi 1 olan ve her sayı kendisinden önceki iki sayının toplamı olacak şekilde ilerleyen örüntüdür.

**DÜŞÜNME KUTUSU**

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, ?

- Öğrencilerin daha geniş kapsamlı düşünmelerini sağlamak üzere öğrencilere yukarıdaki gibi ilerleyen örüntünün bir sonraki adımında gelmesi gereken terim sorularak terimlerin aralarındaki ilişkiyi keşfetmeleri sağlanır.



### BİLGİ KUTUSU

Yazılım tarihinde bilinen ilk kodlama çalışması “Merhaba Dünya!” cümlesidir. Bu ufak kod satırı ilk defa Brain Kerninghan tarafından kullanılmıştır. Bu kod bloğu daha sonra Kerninghan’in 1990’da yazdığı “The C Programming Language” adlı kitabında yer alarak dünya çapında kullanılan bütün programlama dillerinin ilk dersi olarak kendisine tarihî bir yer edinmiştir.

- Öğretmen, öğrencilerin algoritma mantığını kavramaları için öğrencilerden hesap makinesinde iki sayının çarpımı için neler yapıldığını anlatmalarını ister. Yapılan işlemleri yandaki sıralamada olduğu gibi gösterir.

**İki Sayıyı Çarpma Algoritması**

- Başla.
- Hesap makinesini aç.
- Hesap makinesine bir sayı yaz.
- Çarpma işlemine bas.
- Başka bir sayı gir.
- Eşit sembolüne bas.
- Dur.

**Tahtayı Silme Görevi**

- Başla.
- Tahtaya doğru yürü.
- Tahtanın önünde dur.
- Silgiyi al.
- Eğer tahtada yazı varsa tahtayı sil.
- Eğer tahtada yazı yoksa silgiyi bırak.
- Geri dön, yerine otur.
- Dur.

- Öğretmen, öğrencilerden iki kişi seçer. Öğrencilerden birine yanda verilen tahtayı silme görevini okumasını, diğer öğrenciye de işlem adımlarını okuyan öğrencinin komutlarına göre hareket etmesini ister.

Öğrencilerin örüntü ve algoritma mantığını keşfetmeleri için öğrencilere Etkinlik Formu'ndaki işlemler ve blok kodlama programları yardımıyla aşağıdaki uygulama yaptırılır.

## Kodlarla Aritmetik Sayı Örüntüsü Oluşturma

Öğrencilerden, blok kodlama programı kullanarak ilk terimi ve artış miktarı verilen bir aritmetik örüntünün istenen terimini ekrana yazdıran bir kodlama programı yapmaları istenir. Öncelikle öğrencilere probleme uygun akış şeması yapmaları söylenir. Öğrencilere aşağıdaki kod bloklarının algoritması ve yapım aşamaları gösterilir.

Örneğin ekrana, istenen terimini yazdıracağımız aritmetik örüntünün ilk terimi 3 ve artış miktarı 4 olsun. Bu örüntünün 100. terimini ekrana yazdıran blok kodlama programını yazmak için dikkat edilmesi gereken hususlar ve izlenmesi gereken adımlar şöyledir:

Örüntü verilen kurala uygun olarak 3, 7, 11, 15, 19, … şeklinde ilerlemelidir. Bu örüntünün genel terimi

Genel Terim = İlk Terim + Artış Miktarı x (İstenilen Terim-1) formülü ile bulunabilir.

Buradan ilgili örüntüye ait genel terim = 3+4.(n-1) = 3+4n-4 = 4n-1 olarak bulunur. Formülde yerine konduğunda 100. terim ise = 4.100-1 = 399 olacaktır.

*1. Adım: Başla.*

*2. Adım: İlk terimi gir.*

*3. Adım: Artış miktarını gir.*

*4. Adım: İstenilen terimi gir(n).*

*5. Adım: İstenilen terim=İlk terim + Artış miktarı x (n-1)*

*6. Adım: İstenilen terimi yaz.*

*7. Adım: Bitir.*

Yukarıdaki örneğe uygun blok kodlama örneği Şekil-2'de verilmiştir.


Şekil 2. İlk terimi ve artış miktarı verilen aritmetik örüntü kod bloğu

## KAYNAKLAR

Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). *Sınıf Öğretmeni Adayları için Temel Matematik* I, Maya Akademi.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (2), 141-153.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğretmen, aritmetik örüntü algoritmasını yapan veya daha fazla örnek isteyen öğrenciye Fibonacci sayı örüntüsünü yapması için aşağıdaki örüntüyü verir. Öğrencilerden örüntünün kuralını keşfetmeleri ve akış şeması ile blok kodlama programı yardımıyla algoritmasını yapmaları istenir.

**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...**

Buna göre klavyeden girilen bir sayıya kadar olan Fibonacci sayı örüntüsünün terimlerini bulup ekrana yazdıran programın akış şeması ve örnek kodun yazılımı şöyle olacaktır:

**AKIŞ ŞEMASI**

*A1. Başla*

*A2. Klavyeden terim sayısını giriniz (N)*

*A3. T1 = 1*

*A4. T2 = 1*

*A5. Yaz T1*

*A6. Yaz T2*

*A7. i = 1*

*A8. Eğer i > N-2 ise A15'e git*

*A9. T3 = T2 + T1*

*A10. Yaz T3*

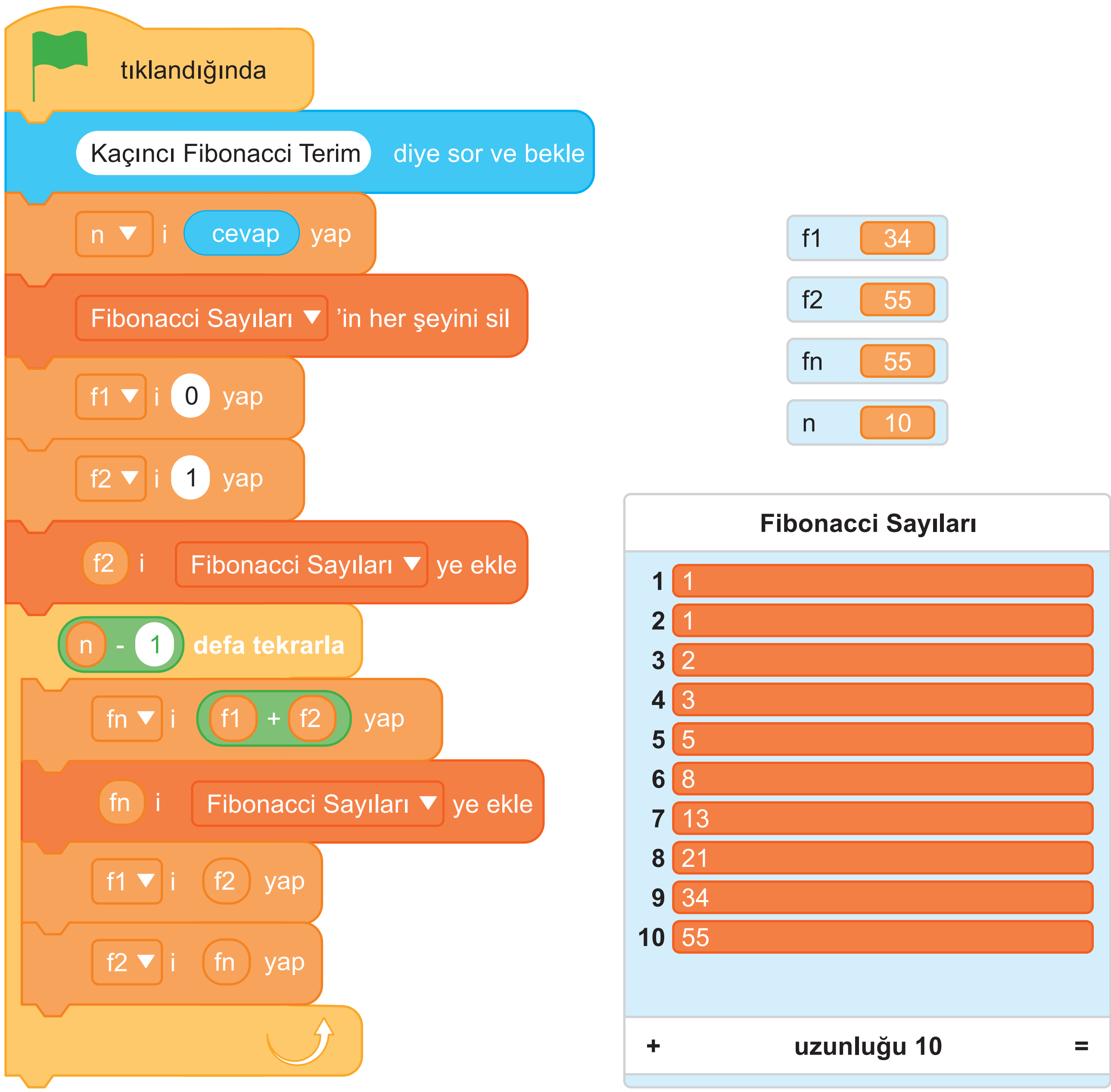
*A11. T1 = T2*

*A12. T2 = T3*

*A13. i = i + 1*

*A14. A8'e Git*

*A15. Dur*




Şekil 3. Fibonacci sayılarını bulan kod blokları

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin geçirdikleri süreç, tam sayılar için hazırlanan örüntü algoritması dereceleme ölçeği ve aşağıdaki sayı örüntüleri ile ilgili verilen sorularla değerlendirilir. Dereceleme ölçeğine karekod okutularak ulaşılabilir.

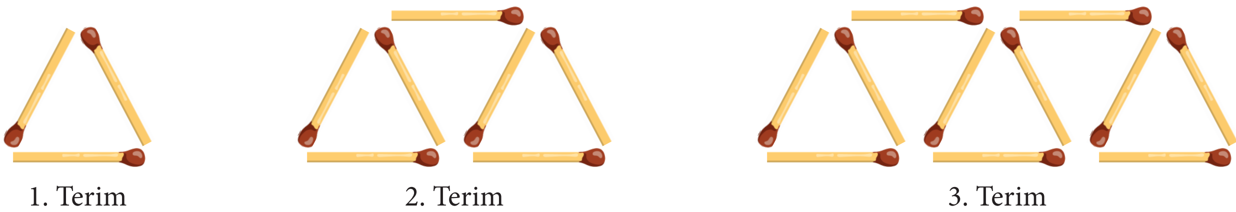
## DEĞERLENDİRME SORULARI

**1.** 1, 6, 11, 16, 21, ... örüntüsünün genel terimini ve 100. terimini bulunuz.

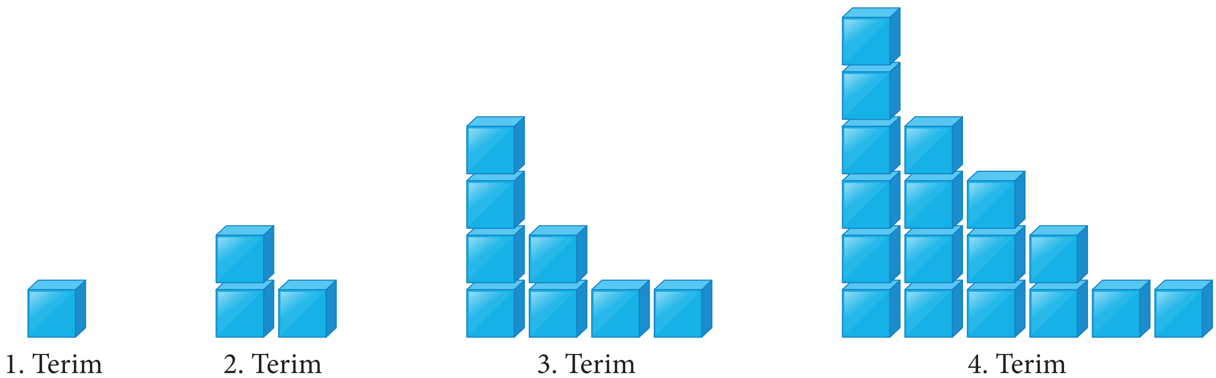
**2.** 4, 12, 20, 28, 36, ... örüntüsünün genel terimi nedir? 196, örüntünün kaçıncı terimidir?

**3.** Genel terimi (7n-3) olan bir örüntünün ilk 5 terimini bulunuz.

**4.** Aşağıda kibrit çöplerinden oluşturulan örüntüde, kaçıncı terimde oluşan üçgenlerin ve kibrit sayılarının toplamı 99 olur?




**5.** Aşağıdaki örüntünün 10. adımında kaç tane birim küp vardır?




## CEVAP ANAHTARI

**1.** Genel terimi (5n-4) ise 100. terim 5.100-4 = 500-4 = 496'dır.

**2.** Genel terimi (8n-4) ise 196, örüntünün 25. terimidir.

**3.** 4, 11, 18, 25, 32

**4.** 20. terimde.

**5.** Örüntünün adımları 1, 3, 8, 16, 27, 41, 58, 78, 101, 127, 156, 188, 223, ... şeklinde devam ettiği için örüntünün 10. adımında 127 tane birim küp vardır.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ORANLIYORUM**
**MODÜL/KONU: Cebir/Sayılar Teorisi**
**KAZANIMLAR:**

❖ İki çokluk arasındaki ilişkiyi oran olarak ifade eder.

**SÜRE:** 4 ders saati
**KULLANILACAK MATERYALLER:** Mısır nişastası (600 gram), ölçü kapları (15 ml, 60 ml, 80 ml ve 125 ml hacminde), su, yeşil renk gıda boyası, karıştırma kabı (3 adet), karıştırıcı, Etkinlik Formu 1, 2, 3, 4, 5, kuru boya (sarı, kırmızı, mavi, turuncu, yeşil).

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Fen bilimlerindeki karışım ve dijital sanat alanındaki Piksel Sanatı ile disiplinler arası ilişkiler kurulmuştur. Ayrıca bölme, kesir, yüzdeler konusu ile ilişkisine değinilerek oran konusunda matematiksel ilişkilendirmeler yapılmıştır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt etmesini sağlamaktır. Bu amaca ulaşmak için orantısal akıl yürütme becerisini geliştirecek etkinlikler üzerinde durulacaktır. Bu temel amaç doğrultusunda planlanan etkinliklerle mantıksal muhakeme, eleştirel düşünme becerilerinin de geliştirilmesi hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesinde malzemeler temin edilir ve etkinlik formları hazırlanır.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere, çok ilginç özelliklere sahip bir karışımı inceleyecekleri söylenir. Bu karışımın isminin "Oobleck" olduğu ve karışımı hazırlarken matematikten yararlanılacağı belirtilir.

Öğrencilere ilk olarak Oobleck ile ilgili "Bunları Biliyor Musunuz?" kutusunda yer alan bilgiler verilir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Oobleck (Oblek) adı "Bartholomew and the Oobleck" isimli kitaptan gelmektedir. Kitabın yazarı Seuss (1976) bu maddeyi gökten düşen yapışkan ve yeşil madde olarak tanımlamıştır. Oobleck aslında yoğun mısır nişastası çözeltisidir. Oobleck'in ilginç özellikleri vardır. Örneğin Oobleck, kuvvet uygulandığında akışkanlığı değişen bazen sıvı bazen de katı gibi davranabilen karışımdır (Sarıgül ve Bal Çetinkaya, 2019). Cornell Üniversitesi'ndeki fizikçiler Oobleck'i diğer karışımlara göre ilginç kılan özelliklerini açıklamışlardır. Buna göre, Oobleck Newton tipi olmayan bir maddedir ve bu yüzden viskozitesi sabit değildir (Steele, 2015). Viskozite, akışkanların akmaya karşı gösterdiği direnç olarak tanımlanmaktadır (Sarıgül ve Bal Çetinkaya, 2019). Bu özelliklere sahip olması sebebiyle Oobleck karışımına kuvvet uygulandığında Oobleck daha katı bir forma geçer. Ancak yavaşça dokunulduğunda veya parmakların arasına yavaşça alındığında Oobleck'in daha akışkan bir forma geçtiği görülür (Sarıgül ve Bal Çetinkaya, 2019).

## En İyi Oobleck Tarifi

Bu etkinlikte oran kavramına duyulan ihtiyaç hissettirilerek, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

### 1. Adım:

Öğrencilere Oobleck maddesi ile ilgili bilgiler açıklandıktan "Etkinlik Formu 1" dağıtılır. Etkinlik yönergesi açıklanarak etkinliğe başlanır.

### YÖNERGE

- Öğrencilerden, etkinlik kâğıdında yer alan 3 farklı tarifi incelemeleri istenir (Etkinlik Formu 1).
- Öğrencilerden, Oobleck karışımı ile ilgili verilen bilgiler doğrultusunda aşağıda yer alan tartışma soruları hakkında fikir yürütmeleri istenir.

## Tartışma Soruları

Düşünme soruları sınıf içerisinde tartışılır.

- Hangi tarifin daha sıvı formda olacağını düşünüyorsunuz? Neden? Sadece karışımlardaki su miktarları kıyaslanarak karar verilebilir mi?
- Hangi tarifin daha katı formda olacağını düşünüyorsunuz? Neden? Sadece karışımlardaki mısır nişastası miktarları kıyaslanarak karar verilebilir mi?
- Oobleck karışımının özellikleri göz önüne alındığında, verilen tariflerden hangisinin Oobleck'e ait olduğu söylenebilir? Neden?

Öğrencilerden verilen sorulara yönelik cevaplarını "Etkinlik Formu 1" içerisinde yer alan tablonun tahmin bölümüne yazmaları ve neden böyle düşündüklerini açıklamaları istenir.

Tariflerin içeriklerine bakıldığında;

*1. Tarif; 250 ml nişasta, 125 ml su*

*2. Tarif; 100 ml nişasta, 100 ml su*

*3. Tarif; 180 ml nişasta, 60 ml su şeklindedir.*

Öğrenciler, sorulara sadece su veya sadece mısır nişastası miktarlarını kıyaslayarak cevap verebilir. Bu durumda sadece su miktarına göre cevap verildiğinde 1. tarife ait karışımın en sıvı formda, sadece nişasta miktarına göre cevap verildiğinde ise yine 1. tarifin diğerlerine göre daha katı formda olması beklenir. Ancak toplamsal olarak yapılan bu gibi karşılaştırmalar, yanlış sonuçlara yol açmaktadır. Bu soruların doğru cevapları ise; her karışımın kendi içerisinde su ve mısır nişastası miktarlarının oranlanarak karşılaştırılması yoluyla yani orantısal akıl yürütme becerisiyle elde edilebilmektedir.

## 2. Adım:

Öğrencilerden, en iyi Oobleck tarifinin hangisi olacağına yönelik tahminlerini akıllarında tutmaları istenir. Bu tarz karışımların rastgele hazırlanmadığı ve belirli bir orana uyularak elde edildiği belirtilerek oran konusuna giriş yapılır. Kimya (karışımlar) ve fizik (kuvvet) gibi alanlarda oranın sıklıkla kullanıldığı belirtilir.

Tanımın ardından birimli ve birimsiz oran örneklerine yer verilir. Ayrıca öğrencilere toplamsal akıl yürütme ve çarpımsal akıl yürütme örnekleri yer verilerek orantısal olan ve durumları ayırt etmeleri sağlanır.

## Alıştırma Soruları

- Kız öğrencilerin sayısının, erkek öğrencilerin sayısına oranı, kız öğrencilerin sayısının sınıf mevcuduna oranı, erkek öğrencilerin sayısının sınıf mevcuduna oranı gibi alıştırmalara yer verilebilir (Birimsiz oran).
- Farklı birimden, farklı türden oran örneklerine yer verilebilir (Birimli oran; Km/sa, Boy/Kilo gibi).
- Selim 10 yaşındayken, Sena 15 yaşındadır. Selim 20 yaşına geldiğinde, Sena kaç yaşında olur (Orantısal olmayan bir akıl yürütme örneği)
- 120 km'lik bir yolu 2 saatte alan bir araç, 4 saatte kaç km yol girmiştir? (Orantısal akıl yürütme örneği)

Aşağıdaki tartışma soruları ile matematiksel ilişkilendirme üzerine çalışmalar yapılır.

## Tartışma Soruları

- Oran deyince aklınıza matematikle ilgili hangi kavramlar, terimler veya semboller geliyor? (÷, %,/, : gibi sembollerin de oranı ifade ettiği belirtilir.)
- Oran kavramı matematikte kendisi dışındaki hangi konular içerisinde ele alınıyor olabilir? (Bölme işlemi, kesirler, yüzdeler, rasyonel sayılar)

## 3. Adım:

Öğrenciler, oran kavramı ile ilgili temel bilgilere sahip olduktan sonra, dersin başında tartışılan “En İyi Oobleck Tarifi” etkinliğine geri dönülür ve öğrencilere “Etkinlik Formu 2” dağıtılır. Öğrencilerden etkinlik kâğıdında yer alan tarifleri incelemeleri ve istenen oranları belirlemeleri istenir. Oranlama işlemleri ve Oobleck karışımının özellikleri göz önünde bulundurularak aşağıdaki soruya yeniden cevap vermeleri istenir.

Oobleck karışımının özellikleri göz önüne alındığında, hangi tarifin Oobleck karışımı olduğu söylenebilir? Neden?

Sınıf içerisinde yapılan tartışmalardan sonra, uygun tarifin hangisi olduğunu görmek için deney basamağına geçilir. Öğrenciler 2'şerli gruplanır. Her gruba aşağıdaki malzemeler dağıtılır.

**Malzeme Listesi**

- Mısır nişastası (600 gram).
- Yeşil renk gıda boyası
- Ölçü kapları (15 ml, 60 ml, 80 ml ve 125 ml hacimlerinde).
- Gerekli miktarda su
- Karıştırma kabı (3 adet)
- Karıştırıcı

Öğrencilerden “Etkinlik Formu 1”de yer alan 3 farklı karışımı elde etmeleri istenir.

## 4. Adım:

- Öğrencilerden oluşturdukları karışımları incelemeleri istenir.
- Oobleck’in özelliklerinden yola çıkarak Oobleck için en uygun olan tarifi bulmaları istenir.

## Yanıtlar:

1. Tarif Oobleck özelliklerini taşıyor,

2. Tarif akışkan formda ve Oobleck özelliklerini taşımıyor,

3. Tarif katı formda ve Oobleck özelliklerini taşımıyor.

  - Öğrencilerden, bu karışımın (1. Tarif) Oobleck özelliklerini taşıyıp taşımadığını test etmeleri istenir (Karışım yapışkan mı? Sertçe vurulduğunda karışım katı bir forma dönüşüyor mu? Yavaşça karıştırıldığında ya da parmakların arasına yavaşça alındığında karışım sıvı bir forma dönüşüyor mu?)
  - “Etkinlik Formu 2”nin deney sonucu bölümü öğrenciler tarafından doldurulur.
  - Öğrencilerden, Etkinlik Formu 1'de doldurulan tahmini sonuç ile Etkinlik Formu 2'de doldurulan deney sonucu bölümlerini karşılaştırmaları istenir.

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Neden diğer karışımlar Oobleck özelliği göstermemiş olabilir? sorusu üzerine tartışmalar yürütülerek oran kavramının önemi vurgulanır.
- Öğrencilere, Oobleck özelliklerini taşıyan tarifin 2 kişilik olduğu belirtildikten sonra 4 kişilik bir tarif için nişasta ve su miktarlarının nasıl olması gerektiğine yönelik tartışmalar yürütülür.

## BİLGİ KUTUSU

Kesirler parça bütün ilişkisini gösterir. Bu noktada oran, kesirli sayıların gösterimleri ile aynı şekilde ifade edilebilmesine karşın, iki çokluk arasında bir çarpımsal ilişkiyi ifade etmektedir (Heinz, 2000).

## ARAŞTIRMA

Öğrencilerden, farklı disiplinlerde oran kavramının nasıl kullanıldığına dair araştırma yapmaları ve araştırma sonuçlarını sınıf içerisinde paylaşmaları istenir (Örneğin fizik, kimya, biyoloji, mimari vb. oran hangi konularda ne amaçla kullanılmaktadır?).

## Oyun Karakterimi Tasarlıyorum

Bu etkinlikte oranlamaya yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

### 1. Adım:

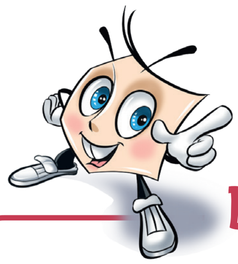
- Öğrencilere “Piksel Mario ve Piksel Mario Etkinlik Kâğıdı (Etkinlik Formu 3 ve Etkinlik Formu 4) dağıtılır.
- Etkinlik, Etkinlik Formu 3 ve Etkinlik Formu 4 bir arada kullanılması ile gerçekleştirilecektir.

Mario karakteri; birim karelerin farklı renklerle boyanmasından oluşan bir görsel grafiktir.

## 2. Adım:

- Öğrencilere kareli kâğıt (0,5 cm'lik birim karelerden oluşan) ve "Etkinlik Formu 5" dağıtılır.

Öğrencilerden; etkinlik kâğıdında yer alan talimatları okumaları ve bu talimatlara göre kendi oyun karakterlerini piksel sanatından yararlanarak kareli kâğıda oluşturmaları istenir.



### BİLGİ KUTUSU

Günümüzde oyunların tasarlanmasında, grafik işlemlerinde ve dijital sanat alanında "Piksel Sanatından" yararlanılmaktadır (Ünlüer Çimen, 2017). Piksel Sanatı, gözle görülebilir piksel karelerinden oluşturulmaktadır. 2 Boyutlu oyunların tasarımı için kullanılmaya başlanmıştır. İlk defa piksel sanatı kavramı Robert Flegal ve Adele Goldberg tarafından Xerox PARC'da 1982 yılında kullanılmıştır.

Öğrencilere, Mario karakterinin piksel sanatı kullanılarak oluşturulmuş görsel bir grafik olduğu söylenir. Bu bilgilendirmeden sonra öğrencilerden etkinlik kâğıtlarında yer alan oran sorularına yanıt vermeleri istenir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğrencilerden sadece rakamları kullanarak olabildiğince fazla;

a) Oranı 1/2 olan sayı çiftleri ve

b) Oranı 1/3 olan sayı çiftleri bulmaları istenir.

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin ders sonu performansları, Derecelendirme Ölçeği (Ek 1) kullanılarak değerlendirilecektir.

Bu etkinliğe ait "EK1 Derecelendirme Ölçeği Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA


Geisel, T. S. (1949). *Bartholomew and the Oobleck.* Random House Books for Young Readers.

Heinz, K. R. (2000). Conceptions of ratio in a class or preservice and practicing Teachers. Yayınlanmamış doktora tezi, Penn State University, State College.

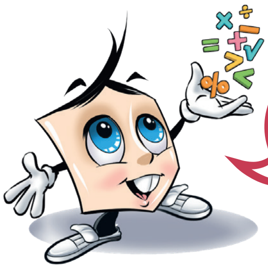
Steele, B. (2015, November 24). *The secret of Oobleck revealed at last.* Cornell Edu. https://news.cornell.edu/stories/2015/11/secret-oobleck-revealed-last

Sarıgül, T. ve Bal Çetinkaya, K. (2019, Mayıs 13). Oobleck sıvı mı yoksa katı mı? *TÜBİTAK Bilim Genç.* https://bilimgenc.tubitak.gov.tr/makale/oobleck-sivi-mi-yoksa-kati-mi

Ünlüer, A. A. (2017). Bir sanat dalı olarak piksel sanatının kimlik ve temsil sorunları. *İnönü University Journal of Arts and Design*, 7(15), 211-223.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### EN İYİ OOBLECK TARİFİ



Aşağıda 3 farklı tarif verilmiştir. Ancak bu tariflerden hangisinin Oobleck için en uygun tarif olduğu bilinmiyor. Bu konuda bana yardımcı olabilir misin?

Aşağıda yer alan tariflerden hangisi Oobleck karışımının özelliklerini en iyi yansıtan tariftir?

**1. Tarif**

250 ml nişasta, 125 ml su

**2. Tarif**

100 ml nişasta, 100 ml su

**3. Tarif**

180 ml nişasta, 60 ml su

| Oobleck Tarifi | Tahmin | Neden Böyle Düşünüyorsun? |
|---|---|---|
| 1. Tarif | | |
| 2. Tarif | | |
| 3. Tarif | | |

## ETKİNLİK FORMU - 2

### DENEY ZAMANI

**Oobleck Karışımının Özellikleri**

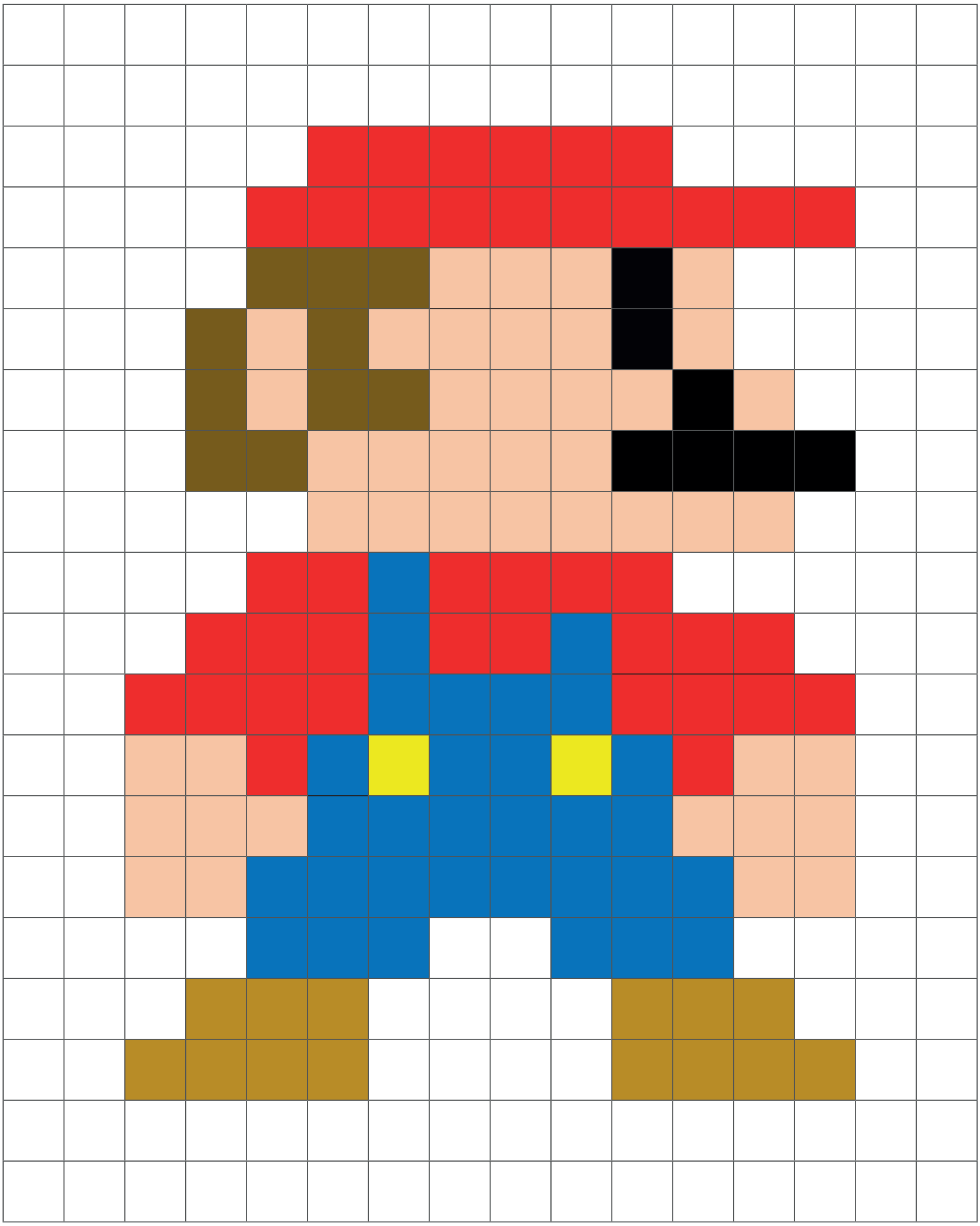
- Yapışkan bir maddedir.
- Sertçe vurulduğunda katı bir forma dönüşür.
- Yavaşça karıştırıldığında sıvı gibi davranır.
- Sertçe karıştırılmaya çalışılırsa direnç gösterir ve katı gibi davranır.
- Parmaklar arasına yavaşça alınmaya çalışılırsa, parmakların arasından akar.

**Aşağıdaki her bir tarife ait oran tablosunu doldurunuz.**

| | 1. Tarif | 2. Tarif | 3. Tarif |
|---|---|---|---|
| Su Miktarı/Toplam Karışım Miktarı (Karışımdaki su miktarının toplam karışım miktarına oranı) | | | |
| Nişasta Miktarı/Toplam Karışım Miktarı (Karışımdaki nişasta miktarının toplam karışım miktarına oranı) | | | |
| Su Miktarı/Nişasta Miktarı (Karışımdaki su miktarının, nişasta miktarına oranı) | | | |
| Nişasta Miktarı/Su Miktarı (Karışımdaki nişasta miktarının su miktarına oranı) | | | |
| Deney Sonucu | | | |

## ETKİNLİK FORMU - 3

### PİKSEL MARİO



## ETKİNLİK FORMU - 4

### PİKSEL MARİO ETKİNLİK KÂĞIDI

Piksel Mario kâğıdında yer alan karakteri detaylı inceledikten sonra aşağıda yer alan tabloyu doldurunuz.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kırmızı Kare Sayısı | ........ | Siyah Kare Sayısı | ........ |
| Koyu Kahverengi Kare Sayısı | ........ | Sarı Kare Sayısı | ........ |
| Açık Kahverengi Kare Sayısı | ........ | Mavi Kare Sayısı | ........ |
| Ten Rengi Kare Sayısı | ........ | Tüm Renkli Karelerin Sayısı | ........ |

**Aşağıdaki soruları tablodaki bilgilere göre cevaplayınız.**

1. Kırmızı kare sayısının sarı kare sayısına oranı kaçtır?

.....................................................................................................

2. Koyu kahverengi kare sayısının siyah kare sayısına oranı kaçtır?

.....................................................................................................

3. Sarı kare sayısının ten rengi kare sayısına oranı kaçtır?

.....................................................................................................

4. Siyah kare sayısının tüm renkli karelerin sayısına oranı kaçtır?

.....................................................................................................

5. Mavi kare sayısının tüm renkli karelerin sayısına oranı kaçtır?

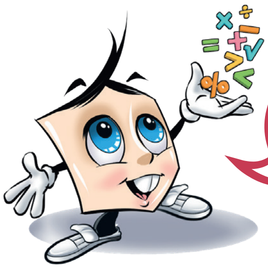
.....................................................................................................

6. Açık kahverengi kare sayısının tüm renkli karelerin sayısına oranı kaçtır?

.....................................................................................................

## ETKİNLİK FORMU - 3

### OYUN KARAKTERİMİ TASARLIYORUM ETKİNLİK KÂĞIDI



Senden Piksel Sanatını kullanarak bir oyun karakteri tasarlamanı istiyorum. Ancak bu oyun karakterini tasarlarken bazı koşulları yerine getirmen gerekiyor.

## Oyun Karakteri Oluşturma Yönergesi

**Kullanılacak renkler**

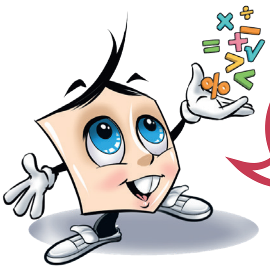
Sarı, kırmızı, mavi, turuncu ve yeşil

**Boyanacak toplam kare sayısı**

60 birim kare

Oluşturduğunuz oyun karakterinde boyanacak karelere ilişkin bilgiler aşağıda yer almaktadır.

- Sarı kare sayısının boyanacak tüm karelerin sayısına oranı: 1/6
- Sarı kare sayısının kırmızı kare sayısına oranı: 2/3
- Mavi kare sayısının kırmızı kare sayısına oranı: 1/3
- Turuncu kare sayısının yeşil kare sayısına oranı: 2/3



Kendi oyun karakterini bu koşulları sağlayacak şekilde tasarlamalısın.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: HAYATIMDAKİ ALTIN ORAN**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Oran**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Altın oran kavramına günlük hayattan örnekler verir.
- ❖ Fibonacci sayı dizisi ile altın oran arasında ilişkiyi yorumlar.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Matematik hikâyeleri leonardo fibonacci/TRT okul belgeseli, bilgisayar, etkileşimli tahta, cetvel, hesap makinesi, keşif zamanı etkinlik kâğıdı (Etkinlik Formu 1), gözlem zamanı etkinlik kâğıdı (Etkinlik Formu 2), gözlem zamanı etkinlik kâğıdı (Etkinlik Formu 3), dikdörtgenler (Etkinlik Formu 4)

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Disiplinler arası ilişkilendirmeler doğrultusunda bilgisayar biliminden ve teknolojiden yararlanılarak tablolama işlemi gerçekleştirilmektedir. Biyoloji bilimi bağlamında elin anatomik özellikleri ile mimarlık bilimi ve görsel sanatlar bağlamında çeşitli eserlerdeki altın oran incelenerek disiplinler arası bağlantılar kurulmaktadır. Fibonacci sayı dizisi ile altın oran arasındaki ilişkinin keşfedilmesinde matematik konuları arasındaki ilişkilendirmeden yararlanılarak oran ve orantı konularına yer verilmektedir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı; öğrencilere altın oran ve Fibonacci sayı dizisi arasındaki ilişkiyi keşfettirmektir. Ayrıca öğrencilere altın oran sabitine ulaştırmak, altın dikdörtgenin özelliklerini inceleterek, hayatımızda altın oranın kullanım alanlarına yönelik incelemeler yaptırmak çalışmanın alt hedeflerini oluşturmaktadır.  Bu temel amaç doğrultusunda planlanan etkinlikler ile öğrencilere eleştirel düşünme, araştırma yapma, gözlem ve mantıksal muhakeme becerilerinin kazandırılması hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesinde Etkinlik Formu 1 ve Etkinlik Formu 2'nin çıktıları alınarak öğrencilere etkinlik sırasında dağıtılır. Fibonacci sayı dizileri hakkında dersin giriş kısmında hatırlatmalar yapılır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

İtalyan matematikçi Leonardo Fibonacci tarafından bulunan *"Fibonacci Sayılarını"* daha önceki derslerde öğrenildiğine yönelik öğrencilere ön hatırlatma yapılır. Her örüntü dizi olmamakla birlikte, her dizi bir örüntüdür. Sınıftaki öğrencilerden, Fibonacci dizisine ait sayıları ve dizinin kuralını söylemeleri istenir. Ardından yapılacak olan bu derste Fibonacci dizileri arasındaki örüntülerin keşfettirileceği söylenir.

Matematik Hikâyeleri Leonardo Fibonacci/TRT Okul Belgeseli izletilir. *"Matematik Hikâyeleri Leonardo Fibonacci"* isimli videoya etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

### *Altın Oran ve Fibonacci Sayılarının İlişkisi*

Öğrenciler ile bilgisayarda tablolama programı kullanılarak Fibonacci ve altın oran ilişkisini keşfetmek için Tablo 1 oluşturulur.

Not: Her öğrenci için bilgisayara erişme olanağı yoksa, Tablo 1'de yer alan başlıklar kullanılarak benzer bir tablo kâğıt üzerinde oluşturulur. Tablolama programının yaptığı bölme işlemi 610'a kadar öğrencilerle birlikte yapılır. Öğrencilerden hesap makinesi ile işlem yapmadan önce bölme işlemlerinin sonuçlarını tahmin etmeleri istenir.

Tablo 1. Fibonacci Sayıları ve Altın Oran İlişkisi

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Fibonacci Sayıları | Tahmini Oran | Oran |
| 2 | 1 | | |
| 3 | 1 | | |
| 4 | 2 | | 2,00000000 |
| 5 | 3 | | 1,50000000 |
| 6 | 5 | | 1,66666667 |
| 7 | 8 | | 1,60000000 |
| 8 | 13 | | 1,62500000 |
| 9 | 21 | | 1,61538462 |
| 10 | 34 | | 1,61904762 |
| 11 | 55 | | 1,61764706 |
| 12 | 89 | | 1,61818182 |
| 13 | 144 | | 1,61797753 |
| 14 | 233 | | 1,61805556 |
| 15 | 377 | | 1,61802575 |
| 16 | 610 | | 1,61803714 |
| 17 | 987 | | 1,61803279 |
| 18 | 1.597 | | 1,61803445 |
| 19 | 2.584 | | 1,61803381 |
| 20 | 4.181 | | 1,61803406 |
| 21 | 6.765 | | 1,61803396 |
| 22 | 10.946 | | 1,61803400 |
| 23 | 17.711 | | 1,61803399 |
| 24 | 28.657 | | 1,61803399 |
| 25 | 46.368 | | 1,61803399 |
| 26 | 75.025 | | 1,61803399 |
| 27 | 121.393 | | 1,61803399 |
| 28 | 196.418 | | 1,61803399 |
| 29 | 317.811 | | 1,61803399 |

**1. Adım:**

Fibonacci sayıları tablolama programında öğrenciler ile birlikte oluşturulur.

(A4 hücresine tıklanarak **"=A2+A3"** formülü yazılır. Enter tuşuna basılıp istenildiği kadar sürüklenerek Fibonacci dizisinin bir kısmı oluşturulur.)

**2. Adım:**

Öğrencilere, Fibonacci dizisinin sayıları arasındaki ilişkiyi keşfedecekleri söylenir. Öğrencilerden her seferinde Fibonacci sayı dizisinde yer alan bir sonraki sayı ile bir önceki sayıyı oranlamaları ve tahmini sonuçlarını Excel tablosuna yazmaları beklenir.

| Fibonacci Sayı Dizisi Terimlerinin Oranı |
|---|
| 1:1 |
| 2:1 |
| 3:2 |
| 5:3 |
| 8:5 |
| 13:8 |

**3. Adım:**

Belirli bir sayıya kadar olan oran tahminleri gerçekleştirildikten sonra gerçek oranlar bulunur. (C4 hücresine tıklanarak **"=A4/A3"** formülü yazılır Enter tuşuna basılarak istenildiği kadar sürüklenerek oranın bir kısmı oluşturulur.)

**4. Adım:**

Gerçek oran değerleri bulunduktan sonra sınıf içerisinde büyük grup tartışması gerçekleştirilir.

**DÜŞÜNME KUTUSU**

Tablo 1'e bakılarak öğrencilerden aşağıda yer alan düşünme sorularını cevaplamaları beklenir.

Aşağıda yer alan sorular üzerine büyük grup tartışmaları yürütülür.

**1.** Öğrencilerden, tahmini oran sütununa yazdıkları değerler ile gerçek oran sütununa yazdıkları değerleri kıyaslamaları istenir. Yakın tahminlerde bulunup bulunmadıkları tartışılır.

Gerçek oran sütunundaki değerlere bakıldığında, sayılar arasındaki ortak özellikler hakkında tartışma yürütülür.

Öğrencilere, gerçek oran sütununu oluşturan hücrelerdeki sayılara ilişkin hangi ortak özellikleri gözlemledikleri sorulur. 5'in 3'e bölündüğü satırdan itibaren oranların artık 1.6 ile 89'un 55'e bölündüğü satırdan sonra ise sayıların 1,618 ile başladığına dair çıkarımlar yapmaları beklenmektedir.

**2.** Altın orana en yakın sayı nasıl yazılabilir?

## *Altın Oran Spirali ve Fibonacci Sayıları*

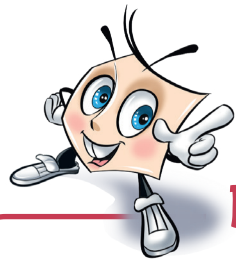
Edward Lucas tarafından tanımlanan Lucas sayı dizisi, Fibonacci sayı dizisinin birçok akrabasından biridir. Buna göre Lucas sayıları şöyle sıralanır: 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, …

### TARTIŞMA SORUSU

Öğrencilerden, Lucas sayı dizisinin terimlerini birbirine oranlamaları istenir. Fibonacci sayı dizisinin terimleri oranına benzer bir sonuç çıkıp çıkmadığı sınıf içerisinde tartışılır.

Hem Fibonacci hem de Lucas sayı dizilerinin terimlerinin birbirine oranı, “altın oran” olarak adlandırılan ve irrasyonel bir sayı olan 1,61803398… sayısına yakınsamaktadır. (Bu sayılara aşkın sayılar da denilmektedir.)

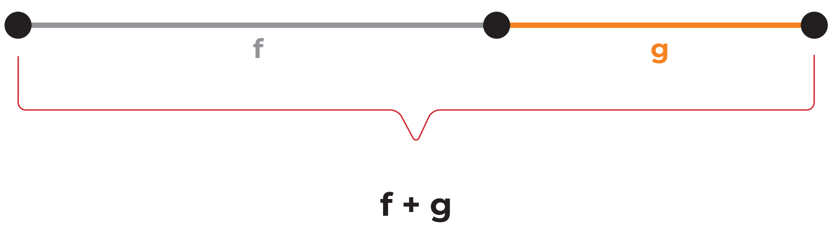
Fibonacci sayı dizisi ve altın oran ilişkisinin keşfinin ardından bu ilişkinin geometrik bir gösterim şekli olan altın oran spiraline geçiş yapılır. Altın oran spiralinin anlaşılması için etkinlik öncesinde öğrencilere; altın oran sabitinin geometrik ve orantısal gösterimine yönelik bilgilere yer verilir.



### BİLGİ KUTUSU

Yaklaşık **1.618’a** eşit olan bu sayıya matematikte **altın oran** denir. Bu sabit oran, **Fi (phi)** sayısı olarak adlandırılarak $\varphi$ sembolü ile gösterilir (Arık ve Sancak, 2012).

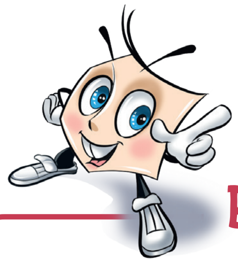
### *Matematiksel olarak altın oran*




$$\frac{f}{g} = \frac{f+g}{f}$$

**(f > g olmak üzere)**

Altın oran kavramı verildikten sonra öğrencilere Etkinlik Formu 1 dağıtılır. Bu etkinlikle öğrencilerin altın oran dikdörtgeni ile Fibonacci sayı dizisi arasındaki ilişkiyi fark etmeleri sağlanır. Etkinlikte birim karelerin birleşme sayıları ile Fibonacci sayı dizileri arasındaki ilişki ele alınmıştır.



**BİLGİ KUTUSU**

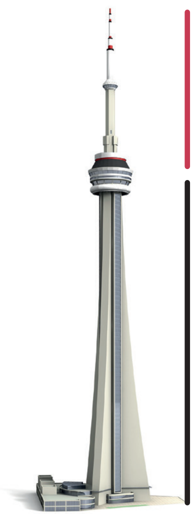
Matematikte, uzun kenarın uzunluğunun kısa kenarın uzunluğuna oranı altın oranı veren dikdörtgen, altın dikdörtgen olarak isimlendirilmiştir (Arık ve Sancak, 2012).

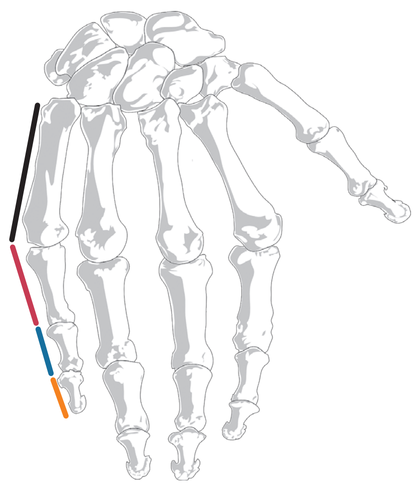
## Hayatımdaki Altın Oran

Altın oran dikdörtgeni ve Fibonacci sayı dizisi arasındaki ilişki geometrik olarak incelendikten sonra altın oranın günlük hayattaki örneklerine geçilir. Altın oran sanattan mimariye birçok alanda kullanılmakla birlikte insanların karşısına doğada da çıkmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin altın oran kavramını somut örnekler üzerinden gözlemleyebilmeleri için sınıfa getirilen örnekler üzerinden incelemeler yapılır. Bunun için gerekli malzemeler;

- Gözlem Zamanı Etkinlik Kâğıdı
- Cetvel
- Kalem
- Hesap Makinesi

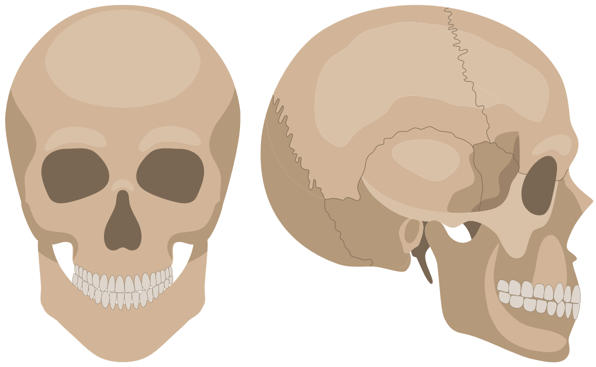
Öğrencilere, Etkinlik Formu 2 kâğıdı dağıtılarak bu resimlerin içerisindeki şekillerde gizli olan bazı oranlar olduğu ve bunları bulmaları gerektiği söylenir. Hangi oranların sonucunun yaklaşık olarak altın oranı vereceği belirtilmez. Öğrencilere **'Resimde gizlenmiş olan altın oranları bulabilir misiniz?'** sorusu yöneltilir. Ardından 1,618'e yakın değerleri verecek uzunlukları ölçerek, bu uzunlukları hesap makinesinden yararlanarak birbirleriyle oranlamaları istenir. Etkinlik kâğıdında CN Tower ve insan elinin kemik yapısı verilmiştir. Her iki görselde de farklı renkler ile uzunluklar gösterilmiştir. Farklı renklerle temsil edilen bu uzunluklardan büyük olanın küçüğe oranı altın orana yakın bir sayısal değeri vermektedir.





## BİLGİ KUTUSU

John Hopkins üniversitesinde, Tamargo ve Pindrik (2019) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, memeli türlerinin kafatası şeklinin altın orana değerine (1,618...) yakın olup olmadığı araştırılmıştır. Bu amaçla 100 insan ve 6 farklı türde 70 memeli hayvan (köpek, iki tür maymun, tavşan, aslan ve kaplan) araştırmaya katılmıştır. Araştırma sonucunda memeliler kategorisinde insan kafatası boyutlarının altın orana en yakın oran olduğu ve diğer hayvan türlerinin bu orandan daha uzak olduğu bulunmuştur (Tamargo ve Pindrik, 2019).



## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Farklı boyutlarda çizilmiş 3 adet dikdörtgeni içeren form oluşturulur. Formda yer alan dikdörtgenlerden bir tanesi (turuncu) altın dikdörtgenken diğerleri (yeşil ve mavi) altın olmayan dikdörtgenler olacaktır. Ardından oluşturulan form öğrencilere dağıtılır. Estetik olması nedeniyle birçok mimari ve sanat eserinde bu orana rastlanmaktadır. Bu sebeple tasarlanan bu etkinlikte; altın oran kullanılarak çizilen dikdörtgenin gerçekten estetik olup olmadığı, bu dikdörtgenlere bakan kişilerin hangi dikdörtgeni daha güzel bulacağına yönelik araştırma yapmaları beklenmektedir. Öğrencilerden bu dikdörtgenleri çevrelerindeki kişilere göstererek (öğretmen, arkadaş, farklı sınıf seviyelerindeki kişiler, aile bireyleri, akrabalar vb.) onlara

***"Hangi dikdörtgeni görsel olarak en güzel buluyorsunuz?"***

Sorusunu sormaları istenir. Öğrencilere, cevapları kaydederken çetele tablosundan yararlanmaları önerilir. Öğrencilerin olabildiğince çok kişiden ve farklı yaş grubundaki bireylerden veri toplamaları gerektiği belirtilir ve elde ettikleri araştırma sonucunu arkadaşlarıyla paylaşmaları istenir. Öğrencilerin elde ettikleri sonuçlar sınıfta tartışılır.

### Araştırma Soruları

- Araştırma grubunuzdaki kişilerin en güzel buldukları dikdörtgen hangisidir?
- Araştırma sonucunuza göre en güzel bulunan dikdörtgen, bir altın dikdörtgen midir?
- Farklı yaş gruplarına göre en güzel bulunan dikdörtgen farklılık göstermekte midir?
- Öğrencilerin elde ettikleri araştırma sonuçları arasında benzerlikler ve farklılıklar söz konusuysa, bu durumların ortaya çıkmasına neden olabilecek etkenler üzerinde tartışmalar yürütülür.

Bu etkinliklere ek olarak "Altın Üçgen" ve "Altın Açı" kavramlarına yönelik çalışmalara da yer verilebilir.

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin ders sonu performansları, Derecelendirme Ölçeği (Ek 1) kullanılarak öğretmen tarafından değerlendirilecektir.

Bu etkinliğe ait "EK1 Derecelendirme Ölçeği Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## GÖRSEL KAYNAKÇA

https://pixabay.com/tr/illustrations/cn-kulesi-toronto-kanada-mimari-1027116/ (Erişim Tarihi: 05.05.2021)

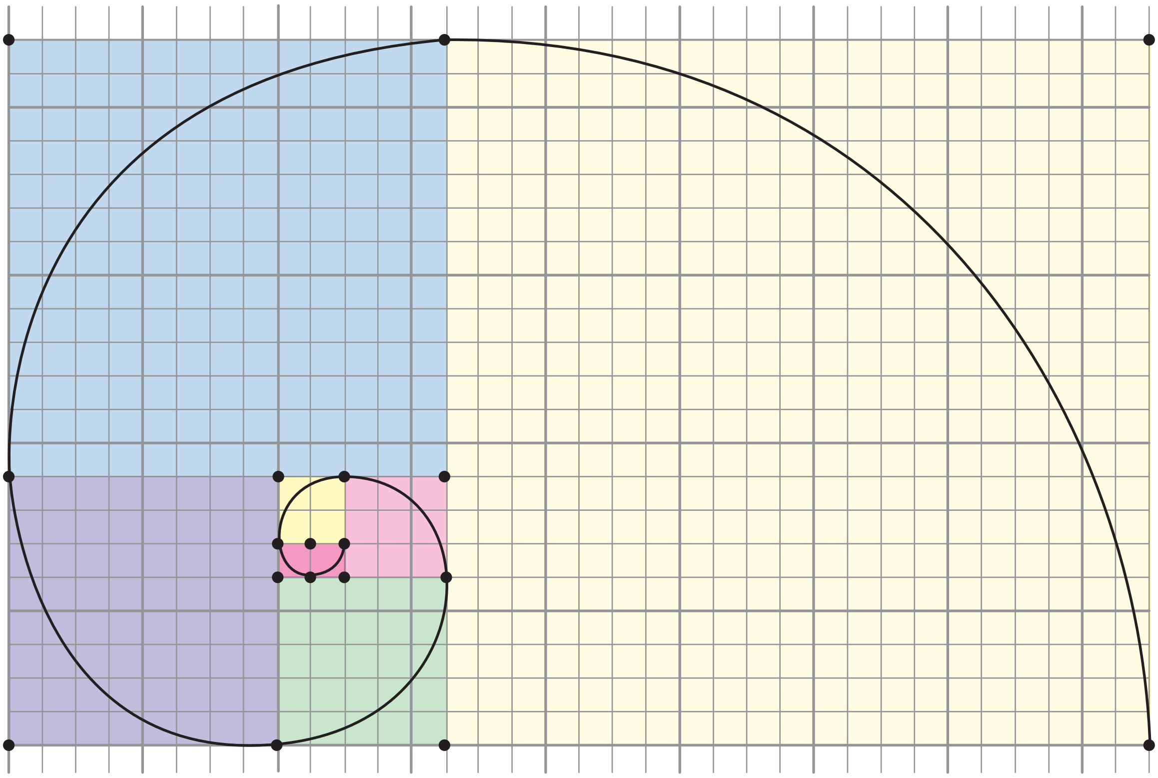
https://pixabay.com/tr/vectors/el-insan-kemikler-gri-anatomi-310467/ (Erişim Tarihi: 05.05.2021)

## KAYNAKLAR

Arık, M. ve Sancak, M. (2012). *Pentapleks Kaplamalar* (2. Basım). Tübitak.

Tamargo, R.,H. ve Pindrik,J. A. (2019). Mammalian skull dimensions and the golden ratio (Φ). *The Journal of Craniofacial Surgery*, 30 (6), 1750–1755.

## ETKİNLİK FORMU - 1



Resimde gördüğün logaritmik spirale matematikte **altın oran spirali** denmektedir.

- Altın oran spiraline dair neler gözlemliyorsun? Bu spiral nasıl çizilmiş?
- Birim karelerin kenar uzunlukları ile Fibonacci sayı dizisi arasında nasıl bir ilişki kurabilirsin?
- Gözlemlediğin şekilde altın oran bulabilir misin?
- Dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında bir altın oran sabiti bulabilir misin?

## ETKİNLİK FORMU - 2

CN Tower 553 Metre uzunluğunda dünyanın en yüksek 2. Kulesi olma özelliğine sahiptir. Kanada'da yer alan bu binanın altın oran ile inşa edildiğini biliyor muydun?

**CN Tower içerisinde gizlenmiş altın oranlar bulunmakta onları bulabilir misin?**

(Yaklaşık altın oranı verecek uzunlukları bul ve cetvelinle ölç daha sonra oranları hesap makinesi ile hesapla altın oran sabitine yakın bir değer buldun mu?)

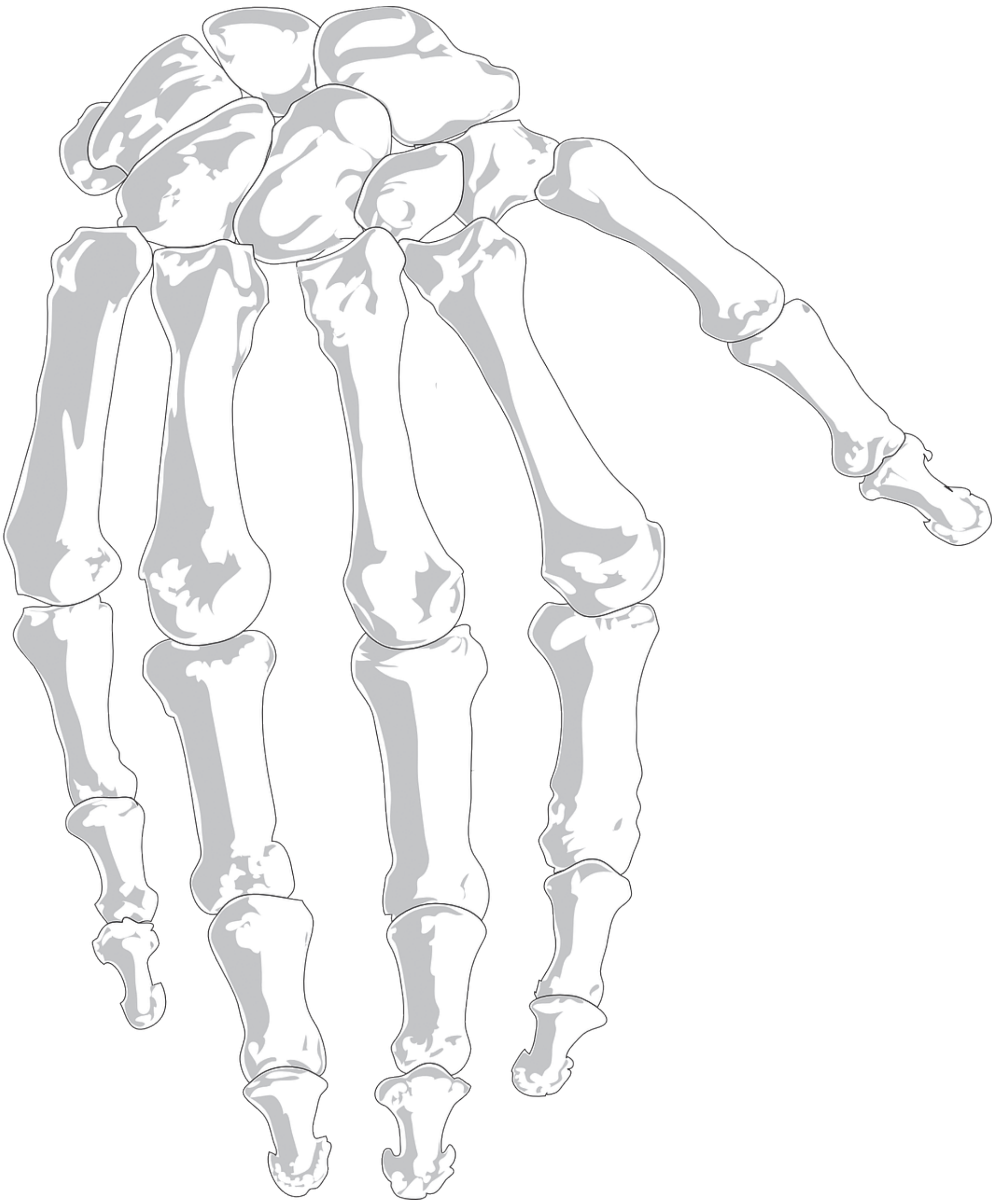
## ETKİNLİK FORMU - 2

Vücudumuzda da altın oran olduğunu biliyor muydun?

**Resimde insan elinin kemik yapısı içerisinde gizlenmiş altın oranları bul.**

(Yaklaşık altın oranı verecek uzunlukları bul ve cetvelinle ölç. Uzunlukların oranını hesap makinesi ile hesapla. Altın oran sabitine yakın bir değer bulabildin mi?)

Bu oranları kendi elinde de denemeyi unutma.



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: UYKU KAÇIRAN PROBLEMLER**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Problem Çözme**

**KAZANIMLAR:**

- Verilen bir problemi, problem çözme basamaklarına göre çözer.
- Rutin olmayan problemlerin çözümünde farklı problem çözme stratejilerini kullanır.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kalem, kâğıt, konuyla ilgili çocuk edebiyatı ürünleri (Sayı Şeytanı kitabı)

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bu etkinlikte rutin olan ve olmayan matematik problemlerini incelemek üzere çocuk edebiyatı ürünlerinden yararlanılmıştır. Bu nedenle ilgili etkinlik Türkçe alanıyla ilişkilidir.

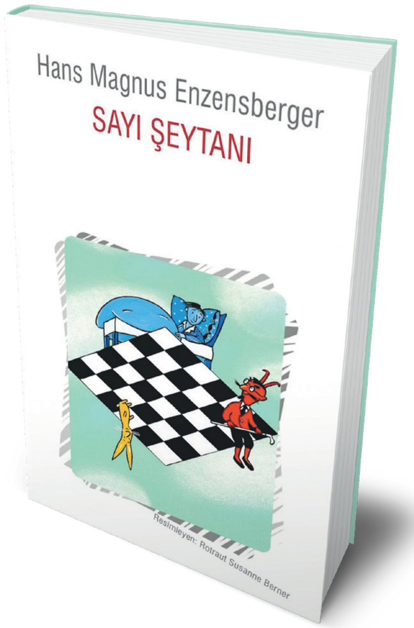
**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlik öğrencilerin matematiksel bir problemi problem çözme aşamalarına ilişkin sistematiğin farkında olarak çözmelerini ve çözüm sürecinde farklı stratejileri kullanmalarını sağlamayı amaçlamaktadır. Bu amaçla etkinlikte problemler için zengin bağlamlar sunan çocuk edebiyatı ürünlerine yer verilmiştir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021).

## HAZIRLIK AŞAMASI

Etkinliğe başlamadan önce öğrencilerden şimdiye kadar karşılaştıkları farklı matematiksel problem türleri üzerine düşünmeleri istenir. Karşılaştıkları problemleri sınıflamaları gerekse nasıl bir yol izleyecekleri üzerine öğrencilerle kısaca tartışılır. Bu tartışmayla farklı problem türleri için öğrencilerin kullandıkları stratejiler arasındaki benzerlik ve farklılıklara dair bir farkındalık kazanmaları beklenmektedir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Bu etkinlik, çocuk edebiyatı ürünleri ile bütünleştirilen matematik derslerinde kullanılabilecek bir strateji olan kitap sohbetine ve etkileşimli sesli okumaya dayalıdır. Kitap sohbeti stratejisi, okuma çemberlerinde öğrencileri kitap okumaya teşvik etmek üzere kullanılabilecek bir stratejidir (Tompkins, 2006). Öğrencilerle kitap sohbeti yürütmenin amaçlarından biri öğrencilerin okuduklarını akranlarıyla paylaşmalarını ve akranlarını o kitabı okumaya ikna etmelerini sağlamaktır (Rasinski, 2013). Kitap sohbeti kitap okunduktan sonra




da kullanılabilecek bir stratejidir. Kitap sohbeti yapılandırılırken kitap sohbetinin amacı (bu etkinlikte rutin olan ve olmayan matematik problemlerine öğrencilerin dikkatini çekmek ve bu problemler açısından zengin olan Sayı Şeytanı kitabını öğrencilere tanıtmaktır), kitap sohbeti için hedef kitleye uygun kitabı seçme (bu etkinlikte Sayı Şeytanı (Enzensberger, 2017) kitabı seçilmiştir), kitap hakkında konuşmaya hazırlık adımları (bu süreçte kullanılabilecek bazı sorular aşağıda verilmiştir) ve kitaptan bir pasajın akıcı bir şekilde okunmasıdır (bu etkinlikte kitabın ilk bölümü olan 'İlk Gece' okunacaktır). Öğrencilerle yürütülecek olan kitap sohbetinde kullanılabilecek sorular Sayı Şeytanı (Enzensberger, 2017) kitabı özelinde şöyle olabilir (Antonacci ve O'Callaghan, 2012):

- Hikâyenin ana karakteri kimdir? Bu hikâyenin karakteriyle nasıl bir kişisel bağlantı kurdunuz? *[Hikâyenin karakteri olan Robert matematikle ilgili her şeyden nefret eden bir çocuktur. Robert bir gün rüyasında matematik derslerinde inceledikleri sıradan problemleri görür ve onun için kâbus gibi geçen bu süreç Sayı Şeytanı'yla karşılaşmasıyla daha da ilginç bir hal alır]*
- Hikâyenin geçtiği yer ve zaman açıklanıyor mu? Hikâye nerede geçiyor? Ne zaman gerçekleşiyor? Yazar bunları açıkça belirtmezse nasıl bilebilirsiniz? *[Hikâye Robert'in rüyasında ve gece geçmektedir]*
- Yazar bu kitabı neden yazmış olabilir? *[Öğrencilerin cevaplarına göre cevap değişkenlik gösterebilir]*
- Bu hikâye bugün gerçekleşebilir mi? Ana karakter sınıf arkadaşınız olabilir mi? Neden?
- Daha önce böyle bir kitap okumuş muydunuz? Okuduğun kitabın bu kitapla benzer ve farklı yönleri nelerdir?
- Bu kitabı neden paylaşmak istiyorsunuz?
- Sizce arkadaşlarınız/başkaları bu kitabı neden okumalıdır?

Tercihen kitabı okumuş bir öğrenciden ya da öğrenci grubundan da okuma sohbeti hazırlamaları istenebilir. Okuma sohbetinin ardından kitabın bir bölümü sesli bir şekilde okunabilir. Bu etkinlikte sesli okuma sürecinde ya da sonrasında sorulabilecek sorular kitabın ilk bölümüne dayalı olarak hazırlanmıştır:

- *Robert'in matematik derslerinde sıklıkla karşılaştığı problemler için Sayı Şeytanı'na söylediği "İki fırıncı altı saatte 444 çörek pişirirse beş fırıncı 88 çöreği kaç saatte pişirir? Baksana şu saçmalığa. Zaman öldürmenin en budalaca yolu bu." cümleleri hakkında ne düşünüyorsunuz? Böyle bir problemi çözmek size nasıl hissettirir? Bu problemi çözmek için nasıl bir yol izlersiniz? Robert bu problem hakkında neden böyle bir tutuma sahip olmuş olabilir?*
- *'…bu yaptığının matematikle bir ilgisi yok' ve 'Ama matematik, sevgili kuzucuk! O, bambaşka bir şeydir!' cümleleriyle Sayı Şeytanı Robert'a ne demek istemiş olabilir? Ne gibi problemleri çözdüğünüz zaman gerçekten matematik yaptığınızı hissediyor ya da düşünüyorsunuz? Neden?*
- *Sayı Şeytanı "Örneğin büyük sayılardan korkuyorsan … işe şöyle başla: 1+1, 1+1+1…" cümlesiyle Robert'a ne demek istemiş olabilir? Bu şekilde bir çözüm stratejisi kullandığınız bir problem oldu mu? Nasıl bir problemdi? Problemi yazar ya da söyler misiniz? Bu problemlerin ortak noktaları ne olabilir?* [Öğrencilerden problemi basitleştirme stratejisinden yararlanarak çözülebilecek problemler söylemeleri beklenmektedir. Bu sınıflama dışında kalan problemler ayrıca değerlendirilebilir]. *Örneğin ardışık do-*

*ğal sayıların toplamını veren Gauss formülünü bulabilmek için burada olduğu gibi çözüme daha küçük sayılarla çalışarak başlayabilir miyiz? Bu yaklaşımın ne gibi olumlu/olumsuz yönleri olabilir? Bu sorular aracılığı ile ortaya çıkan problem durumları daha sonra aynı stratejiyle çözülmek üzere tahtaya not edilebilir.*

- *Sayı Şeytanı ve Robert aşağıdaki işlemleri inceledikten sonra;*

$1x1=1$

$11x11=121$

$111x111=12321$

$1111x1111=1234321$

$11111x11111=123454321$

*Sayı Şeytanı Robert'a "Bu işin bir püf noktası var. Sanırım bunu fark etmişsindir" diyerek neyi kastediyor olabilir? 1'lerden oluşan sayıların basamak sayıları arttıkça elde edilecek çarpım sonuçları için ne söylenebilir? Neden?*

$111111x111111=$

$1111111x1111111=$

*Şeklinde devam eden bir işlem için ne söylenebilir? Sayı Şeytanı Robert'in bu örüntüyle ilgili olarak neyi fark etmesini bekliyor olabilir? Bu işlemleri hesap makinesinde yapma şansınız olmasa çözüm için nasıl bir yol izlerdiniz?*

- *Sayı Şeytanı, Robert'ın işlem sonuçlarını daha iyi anlayabilmesine katkı sağlamak için neden MUM, OTTO ve ANNA kelimelerini örnek olarak vermiş olabilir? Bu çarpımlarla palindromlar arasında nasıl bir ilişki olabilir?*
- *Sizce Robert rüyalarında Sayı Şeytanı'nı görmeye devam edecek mi? Sayı Şeytanı'nın onu davet ettiği matematiksel maceralara dâhil olmayı kabul edecek mi? Neden?*

## DÜŞÜNME KUTUSU

Problemleri çözmek için başka ne gibi yollar olabilir? Farklı türde matematiksel problemlerle karşılaştığınızda ne gibi araçlardan yararlanıyorsunuz? (çizim, materyal ve hesap makinesi vb. gibi)

## BİLGİ KUTUSU

Matematik Tarihinden çok bilinen bir problem olan Satranç Tahtasındaki Buğday problemi de problemi basitleştirme stratejisi ile çözülebilmektedir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğrencilerin, farklı türlerde matematiksel problemlerle karşılaşmalarını sağlamak üzere özel yetenekli öğrenciler için geliştirilmiş olan DISCOVER Problem Matrisi'den yararlanılabilir. Bu matris farklı problemlerin sınıflandırılması ve geliştirilmesi için kullanılabilecek bir modeldir (Maker ve Schiever, 2005; Akt: Güçyeter, 2009). Matrise göre problemler problemi sunan ve çözen bireylerin durumları, çözüm yöntemleri ve çözüm hakkında bilgi sahibi olup olmamalarına göre sınıflandırılmaktadır (Güçyeter, 2009). Bu matrise göre sınıflanan problem örnekleri Güçyeter'in (2009, 2011) çalışmalarında yer almaktadır. Yine özel yetenekli öğrencilerle yürütülen bir çalışma (Ramírez Uclés, Del Río Cabeza ve Flores Martínez, 2018) kapsamında kullanılan örüntü arama stratejisine uygun görevler de bu etkinlik kapsamında yapılabilir.

### Görev 1.

Öğrencilere Braille kodu alfabesi verildikten sonra;

a. Braille kodu alfabesi nasıl oluşturulmuş olabilir?

### Görev 2.

Öğrencilere 0-9 arasındaki sayılar ve yaygın matematiksel sembollere ait Braille kodunu verdikten sonra;

b. Braille koduna göre rakamlar nasıl oluşturulmuş olabilir?

c. Cevabınıza göre "2014, 2+3, 7x3"ü gösteriniz.

### Görev 3.

Görme yetersizliği olanlar için kendi iletişim kodunuzu oluşturunuz. Bu kodu oluştururken amacınız sayıların ve matematiksel sembollerin anlaşılmasını kolaylaştırmak olmalıdır.

Bu etkinliğe ek olarak matematik eğitimi literatüründe sıklıkla kullanılan sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, örüntü arama, şekil çizme, eşitlik yazma, problemi basitleştirme, tablo yapma, geriye doğru çalışma ve muhakeme etme stratejileri ile çözülebilen rutin olmayan problemler için Altun (2015), Posamentier ve Krulik (2016) ile Yazgan ve Arslan (2020) kaynaklarına bakılabilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait Uyku Kaçıran Problemler Derecelendirme Ölçeğine etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Altun, M. (2015). *Ortaokullarda Matematik Öğretimi 5,6,7 ve 8. Sınıflar İçin.* Alfa Aktüel Yayınları.

Antonacci, P. A., & O'Callaghan, C. M. (2020). *Okuryazarlık Gelişiminin Desteklenmesi Anaokulundan Ortaokula Öğrenciler için Araştırmaya Dayalı 50 Strateji* (Çev. Ed. Hakan Dedeoğlu). Vizetek Yayıncılık.

Enzensberger, H. M. (2017). *Sayı Şeytanı* (Çev. İlknur Özdemir). Can Çocuk.

Güçyeter, Ş. (2009). Farklı türde problem geliştirmeye yarayan discover problem matrisinin revize edilerek psikometrik özelliklerinin araştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi.

Güçyeter, Ş. (2011). DISCOVER Problem Matrisinin Revize Edilmesi ve Psikometrik Özelliklerinin İncelenmesi. *Türk Üstün Zekâ ve Eğitim Dergisi,* 1(1), 104-131.

Maker, C. J., & Schiever, S. W. (2005). *Teaching Models in Education of the Gifted*. (3rd. ed). Texas: Pro-ed Inc.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2016). *Matematikte Problem Çözme 3-6. Sınıflar Kavramayı Derinleştirecek Güçlü Stratejiler* (Çev. Levent Akgün, Tuğrul Kar, M. Fatih Öçal), Pegem Akademi.

Ramírez Uclés, R., Del Río Cabeza, A., & Flores Martínez, P. (2018). Mathematical talent in braille code pattern finding and invention. *Roeper Review*, 40(4), 255-267.

Rasinski, T. V. (2003). *The fluent reader: Oral reading strategies for building word recognition, fluency and comprehension*. New York: Scholastic.

Tompkins, G. E. (2006). *Literacy for the 21st century: A balanced approach (4th ed.).* Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2021). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim* (10. Baskıdan Çeviri), (Çev. Ed. Soner Durmuş), Nobel Yayıncılık.

Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2020). *Matematiksel Sıradışı Problem Çözme Stratejileri ve Örnekleri*, Pegem Akademi.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: GİZLENMİŞ KARELER**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Problem Çözme**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanmak üzere farklı problem çözme stratejileri kullanır.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, renkli kalemler

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bu etkinlikte öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılan problemlere uygun çözüm stratejileri geliştirebilmeleri beklenmektedir. Ayrıca etkinlikte teknoloji tasarım alanı ile ilişki kurularak, öğrencilerin tasarımcıların uyguladığı problemi belirleme ve problem için en uygun olan çözüm önerisini geliştirme süreçlerini anlamaları beklenmektedir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte öğrencilerin farklı problem çözme stratejileri kullanarak rutin olmayan problemleri çözmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözmek üzere üst bilişsel öğrenme ve problem çözme stratejilerindeki biçimsel ve biçimsel olmayan akıl yürütme becerilerini geliştirmesi hedeflenmektedir.

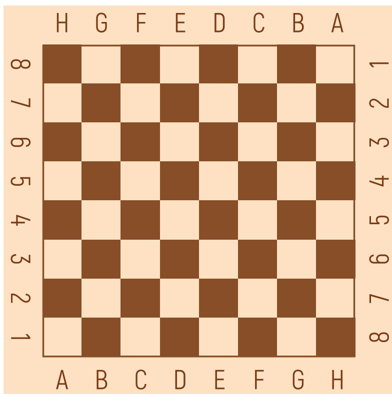
## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğretmen, uygulama sürecini daha etkili bir şekilde yürütebilmek için dersten önce her öğrenciye dağıtılmak üzere Etkinlik Formu'nun çıktılarını alır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### 1. Adım:

Öğretmen, öğrencilere daha önce satranç oynayıp oynamadıklarını sorar. Ardından sınıfa bir satranç tahtası getirir ya da bir satranç tahtası görselini tahtaya yansıtır. Ardından öğrencilere ***"Bir satranç tahtasında toplam kaç kare vardır?"*** sorusunu yöneltir ve soruya yönelik öğrencilerin görüşlerini alır. Öğrencilerden hangi stratejileri kullanarak toplam kare sayısına ulaştıklarını ifade etmelerini ister.



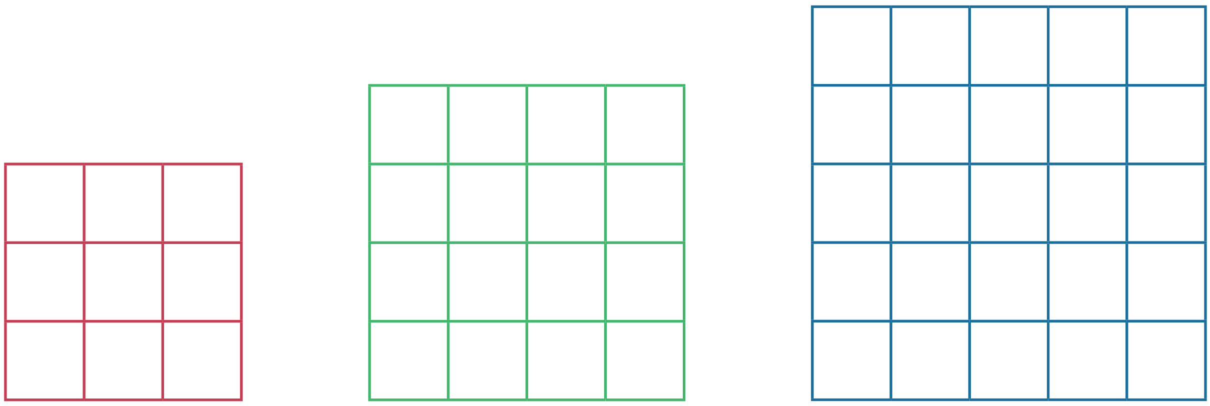

Şekil 1. Satranç tahtası

**2. Adım:**

Öğretmen, *"Bugün arkadaşımız Matesis'den bir mektup aldım. Bu mektupta Matesis bizim yardımımıza ihtiyacı olduğunu söylüyor."* diyerek öğrencilerde merak uyandırdıktan sonra *"Gelin birlikte Matesis'nun karşılaştığı problemi çözmesi için ona yardım edelim."* der ve tüm öğrencilere Etkinlik Formu 1'i dağıtır.

Öğretmen, Etkinlik Formu 1'de verilen yönergeyi okur. Öğrencilerden 3x3'lük, 4x4'lük ve 5x5'lik birim karelerden oluşan arazilere zemini karesel bölge olacak şekilde verilen sınırlara bağlı kalınarak kaç farklı şekilde ve konumda ev yapılabileceğini bularak cevaplarını arazilerin altında verilen tablolara işlemeleri istenir.

Tablo 1. Verilen arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları



Tablo. 1.a. 3x3'lük arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları

| **Şekil ebatları** | 1x1 | 2x2 | 3x3 | **Toplam** |
|---|---|---|---|---|
| **Konum sayısı (KS)** | 9 | 4 | 1 | 14 |
| **KS Matematiksel açılımı** | 3x3 | 2x2 | 1x1 | |

Tablo. 1.b. 4x4'lük arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları

| **Şekil ebatları** | 1x1 | 2x2 | 3x3 | 4x4 | **Toplam** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Konum sayısı (KS)** | 16 | 9 | 4 | 1 | 30 |
| **KS Matematiksel açılımı** | 4x4 | 3x3 | 2x2 | 1x1 | |

Tablo. 1.c. 5x5'lik arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları

| **Şekil ebatları** | 1x1 | 2x2 | 3x3 | 4x4 | 5x5 | **Toplam** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Konum sayısı (KS)** | 25 | 16 | 9 | 4 | 1 | 55 |
| **KS Matematiksel açılımı** | 5x5 | 4x4 | 3x3 | 2x2 | 1x1 | |

### 3. Adım:

Öğrencilerden, değişik stratejiler kullanarak Tablo 1'deki verileri elde etmeleri beklenir. Ardından öğrencilere bu tabloda yer alan veriler arasında herhangi bir ilişki gözlemleyip gözlemlemedikleri sorulur. Öğrencilerin birim karelerden oluşan arazilerde verilen sınırlara bağlı kalınarak oluşan farklı ebatlardaki evlerin sayılarının tam kare sayılar olduğunu fark etmeleri sağlanır. Örneğin 3x3'lük karesel arazi içerisinde oluşan farklı ebatlardaki evlerin sayıları sırasıyla 9, 4 ve 1 olup bu sayıların tamamı tam karedir.

Tablo 1'de yer alan tam kare sayılar *"adedin matematiksel açılımı"* sütunda belirtildiği gibi eş iki sayının çarpımı şeklinde yazılır. Öğrencilerin bu tam kare sayıların verilen karenin bir kenarının birim uzunluğu ile olan ilişkisini ve toplam kare sayısının tam kare sayıların toplamına eşit olduğunu keşfetmeleri sağlanır. Bu doğrultuda öğrencilerin Tablo 2'de ifade edildiği gibi "oluşabilecek en küçük karesel bölge (1x1'lik) sayısının aslında o karenin bir kenar uzunluğunun ölçüsünün birim cinsinden karesine eşit olduğunu, oluşan birim karelerin kenar uzunluklarının ölçüleri 1'er artarak ilerlerken bu ölçülere sahip kare sayısının ise kenar uzunluk ölçülerinin 1'er eksiğinin karesi" şeklinde ilerlediğini fark etmeleri sağlanır. Öğrencilerin birim karelerden oluşan nxn'lik kare için toplam kare sayısının "$n^2+(n-1)^2+(n-2)^2+\ldots+1^2$" olduğu keşfetmeleri sağlanır. Öğrencilerin seviyesine göre bu toplamın aynı zamanda $\frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}$ şeklinde olduğu keşfettirilebilir.

Tablo 2. Birim Karelerden Oluşan nxn Ebatlarındaki Karesel Bölge İçin Toplam Kare Sayısı

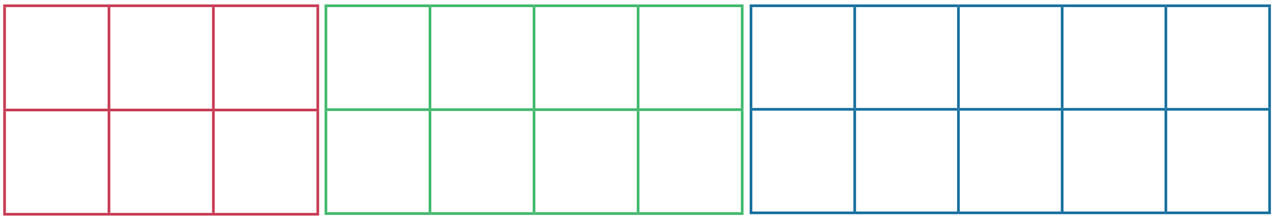
| **Genel Kural:** Birim karelerden oluşan nxn'lik kare için | | |
|---|---|---|
| **Kare Ebatları** | **Adedi** | **Adedin Matematiksel Açılımı** |
| 1x1 | $n^2$ | nxn |
| 2x2 | $(n-1)^2$ | (n-1).(n-1) |
| 3x3 | $(n-2)^2$ | (n-2).(n-2) |
| ... | ... | ... |
| Nxn | $1^2$ | 1x1 |
| **Toplam** | $n^2+(n-1)^2+(n-2)^2+\ldots1^2=\frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}$ | |

Ardından öğretmen, dersin başında sorduğu ***"Bir satranç tahtasında toplam kaç kare vardır?"*** sorusunu tekrar yönelterek elde edilen kare sayma yöntemini kullanarak satranç tahtasında toplam kaç kare olduğunu bulmalarını ister. Bu doğrultuda öğrencilerin satranç tahtasında toplam 8x8+7x7+6x6+5x5+4x4+3x3+2x2+1x1=204 tane kare olduğu sonucuna ulaşmaları beklenir.

### 4. Adım:

Öğretmen, Etkinlik Formu 2'deki yönergeyi öğrencilere okur. Öğrencilerden, bu kez 2x3'lük, 2x4'lük ve 2x5'lik ve birim karelerden oluşan dikdörtgensel bölge şeklindeki arazilerde verilen sınırlara bağlı kalınarak kaç farklı şekilde ve konumda ev yapılabileceğini bularak cevaplarını arazilerin altında verilen tablolara işlemelerini ister.

Tablo 3. Verilen arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları



Tablo. 3.a. 2x3'lük şeklin içinde oluşan karesel bölge ebatları ve konum sayıları

| **Şekil ebatları** | 1x1 | 2x2 | **Toplam** |
|---|---|---|---|
| **Konum sayısı (KS)** | 9 | 4 | 8 |
| **KS Matematiksel açılımı** | 2x3 | 1x2 | |

Tablo. 3.b. 2x4'lük şeklin içinde oluşan karesel bölge ebatları ve konum sayıları

| **Şekil ebatları** | 1x1 | 2x2 | **Toplam** |
|---|---|---|---|
| **Konum sayısı (KS)** | 8 | 3 | 11 |
| **KS Matematiksel açılımı** | 2x4 | 1x3 | |

Tablo. 3.c. 2x5'lik şeklin içinde oluşan karesel bölge ebatları ve konum sayıları

| **Şekil ebatları** | 1x1 | 2x2 | **Toplam** |
|---|---|---|---|
| **Konum sayısı (KS)** | 10 | 4 | 14 |
| **KS Matematiksel açılımı** | 2x5 | 1x4 | |

### 5. Adım:

Öğrencilerden, değişik stratejiler kullanarak Tablo 3'teki verileri elde etmeleri beklenir. Ardından öğrencilere bu tabloda yer alan veriler arasında herhangi bir ilişki gözlemleyip gözlemlemedikleri sorulur.

Tablo 3'te elde edilen ebatlarına göre kare sayıları "adedin matematiksel açılımı" sütunda belirtildiği gibi iki sayının çarpımı şeklinde yazılır. Yapılan bu çalışmayla öğrencilerin Tablo 4'te ifade edildiği gibi birim karelerden oluşan nxm'lik dikdörtgensel bölge için verilen sınırlara bağlı kalınarak "oluşabilecek en küçük karesel bölge (1x1'lik) sayısının dikdörtgenin kenar uzunluklarının birim cinsinden çarpımlarına eşit olduğunu, oluşan birim karelerin ebatlarının 1'er birim artmasıyla bu ebatlara sahip karesel bölge sayısının ise dikdörtgensel bölgenin kenar uzunlukları ölçüsünün 1'er birim eksiklerinin birbiriyle çarpımına şeklinde" şeklinde ilerlediğini fark etmeleri sağlanır. Öğrencilerin birim karelerden oluşan nxm'lik kare için toplam kare sayısının n>m ise "n.m+(n-1).(m-1)+(n-2).(m-2)+…+(n-m+1).1"; m>n ise "n.m+(n-1).(m-1)+(n-2).(m-2)+…+1.(m-n+1)" şeklinde olduğu keşfetmeleri sağlanır.

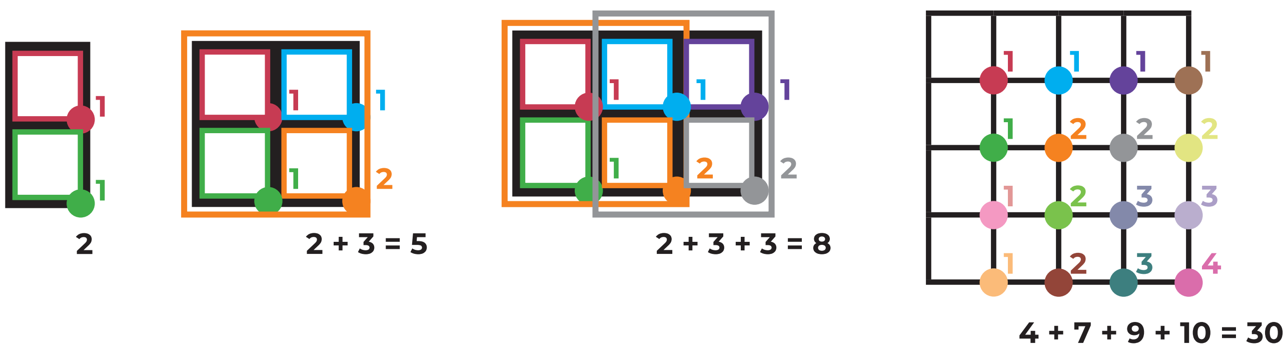
Tablo 4. Birim karelerden oluşan nxm ebatlarındaki dikdörtgensel bölge için toplam kare sayısı

| **Genel Kural:** Birim karelerden oluşan nxm'lik dikdörtgensel bölge için | | | |
|---|---|---|---|
| **n>m ise** | | **m>n ise** | |
| 1x1 | n.m | 1x1 | n.m |
| 2x2 | (n-1).(m-1) | 2x2 | (n-1).(m-1) |
| 3x3 | (n-2).(m-2) | 3x3 | (n-2).(m-2) |
| | ... | | ... |
| nxm | (n-m+1).1 | nxm | 1.(m-n+1) |
| **Toplam** | **n.m+(n-1)+(m-1).(n-2).(m-2)+...+(n-m+1).1** | **Toplam** | **n.m+(n-1).(m-1)+(n-2).(m-2)+...+1.(m-n+1)** |

### 6. Adım:

Öğretmen, birim karelerden oluşan karesel ya da dikdörtgensel bölgelerdeki toplam kare sayısının üzerinde çalışılan bölgenin kenar uzunluğu ile ilişkili olarak bulunabileceği gördüklerini hatırlatır. Daha sonra öğrencilerden, Şekil 2 ile bağlantılı olarak, sunulan problemi öğrendikleri yöntemi kullanarak çözmelerini ister.

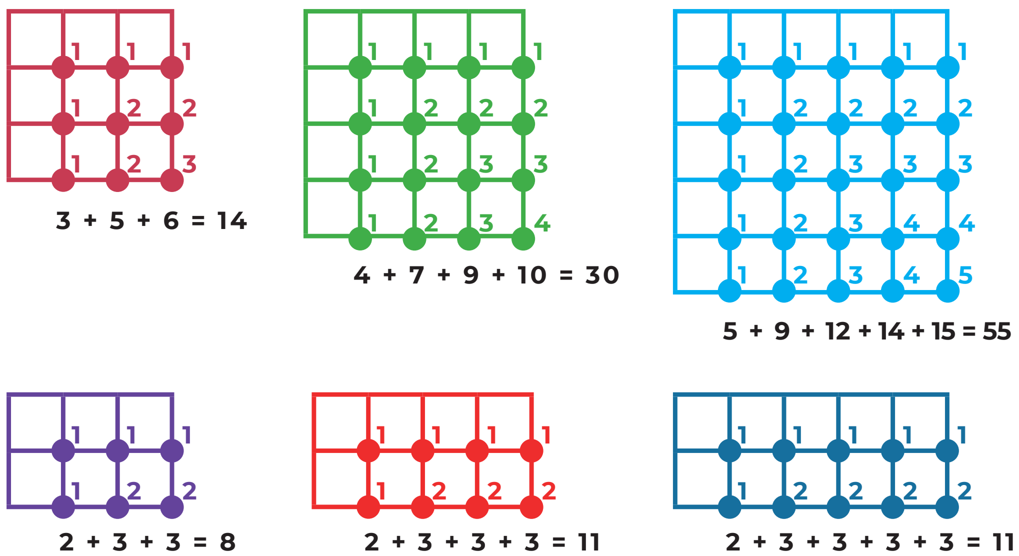
Bu açıklamadan sonra verilen bir şekildeki toplam kare sayısını bulmak için öğrencinin değişik stratejiler üretmesi sağlanır. Öğretmen Şekil 2'de gösterilen birim kare hesaplama yöntemi ile verilen şekillerdeki toplam kare sayısını bulur. Öğrencilerin kendi buldukları sonuçlarla, bu sonucu karşılaştırmalarını ister ve çözüme giden birden fazla yol olduğunu vurgular. Öğrencilerden, Şekil 2'de gösterilen *sağ alt köşe kare sayma yöntemiyle* "sağ alt köşeden yukarıda olan kare sayılarının kaç tane olduğu o köşeye yazılarak ve sonrasında köşelere yazılan sayılar toplanarak" verilen şeklin toplam kare sayısının bulunabileceğini keşfetmeleri sağlanır.




Şekil 2. Kare sayma yöntemi

### 7. Adım:

Öğretmen, öğrencilerden ders boyunca ele aldıkları şekilleri (3x3, 4x4, 5x5, 2x3, 2x4, 2x5 vb.) bu kez de Şekil 3'te gösterildiği gibi *sağ alt köşe kare sayma yöntemini* kullanarak saymalarını ister.




Şekil 3. Kare sayma yöntemi ile uygulamalar

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

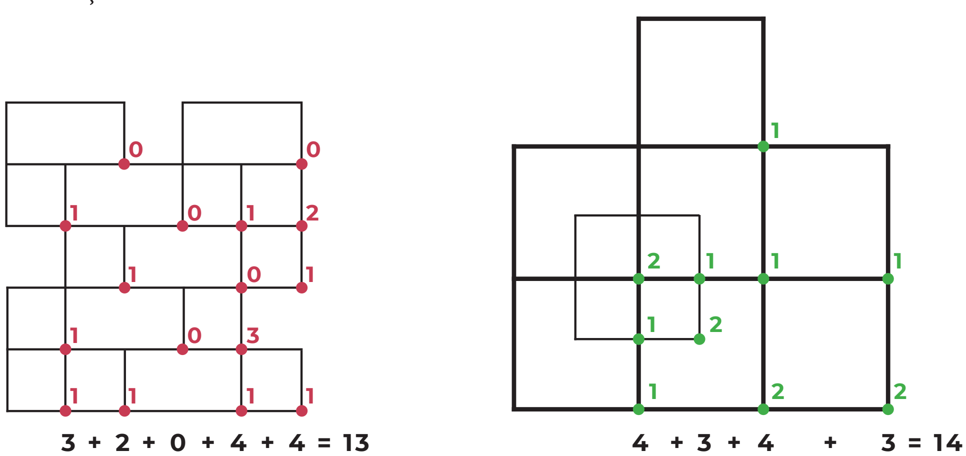
Kare sayma işlemi kodlanarak bilgisayar programında animasyon hâline getirilebilir.

## DEĞERLENDİRME

### 8. Adım:

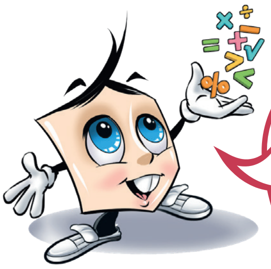
Öğretmen, Etkinlik Formu'ndaki Etkinlik Görevi'ni öğrencilere okur. Öğrencilerden, karesel veya dikdörtgensel bir bölge şeklinde olmayan çokgensel bölgeler içerisinde toplam kaç kare olduğunu bulmalarını ve bu doğrultuda Ayşe'nin hangi evi seçmesi gerektiğini belirtmelerini ister. Ardından herhangi bir çokgensel bölge içerisindeki toplam kare sayısının nasıl elde edilebileceğine yönelik öğrencilerin görüşlerini alır. Öğrencilerin herhangi bir çokgensel bölge içerisindeki toplam kare sayısının sağ alt köşe kare sayma yöntemi kullanarak da elde edilebileceğini fark etmelerini sağlar. Bu görev sonunda öğrenciler sağ alt köşe kare sayma yöntemini veya buldukları farklı çözüm stratejilerini kullanarak Şekil 4'te verilen sonuçları elde eder. Farklı geometrik şekiller içerisindeki toplam kare sayısını bulmaya yönelik çalışmalar yapar.

Öğretmen, ders içinde öğrencilerin problem çözümlerini "Problem Çözme Dereceli Puanlama Anahtarı"nı kullanarak değerlendirir. Bu etkinliğe ait "Problem Çözme Dereceli Puanlama Anahtarı"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.




Şekil 4. Etkinlik görevi sonuçları

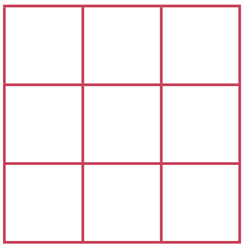
## ETKİNLİK FORMU - 1



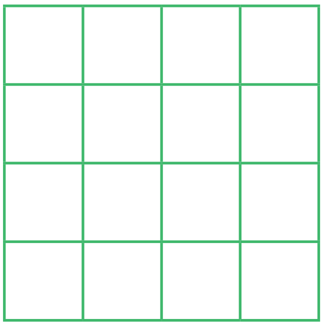
Merhaba sevgili arkadaşlar,

Beni tanıdınız mı? Evet evet doğru bildiniz ben Matesis. Arkadaşlar bana çeşitli boyutlarda araziler ailemden miras kaldı ve bu araziler üzerine yine zemini karesel bölge olan bir ev yaptırmak istiyorum.

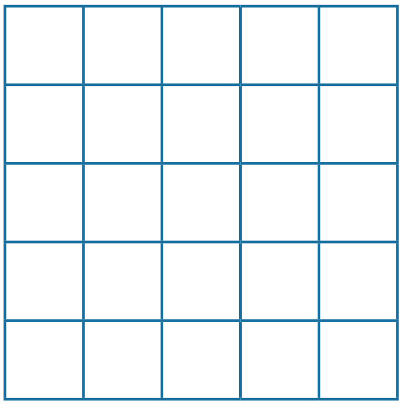
- 3x3'lük, 4x4'lük ve 5x5'lik kare şeklindeki araziler üzerine zemini karesel bölge şeklinde olan evler yaptırmak istersem kaç farklı ebatta ve kaç farklı konumda ev yapabileceğimi bulmamda bana yardımcı olur musunuz?



Tablo. 1.a. 3x3'lük arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları



Tablo. 1.b. 4x4'lük arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları



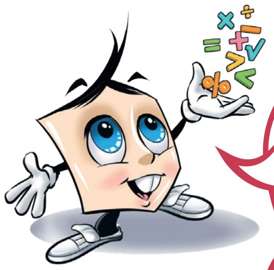
Tablo. 1.c. 5x5'lik arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları

| Şekil ebatları | Konum sayısı (KS) |
|---|---|
| 1x1 | |
| 2x2 | |
| 3x3 | |
| **Toplam** | |

| Şekil ebatları | Konum sayısı (KS) |
|---|---|
| 1x1 | |
| 2x2 | |
| 3x3 | |
| 4x4 | |
| **Toplam** | |

| Şekil ebatları | Konum sayısı (KS) |
|---|---|
| 1x1 | |
| 2x2 | |
| 3x3 | |
| 4x4 | |
| 5x5 | |
| **Toplam** | |

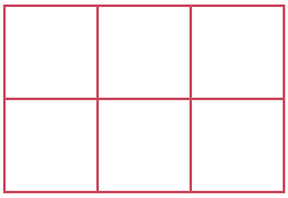
## ETKİNLİK FORMU - 2



Arkadaşlar çok teşekkür ederim, karesel bölge şeklindeki arazilerimde yapabileceğim evler konusunda bana çok yardımcı oldunuz.

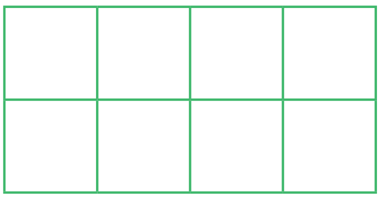
Peki, 2x3'lük, 2x4'lük ve 2x5'lik dikdörtgensel bölge şeklindeki araziler üzerine zemini karesel bölge şeklinde olan bir ev yaptırmak istersem bu araziler üzerinde kaç farklı ebatta ve kaç farklı konumda bina inşa edebileceğimi bulmamda bana yardımcı olur musunuz?

Tablo. 2.a. 3x3'lük arazi içinde yapılabilecek ev ebatları ve konum sayıları



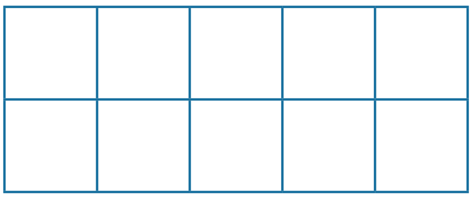
| Şekil ebatları | Konum sayısı (KS) |
|---|---|
| 1x1 | |
| 2x2 | |
| **Toplam** | |

Tablo. 2.b. 2x4'lük arazi içinde yapılabilecek karesel bölge şeklindeki ev ebatları ve konum sayıları



| Şekil ebatları | Konum sayısı (KS) |
|---|---|
| 1x1 | |
| 2x2 | |
| **Toplam** | |

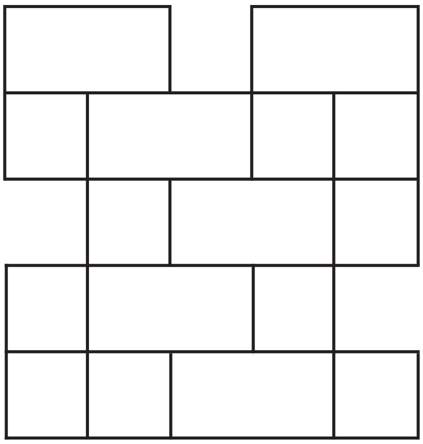
Tablo. 2.c. 2x5'lik arazi içinde yapılabilecek karesel bölge şeklindeki ev ebatları ve konum sayıları



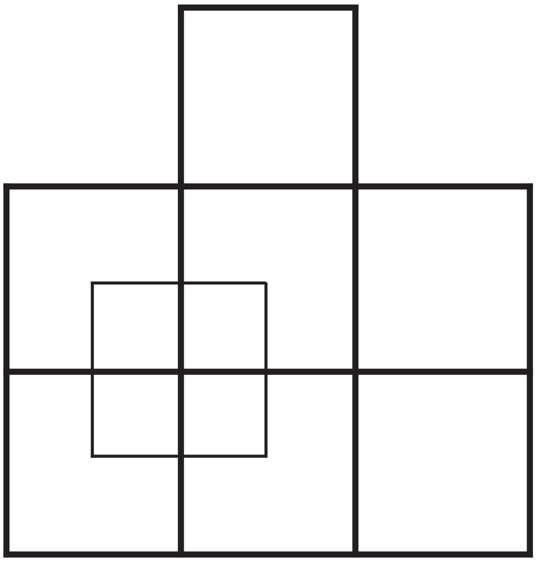
| Şekil ebatları | Konum sayısı (KS) |
|---|---|
| 1x1 | |
| 2x2 | |
| **Toplam** | |

**ETKİNLİK GÖREVİ**

Ayşe bir ev satın almak istemektedir ve bunun için bir emlakçıya gider. Emlakçı da Ayşe'ye satılık olan iki evi gösterir. Ayşe satın alacağı evde kullanışlı olmaları için odaların hepsinin karesel bölge şeklinde olmasını hayal etmektedir. Bu nedenle de alacağı evde tadilat yapması gerekse dahi en çok karesel bölge şeklindeki odayı elde edebileceği bir eve sahip olmak istemektedir. Emlakçının Ayşe'ye gösterdiği iki evin planı aşağıdaki gibidir.



Şekil 1.



Şekil 2.

- Ayşe'nin hangi evde daha çok karesel bölge şeklindeki odaya sahip olabileceğini bulup ona hangi evi alması gerektiği konusunda yardımcı olalım.
- Ayşe'ye Şekil 1 ve Şekil 2'deki gibi karesel veya dikdörtgensel bölge şeklinde olmayan çokgensel bölgeler içerinde kaç kare olduğunu bulabileceği konusunda yardımcı olalım.
- Herhangi bir çokgensel bölge içerisindeki toplam kare sayısı nasıl elde edilebilir? Açıklayınız.
- Toplam kare sayısı 12 olan en az üç farklı çokgen modeli çiziniz.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: PROBLEM ALGORİTMASI**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Problem Çözme**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Problem çözme sürecinde algoritmalar kullanır.
- ❖ Algoritma ile matematik arasında ilişki kurar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, bilgisayar, blok kodlama uygulaması

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlik bilişim alanında kodlama yaparken ve yazılım oluştururken kullanılan algoritmalarla ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Öğrencilerin problem çözme sürecinde gerekli olabilecek algoritmaların takip edilmesi gereken adımlarını fark etmelerini sağlamaktır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğretmen, öğrencilere ilk bilgisayarın ne kadar büyük olduğunu sorar, fotoğraflarını gösterir. ***"Bilgisayarlar bilgiyi hafızalarında nasıl tutuyor?"*** diye sorar. Öğrencilerden hesap makinesinin işlemleri nasıl yaptığını düşünmelerini ister. Öğrencilerden bilgisayarlar hayatımızdan çıksa ne gibi sorunlarla karşılaşacaklarını ifade etmelerini ister. Öğretmen öğrencilere internet kullanırken yapay zekâ programları kullanımını sorar. Yapay zekâ programlarının nerelerde ve nasıl çalıştığını sorar. Alan Turing hakkında araştırma yapmaları ister.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

- Öğretmen, öğrencilere elektrik kesilmesinin ne gibi problemler doğuracağını sorar. ***"Elektriğin bir gün gelmemesi sonucu ne gibi bir çözüm önerisi bulabilirsiniz?"*** diye sorar. Bu süre arttıkça çözüm önerileriniz nasıl değişeceğini ifade etmelerini ister. Öğrencilerin de günlük hayatta karşılaştıkları bir problemi ve çözüm önerileri dinlenir.
- Öğretmen, öğrencilere bilgisayarınızın açılmadığını söyler. Öğrencilerden bu problemi nasıl çözebilecekleri hakkında yorum yapmaları ve adım adım not almaları istenir. Öğrencilerden gelen cevaplar dinlenir ve aşağıdaki şekilde eksik olan problem aşamaları ifade etmeleri istenir.
- Bilgisayarın fişi takılı mı? Elektrikler var mı? Bilgisayar bozuk mu?

- Öğretmen, etkinlikte problem ve algoritma kavramlarını kullanacağı için bu konularla ilgili aşağıdaki açıklamaları yapar.
- Problemin tüm disiplinler bağlamında çözülmesi gereken sorun veya aşılması gereken engel olarak tanımlanabileceğini ifade eder. Farklı aşamaların ele alındığı çalışmalar olsa da problem çözme basamakları genel olarak şu şekilde açıklanabileceğini söyler.

### Problem çözüm basamakları

1. Problemin farkına varma
2. Problemi tanıma ve sınırlandırma
3. Problemle ilgili bilgi toplama
4. Problem için çözüm önerileri belirleme
5. Belirlenen çözüm önerilerini test etme
6. Problemi çözme ve çözümü değerlendirme

### Algoritma nedir?

Bir problemi çözmek için takip edilecek sıralı ve sonlu sayıda işlem adımlarından oluşan çözüm yoludur. Yani bir görevin/işin nasıl yerine getirileceğine yönelik aşamaların sıralı olarak sunulmasıdır.

### Algoritmaların Taşıması Gereken Özellikler

- Algoritmalar açık ve net olmalıdır ve algoritmalarda belirsiz adımlara yer verilmemelidir.
- Algoritmalar yürütülebilir olmalıdır.
- Algoritmaların bir başlangıcı ve bitişi olmalıdır.
- Sonlu sayıda adımdan oluşmalıdır.
- Adımların hangi sırada gerçekleştirileceği net bir şekilde belirtilmelidir.
- Algoritmalarda büyük ve karmaşık olan işlemler daha küçük ve basit adımlara bölünmelidir.

### Sözde Kod

Bir problemin çözümünü veren algoritmanın belli bir programlama dilinin kuralına göre değil de herkesin anlayacağı günlük konuşma dili ile yazılmasına sözde kod denir. Örnek olarak iki sayının toplamını veren sözde kod algoritmasını yazalım.

**1. Adım:** *Başla*

**2. Adım:** *Birinci sayıyı gir.*

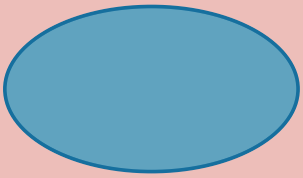
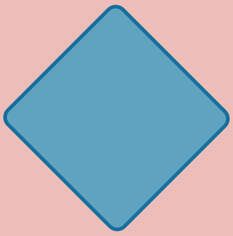
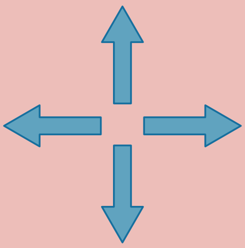
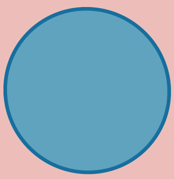
**3. Adım:** *İkinci sayıyı gir.*

**4. Adım:** *Girilen iki sayıyı topla.*

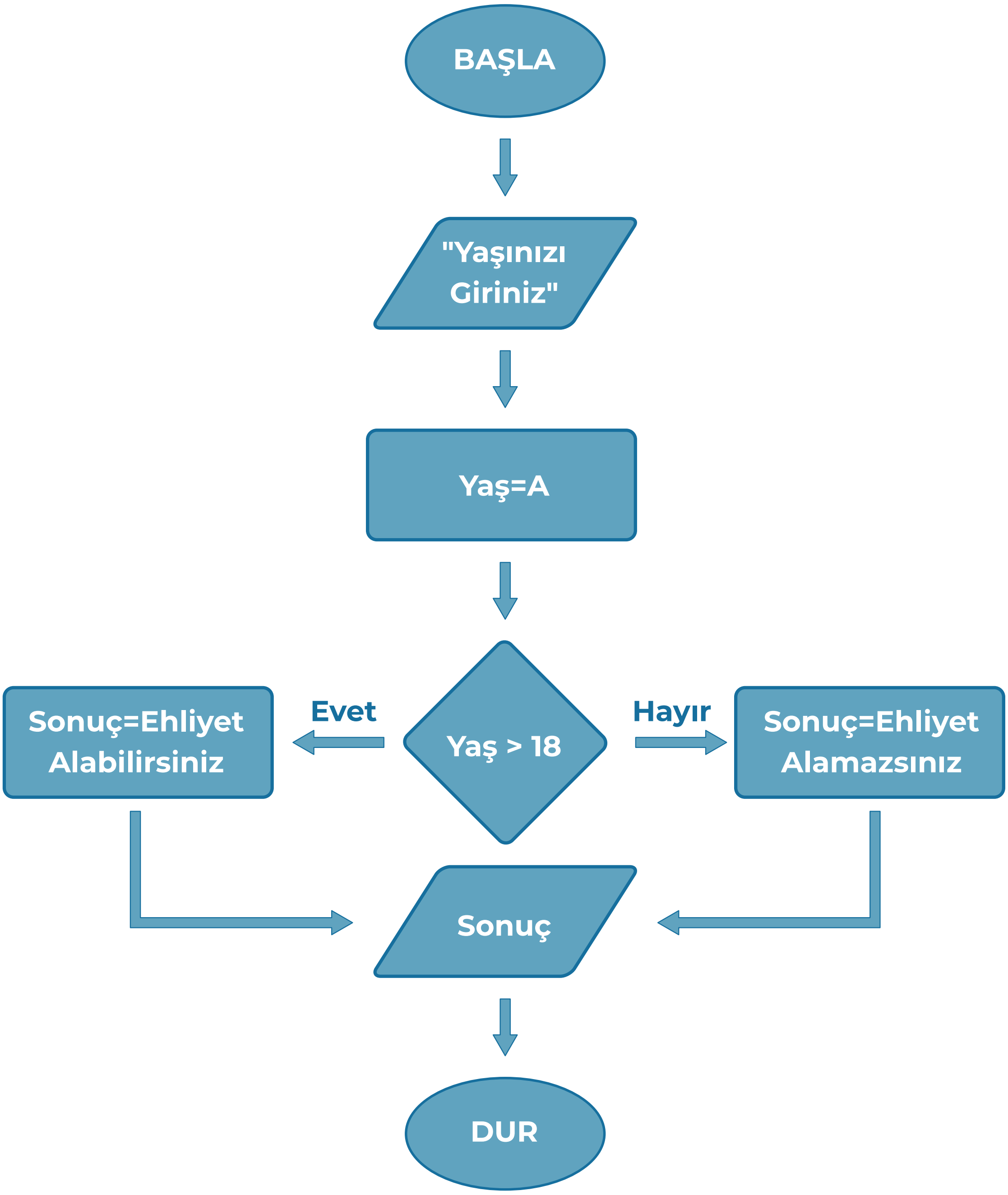
**5. Adım:** *Sonucunu ekrana yaz.*

**6. Adım:** *Bitir.*

## Algoritmanın Akış Şemasında Kullanılan Semboller

| | |
|---|---|
|  | Başla veya dur |
|  | Giriş veya çıkış değerleri |
|  | Hesaplama veya değişkene değer aktarma |
|  | Karar verme veya karşılaştırma durumu |
|  | Döngü |
|  | Yön |
|  | Yazdır |
|  | Bağlan |

Akış şemasını örnekleyelim. Problem durumu: Girilen yaş, 18’den büyükse ekrana “Ehliyet alabilirsiniz.”; değilse “Ehliyet alamazsınız.” yazan programın akış şemasını yapınız.




Şekil 1. Program akış şeması

## DÜŞÜNME KUTUSU

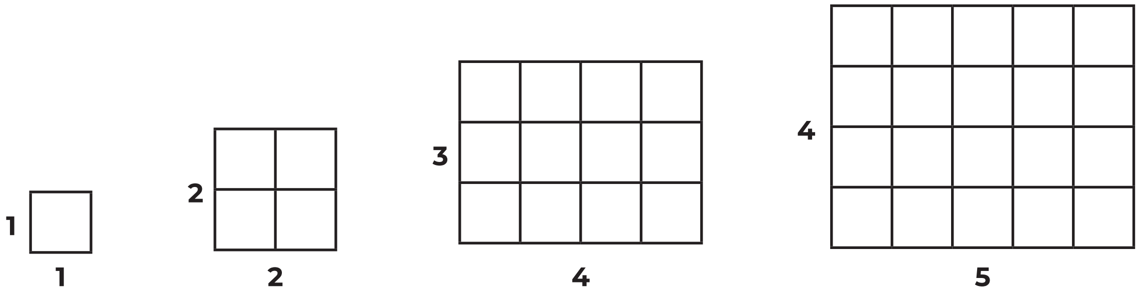
Girilen iki sınava ait puanların ortalamasını hesaplayan algoritma nasıl yazılabilir?

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

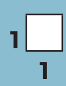
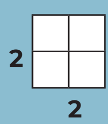
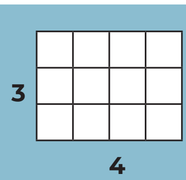
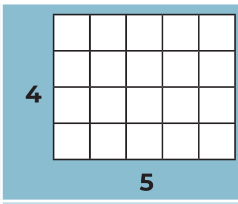
Algoritma ve Cebir kavramları 9. yüzyıl başlarında yaşayan matematik, gökbilim ve coğrafya alanlarında çalışmalar yapmış olan bilim insanı Ebu Abdullah Muhammed bin Musa El-Harezmi'dir. Matematik bilimine büyük katkılar sağlayan El-Harezmî'nin cebir alanında yazmış olduğu "Hisab el-cebir ve el-mukabele" adlı kitabı, algoritmik yaklaşımlara dayalı dünyanın ilk cebir kitabı olarak bilinir.

## Kaç Kare Var?

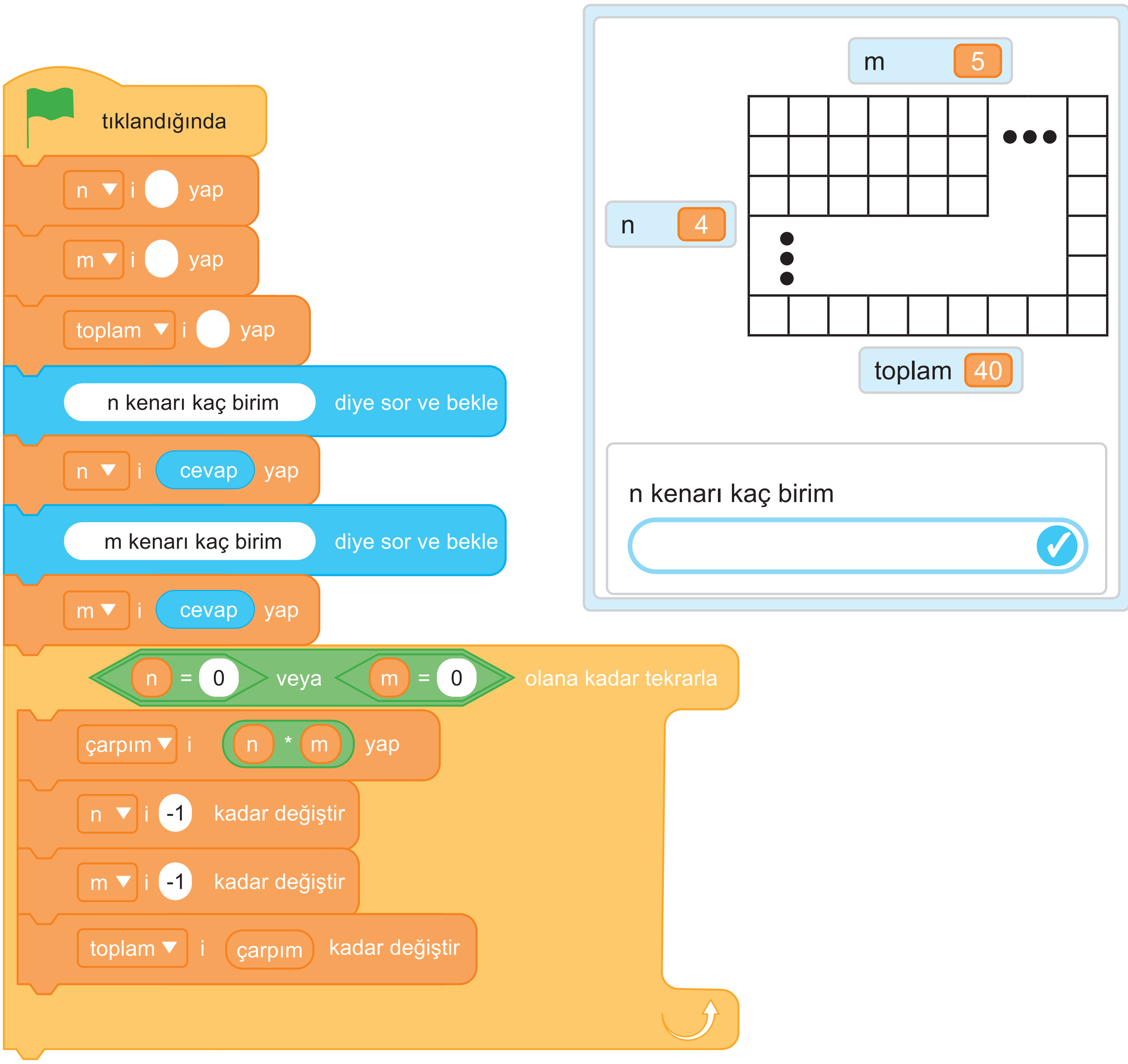
- Öğretmen, öğrencilere Etkinlik Formu'nu vererek aşağıda verilen dikdörtgenlerin içerisinde yer alan farklı karelerin sayısını hesaplamalarını ister.




Öğrencilerden, dikdörtgenlerin içindeki farklı kare sayıları aşağıda verilen tablodaki gibi hesaplanması beklenmektedir.

| |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|
| Bir kenarı 1 birim olan kareler | 1 | 2x2=4 | 3x4=12 | 4x5=20 |
| Bir kenarı 2 birim olan kareler | - | 1x1=2 | 2x3=6 | 3x4=12 |
| Bir kenarı 3 birim olan kareler | - | - | 1x2=2 | 2x3=6 |
| Bir kenarı 4 birim olan kareler | - | - | - | 1x2=2 |
| Toplam farklı kare sayısı | 1 | 6 | 20 | 40 |

- Öğretmen, kenar uzunlukları n ve m birim olan, birim karelerden oluşmuş dikdörtgenin içerisinde kaç farklı kare olacağının genel çözümünün aşağıdaki gibi olacağını ifade eder.
- (nxm) + ((n-1)x(m-1)) + ((n-2) x (m-2))+...+ (1x(m-n+1)) şeklinde olacağını öğrencilere ifade eder ve açıklar.
- Öğretmen, öğrencilerden iki kenarı girildiğinde içinde kaç farklı kare olacağını hesaplayıp ekrana yazan blok kodlama programı yapılmasını ister.
- Problemin çözümüne örnek bir blok kodlama aşağıda Şekil-2'deki gibidir.




Şekil 2. Kaç kare var probleminin örnek blok kodları.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

**Sayi Tahmin Oyun**

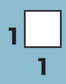
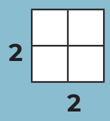
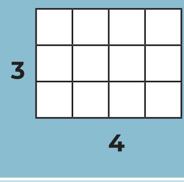
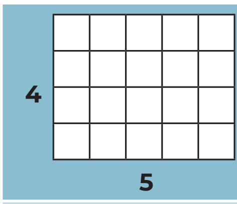
Bilgisayar 1'den 100'e kadar rastgele bir sayı tutar. Öğrenci bilgisayara 1 ile 100 arasında bir sayı girer. Bilgisayara girilen sayı bilgisayarın tuttuğu sayıdan büyük ise ekrana "Aşağı", küçük ise "Yukarı" aynı ise "Tebrikler" yazar. Öğretmen öğrencilerden sayı tahmin oyununu blok kodlama programı ile yapmalarını ister.

## DEĞERLENDİRME

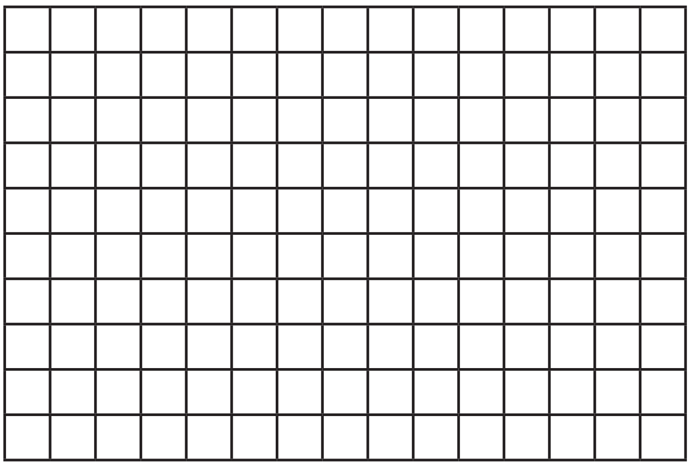
Öğrencilerin, geçirdikleri süreci değerlendirmek için hazırlanan problem çözme dereceli puanlama anahtarı ile ilgili verilen ölçekle değerlendirilir. Problem çözme dereceli puanlama anahtarına karekod okutarak ulaşılabilir.

## ETKİNLİK FORMU

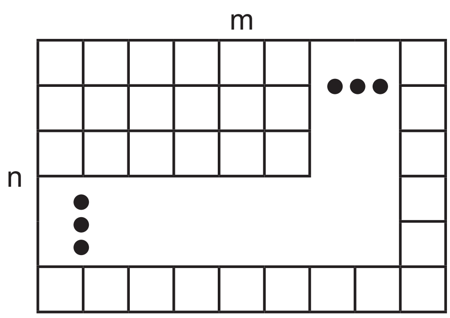
**1.** Birim karelerden oluşan dikdörtgenlerin içerisinde kaç farklı kare olduğunu hesaplayalım.

| |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| Bir kenarı 1 birim olan kareler | | | | |
| Bir kenarı 2 birim olan kareler | | | | |
| Bir kenarı 3 birim olan kareler | | | | |
| Bir kenarı 4 birim olan kareler | | | | |
| Toplam farklı kare sayısı | | | | |

**2.** Bir kenarı 10 ve diğer kenarı 15 birim kareden oluşan dikdörtgenin içinde kaç farklı kare vardır?



**3.** Yandaki gibi kenar uzunlukları n ve m birim olan, birim karelerden oluşmuş dikdörtgenin içinde kaç kare olacağı nasıl hesaplayabilirsiniz.




**4.** İki kenarı girildiğinde içinde kaç farklı kare olacağını hesaplayıp ekrana yazan blok kodlama programı yapabilir misiniz?

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: KRİPTOANALİST MATESİS İŞ BAŞINDA**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Şifreleme**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Kriptoloji dalının matematikteki önemini fark eder.
- ❖ Farklı şifreleme yöntemleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları ayırt eder.
- ❖ Verilen şifreli bir metni uygun deşifre tekniğini kullanarak çözer.
- ❖ Kendine özgü şifreleme yöntemleri geliştirir.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik formları, renkli kâğıtlar

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte bilgi güvenliği şifrelerin oluşturulması ve deşifresinde kullanılan bilgisayar programlarına yer verilir. Şifrelemelerin bilgisayar programlarında kodlanmasına yönelik çalışmalar yapılır. Saat aritmetiği ve mod kavramlarına yer verilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin kriptolojinin önemini fark etmelerini sağlayarak şifreleme yöntemlerini ayırt etmelerini ve özgün şifreleme yöntemleri geliştirmelerini sağlamaktır. Ayrıca bu etkinlikte öğrencilerin grupla çalışma, yaratıcı düşünme, problem çözme ve araştırma becerilerinin de geliştirilmesi amaçlanmıştır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

- ➢ Öğrenciler etkinlik öncesinde gruplara ayrılarak her gruba Sezar şifreleme, Polybius ve doğrusal şifreleme teknikleri araştırma görevi olarak verilir.
- ➢ Öğretmen, aşağıdaki başlıkları içerecek şekilde bir sunum hazırlar.
- ➢ Sunumda yer alması gereken alt başlıklar şunlardır;
- ➢ Şifreleme Nedir? Neden Gereklidir?
- ➢ Şifreleme Tarihçesi
- ➢ Şifreleme şeması ve şifrenin açılma şeması

- Sezar şifreleme
- Simetrik ve Asimetrik Şifreleme
- Mod
- Enigma

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ:

Öğretmen derse başlarken; öğrencilerin derse karşı hazırbulunuşluklarını ortaya çıkarmak öğrencilerin merak etmesini sağlayarak, dikkatlerini çekmek amacıyla aşağıdaki cümleyi tahtaya yazarak veya yansıtırak cümlede ne yazıyor olabileceğini sorar ve öğrencilerin fikirlerini alır.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | S | | U | V | Ü | G | U | G | | L | I | S | U | S | K |

Şifreleme denilince aklınıza gelen ilk kelimeyi söyleyin diyerek her öğrenciden sırasıyla kelimeler alır (veya web:2.0 araçlarıyla kelime bulutu etkinliği uygulanabilir).

- Sınıf gruplara ayrılır.
- Tahtada yazan yazı ile ilgili ipuçları verilir. İlk harfin B olduğu söylenerek şifreleme yöntemini keşfetmeleri için ipuçları verilir. Bilgi kutusundaki sezar şifreleme ifadesine değinilir.

### BİLGİ KUTUSU

**SEZAR ŞİFRELEME:** Tarihin ilk kriptolojik fikirleri yer ve harf değiştirme yöntemleridir. Bunlardan ilki harflerin yerlerini değiştirerek diğeri ise harfleri başka harflerle değiştirerek yapılır. Bu yöntemden yola çıkarak yapılan en ünlü şifreleme Sezar Şifreleme Tekniği'dir. Bu şifrelemede her harf kendinden birkaç harf sonra gelen harfe karşılık gelir. Matematiksel ifadesi P= (c-3) mod31 3 ileri mod denklemidir. Sezar bu tekniği savaşta komutanlarıyla haberleşmek için kullanmıştır (Ural ve Örenç, 2019).

Öğrencilere bilgi kutusundaki tablo ve aşağıdaki şifre verilir.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | A | B | C | Ç | D | E |
| 2 | F | G | Ğ | H | I | İ |
| 3 | J | K | L | M | N | O |
| 4 | Ö | P | R | S | Ş | T |
| 5 | U | Ü | V | Y | Z | |

Şifre: 22-11-55-26-52-35-26-53-16-43-44-26-46-16-44-26

- ***Sizce şifredeki iki basamaklı sayılar neyi ifade ediyor olabilir?***
- ***Her bir satır ve sütunla ilişkisi olabilir mi?***
- ***Gibi sorularıyla öğrencilerin Polybius şifreleme yöntemine ulaşmaları sağlanır.***

## BİLGİ KUTUSU

**POLYBİUS ŞİFRELEME:** Polybius dama tahtası, alfabenin harflerini içeren 5x5'lik bir ızgaradan oluşmaktadır.

Her harf, ilki harfin bulunduğu satır ve ikincisi de sütun olmak üzere iki sayıya dönüştürülmektedir. Örneğin A harfi için 11, B harfi için 12 ve sonraki harfler için ise ilgili sayılar eşleşmektedir. İlk rakam satırı ikinci rakam sütunu göstermektedir. Polybius şifreleme tekniğinde kullanılan ızgara 5x5 birimlik yerine, kullanılan alfabe ve şifrelenecek metnin içerdiği harflerin sayısına göre istenilen boyutlarda (nxm) tasarlanabilmektedir. (Kumari, 2013; akt. Topaloğlu ve diğerleri, 2016). Şekilde verilen Polybius'un şifresinin Türkçe alfabe kullanılarak oluşturulan örneğinde harf sayısı sebebiyle 5x6'lık bir matris kullanılmıştır. (Yıldırım, 1815; akt. Artvinli, 2017).

**Şifreli Cümle:** 22-11-55-26-52-35-26-53-16-43-44-26-46-16-44-26

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | A | B | C | Ç | D | E |
| **2** | F | G | Ğ | H | I | İ |
| **3** | J | G | Ğ | H | I | İ |
| **4** | Ö | P | R | S | Ş | T |
| **5** | U | Ü | V | Y | Z | |

- ***Bilgi kutusundaki doğrusal şifreleme örneği üzerinden yöntem soru cevaplarla keşfettirilir.***
- ***Doğrusal denklem konusu hatırlatılır.***
- ***Saat şimdi 14.00 ise 30 saat sonra kaç olur? Bunu kısa yoldan nasıl bulabiliriz. Alfabemizde kaç harf vardır? İngiliz alfabesindeki harflerle birlikte bir tablo oluşturmak isterseniz nasıl bir harf tablosu oluşturursunuz?***
- ***Alfabedeki harfleri sürekli başa dönerek sayarsak 50. harf ne olur?***
- ***Bu harfi saymadan nasıl bulabiliriz?***
- y=(ax+b) mod 31 (öğretmen tarafından modun ne anlama geldiği ifade edilir). Doğrusal fonksiyonunu kullanarak şifreleme yapan bir kişi (4, 9) anahtarı ile Ö (18) harfini P(19) olarak (18,19) anahtarı ile şifrelediğine göre bu sayıya nasıl ulaşmış olabilir? (mod 31 olmasının sebebinin sebebi nedir?) Şeklinde yönlendirmelerle Sezar şifreleme, Polybius şifreleme ve doğrusal şifreleme özellikleri öğrencilere keşfettirilir.

## BİLGİ KUTUSU

**DOĞRUSAL ŞİFRELEME:** Bu şifreleme yönteminde amaç, doğrunun denklemi olarak bilinen y=(ax+b) mod 31 doğrusal fonksiyonunu kullanarak şifreleme yapmaktır. Denklemde x şifrelenecek mesajı, y ise şifrelenmiş mesajı ifade etmektedir. a ve b ise anahtarı oluşturmaktadır. Örneğin anahtarı (4,9) olan bir denklemde Ö harfini şifrelemek için Ö'nün tablodaki değeri x=18 olur. Denklemde a=4 ve b=9 yazıldığında bulunan sonucun mod 31'e göre değeri 19'dur yani y=19'un harf karşılığı P'dir. Şifre çözme sürecinde ise ters işlem yapılır. a=4'ün modüler tersi alınır.

$4.a^{-1}=1 \ (\mathrm{mod}31) \quad a^{-1}=8$

8.(19-9)=18 mod31 yani ö harfi bulunur (Ural ve Örenç, 2019).

- Siz de **BİLSEM** kelimesini bu yöntemle şifreleyiniz.
- Etkinlik öncesinde gruplara ödev olarak verilen şifreleme çeşitlerini gruplar sınıfta sunarak örneklendirirler. Bu örnekler;

  Sezar Şifreleme

  Polybius

  Doğrusal Şifreleme üzerinedir.
- Etkinlik sonunda öğrencilerden hakkında bilgi verilen şifreleme yöntemlerinden birini kullanarak şifreli bir metin oluşturmaları istenir.
- Her öğrenci yanındaki öğrenciye şifreli metnini verir. Şifreli metni alan öğrenci şifreyi çözerek şifreyi hazırlayan öğrenciye yaptığı çözümün doğruluğunu kontrol ettirir. Şifreli metni alan öğrencinin yaptığı çözüm hatalıysa öğrenci problemin çözümünde nasıl bir strateji izlediğini açıklar. Hangi yöntemleri kullandığını, problemin çözümünde yararlandığı bilgileri sunar.
- Hazırlanan şifrelemelerle ilgili olarak kodlama çalışmalarına bilgisayar ortamında yer verilir.
- Her öğrencinin hazırladığı şifre, haftanın kriptoloji sorusu olarak sınıf panosu veya dijital panoda sergilenir.

Etkinlik 1 ve Etkinlik 2 formları gruplara dağıtılarak öğrencilere yeni problem durumları verilerek bu aşamada öğrencilerin kavramları anlama yetenekleri geliştirilir. Öğrencilerin Etkinlik Formu'ndaki problemin çözümü ile ilgili grup içerisinde tartışma ve araştırma etkinlikleri yapmaları sağlanır. Öğrenciler tartışma sırasında, etkinlikler ile ilgili bireysel ya da grup olarak, kendi varsayımlarını sunar ve savunurlar.

Etkinlik sonunda bilgi kutusundaki bilgiler ile ilgili öğretmen tarafından bilgilendirme yapılır.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Sezar Şifreleme, Polybius ve Doğrusal Şifreleme sunumlarının ardından her bir grup bu şifreleme yöntemleriyle kelime veya cümle şifreleyerek diğer gruba çözmeleri için verebilir. Elde edilen sonuçlar tartışılarak şifreleme metotları karşılaştırılabilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait *"Grupla Değerlendirme Formu"*na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir sürecin sonunda öğrencilerin derste, ne öğrendiği, ne yaptığına dair görüşlerini alır. Süreçte geçirdiği aşamaları raporlaştırmaları istenir. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda portfolyo, rubrik, performans değerlendirme gibi yöntemler de kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

Çimen, C., Akleylek, S. ve Akyıldız, E. (2011). *Şifrelerin Matematiği Kriptografi.* ODTÜ Yayıncılık.

Sevinç, S. (2009). *Enigma*. TÜBİTAK Bilim Kitapları.

Topaloğlu, N., Calp, H. M. ve Türk, B. (2016). Bilgi güvenliği kapsamında yeni bir veri şifreleme algoritması tasarımı ve gerçekleştirilmesi. *Bilişim Teknolojileri Dergisi*, 9(3), 291-300.

Ural, N. ve Örenç, Ö. (2019). *Şifreleme ve Şifre Çözme Yöntemleri*. Pusula Teknoloji ve Yayıncılık.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### KRİPTOANALİST MATESİS GÖREV BAŞINDA

Bir ulusal güvenlik şirketi, çalışanlarından birinin ülkenin gizli belgelerini şifreleyerek yurt dışına bilgi sızdırdığını fark etmiştir. Bu ajanın her adımını takip etmek üzere görevlendirilen bir kriptograf olan MATESİS bu ajanı tam bilgi sızdırırken yakalamış ve elindeki şifrelenmiş yazıyı almıştır.

Fakat MATESİS bu şifreyi çözmekte zorlanmaktadır. Aşağıda bu metinden alınan bazı kelimelerin şifreleme yöntemleri ile ilgili bilgiler yer almaktadır. MATESİS'e aşağıda verilen bu şifreyi çözmesinde yardımcı olabilir misiz?

### ŞİFRELİ METİN

Şifreleme sisteminde şifrelenecek mesaja düz metin, şifrelenmiş mesaja ise şifreli metin denir (Çimen vd., 2011).

Tablo 1 : Gizli yazı kod tablosu

| Açık Yazı | | Gizli Yazı |
|---|---|---|
| BİLSEM | → | ÇDKEMN |
| ? | → | YACDIA |

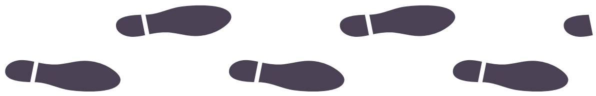
| A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |

## ETKİNLİK FORMU - 2

### GARİP BİR ŞİFRE DAHA

Metindeki her bir sayfada farklı bir metotla şifreleme yapıldığını fark eden MATESİS sayılarla ilgili yapmış oldukları şifrelemede bir kelimenin HABER ve DEPO olduğunu çözmüş fakat diğer kelimeyi çözmede zorlanmıştır. Bu kelimeyi bulabilir misiniz?



| 2 | 53 | 3 | 2 | 73 |
|---|---|---|---|---|

AMBAR

| 11 | 13 | 71 | 61 |
|---|---|---|---|

DEPO

Yukarıdaki ilişkiye göre aşağıdaki rakamların karşılık geldiği kelimeyi yazınız.

| 43 | 37 | 47 | 37 | 89 | 47 | 37 |
|---|---|---|---|---|---|---|

_ _ _ _ _ _ _

- Buradaki sayılar nasıl sayılardır?
- Yukarıdaki sayıların ortak özellikleri nelerdir?
- Aynı olan harflere dikkat ediniz.

## DÜŞÜNME KUTUSU

**DEĞİŞTİR BUL**

Değişim tablosu ile aşağıdaki şifreyi çözünüz.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P | Y | R | V | P | Y | R | C | D | | Ğ | Y | F | C | T | V | B | C |

**İpucu:** İlk harfi M

Aşağıdaki değişim tablosundan yararlanarak en fazla 3 kelimelik şifreli bir cümle kurunuz.

**DEĞİŞİM TABLOSU**

| Açık Yazı | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gizli Yazı | M | H | Ş | G | Ğ | S | B | Y | K | R | C | V | L | D | Z |
| Açık Yazı | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | |
| Gizli Yazı | N | Ç | T | I | A | O | U | İ | J | Ö | E | Ü | P | F | |

Siz de kendinize özel bir şifreleme yöntemi geliştiriniz. Geliştirdiğiniz bu şifreyi arkadaşlarınızla paylaşarak onlardan çözmelerini isteyiniz.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

**ENİGMA**

Enigma 1928-1945 yılları arasında Alman ordularının güvenli iletişimini sağlayan daktiloya benzer kriptogratif özelliği oldukça yüksek olan elektronik bir sisteme verilmiş addır. Bu sistemde dönen silindir ile açık metnin her harfi yeni bir permütasyonla şifrelenir. Önce Polonya'nın daha sonra İngiltere'nin şifresini kırabilmek için oldukça çaba sarf edilmiştir. Enigma şifresini kırabilmek için 12,000 İngiliz'in görev aldığı bilinmektedir. Uzun uğraşlar sonucunda Enigma ile şifrelenen metinler çözülmüştür. Şifrenin çözümünde İngiliz matematikçi Alan Turing'in büyük payı vardır. Şifrenin çözülmesi savaşın bitmesinde önemli bir rol oynamıştır (Sevinç, 2009).

## CEVAP ANAHTARI

**Şifreli Metin İçin Verilecek İpuçları**

**1. İpucu:** Gizli yazının kodunu bulunuz. Kodu 10 ile çarpınız.

**2. İpucu:** Mod unu alınız (Mod kaça göre olduğunu siz bulunuz)

Açık yazı harfiyle eşleyiniz.

**Sorunun Cevabı:** Her Harf Üç Harf Öncesiyle Eşleştirilmiştir. (Ys Uvügug Lısusk )

**Yazı:** "Bu Yazıyı Okuyun"dur.

**Polybius Cevap:** Gazi Üniversitesi

**ŞİFRELİ METİN ŞİFRELEME:**

- Şifrelenecek harfin tablodan kodu bulunur.
- İlgili harfin sırası 10'un katı olana kadar harfin sırasına 29 sayısı eklenir. (ya da 29'un katları eklenir şeklinde ifade edilebilir).
- Harfin sırası 10'un katı olduğunda bulunan sayı 10'a bölünerek tablodaki kod ile eşleştirilir.
- Şifrelenecek harfin kodu x ve şifreli harfin kodu z olmak üzere ilgili denklem 10x=29y+z şeklinde matematiksel olarak ifade edilebilir.

Buna göre **BİLSEM** kelimesinde

B için B=1 , 10x=29y+1 y'ye öyle bir değer vereceğiz ki sonuç 10'un katı olsun.

| | | |
|---|---|---|
| B=1, | 29.1+1=30 | 30:10=3 **Ç** |
| İ=11, | 29.1+11=40 | 40:10=4 **D** |
| L=14, | 29+29+29+29+14 =130 | 130:10=13 **K** |
| . | | |
| . | | |
| M=15, | 29+29+29+29+29+29=160, | 160:10=16 **N** |

**ÇDKEMN** olarak kodlanır.

**DEŞİFRELEME:**

Deşifre edilecek harfin tablodan kodu bulunur. Harfin tablodaki sırasının 10 ile çarpılıp 29'a bölümünden kalan sayı (mod29'a göre değeri) bulunur. Bu sayı tablodaki kod ile eşleştirilir.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ç için | Ç=3 | 3.10=30 | 30=1 (mod 29) 1=B | |
| D için | D=4 | 4.10=40 | 40 = 11 (mod 29) | 11=İ |
| . | | | | |
| . | | | | |
| . | | | | |
| N için | N=16 | 16.10=160 | 160=15 (mod 29) | 15=M |

**BİLSEM** olarak bulunur

**YACDIA**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Y için | Y= 27 | 27.10=270 | 270=9 (mod29) | 9=H |
| A için | A= 0 | 0.10=0 | 0=0 (mod29) | 0=A |
| C için | C= 2 | 2.10=20 | 20=20 (mod29) | 20=R |
| D için | D= 4 | 4.10=20 | 40=11 (mod29) | 11=İ |
| I için | I= 10 | 10.10=100 | 100=13 (mod29) | 13=K |
| A için | A= 0 | 0.10=0 | 0=0 (mod29) | 0=A |

**CEVAP: HARİKA**

**GARİP BİR ŞİFRE DAHA**

| A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 29 | 31 | 37 | 41 | 43 | 47 |

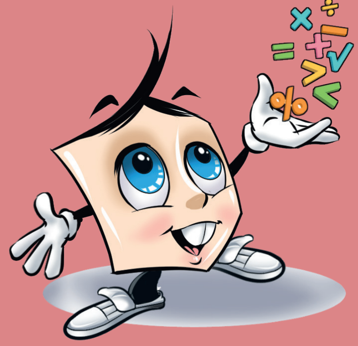
| M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 53 | 59 | 61 | 67 | 71 | 73 | 79 | 83 | 89 | 91 | 97 | 101 | 103 | 107 | |

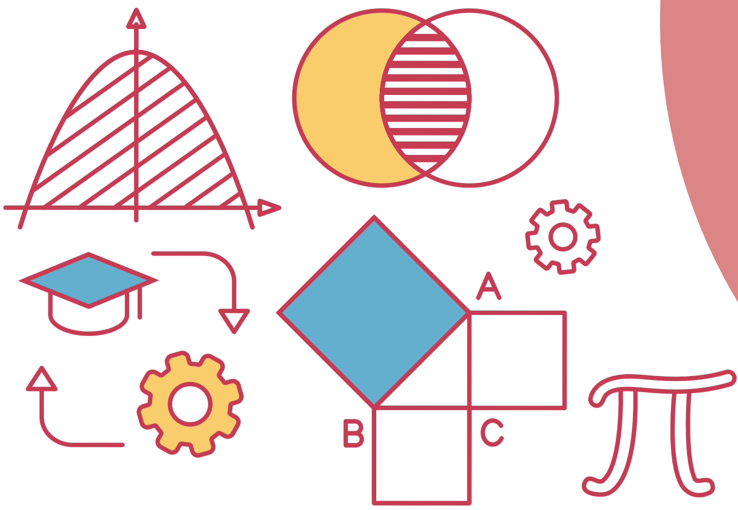
**CEVAP:** Kilitli

Her bir asal sayı tablodaki harflerle asal sayılara denk gelen harflerle eşleştirilir

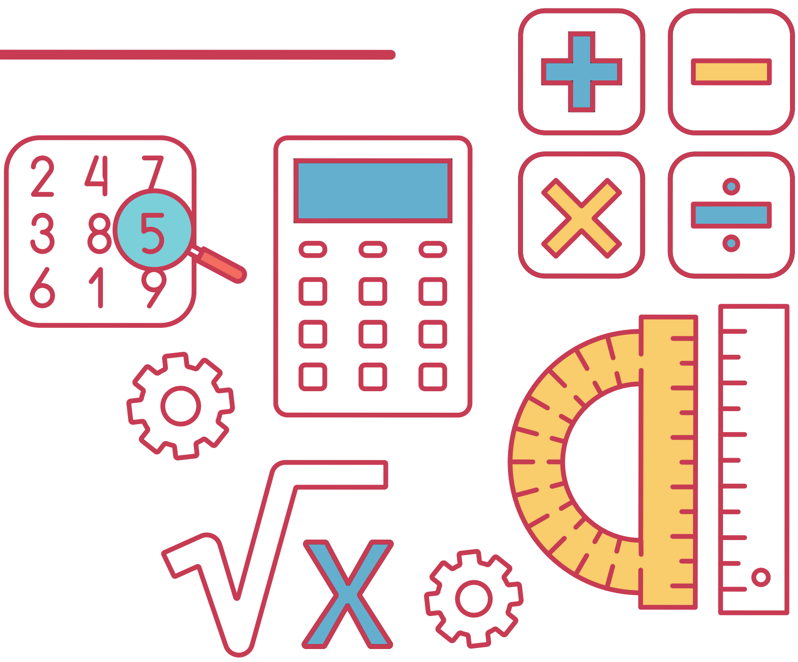
**DEĞİŞTİR BUL:** Matematik Dâhileri

DESTEK EĞİTİM PROGRAMI






# GEOMETRİ



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLAR**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Temel Geometrik Kavramlar**

**KAZANIMLAR:**

❖ Temel geometrik kavramları açıklar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kalem, kareli kâğıt, temel geometrik kavramları ele alan popüler yayınlar (Kâşif Can Çizgileri Keşfediyor kitabı, Atatürk'ün Geometri kitabı, Düzülke kitabı veya animasyonu).

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bu etkinlikte temel geometrik kavramlarla ilişkili popüler yayınlardan yararlanılmıştır. Bu yayınlardan bir kısmı kitap olduğu için etkinlik Türkçe dersi ile ilişkilidir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, temel geometrik kavramları ele alan popüler yayınlar aracılığı ile öğrencilerin temel geometrik kavramların tanımlarını yapmalarını ve bu kavramlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları açıklamalarını sağlamaktır. Bununla birlikte özellikle geometrik kavramların Türkçe karşılıkları açısından önemli bir yeri olan Atatürk'ün Geometri (2015) kitabı incelenerek öğrencilerin Atatürk'ün geometri alanına katkılarını fark etmelerini sağlamak amaçlanmıştır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Etkinliğe başlamadan önce etkinlik boyunca kullanılacak popüler yayınların öğretmen tarafından dikkatli bir şekilde okunması, izlenmesi, incelenmesi ve gerekli materyallerin hazırlanması gerekmektedir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Bu etkinlik, çocuk edebiyatı ürünleri ile bütünleştirilen matematik derslerinde sıklıkla kullanılan bir yöntem olan etkileşimli sesli okumaya dayalıdır. Bu yöntemde öğretimsel süreç okuma öncesi, okuma sırası ve okuma sonrası olarak yapılandırılmaktadır (Ceyhan ve Yıldız, 2021). Etkinlikte temel geometrik kavramları incelemek ve aralarındaki benzerlik ve farklılıkları ortaya koymak üzere Bailey ve Law (2019) tarafından kaleme alınan *"Kâşif Can Çizgileri Keşfediyor"* kitabı etkileşimli sesli okuma yöntemiyle öğretmen tarafından sınıfla paylaşılır. Öğretmenin kitabı okurken dikkat etmesi gereken bazı hususlar şöyledir: Kitabın görselleri-nin tüm sınıf tarafından görülecek şekilde paylaşılması ve ses tonunun öğrencilerin seviyelerine göre ayarlanmasıdır. Ayrıca ders öncesinde kitabı okuyup önemli soruların sorulacağı sayfalar için belirteçler kullanılabilir. Süreçte yapılması gerekenler ve öğrencilere sorulabilecek bazı sorular şu şekildedir:


**Okuma Öncesi:**

Öğretmen, öğrencilere kitabın başlığını kapatarak kitabın kapağını gösterir ve şu soruları sorar: “Sizce bu kitap neyle ilgili olabilir? Kitabın kapağında daha önce öğrendiğiniz neler vardır?” Öğrencilerden gelen cevaplardan sonra kitabın künyesi (yazar adı, çizer adı, kitabın başlığı ve yayın evi vb.) hakkında bilgi verilir.

**Okuma Sırası:**

Okuma sırasında kilit sorular sorulmalı ve kitap baştan sona hiç durmadan okunup tek seferde bitirilmemelidir. Okuma sırasında sorulabilecek soruların sayısı artırılabilir. Örnek olabilecek sorular kitaptaki sayfa numaralarına göre şu şekildedir: Kâşif Can izci rozeti almak üzere çıkacağı yol için “En kısa rotayı bulan izcilerin kazandığı türden bir rozet” (s.4) cümlesini sarf etmiştir. Sizce rozet neden en kısa yolu bulana veriliyor olabilir? Kâşif Can’ın gideceği iki nokta arası düz bir çizgi şeklindedir. Bu şeklin adını biliyor musunuz? Bu adla anılabilmesi için  bir çizginin ne gibi özelliklere sahip olması gerekir? Kitabın her sayfasında hikâyeye eşlik eden genel kültüre ve matematik alanına dair açıklamalar yer almaktadır. Bu açıklamalar öğrencilerle paylaşılarak kitap okunmaya devam edilir. Örneğin doğru parçası için noktadan noktaya adıyla anılan bir yarışmanın gerçekten olduğu ifade edilmektedir. Devam eden sayfalarda doğru ve ışın modellerine ilişkin durumlar verilmiştir. Kâşif Can ve kedisi Pallas yere direk dikmeye çalıştıkları için birçok pozisyon denemişlerdir (s.14). Öğrencilere “Bu pozisyonların her birinde direğin yerle yaptığı açılar için ne söylenebilir? Neden?” sorusu sorulur ve dik açı kavramı açıklanır. Daha sonra kitap okunmaya devam edilir ve “Kâşif Can ve Pallas’ın oynadıkları seksek oyununda Pallas neden yanmıştır? Oyunun kurallarıyla Pallas’ın yanması arasında nasıl bir ilişki vardır? Pallas neyi bilmiyor olabilir? (s.16)” soruları sorulur. Bu oyunda kenarlara basmak yasak olduğu için Pallas yanmıştır. Kitabın takip eden sayfalarında kenarla ilgili bilgilere yer verilmiştir. Kitap okunmaya devam edilir. “Kâşif Can ve Pallas kayak yapmaya çalışmaktadırlar ancak Kâşif Can’ın kedi dostu Pallas kaymayı bir türlü becerememiştir. Sizce bunun nedeni ne olabilir?” (s.22) sorusu sorulur. Pallas düz ve birbirine paralel çizgiler oluşturamadığı için kaymakta zorlanmaktadır, buradan hareketle paralellik durumu ve paralel çizgiler örneklerle açıklanır. Daha sonra kitap okunmaya devam edilir ve çapraz çizgiler (s.24) ile paralel çizgiler arasında karşılaştırma yapılır. Açılarla ilgili kısma gelindiğinde (s.30) Pallas’ın kurduğu çadırın neden Kâşif Can’ınki kadar iyi görünmediği sorulur. Gelen cevaplardan sonra açı tanımı ve açı türleri üzerine konuşularak kitap okunup bitirilir.

**Okuma Sonrası:**

Kitap okunduktan sonra Kâşif Can ve Pallas’ın öyküleri yoluyla öğrencilerin öğrendikleri kavramlar üzerine konuşulur. Kâşif Can her girişiminde başarılı olurken Pallas’ın neden zorluk yaşadığı üzerine tartışılabilir. Daha sonra kitaptaki örneklerden de yararlanarak öğrencilerin de nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açı gibi temel geometrik kavramlara ilişkin örnekler vermeleri istenir. Etkileşimli sesli okuma sürecinde öğrencilere yöneltilebilecek soruların sayısı amaca göre azaltılabilir ya da artırılabilir ancak öğrencilerin hikâyeden kopmalarına neden olmayacak kadar az matematikten kopmalarına neden olmayacak kadar çok sorunun sorulması etkinliğin amacına ulaşması açısından önemlidir.

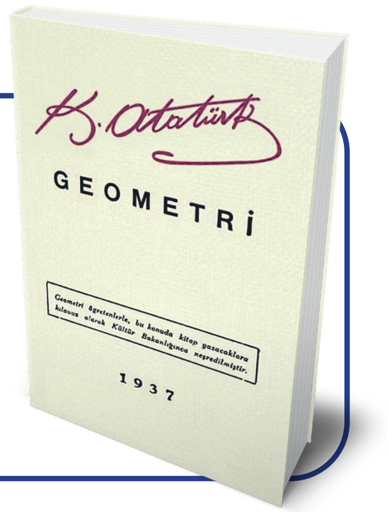
Etkinlik boyunca ele alınan bu kavramlar, Atatürk'ün Geometri kitabında yer verdiği isimler ve tanımlardan yola çıkılarak tekrar incelenir. Geometrik kavramların isimlerinin, onların özelliklerini yansıtıp yansıtmadıkları üzerine konuşulur.

**DÜŞÜNME KUTUSU**

Bu etkinlikte incelediğimiz geometrik kavramları kendi cümlelerinizle açıklamanız gerekseydi nasıl tanımlardınız? Bu kavramlara yine aynı isimleri mi verirdiniz? Neden? Açıklayınız.

**BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?**

Matematik tarihinde geometri alanında yapılan çalışmaları sistematik olarak bir araya getiren Öklid'in "Elemanlar" kitabı geometri alanı için büyük bir öneme sahiptir. Bununla birlikte geometri kavramlarının Türkçeleştirilmesinde önemli bir rol oynayan Türkiye Cumhuriyeti'nin kurucusu Mustafa Kemal Atatürk bu kitabı yazma kararını bir okuldaki geometri dersinde öğrencilerin bu kavramların isimlerini akıllarında tutmakta yaşadıkları zorlukları gördüğü için almıştır.




## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ


Bu etkinliği genişletmek ve farklı boyutları incelemek üzere Düzülke (Abbott, 2008) kitabı incelenebilir ya da Düzülke (Johnson ve Travis, 2018) animasyonu birlikte izlenebilir. Bu genişletmeyle, öğrencilerin farklı boyutları sezgisel olarak fark edebilmeleri ve geometrik kavramlar arasında ilişkilendirmeler yapmaları mümkün olabilir. Öğrencilerden Düzülke'ye benzer bir ülke inşa etmeleri istenerek kendi geometrik hikâyelerini yazmaları istenebilir veya Düzülke sakinlerinden kare haricindeki bir karakterin ağzından hikâyeyi yeniden yorumlamaları istenebilir. Geometrik şekillerin boyutları ile sahip oldukları çevre uzunluğu, alan ve hacim ölçüleri arasında nasıl bir ilişki kurulabileceği üzerine tartışılabilir. Düzülke'de soylular ile diğerleri arasındaki kast sisteminin neye göre oluşturulmuş olabileceği üzerine tartışmalar yürütülebilir ve buna göre öğrencilerin geometrik kavramlara ilişkin bir kavram haritası oluşturmaları sağlanabilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait Temel Geometrik Kavramlar Derecelendirme Ölçeğine etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Abbott, E. A. (2008). *Açıklamalı Düzülke Çok Boyutlu Bir Macera* (Çev. Barış Bıçakçı). Ayrıntı Yayınları.

Atatürk, M. K. (2015). *Geometri*. Türk Dil Kurumu Yayınları.

Bailey, G., & Law, F. (2019). *Kâşif Can Çizgileri Keşfediyor* (Çev. Hasan Akyol). Teleskop Popüler Bilim Yayınları.

Ceyhan, S. ve Yıldız, M. (2021). *Örnek Kitap Okuma Planlarıyla İlkokulda Etkileşimli Sesli Okuma*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

Johnson, D., & Travis, J. (2018). *Flatland A Journey of Many Dimensions* [Film]. Flat World Productions.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: AÇIDAN ÇOKGENE YOLCULUK**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Çokgen**

**KAZANIMLAR:**

- Üçgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının 180 derece olduğunu keşfeder.
- Farklı dörtgenlerin iç açıları ölçüleri toplamını keşfeder.
- Çokgenlerin temel özelliklerini keşfeder.
- Düzgün olmayan çokgenler ve düzgün çokgenler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları açıklar.

**SÜRE:** 6 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Örüntü blokları, cetvel, açıölçer, Etkinlik Formu 1, 2, 3, 4, değerlendirme kâğıtları (Ek 1, Ek 2).

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Disiplinler arası ilişkilendirmeler doğrultusunda, geometrinin üç boyutlu asal formlarını kullanarak ve bu formları işleyerek oluşturulan mimari eserin (Eyfel Kulesi) incelemesi gerçekleştirilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı; üçgenlerin ve dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını keşfetmek, çokgenlerin özelliklerini fark ederek, düzgün olan ve düzgün olmayan çokgenler arasındaki benzerlik ve farklılıkları ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda planlanan etkinlikler ile öğrencilerin araştırma, mantıksal muhakeme, eleştirel düşünme ve yaratıcılık gibi becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesinde örüntü blokları temin edilir ve etkinlik formları hazırlanır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öklid'in Elemanları kitabı sınıfa getirilerek dikkat çekme çalışması yapılır. Okul matematiğinde odaklanılan geometri konularının Öklid geometrisine dayandığı söylenir.

**BİLGİ KUTUSU**

Öklid'in Elementler'i geometri hakkında pek çok kitabın bir kümesidir ve Öklid olarak bilinen antik Yunan matematikçi tarafından İskenderiye'de yaklaşık M.Ö. 300 'de yazılmıştır. Küme 13 ciltten/bölümden oluşmaktadır. Genelde tek bir büyük kitap yerine 13 küçük kitap olarak basılır.

Öğrencilere, bilgi kutusunda yer alan Öklid'in Elementleri ile ilgili bilgi verilir. Ardından *"Neden bu kadar büyük hacimli bir geometri kitabı vardır?"* sorusu üzerine sınıf içerisinde tartışma yürütülür. Bu kadar büyük hacimli bir geometrik kitabın var olmasının sebebi geometrinin, günümüzdeki gibi sembolik bir dille değil düz yazı ile ifade edilmesinden kaynaklanan bir durum olduğu belirtilir.

Yapılacak etkinliğin konusunun açılar ile ilgili olduğu söylenir ve *"Açı nedir?"* sorusu sorularak öğrencilerin konu hakkında hazır bulunuşlukları tespit edilir. Gelen cevapların ardından Öklid'in Elemanları kitabından açılar ile ilgili tanım birlikte incelenir.

### İç Açıların Keşfi

Bu başlık altında üçgenlerin ve dörtgenlerin iç açı ölçülerinin toplamının keşfettirilmesine dair çalışmalara yer verilmiştir. Açı ile açı ölçüsü kavramlarının farklı olduğu yapılan etkinlik çalışması içerisinde öğrencilere sezdirilir.

Etkinliğe başlamadan önce;

- Öğrenciler 2'şerli gruplara ayrılır.
- Her öğrenci grubuna örüntü bloklarından kare, dikdörtgen, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, paralel kenar, eşkenar dörtgen ve ikizkenar yamuk dağıtılır.
- Öğrencilere bu geometrik şekillerden her birinden 6'şar adet dağıtılır.
- Etkinlik Formu 1 dağıtılır.

Öğrencilere *"Ölçüsü 180° olan açılara doğru açı denir"* tanımı verilir. Öğretmen tarafından aşağıda yer alan etkinlik yönergesi öğrencilere açıklanarak etkinliğe başlanır.

## İç Açıların Keşfi

- Öğrencilerden açıölçer kullanmadan, sadece doğru açı tanımından yararlanarak dağıtılan (örüntü blokları) tüm geometrik şekillerin açılarının ölçülerini bulmaları istenir.
- Öğrencilere, istedikleri kadar geometrik şekil kullanabilecekleri belirtilir.

- Öğrencilerden, cevaplarını küçük gruplar hâlinde tartıştıktan sonra aldıkları ortak karar doğrultusunda belirtmeleri ve ileri sürdükleri fikirlere yönelik mutlaka kanıt sunmaları istenir.
- Öğrencilerden, buldukları tüm açı ölçülerini Etkinlik Formu 1'e yazmaları istenir.

## DÜŞÜNME KUTUSU

Öğrencilerden, çeşitli geometrik şekillerin açılarını bularak doldurdukları Etkinlik Formu 1'i incelemeleri istenir. Öğrencilere aşağıda yer alan düşünme soruları sorularak sınıf içerisinde büyük grup tartışması yapılır.

- İç açılarının ölçülerini bulduğunuz bütün üçgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?
- İç açılarının ölçülerini bulduğunuz bütün dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?
- Tüm üçgenler ve dörtgenler için geçerli olabilecek bir genelleme yapılabilir mi? Bu genellemenin doğru olduğu nasıl kanıtlanabilir? Açıklayınız.

Öğrencilerden, üçgenlerin ve dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamının bulunmasında kullanılabilecek farklı ispat yöntemlerini araştırarak sınıfta sunmaları istenir. Öğrencilerin ispat yapma görevindeki performansları değerlendirme bölümündeki uygun değerlendirme formuyla değerlendirir.

### Çokgenleri Keşfedelim

Bu başlık altında çokgenlerin temel özelliklerini keşfetmeye, düzgün olmayan çokgenler ve düzgün çokgenler arasındaki benzerlik ve farklılıkları açıklamaya yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

Öğrenciler 2'şerli gruplara ayrılır. Her gruba örüntü bloklarından ikişer adet kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar üçgen, düzgün dörtgen, paralel kenar, ikizkenar üçgen ve düzgün altıgen dağıtılır.

**1. Adım:**

Öğrencilerden, bu geometrik şekilleri incelemeleri ve bu geometrik şekillerin ortak özelliklerini grup içerisinde tartışarak listelemeleri istenir. Gruplar kendi aralarında ortak özellikler üzerine tartışır.

Örneğin öğrencilerin; her bir geometrik şeklin kenarı birer doğru parçasıdır. Her geometrik şeklin köşeleri ve açıları vardır. Her geometrik şekil en az 3 kenara sahiptir. Her geometrik şekil kapalı bir şekildir gibi özellikleri listelemeleri beklenir.

Öğrenciler örüntü bloklarında yer alan geometrik şekillerin ortak özelliklerini bulduktan sonra onlara çokgen tanımı verilir ve buldukları ortak özelliklerle çokgen tanımı arasında benzerliklerin olup olmadığı üzerine tartışma yürütülür. Bu tartışma sonucunda dağıtılan tüm geometrik şekillerin aslında birer çokgen oldukları öğrencilere keşfettirilir. Kapalı olmayan ve kenarları doğru parçası olmayan eğrisel şekil örneklerine de yer verilerek bu tür şekillerin çokgen olmadıklarına değinilir.

**BİLGİ KUTUSU**

**Çokgen:** Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillerdir. n tane noktanın birleştirilmesiyle oluşturulan **çokgenler** n gen olarak adlandırılır. Örneğin üçgen, dörtgen, beşgen vs.

**TARTIŞMA SORUSU**

Çember ve daire bu tanıma göre bir geometrik şekil midir? sorusu üzerine sınıf içerisinde tartışma gerçekleştirilir.

Düz ve eğri çizgilerle oluşturulan kapalı şekiller geometrik şekillerdir. Çember ve dairenin kenarı, köşesi yoktur. Çember ve daireyi diğer geometrik şekillerden ayıran en önemli özellik budur.

### 2. Adım:

Öğrencilerden, dağıtılan geometrik şekilleri tekrar incelemeleri istenir. Ardından öğrencilere "Geometrik şekiller hangi özelliklerine göre sınıflandırılır?" sorusu yöneltilir. Öğrencilerden ellerinde bulunan geometrik şekilleri sınıflandırmaları beklenir. Ardından her grubun yaptığı sınıflamalar incelenir.

Öğrencilerin "Geometrik şekiller hangi özelliklerine göre sınıflandırılır?" sorusuna, kenar uzunluğu, kenar sayısı, açı, köşe sayısı gibi cevaplar vermeleri beklenir. Çokgenlerin kenar ve köşe sayılarına göre sınıflandırıldıkları (üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen vb.) belirtilir.

### 3. Adım:

Öğrencilere, Etkinlik Formu 2, cetvel ve açı ölçer dağıtılır. Öğrencilerden kâğıtta yer alan tüm çokgenlerin bütün açılarının ve kenar uzunluklarının ölçülerini bulmaları istenir.

Tüm çokgenlerin açılarının ve kenar uzunluklarının ölçüleri bulunduktan sonra, öğrencilere *"Çokgenler kenar uzunluklarının ve açılarının ölçülerine göre nasıl sınıflandırılabilir?"* sorusu sorulur. Kenar uzunluklarının ölçüleri birbirine eşit olan ve açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlerin bir grup, kenar uzunluklarının ölçüleri ve açılarının ölçüleri birbirine eşit olmayan çokgenlerin ise başka bir grupta yer aldığı keşfettirilmeye çalışılır. Daha sonra düzgün çokgen tanımı verilir.

**BİLGİ KUTUSU**

Bütün kenarlarının uzunlukları eşit ve bütün açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

**4. Adım:**

Etkinlik Formu 3 dağıtılır. Öğrencilerden düzgün olan ve olmayan çokgenlerin ortak olan ve olmayan özelliklerini Venn şemasına yazmaları istenir.

Öğrenciler tekrar 2 kişilik gruplara ayrılarak öğrencilere örüntü blokları dağıtılır. Öğretmen tarafından aşağıda yer alan etkinlik yönergesi öğrencilere açıklanarak etkinliğe başlanır.

## Çokgenleri Keşfedelim

- Öğrencilerden, örüntü bloklarında yer alan geometrik şekilleri kullanarak düzgün çokgenler (kare, eşkenar üçgen ve düzgün altıgen gibi düzgün çokgen isimleri verilmez öğrencilerin seçim yapmaları beklenir) oluşturmaları istenir.
- Aynı geometrik şekil birden fazla kez kullanılabilir.
- Öğrencilerden, soruya olabildiğince farklı alternatif çözümler sunmaları istenir.
- Dikdörtgen ve paralel kenar gibi diğer geometrik şekillerin neden düzgün çokgen olmadığı üzerine tartışmalar yürütülür.

*"Düzgün çokgen oluşturma etkinliği cevap anahtarı"* başlığı altında olası cevap anahtarlarına yer verilmiştir.

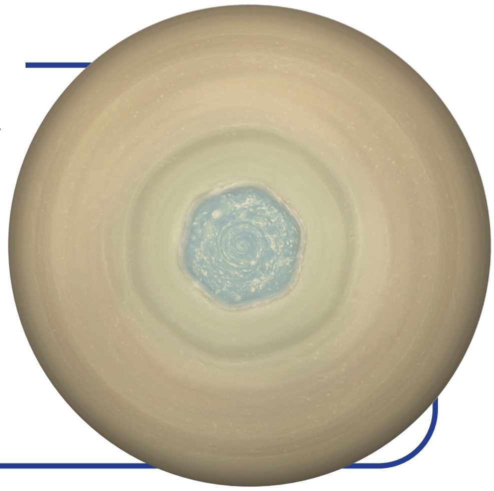
## EK ETKİNLİK

Sanatta ve mimari alanlarda çokgenler sıklıkla kullanılmaktadır. Öğrencilere Etkinlik Formu 4 dağıtılır. Öğrencilerden Eyfel Kulesi içerisinde yer alan farklı çokgenleri bulmaları istenir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

NASA, Cassini görevi sırasında Satürn gezegeninde ilginç bir hava olayını görüntüledi.

Satürn gezeninin Kuzey Kutup Bölgesinde dönen fırtına bulutları sebebi ile altıgen şeklinde bir hava akımı görüntülenmiştir. Bu altıgen şeklinde görüntülenen hava akımının ise ne kadar zamandır orada olduğu bilinmemektedir (NASA,2021).



## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin ispat yapma görevindeki performansları *“Açıdan Çokgene Yolculuk Etkinliği Performans Değerlendirme 1”* formu kullanılarak değerlendirilir. Bu formlara ait etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

Öğrencilerden dergi, gazete ve internet sayfası gibi bilgi edinebileceği yerlerde olan çokgen örneklerinin fotoğraflarını sınıfa getirmeleri istenerek öğrencilerle çokgen panosu oluşturma çalışması yapılır. Sınıfa getirilecek çokgen örneklerinin kriter tablosunda yer alan maddelere uygun olması gerektiği belirtilir. Öğrencilerin getirdikleri çokgen örnekleri “Açıdan Çokgene Yolculuk Etkinliği Performans Değerlendirme 2” formu kullanılarak değerlendirilir. Bu formlara ait etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

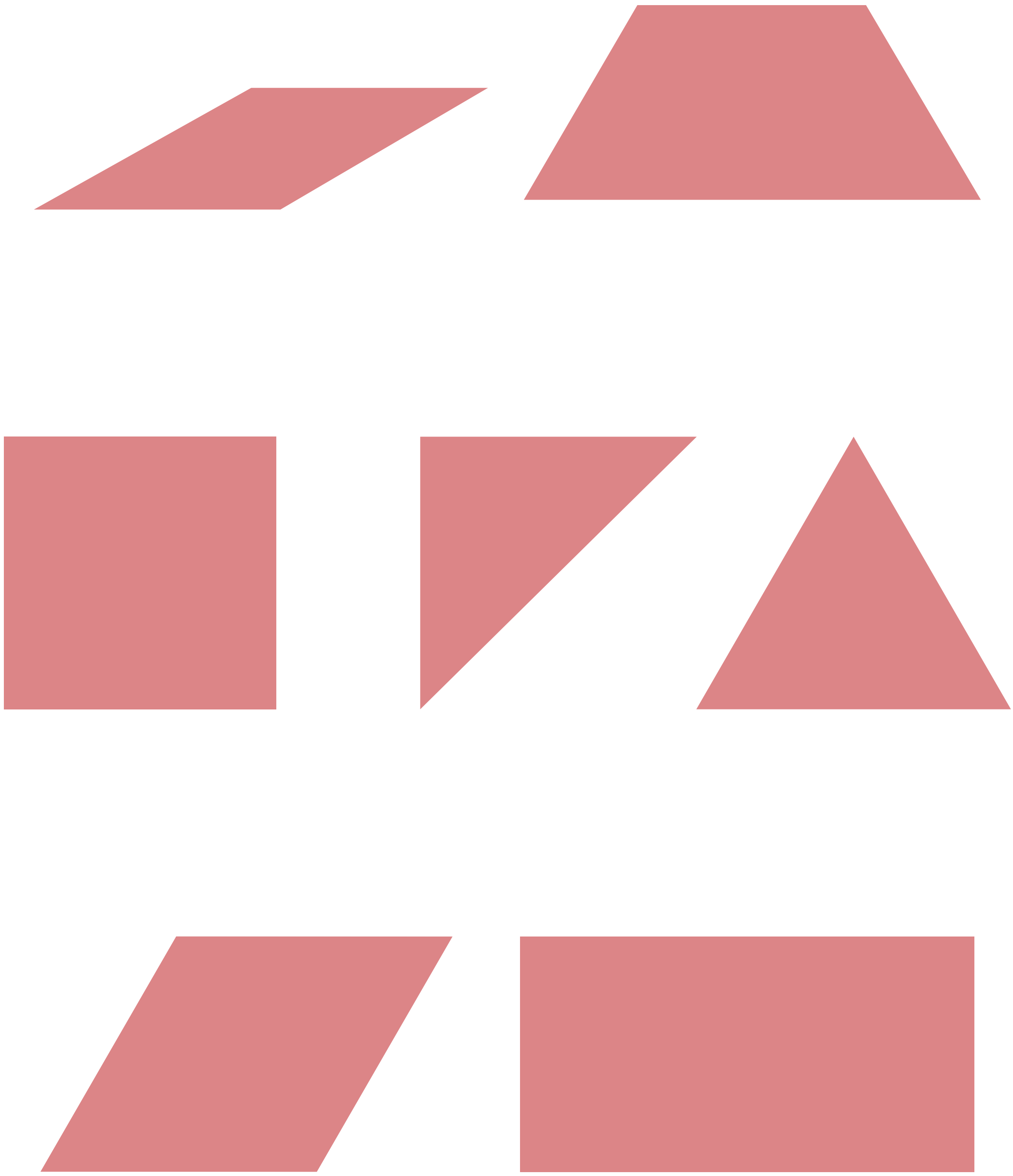
Gelen ürünlerden farklı çokgen türlerine göre pano oluşturulur.

## KAYNAKÇA

Saturn's Hexagon in Motion. NASA. HYPERLINK “https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/science/saturn/hexagon-in%20motion/” https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/science/saturn/hexagon-in motion/(Erişim Tarihi: 19.04.2021).

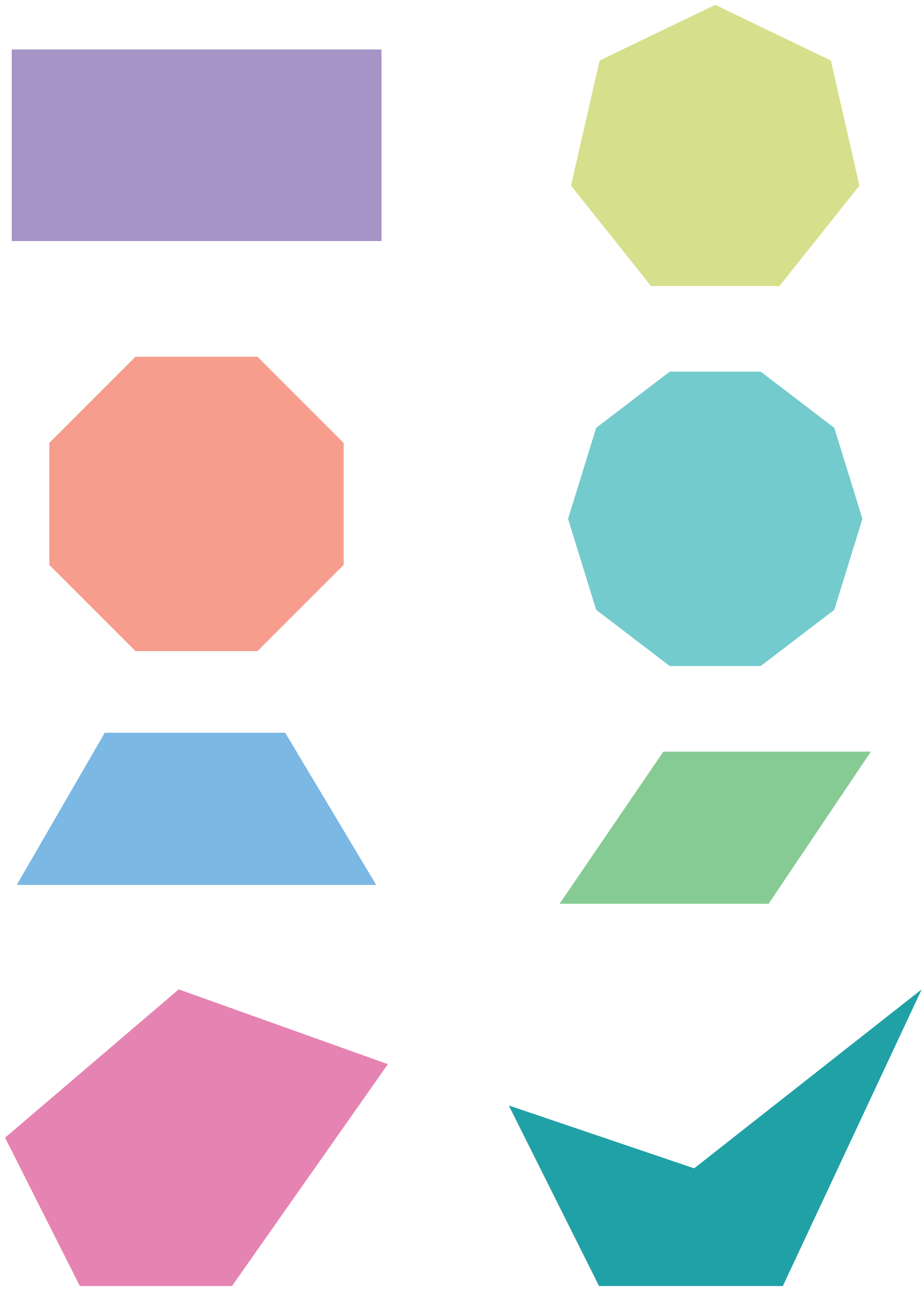
## ETKİNLİK FORMU - 1

Doğru açı ve örüntü bloklarından yararlanarak aşağıdaki geometrik şekillerin bütün iç açılarının ölçülerini bulunuz. Bulduğunuz açı ölçülerini ilgili geometrik şeklin üzerine not alınız.



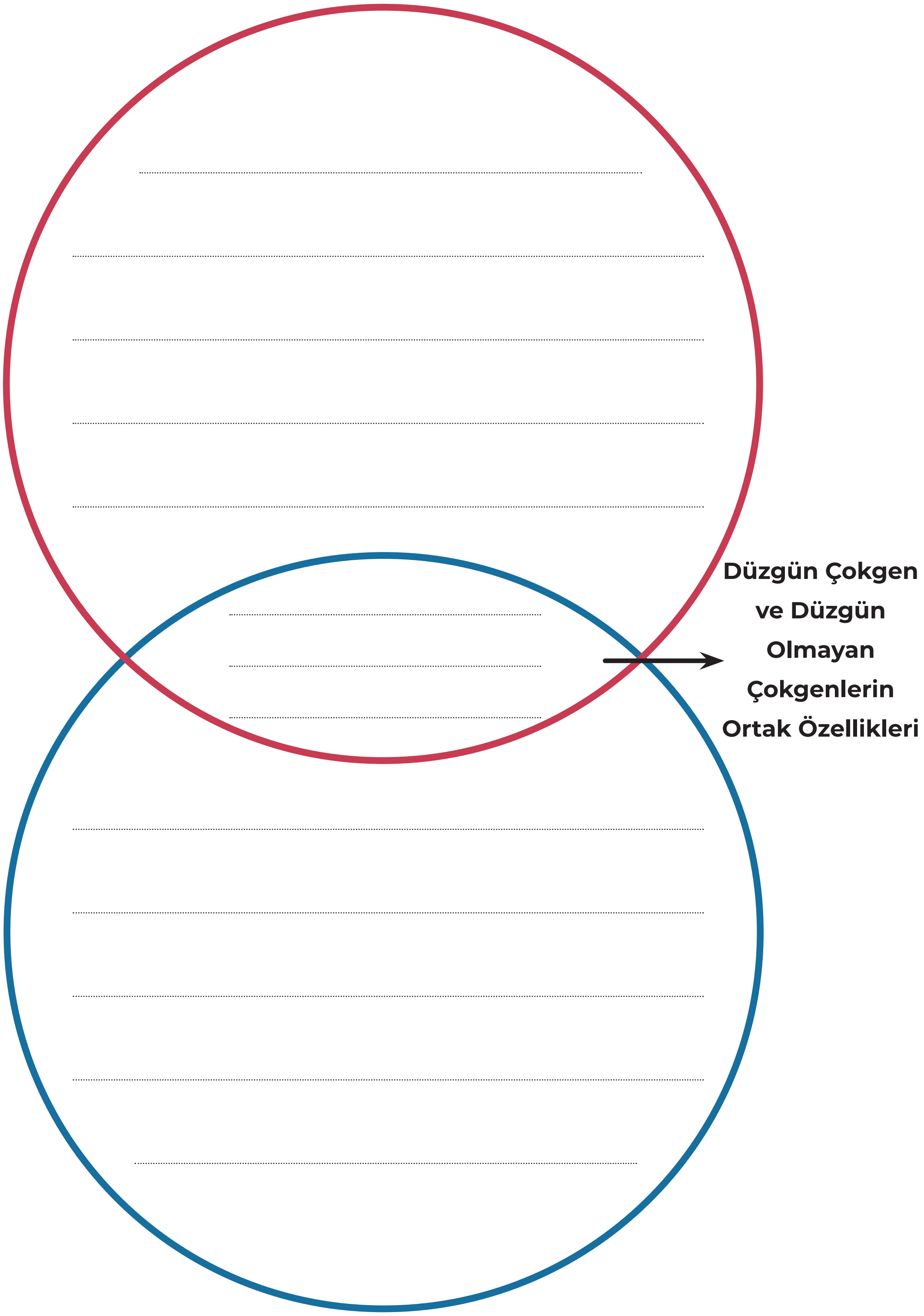
## ETKİNLİK FORMU - 2

Aşağıda yer alan çokgenlerin tüm açılarının ve kenar uzunluklarının ölçülerini bulunuz.



## ETKİNLİK FORMU - 3

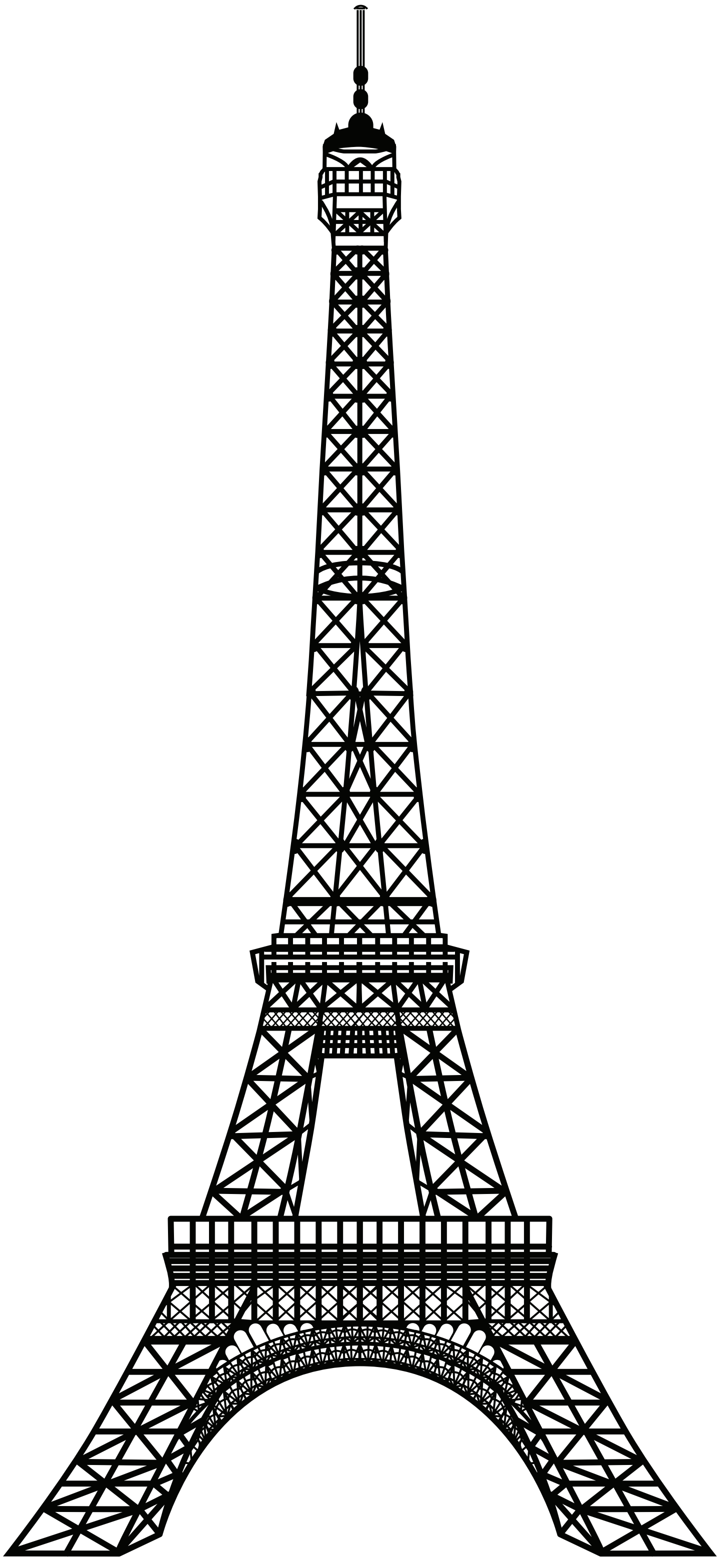
**Düzgün Çokgenlerin Özellikleri**




**Düzgün Olmayan Çokgenlerin Özellikleri**

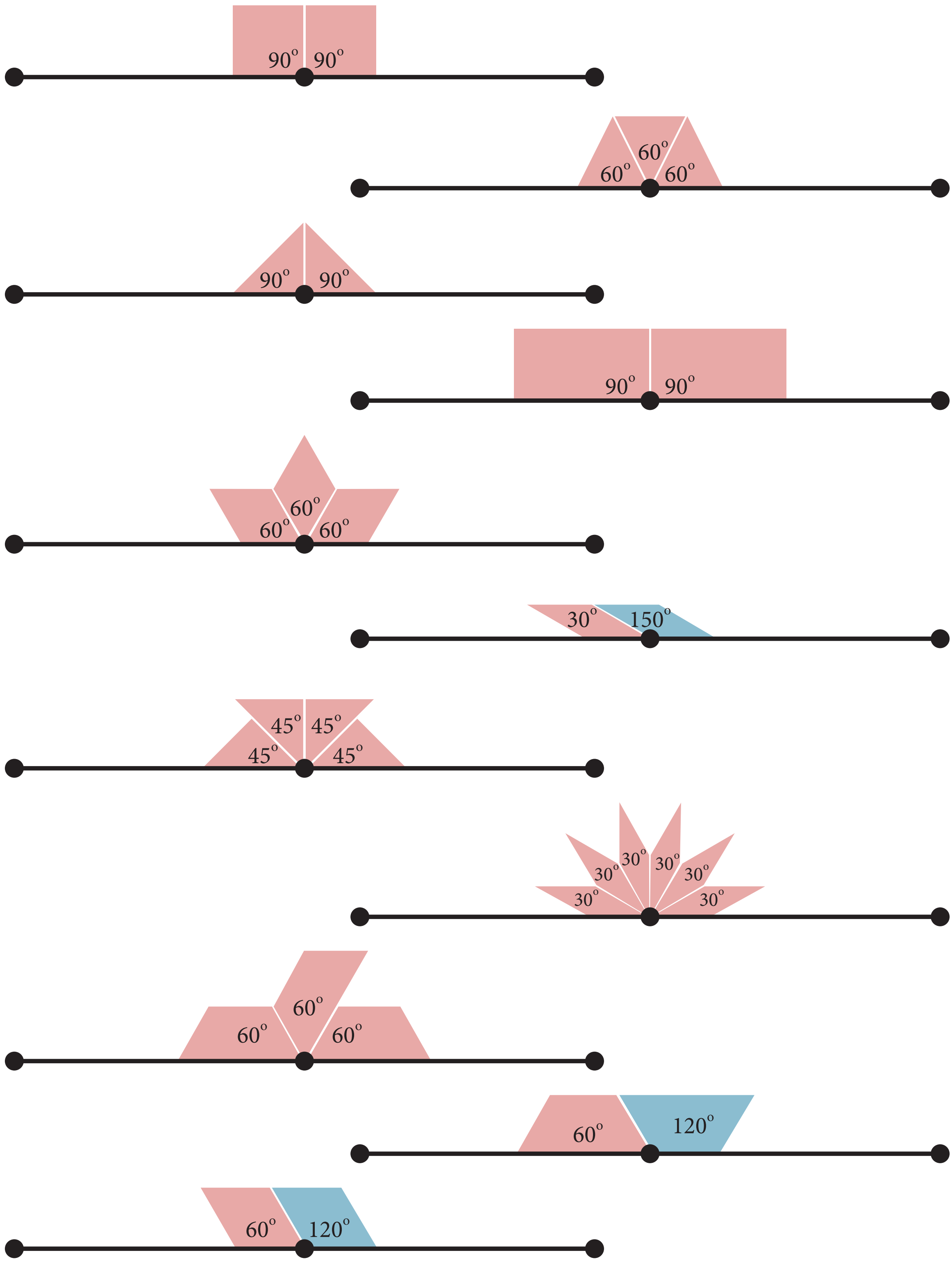
## ETKİNLİK FORMU - 4

Eyfel Kulesi içerisinde çok sayıda çokgen gizlenmiştir. Bir çokgen avcısı olarak Eyfel Kulesi içerisinde gizlenmiş farklı çokgenlerin tamamını bulabilir misin?



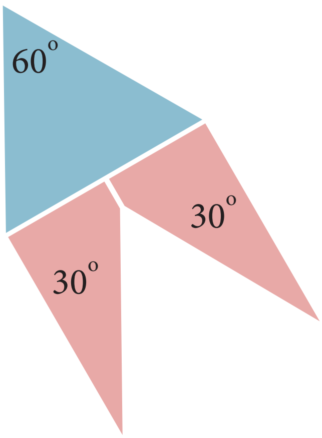
## İÇ AÇILARIN KEŞFİ CEVAP ANAHTARI

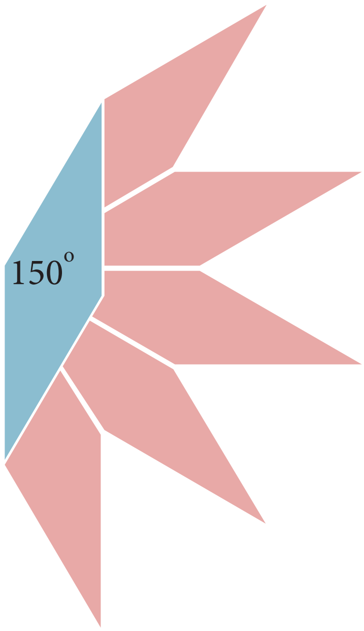
Karenin tüm açılarının ölçüleri birbirleri ile kıyaslandığında eşit oldukları keşfedilir. Doğru açıya iki eş kare yerleştirilirse bunların bütün açılarının ölçülerinin 90 derece olduğu bulunur. Benzer şekilde eş açılar kullanılarak diğer çokgenlerin de iç açılarının ölçüleri bulunabilir.

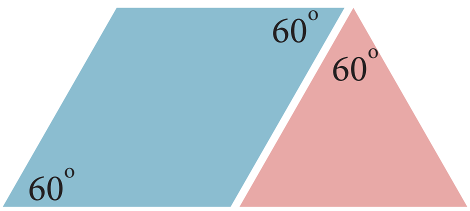


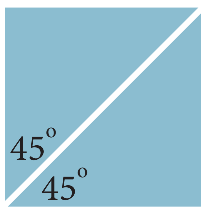
## İÇ AÇILARIN KEŞFİ CEVAP ANAHTARI

Bu çözümlerin dışında eşkenar üçgenin her açısının ölçüsünün 60 derece olduğu doğru açıdan hareketle bulunduysa aşağıdaki çözüm yolları da kabul edilebilir. Aşağıdaki çözüm yolları örnek olarak sunulmuştur, dolayısıyla olası tüm çözüm yollarını içermemektedir. Bu çözümler dışında, başka çokgenlerin iç açılarının ölçüleri de doğru açı kullanılarak bulunduysa diğer çokgenlerin iç açılarının ölçülerini bulmak için açıları bilinen çokgenler kullanılabilir.



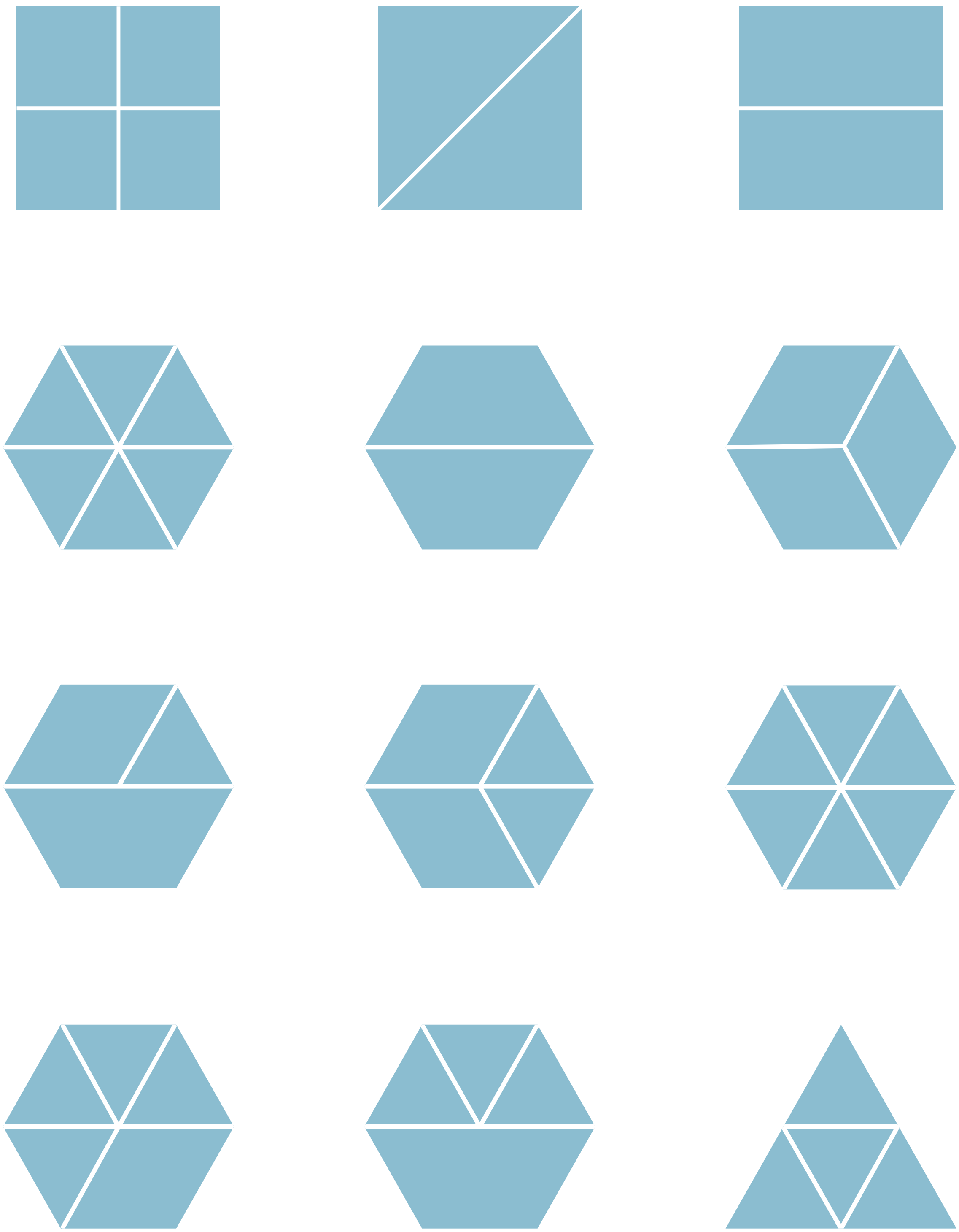



## DÜZGÜN ÇOKGEN OLUŞTURMA ETKİNLİĞİ CEVAP ANAHTARI

Kare, eşkenar üçgen ve düzgün altıgen için alternatif yöntemlerle oluşturulmuş tüm cevaplar kabul edilir. Aşağıda olası cevaplardan bazı örnekler sunulmuştur.



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARINI TANIYORUM**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Çokgen**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Farklı üçgen çeşitlerinde kenarortay, kenar orta dikme, açıortay ve yüksekliği keşfeder.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, A4 kâğıdı, makas, renkli kalemler.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte öğrencilerin matematiksel kavram ve kuralları farklı temsil biçimleriyle göstererek bu farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurabilmeleri beklenmektedir. Etkinlik görsel sanatlar alanı ilişkilendirilerek yapılandırılmıştır. Bir kâğıt katlama sanatı olan origamiden yararlanarak iki boyutlu ve üç boyutlu formlar oluşturulmuştur. Bu formlardaki oluşan üçgenlerdeki geometrik yapılar (kenarortay, kenar orta dikme, açıortay ve yükseklik) gözlemlenmiştir ve yapılan gözlemlere yönelik çıkarımlarda bulunulmuştur.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte öğrencilerin, kenarlarına ve açılarına göre farklı üçgen çeşitlerinde üçgenin yardımcı elemanlarını (yüksekliği, kenarortay, açıortay ve kenar orta dikme) keşfetmeleri amaçlanmıştır. Bunun yanı sıra etkinlikte öğrencilerin problem çözme sürecinde kendi düşüncelerini ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilmeleri, uzamsal düşünebilmeleri, matematik ve sanat arasındaki ilişkiyi fark edebilmeleri, üst düzey düşünme becerilerini geliştirebilmeleri de hedeflenmiştir.

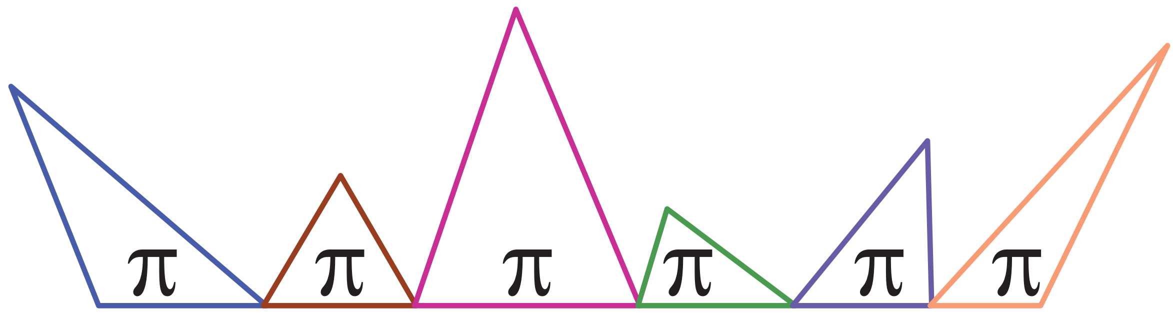
## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğretmen, öğrenci sayısı kadar Etkinlik Formu'nu çıktı alır. Ders sürecinde tahtaya yansıtacağı görsel materyalleri etkinlik öncesinde hazırlamalıdır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### 1. Adım:

Öğretmen *"Ayşe Öğretmen 14 Mart Dünya Matematik Günü kutlamaları için sınıfını süsleyecektir. Öğrencilerinden aşağıdaki şekilde kâğıtlar keserek süsleme modelini hazırlamalarını istemektedir."* diye belirtir.




Şekil 1. Süsleme modeli

Ardından öğretmen öğrencilere, Ayşe Öğretmenin sınıfını süslemek için kullandığı modeldeki şekillere yönelik: ***"Bu şekil nedir?, Günlük hayatınızda bu şekli nerelerde gözlemliyorsunuz?, Daha önce sınıfınızı süslemek için böyle bir şekil kullandınız mı?, Siz hangi geometrik şekillerle sınıfınızı süslüyorsunuz? Bu süslemedeki şekilleri nasıl tanımlarsınız ve diğer şekillerden nasıl ayırt edersiniz?"*** gibi sorular yönelterek öğretmen öğrencilerin üçgeni matematiksel olarak tanımlamalarını ve Şekil 1'de verilen üçgen çeşitlerinin özelliklerini (köşe, kenar, açı) ifade etmelerini ister. Öğrencilerin üçgen ve çeşitleri ile ilgili ön bilgilerini değerlendirir.

### 2. Adım:

Öğretmen, Etkinlik Formu'nu öğrencilere dağıtır. Öğrencilerden bu modeli kesmelerini ister. Öğretmen de aynı şekilde Etkinlik Formu'nda verilen üçgen modelini sınıfta keser. Kesilen üçgen modelinde köşelerin şekilde verildiği gibi A, B ve C harfleri ile isimlendirilmesini ister. Öğretmen kesilen modelin hangi üçgen çeşidi olduğunu sorar. Üçgenin kenar ve açı özelliklerine yönelik sorular yönelterek verilen üçgen modelinin çeşit kenar ve dar açılı bir üçgen olduğu keşfettirilir. Öğretmen kesilen üçgen modeli üzerinde A köşesini temel alarak Tablo 1'de verilen *Üçgenin Yardımcı Elemanlarının Kâğıt Katlayarak Oluşturulma Aşamaları* doğrultusunda önce yüksekliğin katlama yönergesini takip ederek katlama yapar. Ardından oluşan katlama izini renkli bir kalemle belirginleştirir ve katlama izinin üçgeni kestiği noktayı D harfi ile isimlendirir. Aynı işlemleri öğrencilerden yapmalarını ister. Öğrencilere:

- **AD doğru parçası ile ABC üçgenini nasıl ilişkilendirirsiniz?**

Sorusu yöneltilerek AD doğru parçasının üçgenin herhangi bir köşesinden o köşenin karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına çizilen dik doğru parçası (üçgenin o kenarına ait) olduğu fark ettirilir.

Sonra öğretmen kenarortayın katlama yönergesini takip ederek katlama yapar. Ardından oluşan katlama izini renkli bir kalemle belirginleştirir ve katlama izinin üçgeni kestiği noktayı E harfi ile isimlendirir. Aynı işlemleri öğrencilerden yapmalarını ister. Öğrencilere:

- **AE doğru parçası ile ABC üçgenini nasıl ilişkilendirirsiniz?**

Sorusu yöneltilerek AE doğru parçasının üçgende bir kenarın orta noktasını karşı köşeye birleştiren doğru parçası olduğu fark ettirilir.

Öğretmen, açıortayın katlama yönergesini takip ederek katlama yapar. Ardından oluşan katlama izini renkli bir kalemle belirginleştirir ve katlama izinin üçgeni kestiği noktayı F harfi ile isimlendirir. Aynı işlemleri öğrencilerden yapmalarını ister. Öğrencilere :

- **AF doğru parçası ile ABC üçgenini nasıl ilişkilendirirsiniz?**

Sorusu yöneltilerek AF doğru parçasının üçgenin bir iç açısını iki eş parçaya bölen (üçgenin o açısına ait) doğru parçası olduğu fark ettirilir.

Öğretmen, kenar orta dikmenin katlama yönergesini takip ederek katlama yapar. Ardından oluşan katlama izini renkli bir kalemle belirginleştirir ve katlama izinin üçgeni kestiği noktayı G harfi ile isimlendirir. Aynı işlemleri öğrencilerden yapmalarını ister. Öğrencilere :

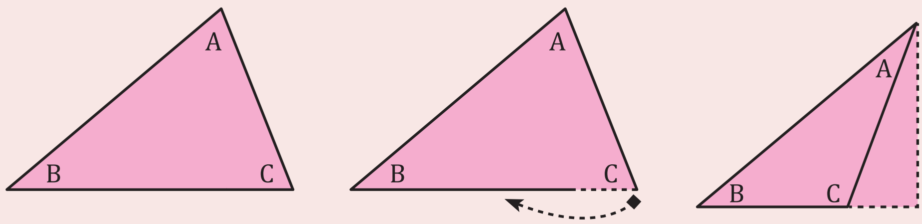
- **EG doğru parçası ile ABC üçgenini nasıl ilişkilendirirsiniz?**

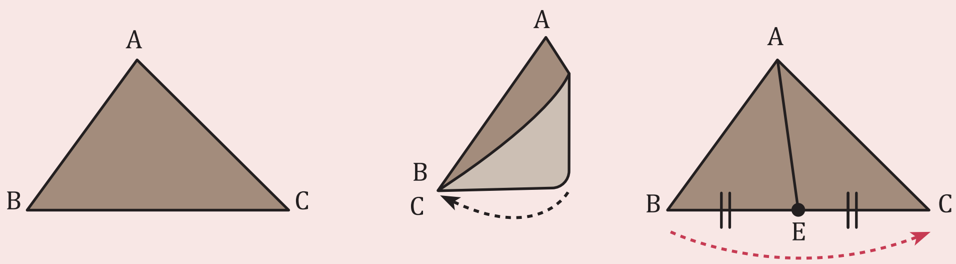
Sorusu yöneltilerek öğrencilere EG doğru parçasının üçgenin kenarlarını dik olarak iki eş parçaya bölen doğru parçası olduğu fark ettirilir.

Öğrencilere yükseklik, açıortay, kenarortay ve kenar orta dikme kavramlarına yönelik farkındalık kazandırılmasının ardından öğretmen bu kavramların tanımlamalarını yapar.  Ardından öğretmen öğrencilerden katlama yaptıkları üçgen modeli üzerinde yükseklik, açıortay, kenarortay, ve kenar orta dikme uzunluklarını karşılaştırmalarını ister. Öğrencilerin gözlem yaparak yükseklik, açıortay, kenarortay, ve kenar orta dikme uzunluklarının *kenarortay uzunluğu>açıortay uzunluğu>yükseklik uzunluğu>kenar orta dikme uzunluğu* şeklinde sıralandığını keşfetmeleri beklenir.

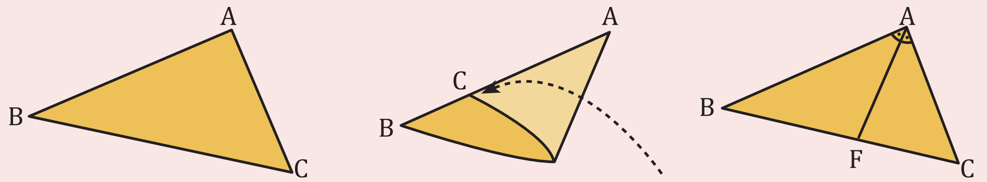
Ardından öğretmen, öğrencilerden aynı katlama yönergesine bağlı kalarak bu sefer A köşesi için yaptıkları işlemi B ve C köşelerini temel alarak katlama yapmalarını ister. Tüm köşelerden yükseklik, açıortay, kenarortay, ve kenar orta dikme katlamaları yapmalarının ardından öğrencilerden oluşan katlama izlerine ilişkin gözlemlerini ifade etmeleri istenerek üçgenin yardımcı elemanlarının özelliklerini öğrencilerin keşfetmeleri sağlanır (Örneğin bir üçgende açıortayların ve kenarortayların üçgenin iç bölgesinde kesişmesi gibi).

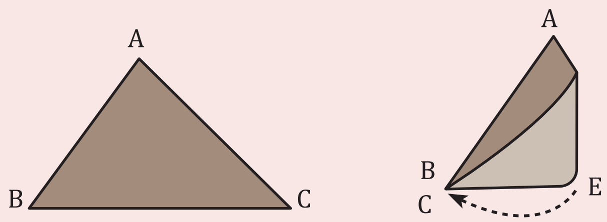
Tablo 1. Üçgenin yardımcı elemanlarının kâğıt katlayarak oluşturulma aşamaları

<table>
<tr>
<td>Kâğıt katlayarak yükseklik inşa etme</td>
<td>

Kat çizgisi A köşesinden geçecek şekilde ve BC doğru parçasının doğrultusunu bozmadan katlayalım. Katlama çizgisi ile BC kenarının keşistiği noktayı (D noktası) A köşesiyle bireştirelim. Katlama izini kalem kullanarak belirginleştirip üçgeni açalım. Katlama çizgisi BC kenarına dik olduğu için oluşan doğru parçası yükseklik olarak adlandırılır.</td>
</tr>
<tr>
<td>Kâğıt katlayarak kenarortay inşa etme</td>
<td>

B ve C noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım. Üçgeni açıp kat çizgisi ile BC kenarının kesiştiği noktayı (E noktası) A köşesiyle birleştirelim. [AE], BC kenarını 2 eş parçaya ([BE] = [EC]) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Kâğıt katlayarak açıortay inşa etme</td>
<td>


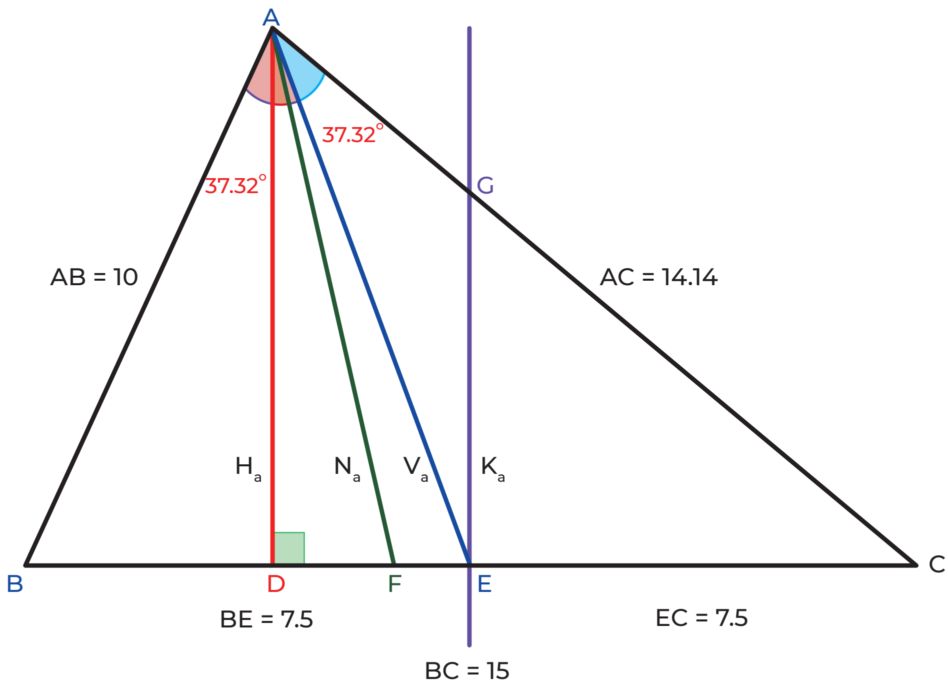
AC kenarı, AB kenarının üzerine gelecek şekilde üçgeni katlayalım. Üçgeni açıp kat çizgisi ile BC kenarının kesiştiği noktayı (F noktası) A köşesiyle birleştirelim. [AF], A açısını iki eş açıya ayırdığı için açıortay olarak adlandırılır.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Kâğıt katlayarak kenar orta dikme inşa etme</td>
<td>


B ve C noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım. Üçgeni açıp kat çizgisini belirginleştirelim. Bu çizgi BC kenarını 2 eş parçaya ([BE] = [EC]) ayırdığı ve BC kenarını dik kestiği için kenar orta dikme olarak adlandırılır.
</td>
</tr>
</table>

### 3. Adım:

Öğretmen öğrencilere: ***"Üçgenin yardımcı elemanlarına yönelik elde ettiğiniz özellikler ve gözlemlediğiniz ilişkiler açılarına ve kenarlarına göre farklı üçgen çeşitleri için de doğru mudur?"*** sorusunu yöneltir. Bu soruya yönelik öğrencilerin görüşleri alınır.

Öğretmen dinamik geometri yazılımları kullanarak oluşturulmuş Şekil 2'de köşelerinden çizilen açıortay, kenarortay ve yüksekliğin görülebileceği ve A, B ve C köşelerinin hareket ettirilebileceği bir çeşitkenar dar açılı üçgen modelini tahtaya yansıtır.




Şekil 2. Üçgenin Yardımcı elemanlarının gösterimi

Dinamik geometri yazılımının sürükleme özelliği kullanılarak oluşturulan çeşitkenar dar açılı üçgen modelinin köşe noktaları seçilip sürüklendiğinde oluşan çeşitkenar dar açılı üçgenlerin kenar uzunlukları ve açıları değişirken üçgenin yardımcı elemanlarının uzunluklarının da değiştiği ancak herhangi bir çeşitkenar üçgende ne kadar değişiklik yapılırsa yapılsın *kenarortay uzunluğu>açıortay uzunluğu>yükseklik uzunluğu>-kenar orta dikme uzunluğu* eşitsizliğinin değişmediği gözlemlenir.

Ardından öğretmen ***"Çeşitkenar dar açılı üçgenler seçtiğimizde böyle bir durum söz konusuyken, dik açılı-geniş açılı çeşitkenar üçgenlerdeki, geniş açılı-dar açılı-dik açılı ikizkenar üçgenlerdeki ve eşkenar üçgenlerdeki durum sizce nasıl olur?"*** diye sorar ve bu soruya yönelik öğrenci görüşlerini alır.

Dinamik geometri yazılımının sürükleme özelliğini kullanarak çeşitkenar dar açılı üçgen modeli köşelerinden sürükleme yapılarak belirtilen üçgen modellerine dönüştürülür. Öğrencilerden, açılarına ve kenarlarına göre farklı üçgen modellemelerinde üçgenin yardımcı elemanlarına yönelik değişimleri gözlemlemeleri ve çizilen yükseklik, açıortay, kenarortay ve bir kenara ait kenar orta dikme uzunluklarını karşılaştırmaları ve bu karşılaştırma sonucundaki gözlemlerini paylaşmaları istenir. İkizkenar ve eşkenar üçgen modellerinde *kenarortay uzunluğu=açıortay uzunluğu=yükseklik uzunluğu=kenar orta dikme uzunluğu* olduğu, diğer üçgen modellerinde ise *kenarortay uzunluğu>açıortay uzunluğu>yükseklik uzunluğu>kenar orta dikme uzunluğu* olduğu keşfettirilir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

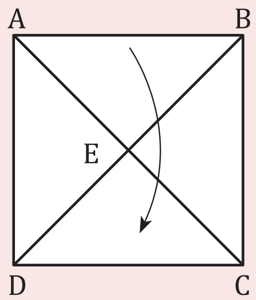
Öğrencilerin, farklı üçgen modelleri (dar açılı-dik açılı-geniş açılı çeşitkenar üçgenlerdeki, geniş açılı-dar açılı-dik açılı ikizkenar üçgenlerdeki ve eşkenar üçgendeki) üzerinde tüm köşelerini temel alarak kâğıt katlama yöntemi ile yükseklik, açıortay, kenarortay ve kenar orta dikmeyi oluşturmaları sağlanır. Öğrencilere uygulama yapabilmeleri için belli süre verildikten sonra yapılan katlamalar sonucunda oluşan yükseklik, açıortay, kenarortay ve kenar orta dikme doğru parçalarına yönelik gözlemlerini paylaşmaları istenir.

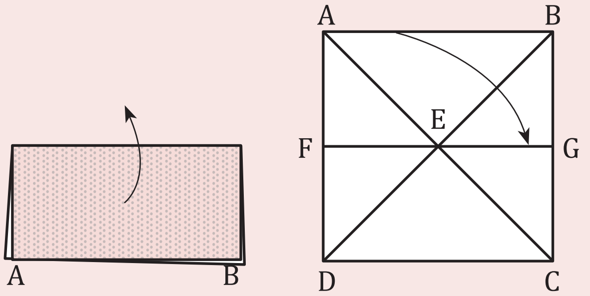
Üçgenin yardımcı elemanları dinamik geometri yazılımları veya pergel, cetvel, iletki kullanılarak öğrencilere çizdirilebilir.

### 4. Adım:

Öğretmen, her öğrenciye bir A4 kâğıdı verir. Tablo 3'te verilen katlama yönergesini tahtaya yansıtır. Verilen katlama yönergesi doğrultusunda hareket ederek öğrencilerle birlikte kuş modellemesi katlar. Öğrencilerden her katlama adımında oluşan şekillerin, katlama çizgilerinin ve yapılan katlamaların üçgenin yardımcı elemanlarından hangisi/leri olabileceğini yorumlarını ister.

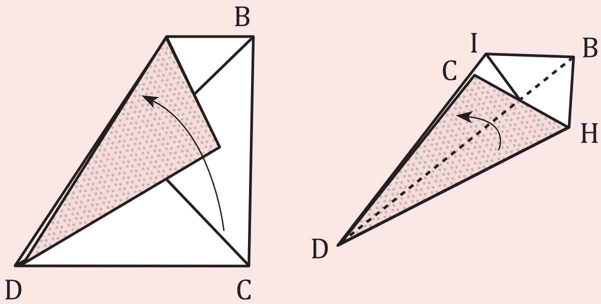
Tablo 2. Origami ile kuş yapımı aşamaları (sastry, 2007)

<table>
<tr><th colspan="2">Origami ile Kuş Yapımı Aşamaları</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Kare şeklinde bir kâğıdı keselim. A köşesini C köşesi üzerine, B köşesini D köşesi üzerine katlayalım ve yaptığımız katlamayı açalım.<br><br>Bu katlamada oluşan ABC, ADC, BCD ve BAD üçgenlerinin içindeki katlama izlerinin üçgenin yardımcı elemanlarından hangisi/leri olabileceğini yorumlayalım.</td></tr>
</table>



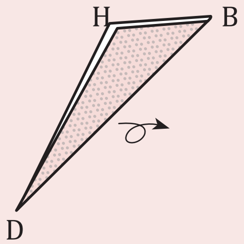

Açık hâlde bulunan karemizi A köşesi D köşesi ile B köşesi C köşesi ile üst üste gelecek şekilde katlayalım ve daha sonra yaptığımız katlamayı açalım.

Bu katlamada AED ve BEC üçgenlerin de oluşan katlama izlerinin (FE ve EG doğru parçaları) üçgenin yardımcı elemanlarından hangisi/leri olabileceğini yorumlayalım.



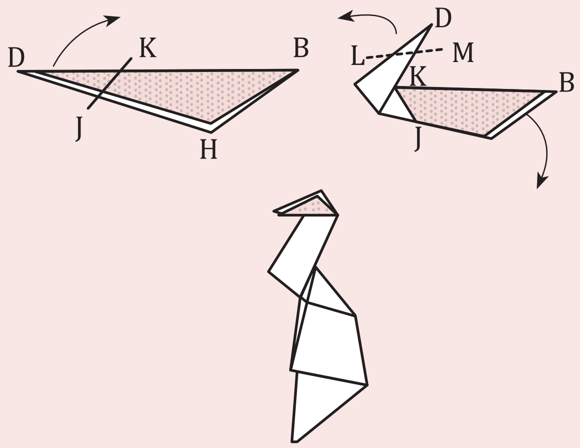

A köşesini FG doğru parçası üzerine gelecek şekilde D köşesinden geçen bir üçgen şeklinde katlayalım. Ardından CD kenarını C köşesinden tutup yaptığımız katlamanın üstüne katlayıp bir DIBH deltoidini oluşturalım.

Bu yaptığımız katlamada görülen katlama çizgisinin üçgenin yardımcı elemanlarından hangisi/leri olabileceğini yorumlayalım.

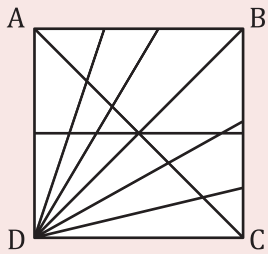



Şimdi de H köşesi I Köşesi üzerine gelecek şekilde bir katlama yapalım. DHB üçgenini oluşturalım.

Yaptığımız katlamanın DCH üçgenin D köşesi için üçgenin yardımcı elemanlarından hangisi/leri oluşturabileceğini yorumlayalım.




Ardından DH kenarı üzerinden herhangi birden JK katlamasını yapalım son olarak da oluşan şekil üzerinde LM katlamasını yapalım. Oluşturduğumuz kuşumuzu dikey tutalım.



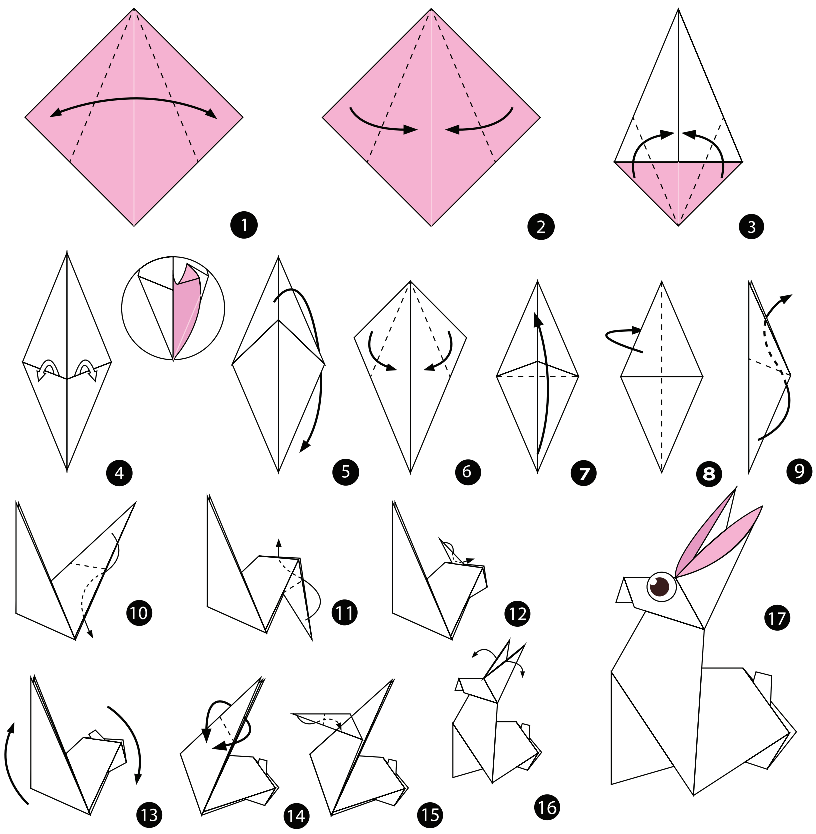

Son olarak katladığımız kuş modelimizi tamamen açalım ve gördüğümüz katlama çizgilerinin kesişim yerlerini isimlendirelim. Katlamalarımız sonucunda oluşmuş üçgenlerdeki katlama çizgilerinin üçgenin yardımcı elemanlarından hangisi/leri olabileceğini yorumlayalım.

## DEĞERLENDİRME

Dersin sonunda öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanlarına yönelik derste öğrendiklerini değerlendirmek için öğretmen öğrencilerden, aşağıda yapım aşamaları verilen çeşitli origami modellerinden birini seçmelerini ister. Öğrencilerin, seçtikleri modelin yapım aşamasında gözlemledikleri yükseklik, açıortay, kenarortay ve kenar orta dikme oluşumlarını paylaşmalarını ister ve gözlemlerini diğer öğrencilerle birlikte değerlendirir. Eğer öğretmen isterse farklı origami modellerinin yapım aşamalarındaki yükseklik, açıortay, kenarortay ve kenar orta dikme oluşumlarını da öğrencilere inceletebilir.

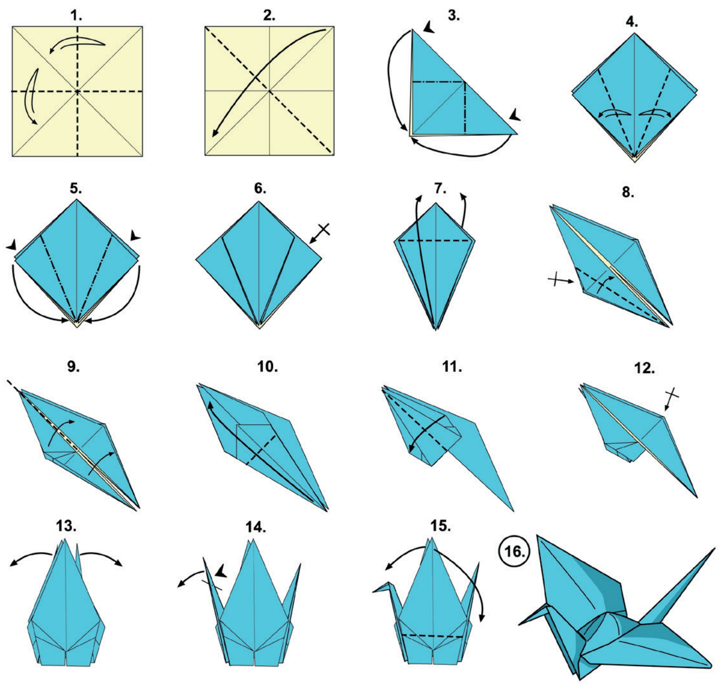
## DEĞERLENDİRME SORULARI

**Tavşan Modeli**



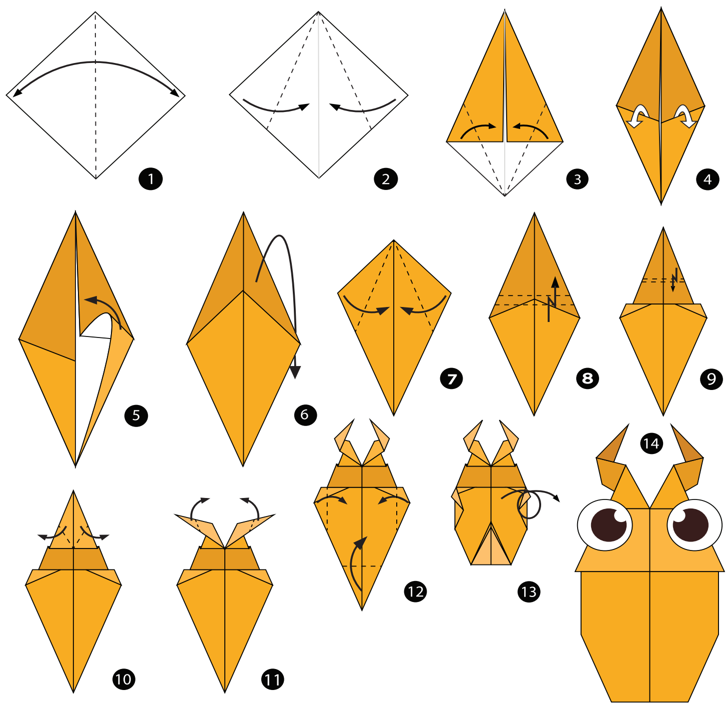

Tavşan modeli katlama aşamaları verilen yandaki şekilde gözlemlediğiniz yükseklik, açıortay, kenarortay ve kenar orta dikme oluşumlarını belirtiniz.

**Turna Kuşu Modeli**




Turna kuşu katlama aşamaları verilen yandaki şekilde gözlemlediğiniz yükseklik, açıortay, kenarortay, kenar orta dikme oluşumlarını belirtiniz.

**Geyik Böceği Modeli**



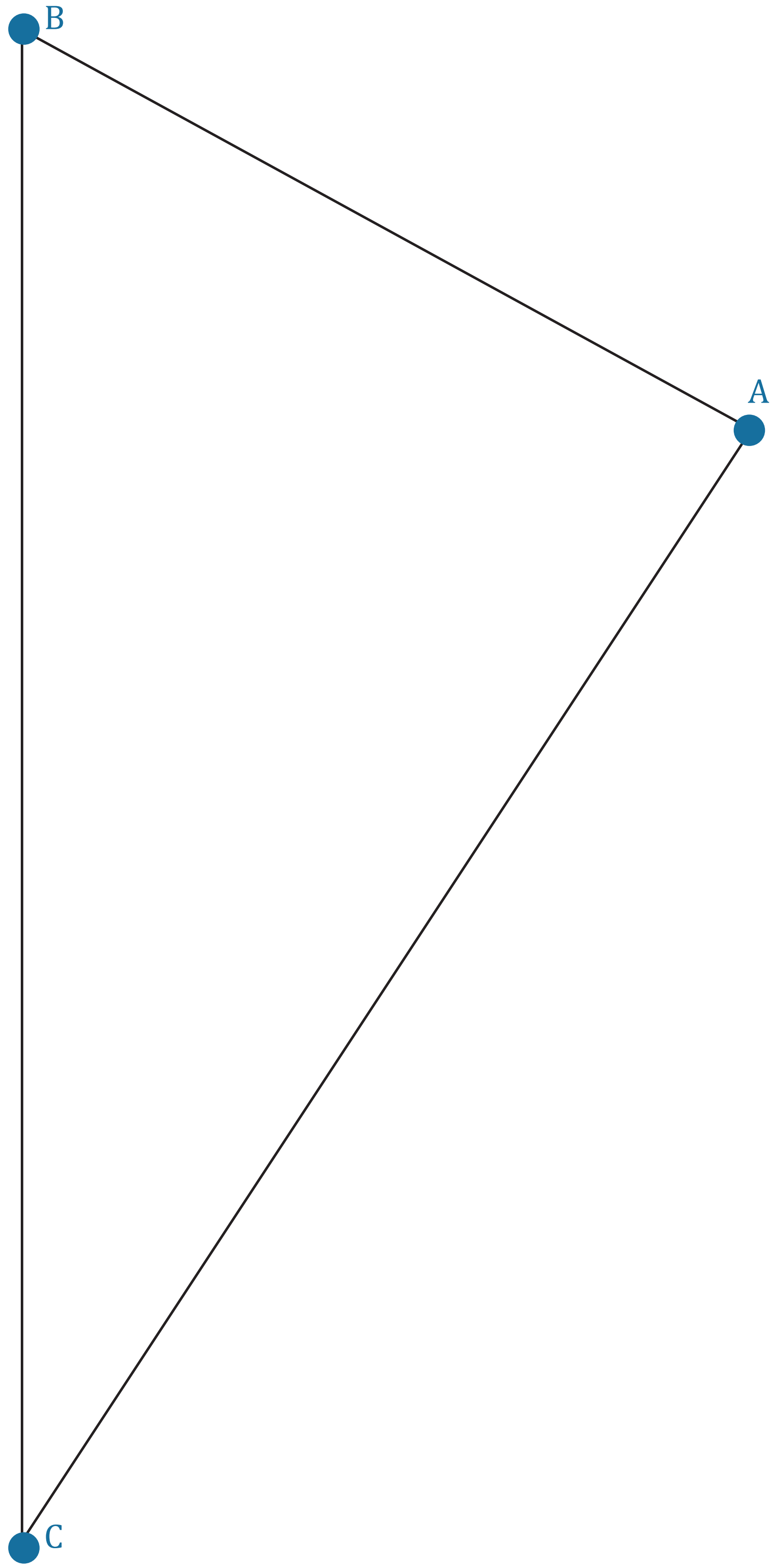

Geyik böceği katlama aşamaları verilen yandaki şekilde gözlemlediğiniz yükseklik, açıortay, kenarortay, kenar orta dikme oluşumlarını belirtiniz.

Öğretmen, ders içinde öğrencilerin çalışmalarını *“Üçgenin Yardımcı Elemanlarını Tanıyorum Dereceli Puanlama Anahtarı”*nı kullanarak değerlendirir. Bu etkinliğe ait *“Üçgenin Yardımcı Elemanlarını Tanıyorum Dereceli Puanlama Anahtarı”*nı etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKLAR

Sastry, V. S. S. (2007). *Origami Fun and Mathematics*. Vigyan Prasar.

## ETKİNLİK FORMU - 1



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: POLYOMİNOLAR**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Uzamsal İlişkiler**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ İki boyutlu geometrik şekiller ile çokgensel bölgeleri kaplar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Karton, cetvel, makas, boya kalemleri

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte, öğrencilerin kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri, matematiksel kavram ve kuralları çoklu temsil biçimleri ile gösterebilmeleri ve bu temsil biçimleri arasında ilişki kurabilmeleri beklenmektedir. Ayrıca etkinlik öğrencilere uzamsal görselleştirme becerisi kazandırma amacı doğrultusunda teknoloji tasarım alanı ile; iki boyutlu düzlemde şekillerin düzenlenmesinde sanat elemanlarını (çizgi, biçim vb.) ve tasarım ilkelerini (oran-orantı, çeşitlilik, birlik vb.) kullanabilmeleri amacı açısından ise görsel sanatlar alanı ile ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte öğrencilerin polyominoların özelliklerini keşfetmeleri, polyominolarla istenen kriterlere uygun bir şekilde verilen bir alanı kaplayabilmeleri amaçlanmaktadır. Etkinlik sonunda öğrencilerin grup çalışmalarında girişimcilik, iletişim, anadilde inisiyatif alma gibi yetkinlikler ile öz denetim, sabır, saygı, sevgi, sorumluluk, yardımseverlik gibi kök değerlerinin, bireysel anlamda ise mantıksal çıkarımlar yapma, yaratıcı düşünebilme, analiz etme ve özgün stratejiler bulma gibi becerilerinin ve akıl yürütme, tartışma, stratejik düşünme gibi matematiksel yetkinliklerinin gelişmesi beklenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

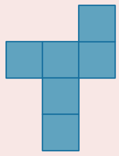
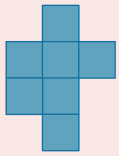
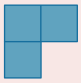
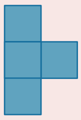
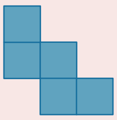
Öğretmen, rahat bir şekilde uygulama yapabilmek için dersten önce her öğrenci için Etkinlik Formu' nu çıktı alır. Öğretmen dersteki etkinlikleri poliomino parçaları kullanarak da yaptırabilir. Kareli kâğıtta öğrencilerin bu bu parçaları çizmelerini isteyerek de yaptırabilir. Bu doğrultuda ders öncesinde öğretmen yeterli sayıda kareli kâğıt ya da gerekli polimino parçalarını temin etmelidir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### 1. Adım:

Öğretmen ***"Daha önce polyominolarla karşılaşan oldu mu?"*** şeklinde bir soru sorarak derse giriş yapar ve öğrencilerin polyominolar ile ilgili hazırbulunuşluğunu tespit eder. Ardından "Gelin polyominolarla tanışalım" diyerek tahtaya Tablo 1'de verilen polyomino örneklerini yansıtır.

Tablo 1. Polyomino örnekleri

| Polyomino çeşidi | Örneği | Polyomino çeşidi | Örneği |
|---|---|---|---|
| **mino** |  | **Hexomino** |  |
| **domino** |  | **Heptomino** |  |
| **trimino** |  | **Octomino** | **?** |
| **tetramino** |  | **Nonomino** | **?** |
| **pentamino** |  | **Decomino** | **?** |

### 2. Adım:

Ardından tahtaya yansıtılan bu şekillerin nasıl oluştukları, birbirleriyle ne gibi benzerlikler ve farklılıklar gösterdikleri ve isimlerinin neye göre belirlendiği sorulur. Öğrencilerin görüşleri alındıktan sonra Tablo 1'deki şekillerin polyominolar (poliomino) olarak adlandırıldığı söylenir. Polyominoların birim karelerden oluşan ve bir ya da daha fazla eş karenin komşu olan kenarlarının birleştirilmesiyle elde edilen geometrik şekiller oldukları ifade edilir. Polyominoların sahip oldukları hücre sayısına göre sınıflandırıldığı belirtilerek:

- "monomino" olarak da bilinen şekillerin tek kareden,
- "domino" olarak bilinen şekillerin iki kareden,
- "trimino" olarak bilinen şekillerin üç kareden;

• “tetramino” olarak bilenen şekillerin dört kareden,

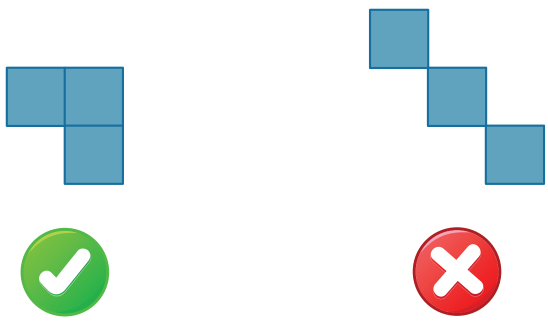
• “pentamino” olarak bilinen şekillerin ise beş kareden oluştuğu ifade edilir.

Ardından Tablo 2’de ifade edilen sayıların Latince karşılıkları öğrencilere verilir. Polyominoların isimlendirilmesi ile sayıların Latince karşılıkları arasında öğrencilerin ilişki kurarak polyominoların *(polyominoları oluşturan kare sayılarının Latince karşılığı+mino)* şeklinde isimlendirildiği keşfettirilir.

Tablo 2. Sayıların latince karşılığı

| Latince adı | Sayı | Latince adı | Sayı |
|---|---|---|---|
| Mono | 1 | 6 | Hekza |
| Di | 2 | 7 | Hepta |
| Tri | 3 | 8 | Okta |
| Tetra | 4 | 9 | Nona |
| Penta | 5 | 10 | Deka |

Şekil 1’de polyominoların doğru ve yanlış birleştirilmesine yönelik verilen örnekler paylaşılarak polyominoların köşelerle değil yan yana iki birim karenin tam bir kenarları boyunca temas ettirilerek birleştirildiğine ve şeklin kenarlar üzerinden bağlantılı olması gerektiğine dikkat çekilir.



Şekil 1. Polyominoların birleştirilmesine doğru ve yanlış örnekler

**3. Adım:**

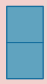
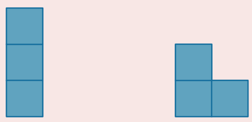
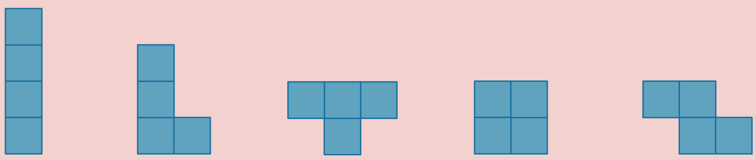
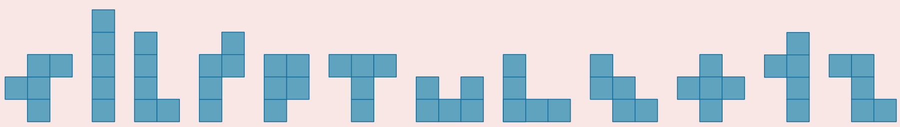
Öğretmen, Tablo 1’de eksik bırakılan “octomino”, “nonomino” ve “decomino”nun nasıl şekiller olabileceğine yönelik öğrencilerden tahtaya örnek şekiller çizmelerini ister. Örnek çizimler yapıldıktan sonra bu şekillerin tabloda verilenlerle sınırlı olmadığı, birden fazla oldukları sezdirilir.

**4. Adım:**

Her bir öğrenciye etkinlik kâğıdı verilir. Öğretmen, Etkinlik Formu 1’deki yönergeyi öğrencilere okur ve öğrencilerden herhangi bir dönüşüm hareketi yapılmadan oluşturulabilecek tüm farklı mino, domino, trimino, tetramino ve pentamino şekillerini etkinlik kâğıdındaki boşluğa çizmelerini ister. Yaptıkları çizim sonrasında kaç farklı mino, domino, trimino, tetramino ve pentamino şekli oluşturulabileceğini sorar.

Çizimler sonucunda oluşan şekillerle, alfabedeki harfler arasında benzetim yaparak bu şekilleri isimlendirmelerini ister. Öğrencilere, bu etkinliği yapmaları için yeterli süre verildikten sonra öğrencilerin buldukları polyomino parçalarını Tablo 2'ye çizmeleri ve ilgili parçayı hangi harfe benzettiklerini açıklamaları istenir. Yapılan çalışmalar birlikte değerlendirildikten sonra üzerinde çalışılan parçaların adetleri ve hangi harfle isimlendirildikleri açıklanır.

Tablo 3. Polomino Parçaları ve İsimlendirilmesi

| Polinominolar | Oluşturulan farklı şekiller | Adedi |
|---|---|---|
| mino |  | 1 |
| isimlendirme | I | |
| domino |  | 1 |
| isimlendirme | I (düz) | |
| trimino |  | 2 |
| isimlendirme | I (düz) L | |
| tetramino |  | 5 |
| isimlendirme | I (düz) L T O (kare) Z | |
| pentamino |  | 12 |
| isimlendirme | F I L N P T U V W T Y Z | |

## BİLGİ KUTUSU

Polyominolar 1907'den bu yana popüler bulmacalarda da kullanılmaktadır. Polyomino ismi 1953'te Solomon W. Golomb tarafından verilmiş olup bu isim Martin Gardner tarafından topluma tanıtılmıştır (Özer, 2013).

Polyominolar serbest polyominolar, tek taraflı polyominolar, sabit polyominolar şeklinde üç sınıfta incelenmektedir. Bazı serbest polyominoların çeşitli tiplerindeki sayıları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 4. Bazı serbest polyominoların çeşitli tiplerindeki sayıları

| Polyomino çeşidi | N hücreli çeşitli tiplerdeki polyominoların sayısı | Polyomino çeşidi | N hücreli çeşitli tiplerdeki polyominoların sayısı |
|---|---|---|---|
| monomino | 1 | octomino | 369 |
| domino | 1 | nonomino | 1.285 |
| triomino | 2 | decomino | 4.655 |
| tetramino | 5 | undecomino | 17.073 |
| pentamino | 12 | dodecomino | 63.600 |
| hexomino | 35 | ... | ... |
| heptomino | 108 | | |

2004 itibariyle, Iwan Jensen sabit polyominoları n=56'ya kadar numaralandırmıştır ve sabit polyominoların sayısı yaklaşık 6,915 x 1031'dir. Serbest polyominolar, Tomás Oliveira e Silva tarafından n=28'e ve daha sonra Toshihiro Shirakawa tarafından n=45'e kadar numaralandırılmıştır (Shirakawa, 2012).

### 5. Adım:

Öğretmen tarafından Etkinlik Formu 2 okunur. Öğrencilerden etkinlikte Marangoz Memduh Amca'nın yapması gereken 5 görev için gerekli olan tahta parçaları farklı renklerle göstererek boyamaları istenir. Bu çalışma için öğrencilere yeterli süre verildikten sonra şekiller tahtaya yansıtılarak öğrencilerden her bir şekil için polyominoların nasıl konumlanması gerektiğini göstermeleri istenir. Ayrıca her bir şekil için parçaların farklı şekillerde konumlandırıldığı farklı çözümleri göstermeleri istenir.

### 6. Adım:

**Sakladığım Poliomino Parçalarını Bul Oyunu**

Öğretmen sınıfı 2'şerli gruplara ayırır (öğrenci sayısına bağlı olarak gruptaki kişi sayısı değiştirilebilir ya da oyun bireysel olarak oynanabilir). Öğretmen, öğrencilere polyominolarla ilgili 6 etaptan oluşan bir oyun oynayacaklarını ve her etapta verilen görevi grup arkadaşlarıyla birlikte gerçekleştirmeleri gerektiğini ifade eder. Her etapta verilen görevi ilk bitiren gruba, oyun oluşturulan grup sayısının 1 fazlası puan olarak verilir. Görevi başarıyla tamamlayan her gruba bitirme sürelerine göre en yüksek puandan başlayıp 1'er puan azaltılarak puan verileceğini ifade eder. Görevi tamamlayamayan ya da yanlış şekilde tamamlayamayan gruplara ise 0 puan verileceği açıklaması yapılır. Örneğin 5 gruplu oyunda 1. olan gruba 6 puan, 2. olan gruba 5 puan, …, 5. olan gruba 2 puan, görevi tamamlayamayan (ya da yanlış tamamlayan) gruba ise 0 puan verilir. Öğretmen tahtaya grupların isimlerini ve aldıkları puanları yazar. Görevini tamamlayan grupların puanlama bitirme sırası önemli olduğu için “bitti” demeleri gerektiği ifade edilir. Her etap için gruplara 2’şer adet kareli kâğıt verilir.

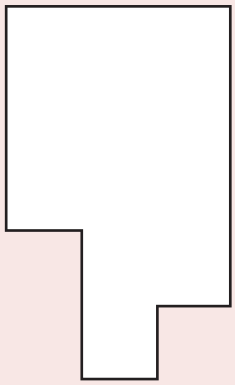
*Not: Oyun yönergesinde belirtilen süreler, etap sayısı vb. öğrencilerin görevi tamamlama hızlarına bağlı olarak değiştirilebilir.*

<table>
<tr><th>Etap</th><th>Oyun yönergesi</th></tr>
<tr><td>1. Etap</td><td>

- Gruplardan ellerindeki kareli kâğıda tüm tetramino parçalarını birer kez kullanarak kullanılan parçaların belirgin olduğu bir şekil oluşturmaları istenir. İkinci kareli kâğıda ise oluşturdukları şeklin sadece çevresini çizmeleri ve her iki çizimlerini de öğretmene teslim etmeleri istenir. Öğrencilerin çizimlerini yapabilmeleri için onlara 2 dakika süre verilir. (Puanlama yapılmaz)

**Örnek:**

Şekil 2. Şeklin belirlendiği çizim

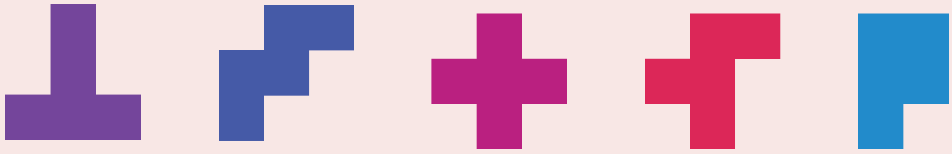


Şekil 3. Şeklin çevresi

- Ardından öğretmen, grupların hazırladıkları çizimleri, her gruba başka bir grubun çalışması gelecek şekilde masalara ters bir şekilde dağıtır. Buna göre diğer grubun çevresini çizdiği şekilde tetraminoların nasıl konumlandığını gösteren bir çizim yapmalarını ve kullanılan parçaları farklı renklere boyayarak göstermelerini ister. Puanlama kriterleri doğrultusunda gruplara puanları verilir.

</td></tr>
</table>

**2. Etap**



- Gruplardan ellerindeki kareli kâğıda yukarıda verilen parçalar dışında pentomino kullanmadan ancak her birini birer kez kullanarak parçaların belirgin olduğu bir şekil oluşturmaları istenir. İkinci kareli kâğıda ise oluşturdukları şeklin sadece çevresini çizmeleri ve her iki çizimlerini de öğretmene teslim etmeleri istenir. Öğrencilerin çizimlerini yapabilmeleri için onlara 2 dakika süre verilir. (puanlama yapılmaz)

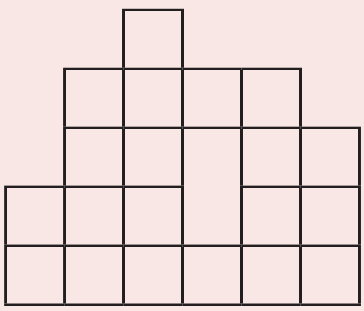
- Ardından öğretmen, grupların hazırladıkları çizimleri, her gruba başka bir grubun çalışması gelecek şekilde masalara ters bir şekilde dağıtır. Buna göre diğer grubun çevresini çizdiği şekilde pentaminoların nasıl konumlandığını gösteren bir çizim yapmalarını ve kullanılan parçaları farklı renklere boyayarak göstermelerini ister. Puanlama kriterleri doğrultusunda gruplara puanları verilir.

**3. Etap**

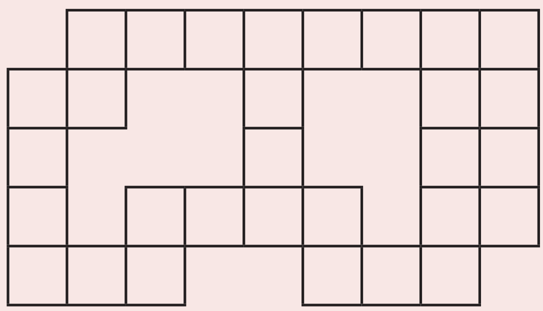
- Gruplardan ellerindeki kareli kâğıda istedikleri 8 pentomino parçasını birer kez kullanarak parçaların belirgin olduğu bir şekil çizmeleri istenir. İkinci kareli kâğıda ise oluşturdukları şeklin sadece çevresini çizmeleri ve her iki çizimlerini de öğretmene teslim etmeleri istenir. Öğrencilerin çizimlerini yapabilmeleri için 2 dakika süre verilir. (puanlama yapılmaz)

- Ardından öğretmen, grupların hazırladıkları çizimleri, her gruba başka bir grubun çalışması gelecek şekilde masalara ters bir şekilde dağıtır. Buna göre diğer grubun çevresini çizdiği şekilde 8 pentaminonun nasıl konumlandığını gösteren bir çizim yapmalarını ve kullanılan parçaları farklı renklere boyayarak göstermelerini ister. Puanlama kriterleri doğrultusunda gruplara puanları verilir.

**4. Etap**



Şekil 4



Şekil 5

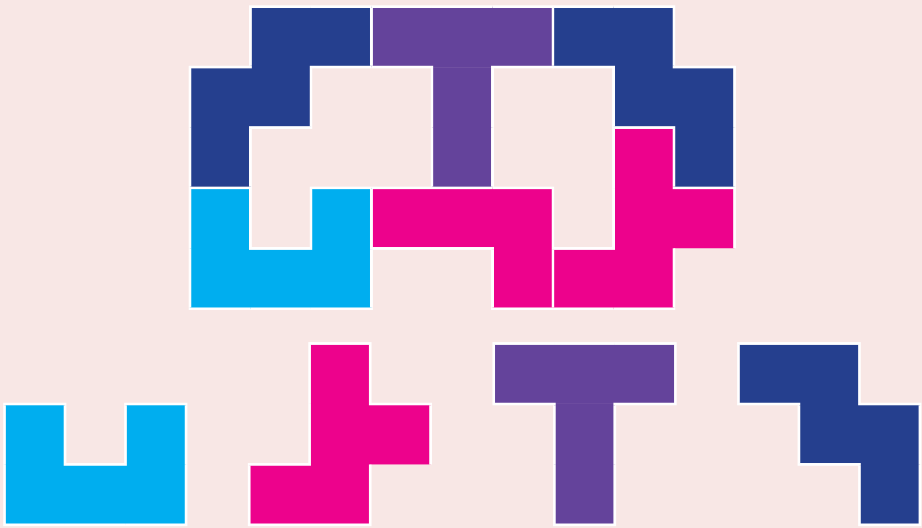
**4. Etap**

Şekil 4 ve Şekil 5 tahtaya yansıtılarak gruplara kareli kâğıtlar veya şekillerin çıktısı dağıtılır. Öğrencilerden:

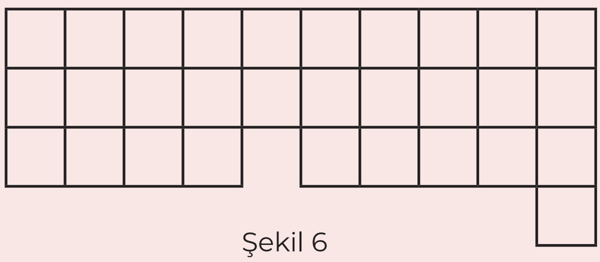
- İstedikleri tetramino parçalarını kullanarak Şekil 4'ü,
- İstedikleri pentomino parçalarını kullanarak Şekil 5'i verilen kareli kâğıt üzerinde her parçayı farklı renklerde boyayarak göstermeleri istenir. Puanlama kriterleri doğrultusunda gruplara puanları verilir.

**4. Şeklin Cevabı:**

**5. Şeklin Cevabı:**



**5. Etap**

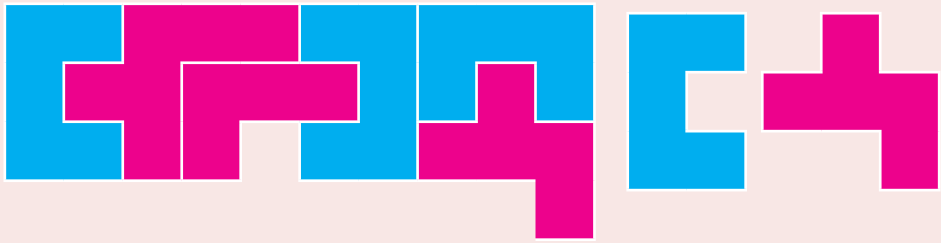


Şekil 6

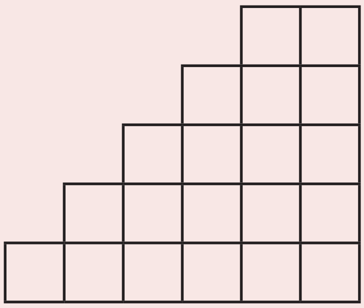
Şekil 6 tahtaya yansıtıldıktan sonra gruplara kareli kâğıtlar veya şeklin çıktıları dağıtılır. Öğrencilerden bu şeklin hangi iki pentomino parçası kullanılarak tamamen kaplanabileceği ve bu parçaların nasıl konumlanması gerektiğini gösteren bir çizim yapmaları istenir. Puanlama kriterleri doğrultusunda gruplara puanları verilir.

**5. Etap**

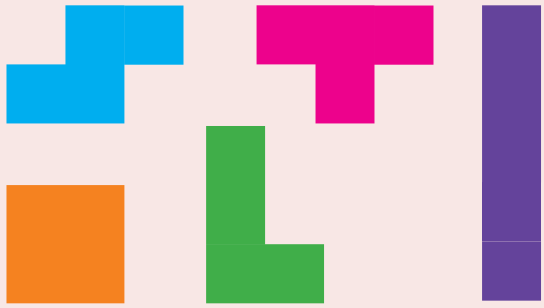
**6. Şeklin Cevabı:**



**6. Etap**



Şekil 7



Şekil 7 tahtaya yansıtıldıktan sonra gruplara kareli kâğıtlar veya şeklin çıktıları dağıtılır. Ardından verilen şekli kaplamak üzere tetramino parçalarından her birini sadece bir kez kullanarak 2 farklı çözüm yapmaları istenir.

**7. Şeklin Cevabı:**

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Etkinlik kapsamında bir zeka oyunu olan katamino oyunu oynatılabilir, pentominolar ile ilgili zeka soruları çözdürülebilir.

## DEĞERLENDİRME

Yapılan etkinlik sonunda Grup Değerlendirme Formu öğrencilere dağıtılır ve uygulanır. Dersin sonunda öğrencilerden Etkinlik Formu'nda verilen Performans görevini yapmaları istenir. Öğrencilerin yaptığı Performans görevi öğretmen tarafından Akran ve Öz Değerlendirme Formu ile değerlendirilir. Bu etkinliğe ait "Akran ve Öz Değerlendirme Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKLAR

Özer, M. N. (2013). *Polyomino ve Zekâ Oyunu.*

Shirakawa, T. (2012). *Harmonic Magic Square.*

## ETKİNLİK FORMU - 1

Matematik Ülkesi'nde bir gün çok karelilerin yaşadığı Polyominolar şehrinde yapılan bir tarihi kazı çalışmasında polyominolor tarihine yönelik önemli bir not bulunur. Ancak bu notun yazılı olduğu kâğıt yırtık olduğu için kâğıtta tam olarak ne yazdığı bir türlü anlaşılamamıştır. Bu iş için Arkeolog Matesis görevlendirilir. Arkeolog Matesis yaptığı uzun incelemeler sonucunda notta "f" harfine benzeyen bir sembol olduğunu, bu sembolün Polyomino şehrinde yaşayan biri olduğunu ve en fazla 5 kareden oluşan bir şekli işaret ettiğini düşünür.

| Polyominolar | Oluşturulan farklı şekiller | Adedi |
|---|---|---|
| monomino | | |
| İsimlendirme | | |
| domino | | |
| isimlendirme | | |
| trimino | | |
| isimlendirme | | |
| tetramino | | |
| isimlendirme | | |
| pentamino | | |
| isimlendirme | | |

Bu durum karşısında Matesis nottaki kişiye ulaşabileceği düşüncesiyle, Polyominolar tarihinde yaşamış şekilleri inceleyerek en fazla 5 kareden oluşan şekillerin listesine ihtiyaç duyar.

Gelin bu nottaki kişiye ulaşabilmesi için Arkeolog Matesis'in ihtiyaç duyduğu listeyi birlikte oluşturalım ve Polyomino şehrinde yaşamış olan her minodan kaçar kişi yaşadığını bulalım.

Listeyi oluşturduktan sonra oluşan şekillerin alfabede hangi harfe benzediğini düşünerek her bir şekli isimlendirelim ve Arkeolog Matesis'in notun işaret ettiği şekli bulmasına yardımcı olalım. (Dikkat: Polyominolar arasında hiçbiri bir diğerinin dönme ve yansıması gibi dönüşümü olmayan şekilleri inceleyelim).

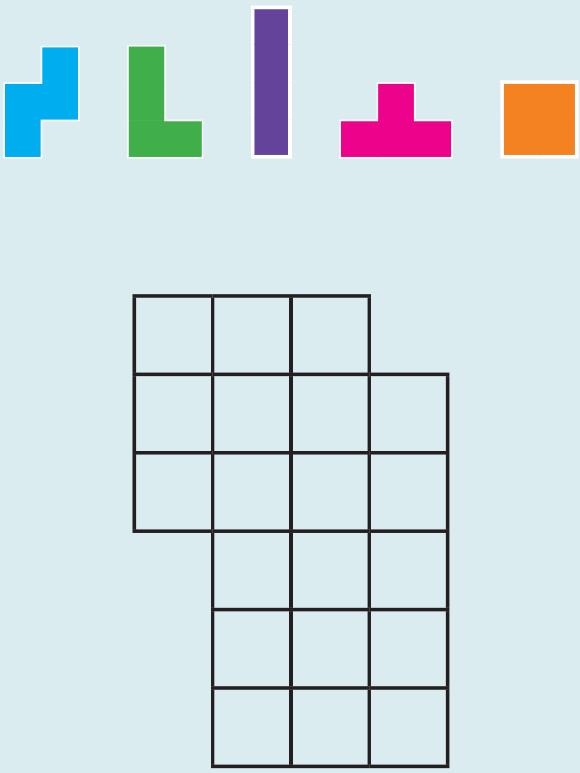
## ETKİNLİK FORMU - 2

Marangoz Memduh Usta'nın bir mobilya atölyesi vardır. Bu atölyede müşterilerin istedikleri mobilya tasarımlarını yapmaktadır. Bu tasarımları yaparken de öncelikle daha önce yaptığı mobilyalardan arta kalan parçaları kullanmaya özen göstermekte ve kestiği parçalardan da olabildiğince az artık malzeme çıkarmaya çalışarak tasarruflu davranmaya özen göstermektedir.

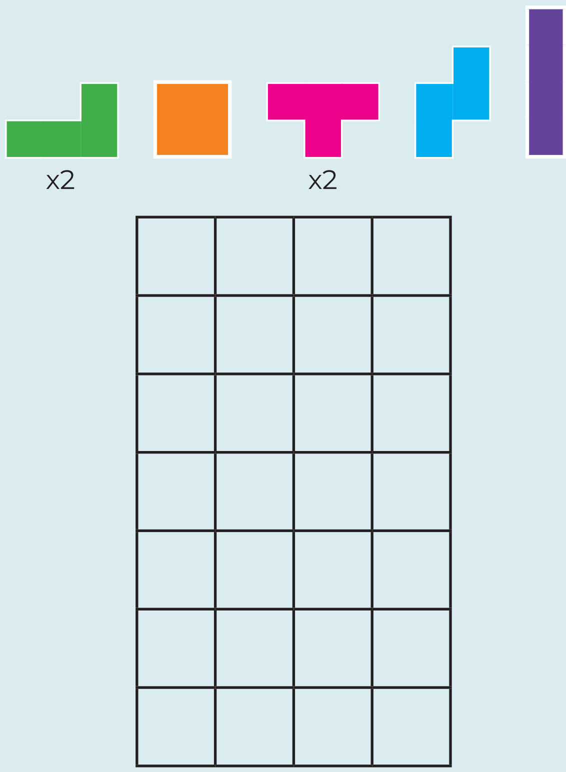
Aşağıda Memduh Usta'nın elinde kalan ve kesmesi gereken parçalar yer almaktadır. Ancak Memduh amca bir türlü elindeki parçalardan hiç artmayacak şekilde istenen parçaları kesmeyi başaramamıştır. Sizden kendisine yardım etmenizi istemektedir.

Gelin Memduh Usta'nın elindeki parçalardan kesmesi gereken parçaların sınırlarını farklı renklerle gösterip parçaları nereden kesmesi gerektiğini bulmasına yardım edelim.

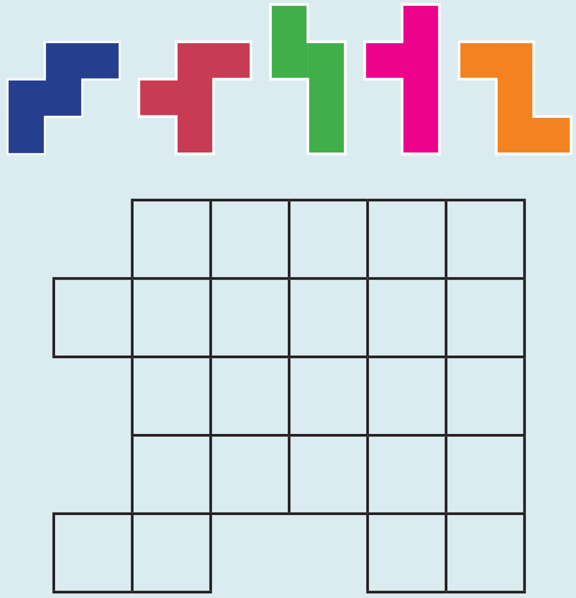
**1. Görev**



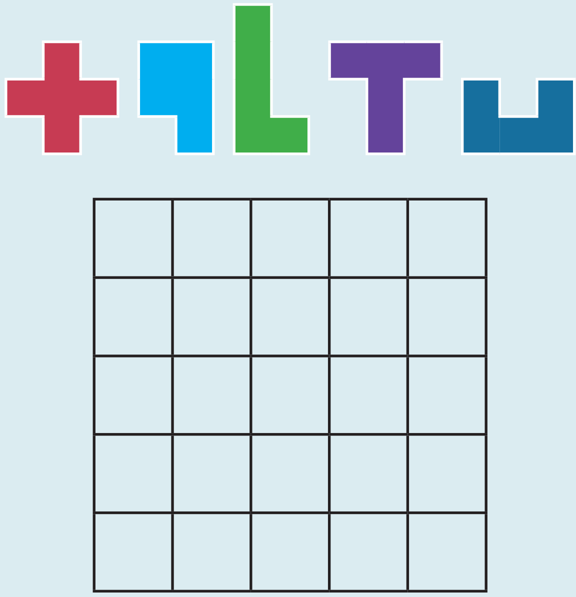
**2. Görev**



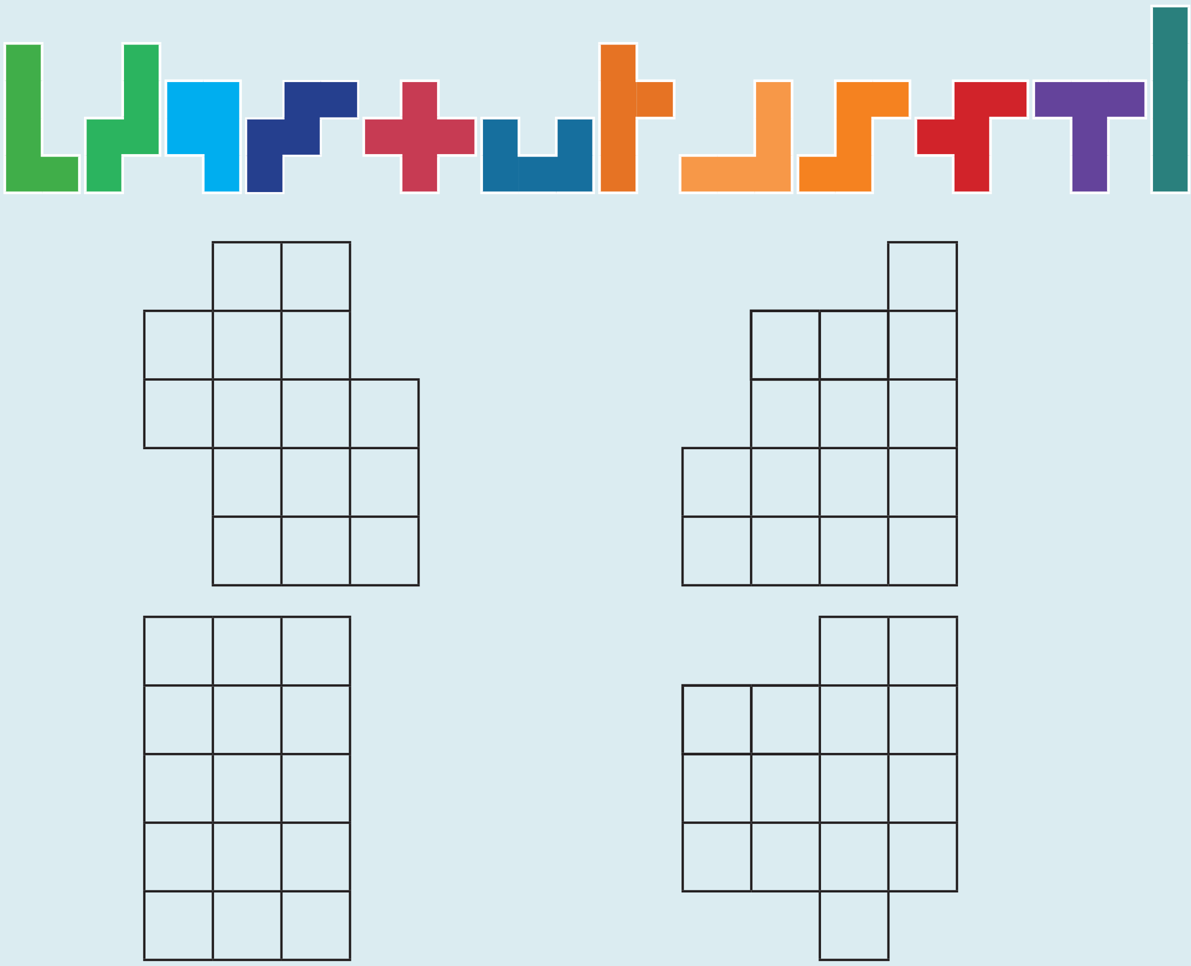
**3. Görev**



**4. Görev**



**5. Görev**



# PERFORMANS GÖREVİ

Sevgili Arkadaşlar Merhaba,

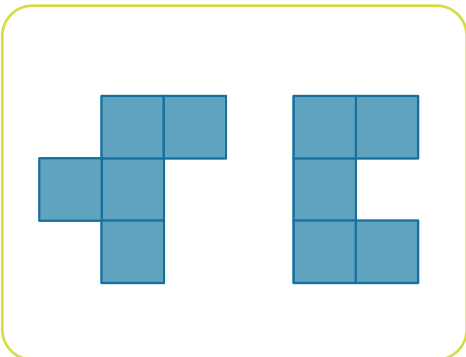
Ben bir iç mimarım ve müşterilerimden ikisi evlerinin iç dizaynını yapmam için benden yardım istedi. Ancak onların benden istediklerini yapmakta zorlanıyorum.

Müşterimden biri Şekil 1'deki fayans modelini çok beğendiğini söylüyor ve bu fayansları kullanarak evleri için oluşturabileceğim en küçük karesel bölge şeklindeki odayı tasarlamamı istiyor.

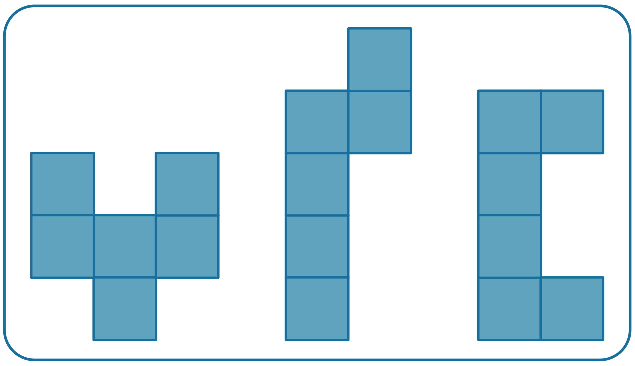
Müşterilerimden diğeri ise Şekil 2'deki fayans modelini çok beğendiğini söylüyor ve bu fayansları kullanarak evleri için oluşturabileceğim en küçük dikdörtgensel bölge şeklindeki odayı tasarlamamı istiyor.

Ancak ben müşterilerimin istedikleri odaların zeminlerini bu fayansları kullanarak nasıl kaplayabileceğimi bir türlü bulamadım. Bana bu konuda yardımcı olur musunuz?

Yardıma ihtiyacı olan mimarımız için sizlerden beklenen mimarın müşterilerinin ondan yapmasını istedikleri kaplamalardan birini seçerek, istedikleri fayanslarla odaların zeminlerini nasıl kaplayabileceğini bulmanızdır.



Şekil 1.



Şekil 2.

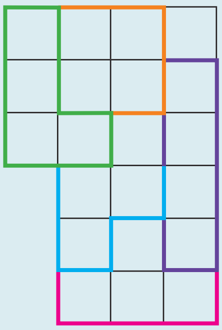
**Yönerge:**

- Verilen görevlerden birini seçiniz.
- Seçtiğiniz görevi 1 hafta içerisinde tamamlayınız ve öğretmeninize teslim ediniz.
- Çalışmanızı yaparken somut modellemelerden ve dijital platformlardan yararlanabilirsiniz.
- Çalışmanız için gereken durumlarda öğretmeninizden yardım alabilirsiniz.
- Çalışmanız Problem Çözme Dereceli Puanlama Anahtarı kriterleri doğrultusunda değerlendirilecektir.

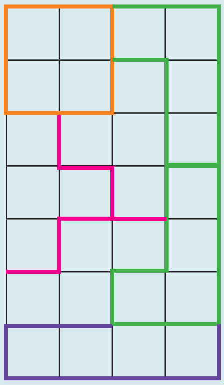
## ETKİNLİK FORMU - 2 CEVAP ANAHTARI

Not: Öğrencilerden farklı cevaplar gelebilir. Aşağıdaki çözümler örnek olarak sunulmuştur.

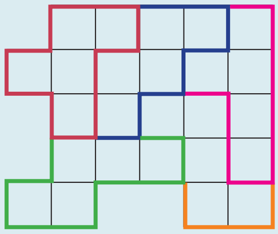
**1. Görev**



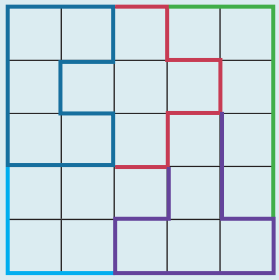
**2. Görev**



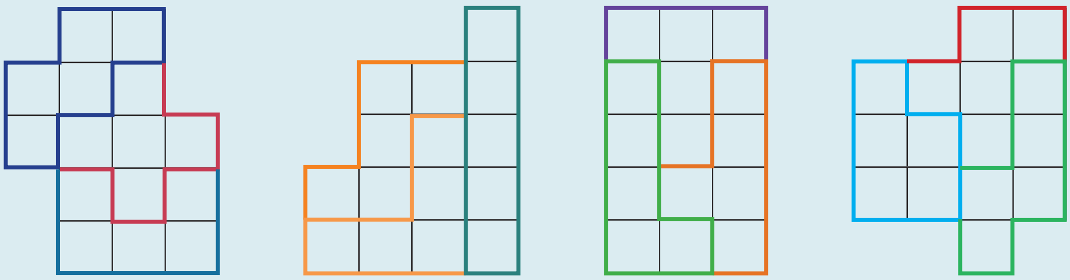
**3. Görev**



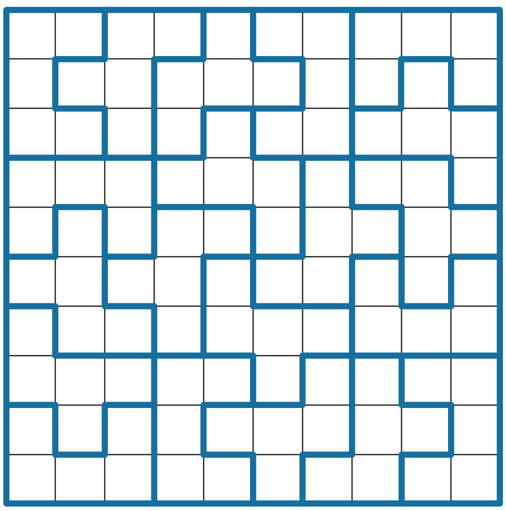
**4. Görev**

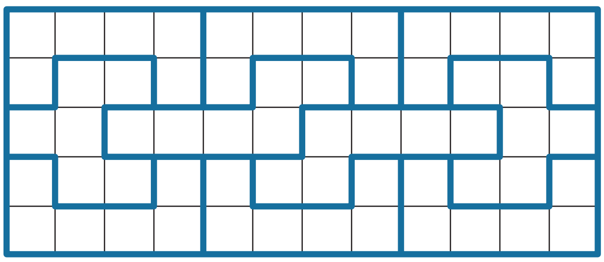


**5. Görev**



## PERFORMANS GÖREVİ CEVAP ANAHTARI





Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: DÖNÜŞEN ŞEKİLLER**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Dönüşüm Geometrisi**

**KAZANIMLAR:**

- Geometrik şekillerin simetriğini çizer.
- Bir şeklin öteleme, yansıma ve dönme hareketini inceler.
- Koordinat düzleminde bir şeklin öteleme, simetri ve dönme hareketi sonunda oluşan görüntüsünü inşa eder.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik formları 1, 2, 3, 4, değerlendirme formları 1, 2, pano, renkli kalemler, yapıştırıcı ve büyük poster kâğıdı (isteğe bağlı)

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Dönme, öteleme ve yansıma hareketlerini daha iyi anlamak için dönüşüm geometrisinin kullanıldığı mimari tasarımlardan ve farklı sanat eserlerinden yararlanılabilir. Bu yönüyle görsel sanatlar dersiyle ilişkilendirme yapılır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Etkinliğin temel amacı; öğrencilerin, dönüşüm geometrisindeki kavramları anlaması ve dönüşüm hareketlerini uygulamalı olarak gerçekleştirebilmeleridir. Öğrencilerin geometrik şekillerin simetrilerinin nasıl çizileceğini kavramaları, koordinat düzleminde gerçekleşen dönüşüm hareketlerini tanımlamaları, görselleştirmeleri ve çizmeleri; geometrik şekilleri bir düzlem veya eksen boyunca öteleme, simetri, dönme hareketleri ile dönüşüm hareketlerinin bileşimini uygulamaları hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilere ***"Simetri ve yansıma aynı şey midir?"*** sorusu sorularak derse giriş yapılır Simetri kavramı açıklanır ve bir şeklin simetrisinin nasıl çizileceği örnekler üzerinden öğrencilere gösterilir. Sonrasında Etkinlik Formu Ek 1 dağıtılarak kareli zemin üzerinde oluşturulan şekillerin simetrilerini bulmaları istenir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Etkinliğe başlamadan önce simetri, düzlem ve simetri doğrusunun koordinat düzlemindeki karşılıkları olan yansıma, bölge ve eksen kavramları açıklanır. Her öğrenciye Etkinlik Formu Ek 2 kâğıdı dağıtılır. Etkinlik etkileşimli tahtaya yansıtılarak tahta üzerinden de gerçekleştirilebilir. Bu sayede öğrenciler farklı dönüşüm hareketlerini test etmeye teşvik edilir.

Dönüşüm hareketleri (öteleme, simetri ve dönme) ile ilgili temel bilgiler verildikten/hatırlatıldıktan sonra öğrencilerden T figürlerini istenen dönüşüm hareketleri sonrasındaki yeni yerlerine taşımaları istenir. Gönüllü olan öğrencilerden T şekillerinin yeni yerlerini etkileşimli tahta, asetat ya da etkinlik kâğıdı üzerinde göstermeleri istenir. Verilen cevaplar sınıfla birlikte tartışılır. Şekillerin yanlış yere taşındığını düşünen öğrenciler arkadaşlarına yardımcı olmaları konusunda teşvik edilir. Doğru olan dönüşüm hareketi üzerinde uzlaşıldıktan sonra, bir sonraki dönüşüme geçilir. Etkinlik Formu 2 bittikten sonra düşünme kutusundaki soru sınıfta tartışılabilir.

## DÜŞÜNME KUTUSU

T şeklinin taşınacağı yeni bir konum belirleyin. Belirlediğiniz bu konuma şekli taşımak için hangi dönüşüm hareketi ya da hareketleri uygulanabilir? Koordinat sistemi üzerinde gösterin.

## Dönüşen Şekiller

Etkinlik Formu 2'yi tamamlayan öğrencilere Etkinlik Formu 3 dağıtılır. Öğrencilerden iki veya üç kişilik gruplar hâlinde çalışmaları istenir.

Her bir gruba Etkinlik Formu'nda bulunan kart setleri dağıtılır. Setlerde bulunan şekil, ifade ve ek dönüşümler kesilip boş bir pano ya da karton üzerine uygun şekilde yerleştirecektir.

- Kart Seti A: Şekiller
- Kart Seti B: İfadeler
- Kart Seti C: Ek Dönüşümler

Öğrencilere, her biri farklı bir şekli gösteren 6 şekil kartı bulunan Kart Seti A ve her biri farklı bir dönüşüm hareketini tanımlayan Kart Seti B tanıtıldıktan sonra aşağıdaki etkinlik yönergeleri açıklanır.

**Eşleştirme Kartları**

1. İfade kartları iki şekil kartı arasına gelecek şekilde kesilmeli ve uygun yerlere yerleştirilmelidir.
2. Grup üyelerinin her biri iki şekil kartı arasına gelecek ifade kartını neden seçtiklerini açıklayabilmelidir.
3. Mümkün olan durumlarda tüm şekil kartları ve tüm ifade kartları kullanılmalıdır.

Yönerge etkileşimli tahtaya yansıtılabilir. Bu şekilde öğrencilerin planlama süreçleri desteklenebilecektir. Etkinlik süresince öğrencilerin etkinliğe katılımları hakkında notlar alınmalıdır.

Not: Dönme hareketi, şekle bütünsel olarak uygulanır. Şeklin köşe noktalarına ait koordinatların, dönme hareketi sonrası değerlerine bakılmaz.

**Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini destekleme soruları**

Öğrenciler, buldukları matematiksel bağlantıları açıklama konusunda teşvik edilmelidirler. Bunu yapmak üzere aşağıdaki sorular yöneltilebilir:

- Bu iki şekli seçtiğin dönüşümle nasıl ilişkilendirdiğini açıklayabilir misin?
- Arkadaşlarının açıklamalarını kendi cümlelerinle tekrar ifade edebilir misin?
- Şekli simetri çizgisi boyunca katlamanın şekli yansıtmaya nasıl bir yardımı olabilir? Neden?
- Dönme hareketinde şeklin dönüş merkezinden köşesine doğru bir çizgi çizmek çizime nasıl yardımcı olabilir? Neden?

Öğrenciler kart düzenlemelerini tamamladıktan sonra, onlara Kart Seti C: Ek Dönüşümler kâğıdı ve bir makas verilir. Öğrencilerden, henüz ilişkilendirilmemiş şekil kartlarının arasına uygun bir dönüşüm ifadesi eklemeleri istenir. Tüm etkinlikler tamamlandığında öğrenciler, kartları bir postere yapıştırabilirler. Öğrencilerin, bunu yapmak için bir tutkal çubuğuna ve büyük bir poster kâğıdına ihtiyaçları olacaktır. Öğrenciler, aşağıdaki tartışma bölümünde elde ettikleri bulgular ışığında kart düzenlemelerinde diğer olası kombinasyonları aramaya teşvik edilmelidir.

## DÜŞÜNME KUTUSU

İki dönüşüm hareketi ile gerçekleşen bir hareket, tek bir dönüşüm hareketi ile gerçekleştirilebilir mi? Aşağıda verilen soru ve cevaplar ışığında bu duruma uyan örnekler bulmaya çalışalım.

➢ Başlangıç noktası etrafında ve saat yönünde 90° döndürülen şeklin y eksenine göre yansıması tek bir dönüşüm hareketi ile nasıl sağlanabilir?

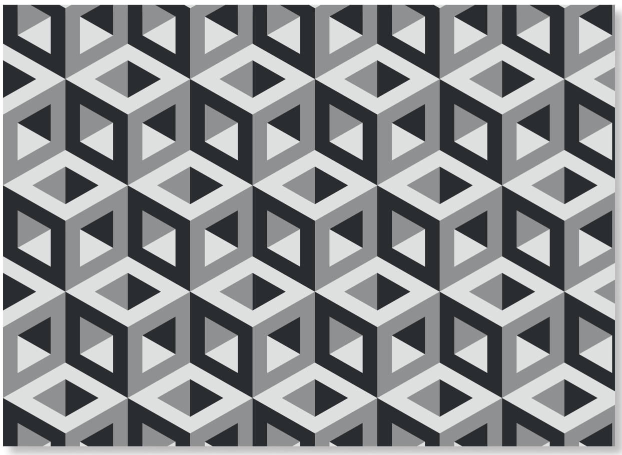
**Cevap: y=−x doğrusuna göre simetri.**

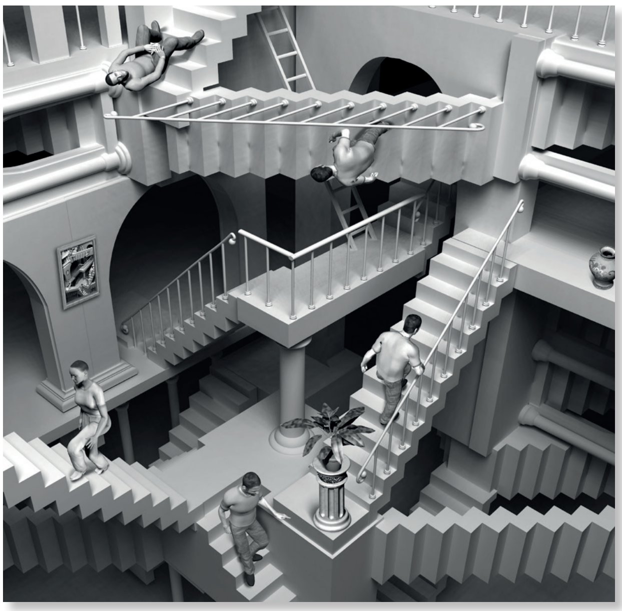
➢ A noktasının sırasıyla x ve y eksenlerine göre yansıtılıyor. A noktasının geldiği yer tek bir dönüşüm hareketi ile nasıl sağlanabilir?

**Cevap: A (x, y) noktasını ele alalım. A noktası x ekseninde yansıtıldığında, $A^1$(x, −y) noktası elde edilir. $A^1$ noktası Y ekseninde yansıtıldığında $A^1$”in yeni yeri $A^{11}$t (−x, −y) olur. A noktasının bu ikili dönüşüm ile taşındığı yer, A noktasının orijine göre simetrisiyle de elde edilebilir.**

## BİLGİ KUTUSU

Geometrik dönüşümler (dönme, öteleme ve yansıma) ağırlıklı olarak mimari tasarımlarda, sanatta ve teknoloji alanında karşımıza çıkmaktadır. Dönüşümlerin bu denli geniş bir kullanım alanı bulmaları, onların fonksiyonel ve izometrik olmalarından kaynaklanmaktadır. Dönüşüm geometrisi, doğadaki güzelliği keşfetmekten tutun da sanatsal ve estetik duyguların gelişimine kadar pek çok açıdan önemlidir. 20. yüzyılda pek çok tanınmış sanatçı, eserlerinde dönüşüm geometrisini kullanmıştır. Çünkü sanatsal çalışmalar, dönüşüm geometrisi kullanıldığında daha çekici hâle gelmektedir. Bu sanatçılardan biri de kuşkusuz M. C. Escher'dir. Hayatı boyunca resmi olarak hiç geometri çalışmamış olsa da geometriden çok etkilendiğini dile getiren sanatçının yaptığı deneysel çalışmalar profesyonel matematikçilerin bile ilgisini çekmeyi başarmıştır. İşte eserlerinde dönüşüm geometrisini sıklıkla kullanan Escher'den ilham alan birkaç çalışma örneği.





## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Etkinlik Formu 4'de yer alan Amiral Battı oyunu dağıtılarak öğrenciler ile oynanabilir.

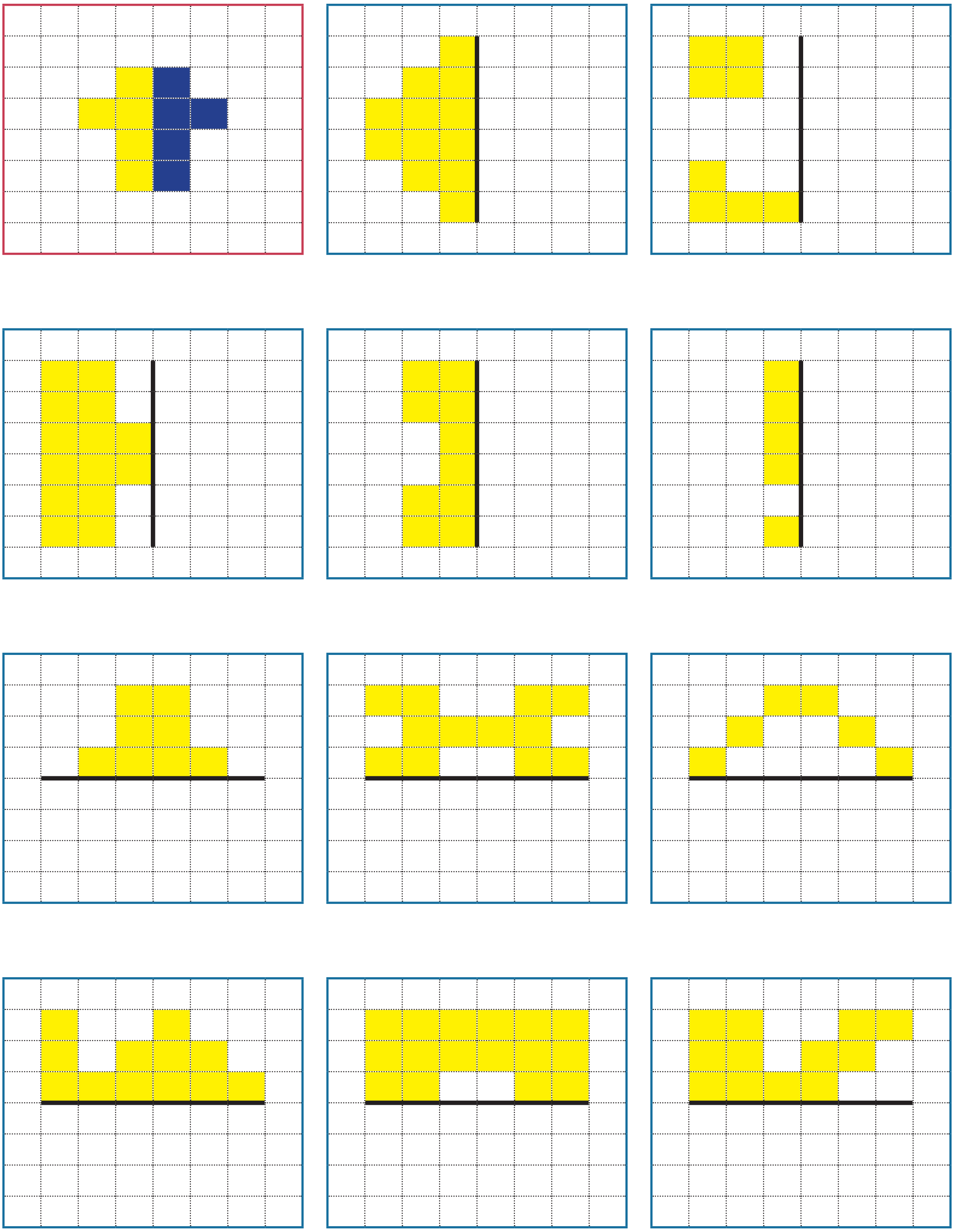
## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin dönüşüm geometrisi görevindeki performansını "Dönüşen Şekiller Etkinliği Performans Değerlendirme 1" formu kullanılarak değerlendirilir. Bu formlara ait etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

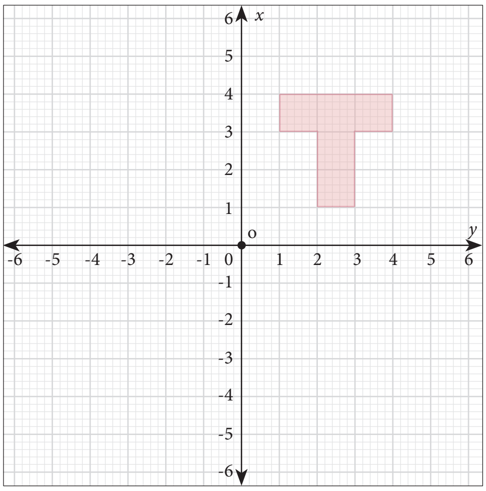
Aşağıda verilen şekillerin simetrilerini örneğe uygun olarak bulunuz ve kareli kâğıt üzerinde boyayarak gösteriniz.

**ÖRNEK**



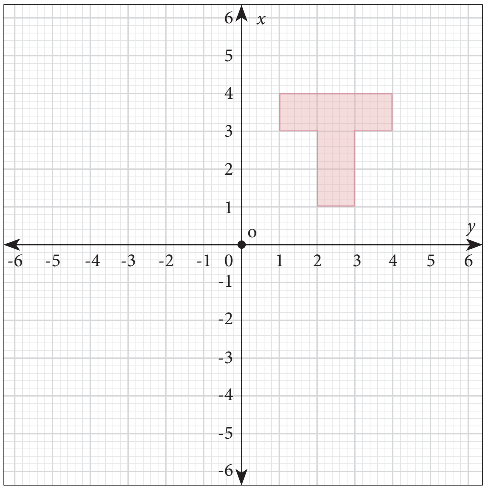
## ETKİNLİK FORMU - 2

### ÖTELEME



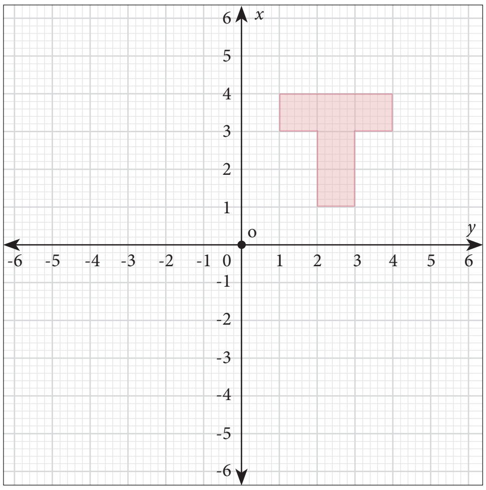

- T şeklinin 5 birim sola, 2 birim yukarıya ötelendikten sonraki görüntüsünü koordinat sistemi üzerinde gösteriniz.

### YANSIMA




- T şeklinin sırasıyla X ve Y eksenlerine göre yansıtıldıktan sonraki görüntüsünü koordinat sistemi üzerinde gösteriniz.

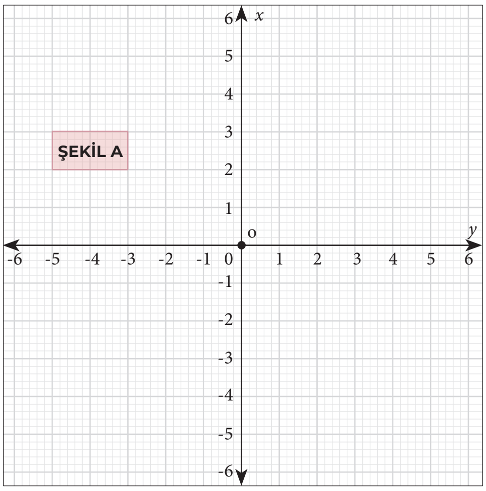
### DÖNME

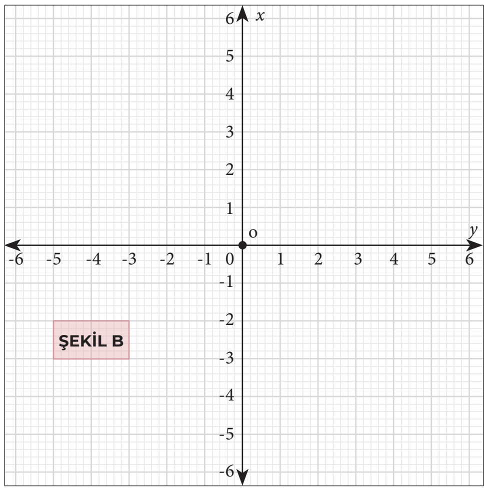


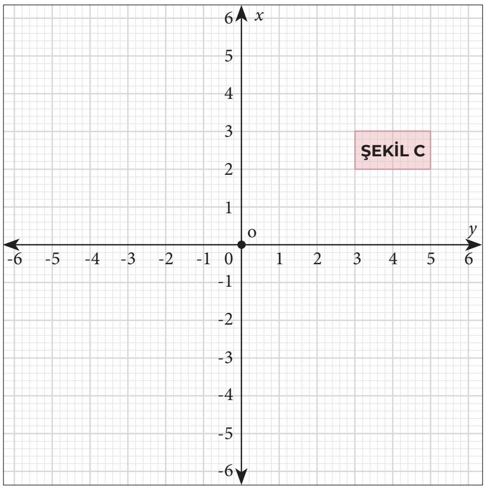

- T şeklinin orijin etrafında saat yönünün tersine 90° döndürüldükten sonraki görüntüsünü koordinat sistemi üzerinde gösteriniz.

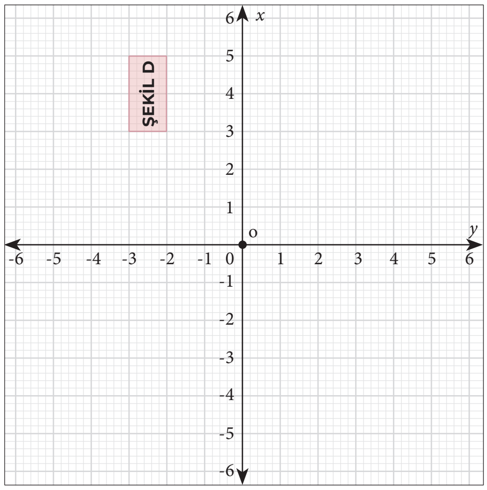
## ETKİNLİK FORMU - 3

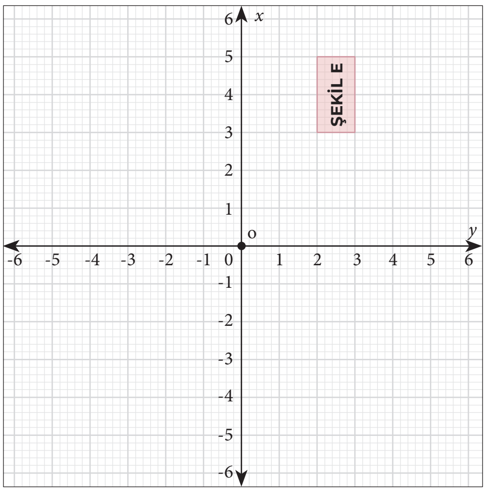
### KART SETİ A: ŞEKİLLER

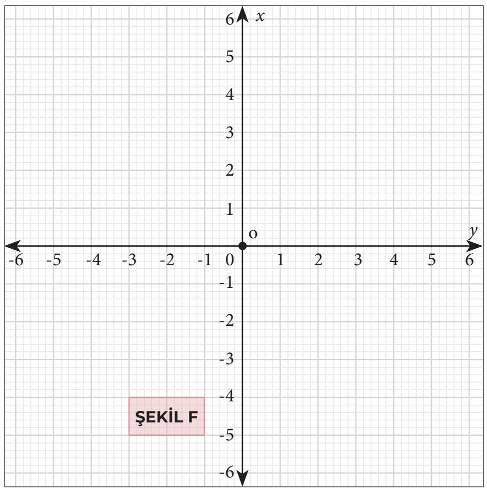


## KART SETİ B: İFADELER

x eksenine göre yansıma

y eksenine göre yansıma

y = x eksenine
göre yansıma

y = -x eksenine
göre yansıma

Orijin etrafında 180°
döndürme

Saat yönünde 90°
döndürme

Saat yönünün tersinde
90° döndürme

2 birim yukarıya 2 birim
sola öteleme

## KART SETİ C: EK DÖNÜŞÜMLER

Üzerinden yansıt

..........................................................

Üzerinden yansıt

..........................................................

Üzerinden yansıt

..........................................................

Üzerinden yansıt

..........................................................

............................ etrafında

180° döndür. (Saat yönü)

............................ etrafında

90° döndür. (Saat yönü)

......... etrafında 90°
döndür. (Saat yönü tersi)

..........................................................

Öteleme

..........................................................

..........................................................

## ETKİNLİK FORMU - 4

### AMİRAL BATTI OYUNU

Amiral battı oyunu iki kişi veya iki grup ile oynanır. Her oyuncuda bir adet atış kartı ve bir adet filo kartı bulunur. Oyuncular filo kartına kendi gemilerini ve mayınlarını yerleştirir. Atış kartına ise rakibinin filo kartına gizlediği gemileri ve mayınları bulmak için işaretlemede kullanacaktır. Herkes sırayla bir atış yapar, atışı gemilerden birine isabet eden oyuncunun tekrar atış yapma hakkı vardır. Atışı mayına denk gelen oyuncu bir el bekleme cezası alır. Cezalı duruma düşen oyuncunun rakibi atışı boşa gelse de bir el tekrar atış yapar. Bu şekilde atışlar yaparak en büyük gemiyi yani amiral gemisini batırmaya çalışılır. Oyunun herhangi bir anında rakibin amiral gemisini batıran oyuncu oyunu kazanır.

**Filo Kartının Hazırlanışı:**

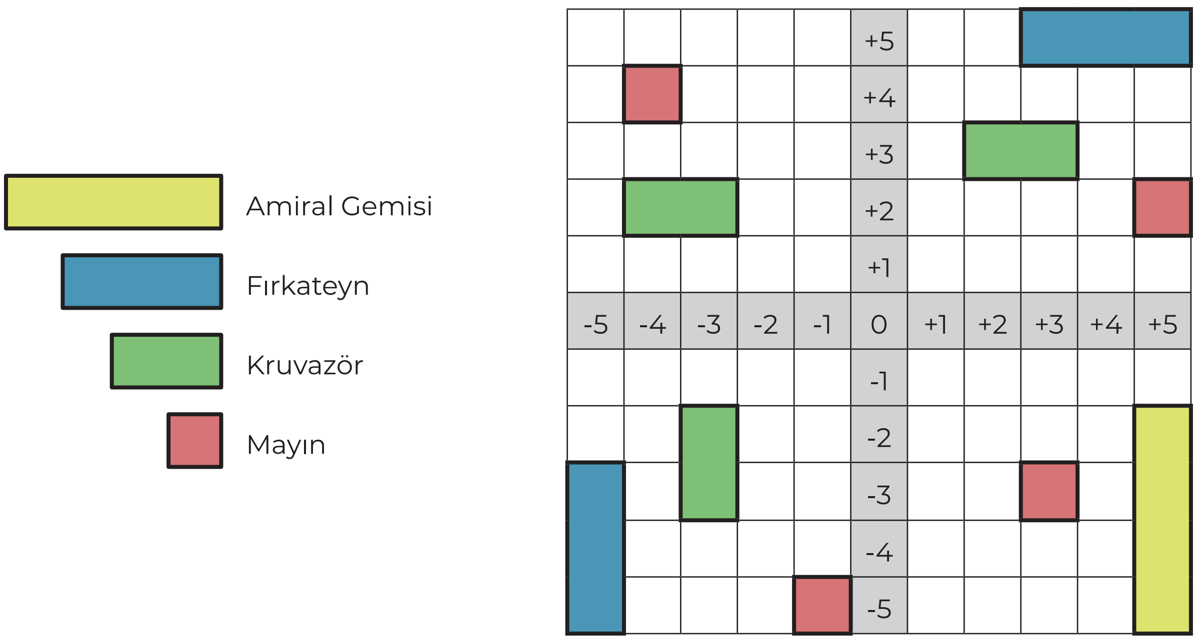
Oyunda 4 mayın, 3 kruvazör, 2 firkateyn ve bir de amiral gemisi bulunmaktadır. Her oyuncu oyun başlamadan önce kendi filosunu oluşturmak için gemilerini ve mayınlarını filo kartına aşağıdaki kurallara göre yerleştirmelidir.

¤ Gemilerin veya mayınları çapraz yerleştirilemez.

¤ Gemilerin veya mayınların bir sıra etrafında veya çaprazında başka gemi veya mayın yerleştirilemez.

¤ Herhangi bir gemi sadece bir bölge içinde yer alır.

Örnek bir filo kartının yerleştirilmiş hâli.



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | +5 | | | | | |
| | | | | | +4 | | | | | |
| | | | | | +3 | | | | | |
| | | | | | +2 | | | | | |
| | | | | | +1 | | | | | |
| -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| | | | | | -1 | | | | | |
| | | | | | -2 | | | | | |
| | | | | | -3 | | | | | |
| | | | | | -4 | | | | | |
| | | | | | -5 | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | +5 | | | | | |
| | | | | | +4 | | | | | |
| | | | | | +3 | | | | | |
| | | | | | +2 | | | | | |
| | | | | | +1 | | | | | |
| -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| | | | | | -1 | | | | | |
| | | | | | -2 | | | | | |
| | | | | | -3 | | | | | |
| | | | | | -4 | | | | | |
| | | | | | -5 | | | | | |

**Atış Kartı**

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | +5 | | | | | |
| | | | | | +4 | | | | | |
| | | | | | +3 | | | | | |
| | | | | | +2 | | | | | |
| | | | | | +1 | | | | | |
| -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| | | | | | -1 | | | | | |
| | | | | | -2 | | | | | |
| | | | | | -3 | | | | | |
| | | | | | -4 | | | | | |
| | | | | | -5 | | | | | |

**Filo Kartı**

**Atış Nasıl Yapılır?**

Atış yaparken verilen koordinat düzleminden noktalar tahmin edilerek rakibe söylenir. Rakip, kendi filo kartını inceler eğer söylenen noktada gemi veya mayın varsa bunu sözlü olarak söyler. Örneğin atış yapılacak nokta (-3,4) noktası ise -3 x ekseninden, 4 ise y ekseninden kesiştirilerek o nokta incelenir.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: KAPLA KAPLAYABİLİRSEN**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Öteleme Süsleme**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Tarihî ve kültürel eserlerimizdeki süsleme örneklerini inceleyerek geçmişteki ve günümüzdeki uygulamaları geometrik açıdan karşılaştırır.
- ❖ Süsleme ve örüntü arasındaki benzerlik ve farklılıkları ayırt eder.
- ❖ Farklı geometrik şekilleri kullanarak yansıma, öteleme ve dönme hareketleri ile süsleme yapar.
- ❖ Farklı geometrik şekilleri kullanarak yansıma, simetri, öteleme ve dönme hareketlerini içeren süslemeler tasarlar.
- ❖ Düzgün çokgensel bölge modelleriyle oluşturulabilen düzgün çokgenlerin özelliklerini keşfeder.
- ❖ Düzgün çokgensel bölge modelleriyle oluşturulan süslemelerdeki kodları belirler.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Örüntü blokları, matematik programları etkinlik formları, renkli kalemler.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Tarihi yapılardaki süsleme örnekleri ve Süslemenin sanat alanında kullanımına yönelik örneklere yer verilir. Sosyal bilimler ve görsel sanatlar alanlarıyla ilişkilendirilir. Çokgenlerin açı özellikleri hatırlatılır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Etkinliğin Temel Amacı, Geometrik Süslemelerdeki Yansıma Öteleme ve Dönme Hareketlerini ayırt etmeleri ve düzgün çokgensel bölge modelleriyle kaplama oluşturmaları ve kurallarını keşfetmelerini sağlamak amaçlanmıştır. Aynı zamanda etkinlikte işbirlikli çalışma becerisi, problem çözme becerisi ve iletişim becerilerinin de geliştirilmesi amaçlanmıştır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

- ➢ Yansıma, Öteleme, Süsleme ve dönme ile kavramlarına dair interaktif programlar üzerinden boşluk doldurma etkinliği hazırlanır. (veya Etkinlik Formu 1 kullanılır).
- ➢ Tarihi eserlerdeki süsleme örneklerinin yer aldığı bir sunum hazırlanır. Sanat alanında uygulanan süsleme örneklerine slaytta yer verilir. Slaytta Dönme öteleme, süsleme ve yansıma hareketlerine yer verilir.

- Örüntü blokları malzemeleri masalarda iki grup hâline getirilir. Eğer yoksa öğretmen eşkenar üçgen, kare düzgün beşgen ve düzgün altıgenleri maket kartonlardan oluşturur. (Veya bilgisayar programından yararlanılır , bilgisayar programlarından uygulanacaksa materyal hazırlanmasına gerek yoktur, örüntü ve kaplama yapılacak programlar etkinlik öncesi belirlenir.)
- Öğrencilerden, bir hafta önceden simetri, dönme ve öteleme hareketlerini araştırmaları istenir. Müze eğitimi Etkinlik Formu 3'teki boş kutulara eserlerin fotoğrafları yapıştırılır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen öğrencilere sorular sorarak onların konu hakkında hazırbulunuşluklarını tespit etmek ve dikkatlerini çekmek amacıyla sorular yöneltir.

***SORU: Günlük hayatınızda Geometrik şekillerin yer aldığı süslemelere rastladınız mı? Nerelerde rastladınız?***

- Tarihi eserlerdeki süsleme örneklerinin yer aldığı bir slayt hazırlanır. Slaytta sanat alanında uygulanan süsleme örneklerine yer verilir. Süsleme, simetri, süsleme kodu, öteleme ve dönme hareketleri üzerinde durulur.
- Öğrencilerden, dersin girişinde İnteraktif programlarda hazırlanan bulmacayı veya Etkinlik Formu 1'i doldurmaları istenir. Boşluktaki kelimeler tercihe göre karışık tablo hâlinde verilebilir.
- Süsleme ile ilgili öğretmen bir hikâye başlatılır. Etkinlik Formu 2 (Örnek hikâye Etkinlik Formu'nda verilmiştir, bu hikâye tercihe göre değiştirilebilir.) Her öğrenci sırayla konuyla ilgili belirlenen kavramlara ait kelimeleri kullanarak hikâyeyi devam ettirir.
- Sınıf iki gruba ayrılır.
- Öğrencilerden, tek bir düzgün çokgeni kullanarak çokgenlerden dinamik yazılım programıyla veya örüntü bloklarıyla süsleme oluşturmaları istenir ve tek bir düzgün çokgen ile kaplama yapılabilen çokgenlerin özellikleri incelenerek etkinlik 2 formundaki tabloyu doldurmaları istenir.
- Öğrencilerin, tartışma ve araştırma yaparak kendi varsayımlarını sunmaları sağlanır. Grup tartışmaları sonucunda öğrencilerin kavrama, bilgi edinimi ve aktiviteleri tamamlama için olası stratejileri derinlemesine incelemeleri sağlanarak sonuca vardırılır.
- Aşağıdaki sonuçlara varmaları sağlanır.

  Tek köşede birleşip çakışmadan 360°lik açı oluşturduklarında süsleme oluşturulabilir.

  Bir düzgün çokgende kenar sayısı arttıkça iç açısının değeri de artmaktadır.

  Düzgün altıgeninkinden büyük açılarla düzlemi süslememiz mümkün değildir.

  Üçgensel, dörtgensel ve altıgensel olmak üzere; sadece üç adet düzgün süsleme yapılabilir.
- Düzgün çokgenin iç açılarının ölçülerinin kaç olduğu hatırlatılır.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öteleme, dönme, yansıma ve simetri konuları dinamik yazılımlarla, koordinat düzleminde uygulamalı olarak yaptırılarak sonuçlara ulaşmaları sağlanabilir.

Düşünme kutusunda birden çok düzgün çokgenler verilip içlerinden seçmeleri istenebilir. Örneğin (Eşkenar üçgen, kare ve düzgün sekizgenden herhangi üçü ile bir kaplama modeli oluşturunuz. Bir şekli birden çok kullanabilirsiniz) şeklinde uygulamalar yaptırılabilir.

Öğrenciler, süsleme ve örüntülerin yer aldığı bir müzeye götürülerek "Müze Eğitimi Etkinlik Formu"nu gezi sırasında doldurmaları istenir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait "Grupla Değerlendirme Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir; sürecin sonunda öğrencilerin derste, ne öğrendiği, ne yaptığı değerlendirilir. Süreçte geçirdiği aşamaları raporlaştırmalarırlar. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda port folyo, rubrik, performans değerlendirme gibi yöntemler de kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

Topsakal, M. (2014). *Petek Fraktalının Geometrisi. (Yüksek Lisans Tezi)*. Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

## ETKİNLİK FORMU - 1

Bir şeklin analitik düzlemde belirli bir doğrultuda ve birimde yer değiştirmesine ........................................ denir.

Ötelemede şeklin ..................., ..................., ................... değişmezken ................... ................... değişir.

Bir şeklin belirli bir nokta etrafında ..................., ..................., değişmeden konumunun ve yönünün değişmesi olayına ...................hareketi denir.

Bir şeklin düz aynadaki görüntüsüne o şeklin ................... simetriği denir.

Bir şeklin bir doğruya veya aynaya göre simetriğine ................... denir.

Bütün kenarlarının uzunlukları eşit ve bütün açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere ........................................ denir.

..................., süslemedeki her bir köşedeki düzgün çokgensel bölgelerin kenar sayısıdır.

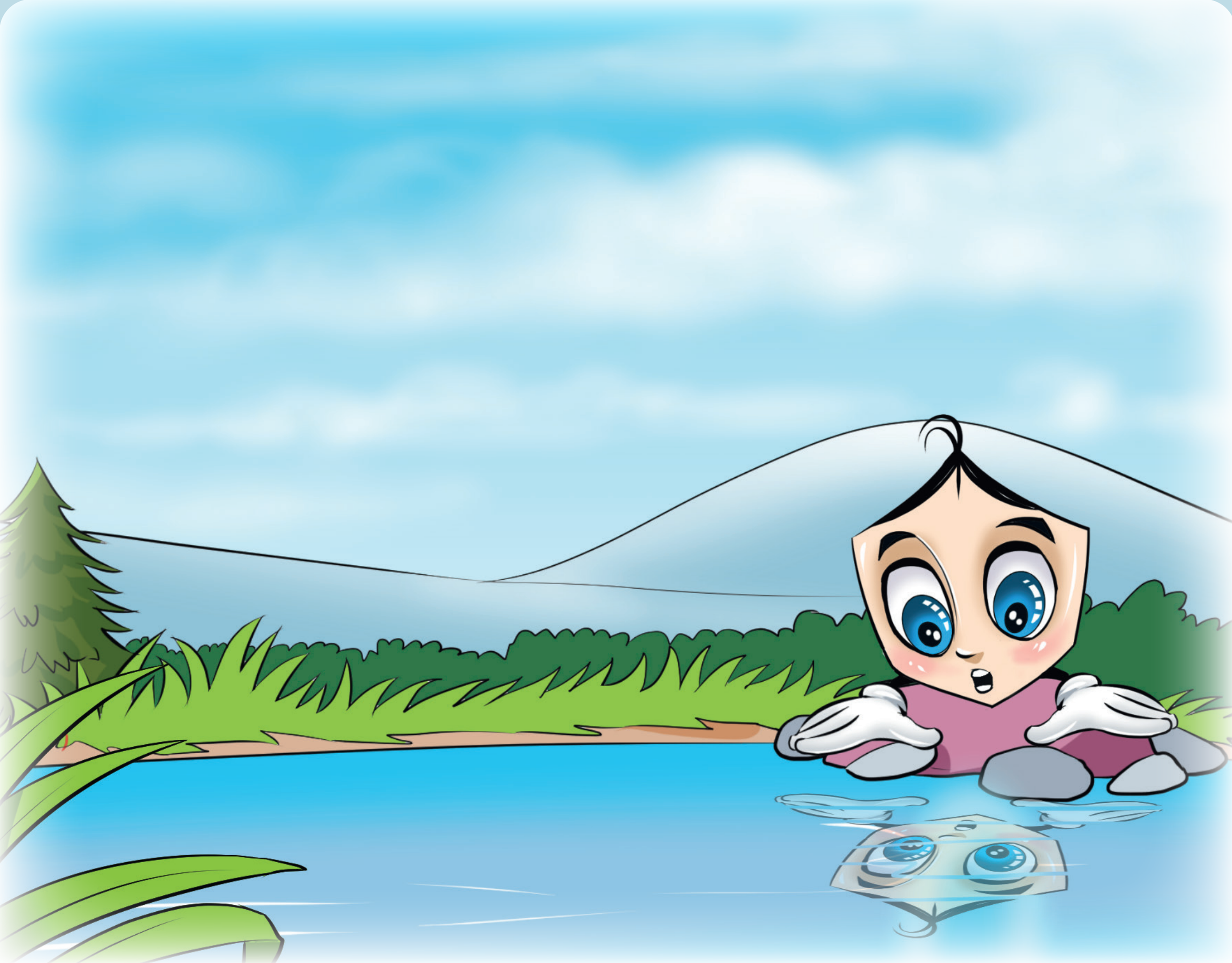
Eşkenar üçgenin bir iç açısının ölçüsü, ................... derecedir.

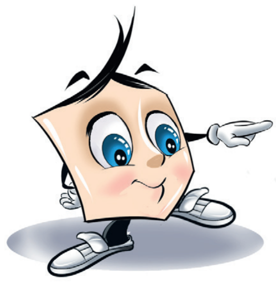
Karenin bir iç açısının ölçüsü ................... derecedir.

Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü ................... derecedir.

Düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü,................... düzgün sekizgenin ise ........................................ derecedir.

## ETKİNLİK FORMU - 2





Güneşli bir gündü dışarda kuşlar cıvıldamakta bülbüller şakımaktaydı. MATESİS bu güzel havada doğa yürüyüşü yapmak üzere dışarı çıktı, ormanda yürürken uzakta bir yerde ışıl ışıl parlayan bir göl gördü. Gölde yansımasına baktı oldukça yorgun görünüyordu yüzünü yıkadı tam o sırada suyun derinliklerinden mavi bir ışık geldiğini fark etti...

**Kullanılacak Kelimeler:**

- Öteleme
- Simetri
- Süsleme
- Düzgün çokgensel bölge (Altıgen beşgen kare vs...)

- Örüntü bloklarıyla veya bilgisayar uygulamasında aşağıdaki koşullara uygun süslemeler oluşturarak oluşturulabilenler için tabloları doldurunuz.

Tablo 1: Tek şekille kaplanması için kullanılabilen düzgün çokgenler

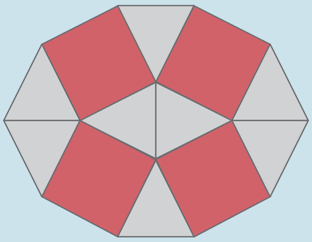
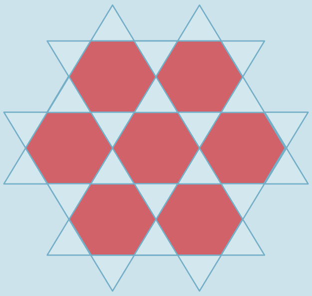
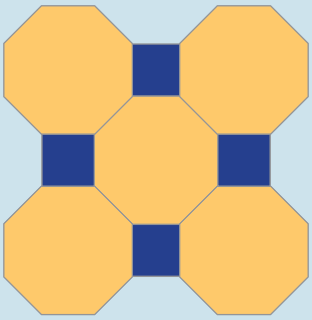
| Tek Şekille Kaplanması İçin Kullanılabilen Düzgün Çokgenler | Süsleme Kodu | Düzgün Çokgenin Bir İç Açısı | Bir köşede Birleşen Düzgün Çokgen Sayısı | Oluşan süsleme modelinin minyatürünü çiziniz |
|---|---|---|---|---|
| **Eşkenar Üçgen** | | | | |
| **Kare** | | | | |
| **Düzgün Beşgen** | | | | |
| **Düzgün Altıgen** | | | | |
| **Düzgün Sekizgen** | | | | |

**SORU:** Kaplama yapılabilen düzgün çokgenlerler kaç tanedir? Özellikleri nelerdir? Neden bunlarla kaplama yapılıyor diğerleri ile yapılamıyor? Bir köşede birleşen iç açıların toplamı kaç derecedir?

**SORU:** Bir düzgün çokgende kenar sayısı arttıkça bir iç açısı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

**SORU:** Hangi Düzgün Çokgenlerle Bir Yüzey Boşluk Kalmayacak Şekilde Kaplanabilir?

Aşağıdaki süslemelerin kodlarını ve süslemedeki düzgün çokgenlerin iç açılarını yazınız.

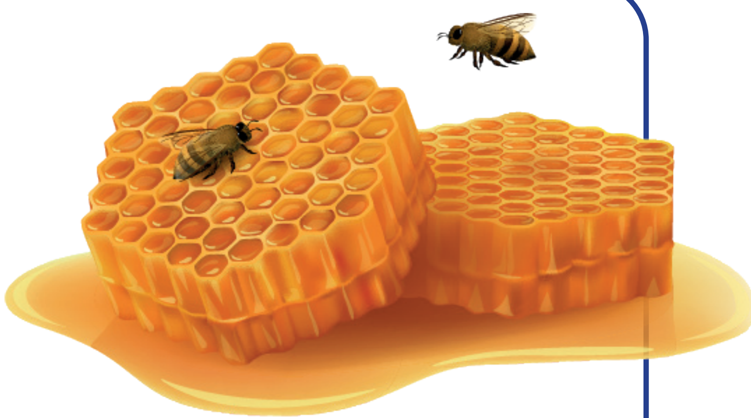
| Süsleme | Süsleme Kodu | İç Açıları |
|---|---|---|
|  | (4, 3, 4, 3, 3) | $90^\circ$-$60^\circ$-$90^\circ$-$60^\circ$-$60^\circ$ |
|  | | |
|  | | |
| İki farklı düzgün çokgen kullanarak (Herhangi birini birden fazla kullanabilirsiniz.) süsleme oluşturulabilinir mi? Bu süslemenin kodu ne olur? Oluşturarak modelini çiziniz. | | |

## DÜŞÜNME KUTUSU

Üç farklı düzgün çokgen kullanarak (Herhangi birini birden fazla kullanabilirsin.) süsleme oluşturulabilinir mi? Bu süslemenin kodu ne olur? Oluşturarak modelini çiziniz.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

**BAL PETEKLERİ NEDEN ALTIGENDİR**



Herhangi bir düzlemi eşit alanlı bölgelere ayırmak istersek çevresi en küçük olan bölge düzgün altıgen olur. Bu kuralı arılar da içgüdüsel olarak kavramış olsa gerek petek yapmak düzgün altıgeni seçmişlerdir. Çünkü en az bal mumu ile en çok bal depolayabilecekleri şekil altıgen prizmadır.

Aynı zamanda peteği inşa ederken pek çok sayıda arı farklı yerlerden başlayarak peteği örüp bir noktada buluşabilmektedirler. (Topsakal, 2014). Eğer bu geometrik şekil düzgün beşgen olsa tamamen kaplanamaz kare veya eşkenar üçgende ise arıların daha çok bal mumu yapmaları gerekirdi.

## ETKİNLİK FORMU - 3

**Müze Eğitimi**

- İncelediğiniz eserlerde rastladığınız süslemelerde hangi geometrik şekilleri gördünüz? Yazınız.

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

- Toplam kaç farklı geometrik şekil kullanılmıştır? Sizce neden bu şekiller seçilmiştir.

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

- Bu geometrik şekillerin kenar ve açı özelliklerini yazınız. Geometrik şekiller kullanarak sizde kendi süslemenizi çiziniz.

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

- Geometrik şekillerin yer aldığı süslemelerden en çok hangi eser ilginizi çekti bu eseri tanıtınız.

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

- Bu süsleme örneklerine benzer süslemeleri araştırıp herhangi birinin renkli çıktısını alarak kalemlik tasarlayınız

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

- Aşağıda müzede yer alan eserler yer almaktadır. Bu eserleri bulup bilgilerini yanlarına yazınız.

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................


ESER 1
ESER 2
ESER 3
ESER 4

## ETKİNLİK FORMU - 1 CEVAP ANAHTARI

Bir şeklin analitik düzlemde belirli bir doğrultuda ve birimde yer değiştirmesine **öteleme** denir.

Ötelemede şeklin **büyüklüğü**, **biçimi**, **duruşu** değişmezken **konumu** değişir.

Bir şeklin belirli bir nokta etrafında **biçimi**, **büyüklüğü**, değişmeden konumunun ve yönünün değişmesi olayına **dönme** hareketi denir.

Bir şeklin düz aynadaki görüntüsüne o şeklin **yansıma** simetriği denir.

Bir şeklin bir doğruya veya aynaya göre simetriğine **yansıma** denir.

Bütün kenarlarının uzunlukları eşit ve bütün açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

**Süsleme kodu**, süslemedeki her bir köşedeki düzgün çokgensel bölgelerin kenar sayısıdır.

Eşkenar üçgenin bir iç açısının ölçüsü, **$60^\circ$** derecedir.

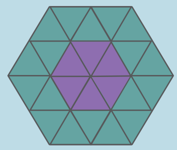
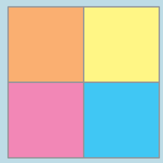
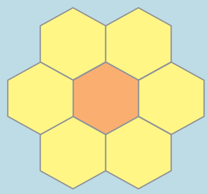
Karenin bir iç açısının ölçüsü **$90^\circ$** derecedir.

Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü **$108^\circ$** derecedir.

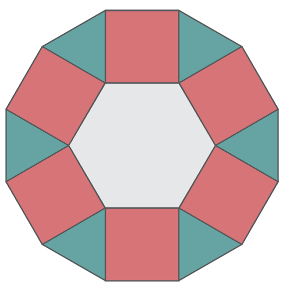
Düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü **$120^\circ$** düzgün sekizgenin ise **$108^\circ$** derecedir.

## ETKİNLİK FORMU - 2 CEVAP ANAHTARI

Tablo 1. Tek bir düzgün çokgen kullanarak kaplanması için kullanılabilen düzgün çokgenler cevap anahtarı

| Tek Şekille Kaplanması İçin Kullanılabilen Düzgün Çokgenler | Süsleme Kodu | Düzgün Çokgenin Bir İç Açısı | Bir köşede Birleşen Düzgün Çokgen Sayısı | Oluşan süsleme modelinin minyatürünü çiziniz |
|---|---|---|---|---|
| **Eşkenar Üçgen** | 3-3-3-3-3-3 | $60^\circ$ | 6 |  |
| **Kare** | 4-4-4-4 | $90^\circ$ | 4 |  |
| **Düzgün Beşgen** | - | $108^\circ$ | - | * |
| **Düzgün Altıgen** | 6-6-6 | $120^\circ$ | 3 |  |
| **Düzgün Sekizgen** | - | $135^\circ$ | - | * |

Üç farklı düzgün çokgen ile oluşturulabilecek süsleme örneği



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: FRAKTALLARI KEŞFEDİYORUM**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Fraktal**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Fraktalların temel özelliklerini fark eder.
- ❖ Örüntü ve fraktal arasındaki benzerlik ve farklılıkları fark eder.
- ❖ Geometrik şekillerden yararlanarak fraktal modelleri oluşturur.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** A4 kâğıdı, makas, sunum, etkinlik formları.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte öğrencilerin, matematiksel kavramlar ve işlemler arasındaki ilişkilerin farkına varabilmesi ve bu ilişkileri kullanabilmesi; matematiksel fikirlerin bir diğeriyle nasıl ilişkili olabileceğini ve bu ilişkilerle yeni fikirlerin nasıl inşa edilerek tutarlı bir bütün hâline getirilebileceğini anlayabilmesi beklenmiştir. Matematik ve sanat ilişkilendirilerek matematiğin kendi iç disiplininde ve uyumunda da bir sanatsal değer, estetik ve güzellik olduğunu öğrencilerin fark edebilmesi hedeflenmiştir. Matematiğin kendi iç disiplinindeki güzelliklerin yanı sıra bu güzelliklerin sanata yansımalarının fark edilebilmesi amaçlanmıştır. Sanat eserlerinin görsel özellikleri analiz edilerek bu eserlerin fraktal olup olmadıkları incelenmiştir, oran kullanarak çizim ve modellemeler yapılmıştır. Kâğıt katlama sanatı olan origamiyle fraktal yapılar oluşturulmuştur.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı, öğrencilerin fraktalları ve fraktalların özelliklerini tanımalarını sağlamaktır. Bununla birlikte fraktal ile örüntü arasındaki farkı ayırt etmeleri ve doğada fraktal örneklerini fark etmeleri amaçlanmaktadır. Etkinliğin öğrencilerin iletişim, akıl yürütme ve tartışma, stratejik düşünme gibi matematiksel yetkinliklerle, tahmin edebilme, betimleme, genelleme, örnekleme gibi düşünme becerilerini geliştirmesi beklenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

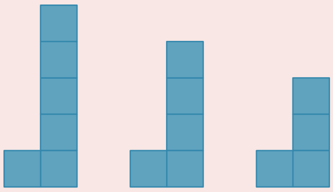
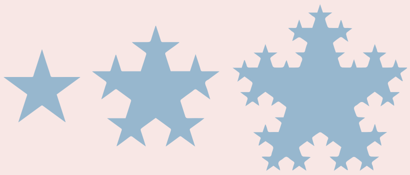
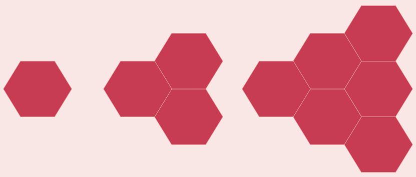
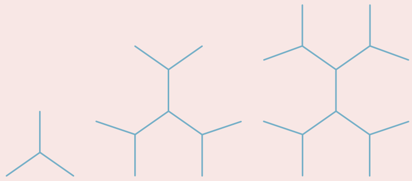
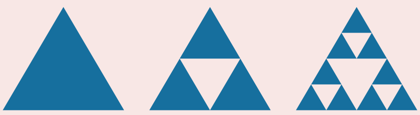
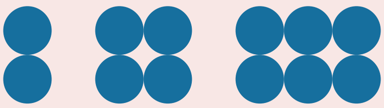
Öğretmen, ders öncesinde fraktalların tarihi gelişimi, bu gelişime katkı sağlamış Mandelbrot, Cantor, Sierpinski, Von Koch, Peano gibi matematikçileri, ilgili matematikçilerin bu konuya katkıları ve diğer bilim alanları ile sanatta fraktalların kullanım alanları hakkında bilgilendirici bir sunum hazırlayabilir. Ders kapsamında ele alınacak modellemeler üzerinde öğrencilerin daha rahat uygulama yapabilmeleri adına etkinlik formları öğrenci sayısı göz önünde bulundurularak çıktı alınabilir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### 1. Adım:

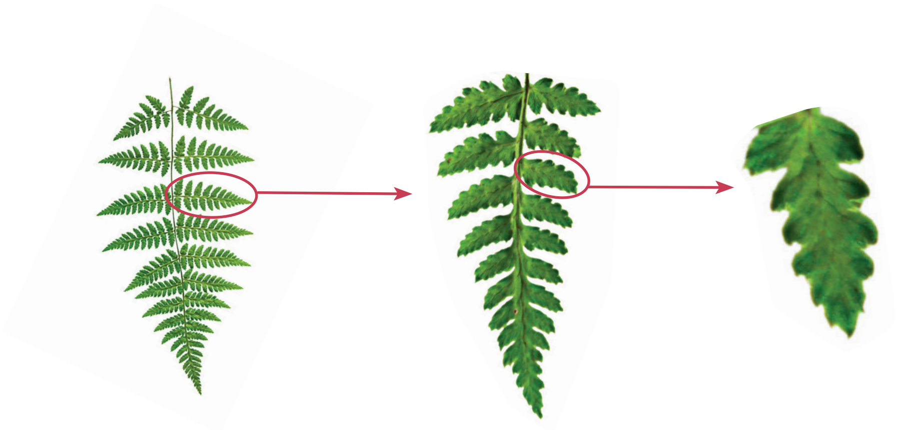
Öğretmen öğrencilere ***"Herhangi bir parçasının içinde şeklin bütününü görebildiğiniz yani parçaları kendisine benzeyen yapılar gördünüz mü?"*** diye soru sorarak derse giriş yapar. Öğrencilerin söyledikleri şekiller tahtaya yansıtılarak ilgili şekillerin bu özelliği taşıyıp taşımadıkları incelenir. Ardından tahtaya Tablo 1'deki gibi çeşitli fraktal ve örüntü modelleri yansıtılır. Öğretmen, eğer mümkünse sınıfa karalahana, ayçiçeği vb. fraktal örnekleri getirebilir, başka fraktal ve örüntü örnekleri ekleyerek tablo içeriğini zenginleştirebilir.

Tablo 1. Fraktal ve örüntü örnekleri

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |
| 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |
| 7 | 8 | 9 |

Öğretmen, yansıtılan görsellerin ortak noktalarının ne olabileceği ile ilgili olarak öğrencilerin görüşlerini alır. Görselde yer alan tüm modellerin belirli bir kuralı takip eden şekiller oldukları bu nedenle **"örüntü"** olma özelliği taşıdıkları fark ettirilir. Daha sonra öğrencilere bu modeller içerisinde *"Şeklin belirli bir parçasında şeklin bütününü, bir şeklin orantılı olarak küçültülmüş ya da büyütülmüş hâlini içeren modeller"* görüp göremedikleri sorulur. Öğrencilerden verilen örüntüler arasından fraktal olanları ayırt ederek gruplandırmaları istenir.

Öğrencilere, gerekli sınıflandırmaları yaptıktan sonra çoğunlukla kendine benzeme özelliği gösteren, şeklin orantılı olarak küçültülerek ya da büyütülerek kullanılmasıyla oluşturulan örüntülerin **"fraktal"** olarak adlandırıldığı bilgisi verilir. Şeklin kendini tekrar etmesi durumunun sonsuza dek devam ettiği, çeşitli programlar veya görseller aracılığı ile fraktal örnekleri üzerinden inceletilebilir. Örneğin Şekil 1'de verilen eğrelti otu görselinde büyütme küçültme yapılarak her parçanın büyük şekle benzediği gösterilebilir.



Şekil 1. Eğrelti otu fraktal örneği

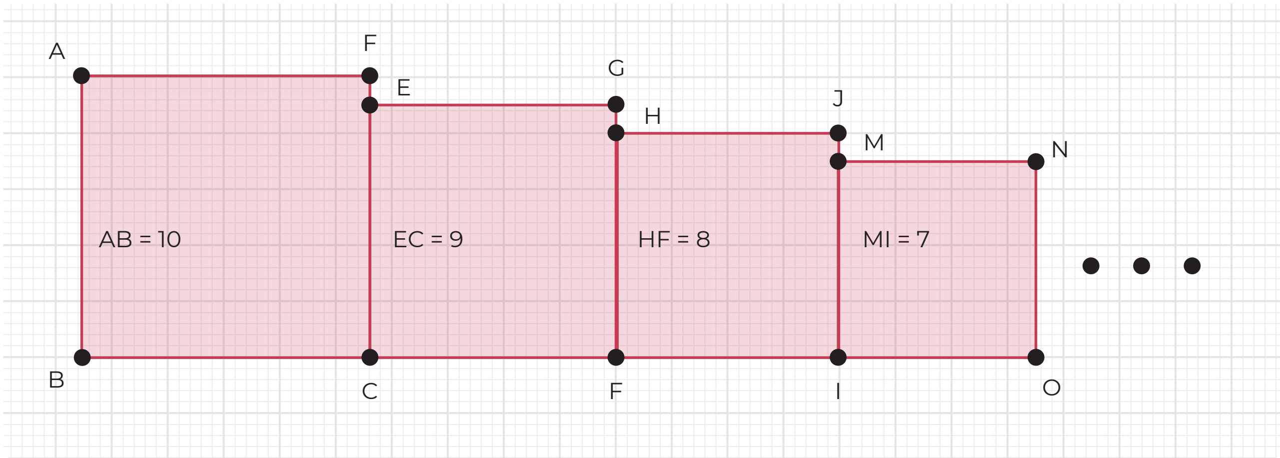
**2. Adım:**

Fraktal modellemeleri incelendikten sonra öğrencilere, fraktal ve örüntü arasındaki fark sorulur. Gelen cevaplardan sonra fraktalların da belli bir kural doğrultusunda oluşturuldukları için aynı zamanda birer örüntü oldukları ve bu nedenden dolayı bazı kaynaklarda fraktalların fraktal örüntü şeklinde de ifade edildiği belirtilir (Günay ve Kabaca, 2013). Ancak fraktalların örüntülerden farklı olarak *"tekrarlama", "öz-benzerlik"* ve *"boyut"* olmak üzere üç temel özelliği bulunduğuna değinilir (Karakuş, 2010). Fraktalların bir önceki şekli içinde barındırma, orantılı büyüme veya küçülme temel özelliklerini de göstermesi gerektiğine dikkat çekilir. Böylece öğrencilerin *"Her fraktal bir örüntüdür ancak her örüntü bir fraktal değildir."* genellemesine ulaşmaları sağlanır.

Fraktal ve örüntü arasındaki ilişkinin açıklanmasının ardından *"fraktal"* (fractal) kelimesinin Latince *"fractus"* kelimesine dayandığı ve *"düzensiz parçalar oluşturmak için kırmak"* anlamını taşıdığı belirtilir (Mandelbrot, 1982). Fraktalların asıl olarak matematik disiplinine ait bir kavram olduğu ve daha sonra diğer disiplinlerde de kullanılmaya başlandığına dikkat çekilir. 19. yüzyılın sonlarında bazı bilim insanları tarafından bazı örnekleri verilmesine rağmen tam olarak fraktalların açıklanmasının 20. yüzyılın sonlarını bulduğu ve fraktallar üzerinde ilk olarak 1975'te Polonya asıllı matematikçi Benoit Mandelbrot'un çalıştığı ifade edilir. Özetle fraktalların matematiksel bir kavram olarak tarihsel gelişim süreci ve bu sürece katkı sağlamış olan Cantor, Sierpinski, Von Koch, Peano gibi matematikçiler ile onların katkılarına yer verilir (Coşar, 2012). Diğer bilim alanlarında ve sanatta fraktalların kullanım alanları hakkında bilgi verilir. Yapılan açıklamaların ardından öğrencilere ders boyunca inceledikleri fraktal modelleri dışında doğada, sanatta ve diğer alanlarda fraktal örnekleri gözlemleyip gözlemlemedikleri sorulur. Verilen örneklerin fraktal olup olmadıkları üzerinde tartışılır. Ayçiçeği, çam kozalağı, ağaç kabuğu, karnabahar, kar tanesi vb. doğadaki unsurlarda da fraktalları gözlemleyebilecekleri ifade edilir. Ayrıca bir ırmağın akışında izlediği yolun, mikroorganizmaların çoğalmalarının, borsadaki dalgalanmaların, iklimsel değişikliklerin ve yıldırımın düşerken atmosferdeki yayılımının ancak fraktal geometri ile açıklanabileceği ifade edilir.

**3. Adım:**

Öğrencilerin, fraktal yapılardaki orantısal büyümeyi nasıl anlamlandırdıklarını anlayabilmek için Şekil 2'deki şekil tahtaya yansıtılır.




Şekil 2.

Öğrencilere, Şekil 2'de verilen her bir kenarının uzunlukları 10 br - 9 br - 8 br - 7 br - 6 br ... şeklinde değişen karelerin oluşturduğu örüntünün bir fraktal modellemesi olup olmadığı sorulur. Ardından öğrencilerden her bir karenin kenar uzunluklarındaki küçülme oranlarını hesaplayarak verilen şekil örüntüsünün fraktal modellemesi olup olmadığını belirlemeleri istenir.

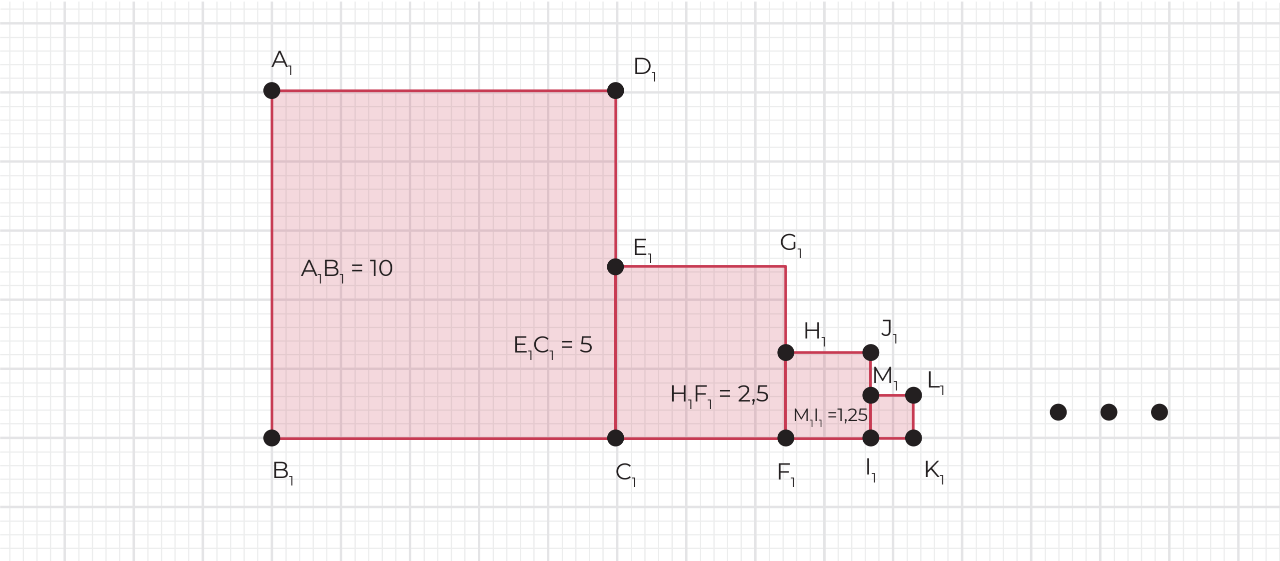
Tablo 2. Şekil 2'nin fraktal olup olamadığına yönelik bulgular

| Adım sayısı | Kenar uzunluğu (br) | Aynı şekil tekrarlanmış mı? | Küçülme oranı | Fraktal mıdır? |
|---|---|---|---|---|
| **1. adım** | 10 | | 1/10 | |
| **2. adım** | 9 | | 1/9 | |
| **3. adım** | 8 | Evet | 1/8 | Örüntü |
| **4. adım** | 7 | | 1/7 | |
| ... | ... | | ... | |

Öğretmen tahtaya Şekil 2. ve Tablo 2.'yi yansıtır veya çizer. Öğrencilerin cevapları alındıktan sonra sırasıyla 10'dan 9'a 1 birimlik bir küçülme varken küçülme oranının 1/10 olduğu; 9'dan 8'e de 1 birimlik bir küçülme olduğu ancak küçülme oranının bu kez 1/9 olduğu, 8'den 7'ye de 1 birimlik bir küçülme olduğu ancak küçülme oranının 1/8 olduğu bu nedenle bu şekil örüntüsünde hep aynı oranla devam eden bir orantısal küçülme olmadığı için verilen modelin bir örüntü olduğu ancak fraktal yapı göstermediği keşfettirilir.

### 4. Adım:

Öğrencilerin, fraktal yapılardaki orantısal büyümeyi nasıl anlamlandırdıklarını anlayabilmek için Şekil 3'teki şekil tahtaya yansıtılır.




Şekil 3.

Öğrencilere, Şekil 3'te verilen kenar uzunluklarının ölçüleri 10br - 5br - 2,5br - 12,5br... şeklinde devam eden her biri kare şeklinde olan örüntünün bir fraktal modellemesi olup olmadığı sorulur. Daha sonra öğrencilerden her bir karenin kenar uzunluğundaki küçülme oranlarını hesaplayarak verilen şekil örüntüsünün fraktal modellemesi olup olmadığını belirlemeleri istenir.

Tablo 3. Şekil 3'ün fraktal olup olamadığına yönelik bulgular

| Adım sayısı | Kenar uzunluğu (br) | Aynı şekil tekrarlanmış mı? | Küçülme oranı | Fraktal mıdır? |
|---|---|---|---|---|
| **1. Adım** | 10 | Evet | ½ | Fraktal |
| **2. Adım** | 5 | | ½ | |
| **3. Adım** | 2,5 | | ½ | |
| **4. Adım** | 1,25 | | ½ | |
| **...** | ... | | ... | |

Öğretmen, tahtaya Şekil 3'ü ve Tablo 3'ü yansıtır veya çizer. 10-5-2,5-1,25… devam eden kenar uzunluklarının sabit bir orantısal bir küçülme olup olmadığına yönelik öğrenci görüşleri alınır. 10'dan 5'e 5 birimlik bir küçülme varken küçülme oranının ½ olduğu, 5'ten 2,5'e 2,5 birimlik bir küçülme varken küçülme oranının yine ½ olduğu, 2,5'ten 1,25'e 1,25 birimlik küçülme varken küçülme oranının yine ½ olduğu bu nedenle tüm durumlardaki küçülme oranının sabit bir orantısal küçülme olduğu keşfettirilir. Bu açıdan kenar uzunlukları 10-5-2,5-1,25 küçülerek giden bu şekil örüntüsünün aynı şeklin belli oranda küçülmesiyle oluştuğu bu açıdan fraktal bir yapı gösterdiği keşfettirilir.

### 5. Adım:

Öğrencilere, ilgi ve ihtiyaçları doğrultusunda dersin sonunda origami ve çizime dayalı iki farklı fraktal modellemesi üzerinde çalışma yapabilecekleri belirtilir. Origami ile fraktal modellemesi yapmak isteyen öğrencilere Etkinlik Formu 1; çizim yöntemiyle fraktal modellemesi yapmak isteyen öğrencilere ise Etkinlik Formu 2 verilerek öğrencilerden etkinlik kâğıtlarında verilen yönergeye uygun olarak çalışmalarını tamamlamaları istenir.

### Etkinlik Görevi 1: Merdiven Modellemesi

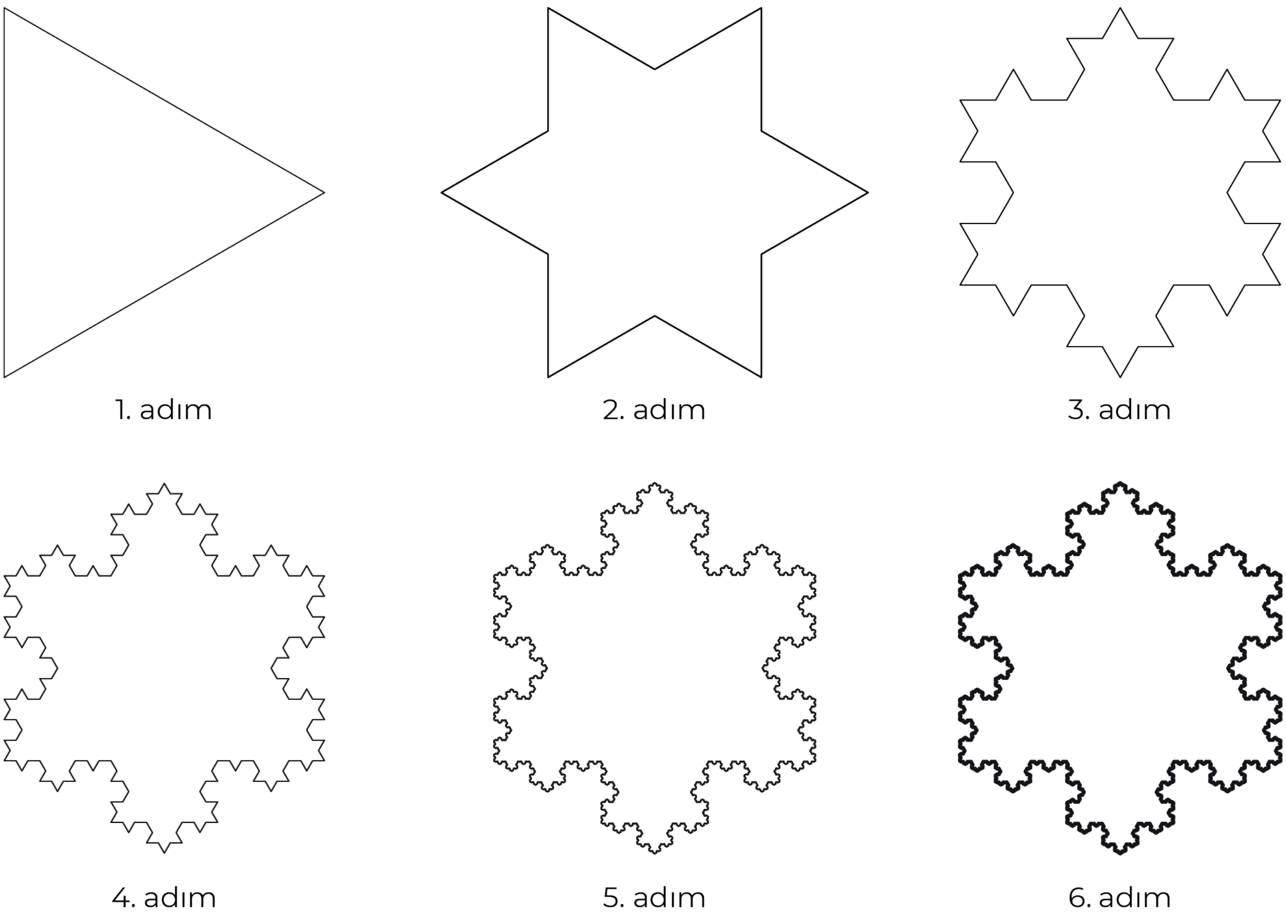
Öğretmen, öğrencilerden etkinlik yönergesini okumasını ister. Yönerge doğrultusunda öğrencilerden 20 cm x 20 cm ebatlarındaki kareden Merdiven Modellemesi'ni inşa etmeleri istenir. Oluşturulan merdiven modeline yönelik 1., 2. ve 3. adımda oluşan içi boş eş şekillerin sayısı, ilgili adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısı ve oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğunun ölçüsü ile ilgili elde ettikleri bilgileri tabloya işlemeleri belirtilir. Bu doğrultuda öğrencilerin Tablo 4'te ifade edilen bulgulara ulaşmaları beklenir. Elde ettikleri bulgulara dayalı olarak 4. adım için bir çıkarımda bulunmaları istenir. Öğrencilerin cevapları alındıktan sonra bu modele dair elde ettikleri sonuçların genel bir kural dâhilinde ilerleyip ilerlemediği sorulur. Bu doğrultuda her adımda oluşan içi boş eş şekil sayısının 2 katına ulaştığını, ilgili adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısının her adımda oluşan içi boş eş şekil sayısının toplamı kadar olduğunu ve oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğunun ise her adımda ½ oranında küçüldüğünü keşfetmeleri sağlanır. Öğrencilerin seviyelerine göre genel kurala ulaşmaları istenebilir. Elde edilen bilgiler doğrultusunda Merdiven Modellemesi'nin fraktal olup olmadığını gerekçelendirerek açıklamaları istenir. Öğrencilerin oluşturulan modelin örüntü içermesi, kenar uzunluklarının orantısal olarak küçülmesi ve şeklin kendini tekrar etmesi nedeniyle fraktal olduğunu keşfetmeleri sağlanır.

Tablo 4. Merdiven modeline yönelik bulgular

| Adım Sayısı | 1. Adım | 2. Adım | 3. Adım | 4. Adım | Örüntü Kuralı | Fraktal mıdır? |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Oluşan içi boş eş şekil sayısı | 1 | 2 | 4 | 8 | $2^{n-1}$ | |
| Bu adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısı | 1 | 1+2=3 | 1+2+4=7 | 1+2+4+8=15 | $2^{n-1}$ | fraktal |
| Oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğunun ölçüsü | 5 | 2,5 | 1,25 | 0,625 | $\frac{5}{2^{n-1}}$ | |

### Etkinlik Görevi 2: Koch Kar Tanesi Modellemesi

Öğretmen, öğrencilerden etkinlik yönergesini okumasını ister. Öğrencilerin Koch Kar Tanesi Modeli'nin ve modelin verilen bölümünün nasıl oluştuğunu analiz ederek şekil örüntüsünün kuralını ifade etmelerini ister. Bu doğrultuda öğrencilerin verilen modelin bir bölümünün şekil örüntünün: *"Bir doğru parçasının üç eşit aralığa bölündüğü ve ortadaki bölüm çıkarılıp, bu bölüme kenarları çıkartılan parçalar kadar olan yeni eşkenar üçgen oluşturularak şekilde tamamlayarak dört eş doğru parçasından oluşan bir kırık çizgi elde ederek"* ilerlediğini keşfetmeleri beklenir (Tablo 5). Koch Kar Tanesi Modeli'ni elde etmek için ise bir eşkenar üçgenin, her kenarının üç eşit aralıkla işaretlenip ve ortadaki bölümler çıkartılarak, bu bölüme kenarları çıkartılan parçalar kadar olan yeni eşkenar üçgen oluşturarak şekil örüntüsünün ilerlediği fark ettirilir (Şekil 4).

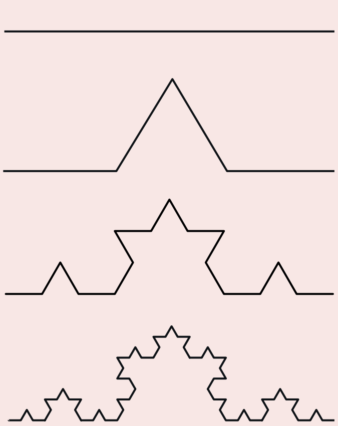



Şekil 4. Koch kar tanesi modeli

Öğrencilerden, Koch Kar Tanesi Modeli'ni oluşturan adım sayısına bağlı olarak oluşan şeklin çevre uzunluğu ve oluşan toplam doğru parçası sayısı ile ilgili verileri tablo üzerine işlemeleri istenir. Bu doğrultuda öğrencilerin Tablo 5'te ifade edilen bulgulara ulaşmaları beklenir. Daha sonra tablodaki verilerden yola çıkarak öğrencilerin şeklin çevre uzunluğu ve oluşan toplam doğru parçası sayısı ile ilgili çıkarımlarda bulunmaları beklenir. Koch Kar Tanesi Modeli'ndeki adım sayısına bağlı olarak oluşan toplam doğru parçası sayısının 4 katına, oluşan doğru parçalarının uzunluklarının ise 1/3 katına ulaştığını keşfetmeleri sağlanır. Öğrencilerin oluşturulan modelin örüntü içermesi, kenar uzunluklarının sabit bir oranla küçülmesi ve şeklin kendini tekrar etmesi hususlarını göz önünde bulundurarak fraktal olduğunu keşfetmeleri sağlanır.

Öğrencilerin, Koch Kar Tanesi Modeli'nin adım sayısı arttıkça şeklin her adımda uzunluğunun da biraz daha arttığını yani çevresinin sonsuz olduğunu; alanının ise, her adımda oluşan şekli bir daire içine sığdırmak mümkün olduğu göz önünde bulundurularak, sonlu olduğunu keşfetmeleri sağlanır. Ardından öğrencilerin fraktallarda sonsuzluk kavramı ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınır.

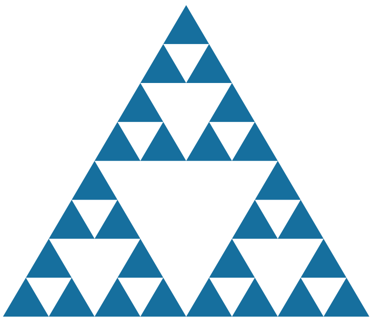
Tablo 5. Koch kar tanesi modeli bölümüne yönelik bulgular



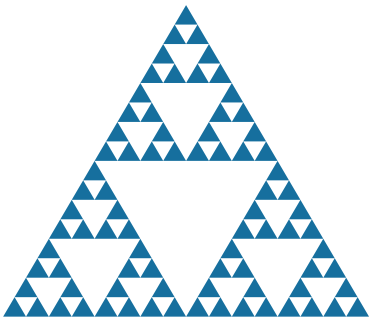
| | Adım sayısı | Oluşan şeklin çevre uzunluğu (br) | Toplam doğru parçası sayısı | Fraktal mıdır? |
|---|---|---|---|---|
| 1. adım | 1 | 27 | 1 | fraktal |
| 2. adım | 2 | 9 | 4 | |
| 3. adım | 3 | 3 | 16 | |
| 4. adım | 4 | 1 | 64 | |
| | ... | ... | ... | |
| **Örüntü Kuralı** | n | $(\frac{1}{3})^{n-1}$ | $4^{n-1}$ | |

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

### Sierpiński Üçgeni



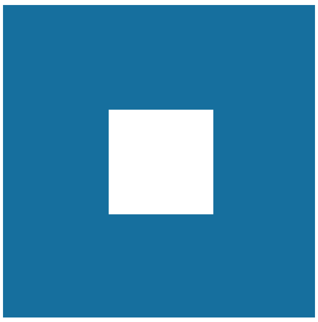
4. adım



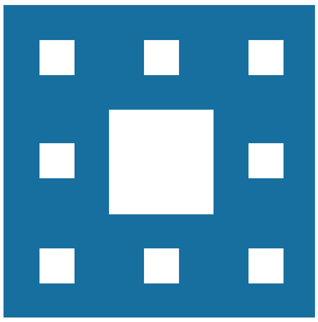
5. adım

### Sierpiński Halısı

1. adım



2. adım



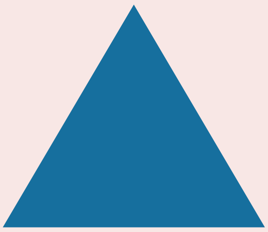
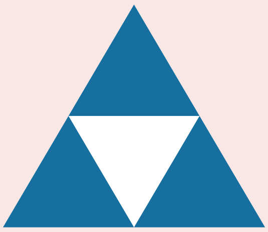
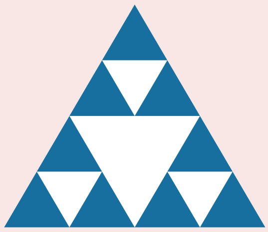
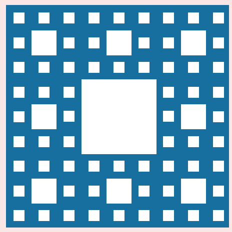
3. adım

Yukarıda Polonyalı matematikçi Waclaw Sierpiński tarafından 1915-16 yıllarında oluşturulan Sierpiński Üçgeni ve Sierpiński Halısı modellerinden bazı adımları verilmiştir. Fraktalların taşıdığı özellikleri gözeterek öğrencilerden:

- Sierpiński Üçgeni ve Sierpiński Halısı'nın fraktal olup olmadığını açıklamaları,
- İlk 3 adımı verilen Sierpiński Halısı'nın 4. adımlarını çizmeleri,
- 4. ve 5. adımı verilen Sierpiński Üçgeni'nin ilk 3 adımını çizmeleri istenir.

Ardından öğretmen her öğrenciye bir A4 kâğıdı dağıtır. Öğrencilerden, derste ele alınan fraktallar dışında kendilerine özgü bir fraktal modeli oluşturup, oluşturdukları fraktal modelinin ilk 3 adımını verilen kâğıda çizmelerini ister. Öğrencilere, çizimleri yapabilmeleri için belli bir süre verdikten sonra öğrencilerin yapmış oldukları çizimleri karşılıklı olarak birbirleriyle değiştirmelerini ister. Öğrencilerden, arkadaşının ilk 3 adımını çizdiği fraktalın 4. adımını çizmelerini ister. Ardından birbirinin fraktallarının 4. adımını çizen öğrenciler bir araya getirilerek çizdikleri fraktalları karşılıklı değerlendirmelerini ister.

**Cevap:**

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| 1. adım | 2. adım | 3. adım | 4. adım |
| **Sierpiński Üçgeni** | | | **Sierpiński Halısı** |

## DEĞERLENDİRME

Öğretmen, ders içinde öğrencilerin yaptıkları fraktallar konusundaki çalışmalarını "Fraktalları Keşfediyorum Dereceleme Ölçeği"ni kullanarak değerlendirir. Bu etkinliğe ait "Fraktalları Keşfediyorum Dereceleme Ölçeği"ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Coşar, M. Ç. (2012). *İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktallar konusundaki düşünme biçimlerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

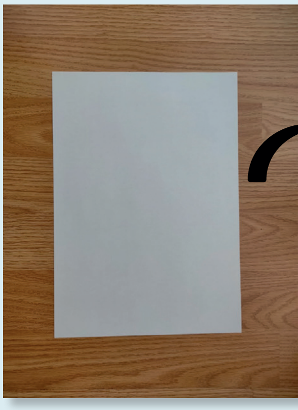
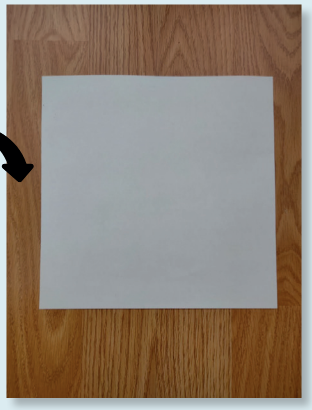
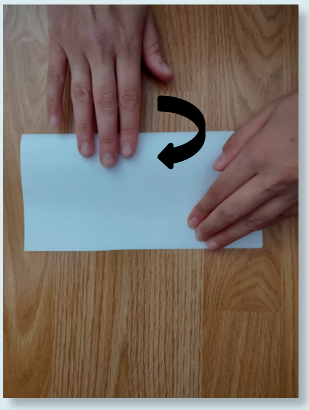
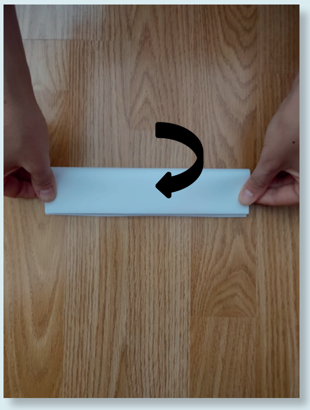
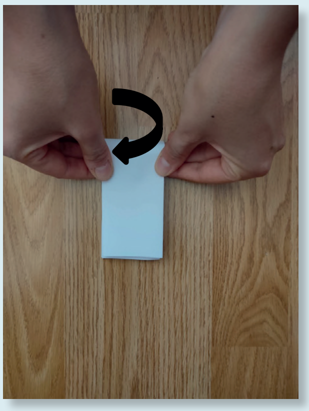
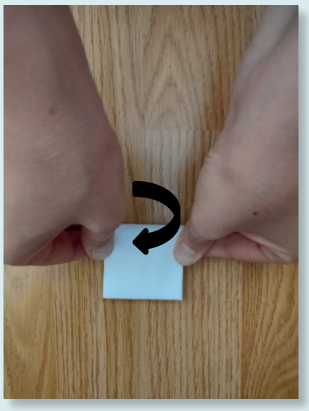
Karakuş, F. (2010). Fraktal kart etkinlikleriyle fraktal geometriye giriş, *İlköğretim Online,* 9(1), 1-6.

Mandelbrot, B. B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature.* Freeman and Co.

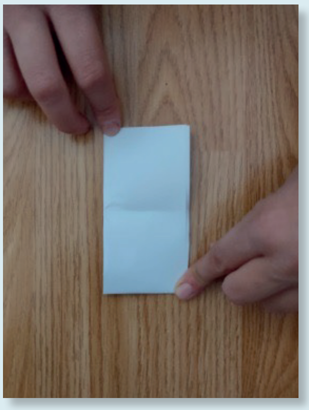
## ETKİNLİK FORMU - 1

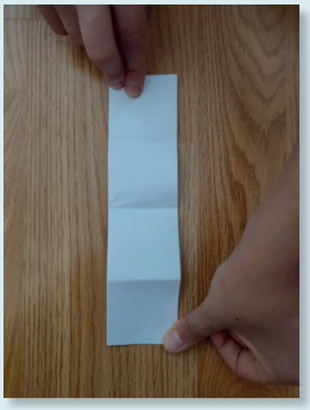
### MERDİVEN MODELLEMESİ

**Yönerge**

| Merdiven Modellemesi Uygulama Basamakları | Görseli |
|---|---|
| Bir A4 kâğıdından cetvel yardımıyla 20 cm x 20 cm ebatlarında bir kare oluşturup, oluşturduğunuz parçayı makasla kesiniz. (Şekil 1, Şekil 2) |  Şekil 1.  Şekil 2. |
| Kestiğiniz kâğıdı ardı ardına, yaptığınız katlamayı bozmadan, aynı yönde dikey simetri ekseni boyunca 2 kere katlayınız. (Şekil 3, Şekil 4) |  Şekil 3.  Şekil 4. |
| Yaptığınız katlamaları bozmadan kâğıdı bu kez yatay simetri ekseni boyunca ardı ardına aynı yönde 2 kere katlayınız. (Şekil 5, Şekil 6) |  Şekil 5.  Şekil 6. |

En son yaptığınız iki katlamayı açınız. (Şekil 7, Şekil 8)

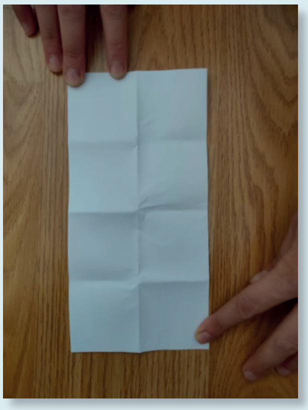

Şekil 7.


Şekil 8.

Sonra diğer yönde yaptığınız son katlamayı açınız. (Şekil 9)

Kâğıdı açtığınızda, ortadan katlanmış olan kâğıdın yüzeyinde 8 eş kare görmelisiniz. (Şekil 9)

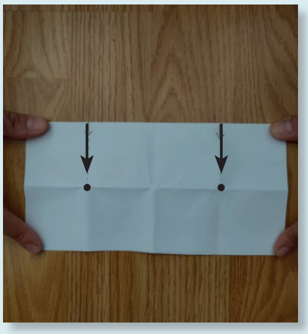
Ardından ortadan katlanmış kâğıdın kapalı bölümü size yakın olacak şekilde kâğıdı çeviriniz. (Şekil 10)

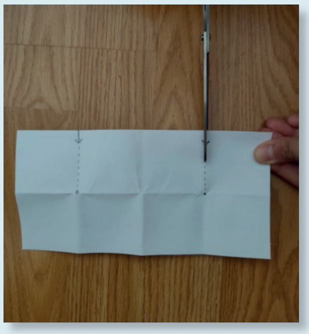

Şekil 9.

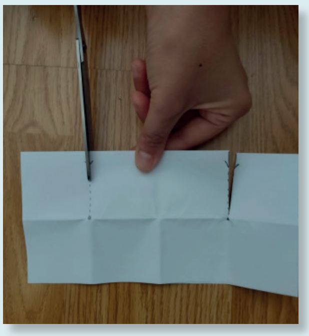
Şekil 10.

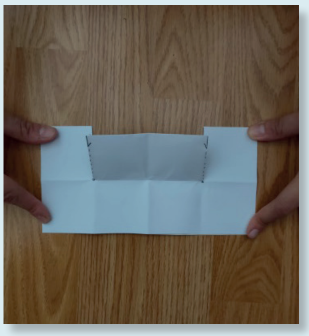
Kâğıdın üzerinde oluşan katlama çizgilerinden en soldaki ve en sağdaki katlama izlerini kâğıdın kapalı bölümünden ortadaki katlama çizgisine kadar (şekilde okla gösterilen yerden nokta ile gösterilen yere kadar) makasla sırasıyla kesiniz. (Şekil 11, Şekil 12, Şekil 13)

Şekil 14'te gösterilen parçayı elde ediniz.


Şekil 11.


Şekil 12.


Şekil 13.

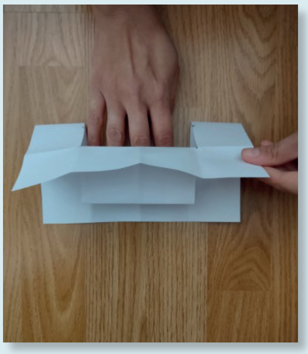

Şekil 14.

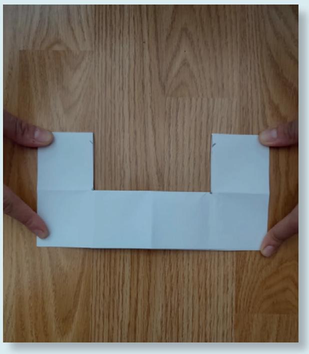
Kestiğiniz parçayı içeri doğru Şekil 15 gösterildiği gibi katlayınız.

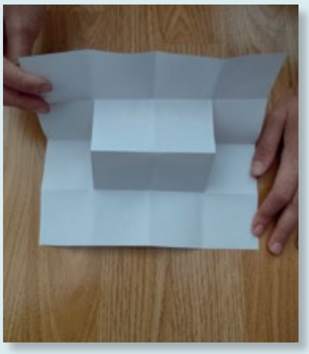
Şekil 16'da gösterilen parçayı elde ediniz.

Kâğıdın açık ucundan modelinizi Şekil 17'de gösterildiği gibi açınız.

Merdiven Modellemesinin ilk adımını oluşturdunuz. (Şekil 17)


Şekil 15.


Şekil 16.


Şekil 17.

Mediven Modellemesinin ikinci adımını oluşturmak için öncelikle modellemenizi Şekil 18'deki gibi kapalı halde tutunuz.

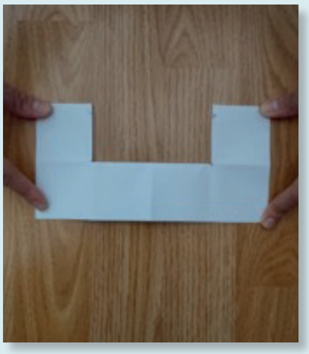
Şekilde içe doğru katladığımız bölüme (Şekil 18'de siyah çerçeve içinde gösterilen bölüme) ilk adımı oluşturma işlemlerini sırasıyla uygulayınız.

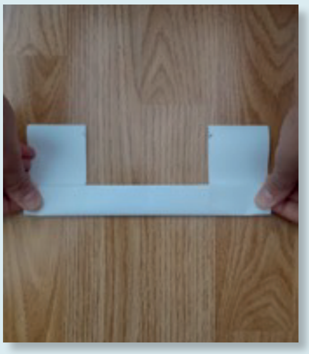
Şekil 30'da gösterilen parçayı elde ediniz.

Kâğıdın açık ucundan şeklinizi Şekil 31'de gösterildiği gibi açınız.

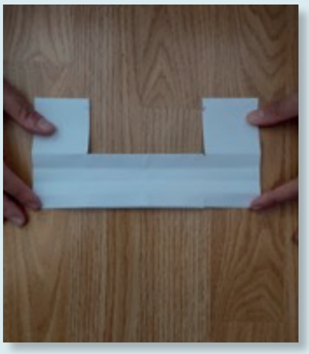
Merdiven Modellemesinin ikinci adımını oluşturdunuz. (Şekil 31)

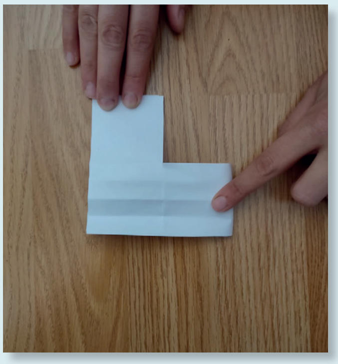
Not: Şekil 18-31'de gösterilen uygulamaları sırasıyla yaparak Mediven Modellemesinin ikinci adımını oluşturabilirsiniz.

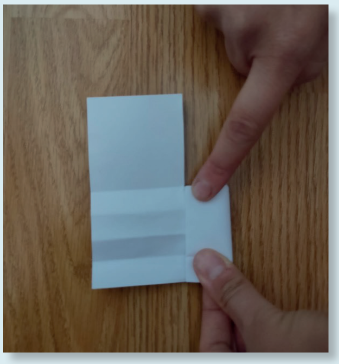

Şekil 18.

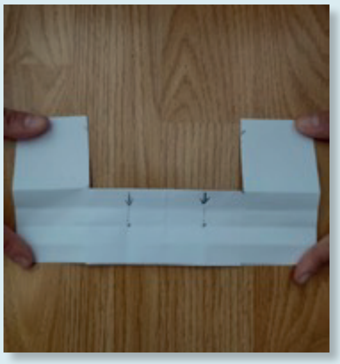

Şekil 19.

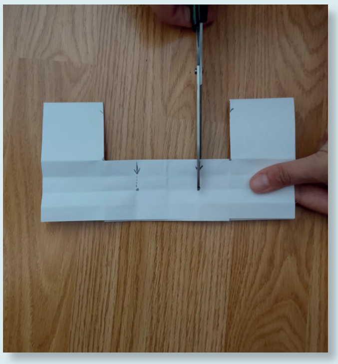

Şekil 20.

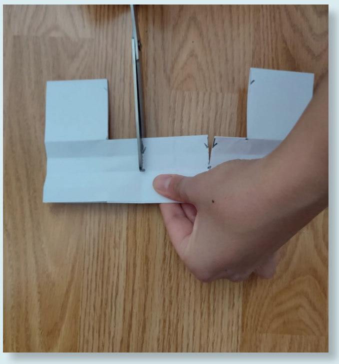

Şekil 21.

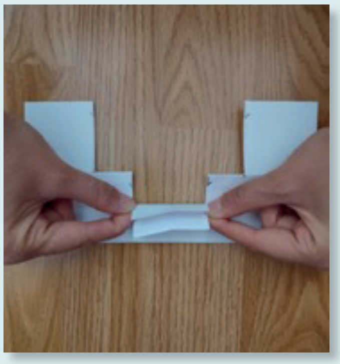

Şekil 22.

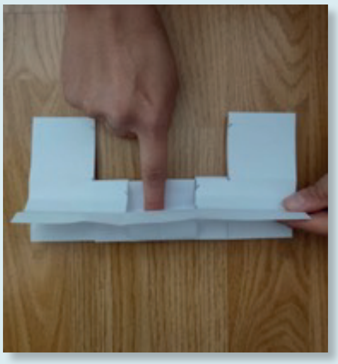

Şekil 23.


Şekil 24.

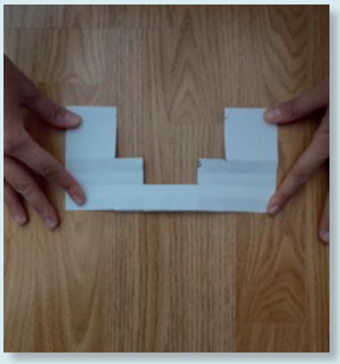

Şekil 25.

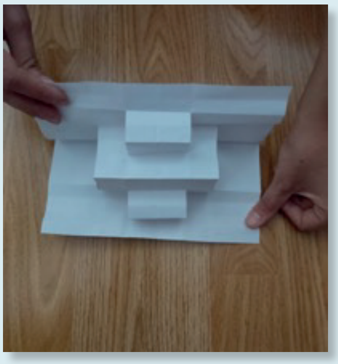

Şekil 26.


Şekil 27.


Şekil 28.


Şekil 29.


Şekil 30.


Şekil 31.

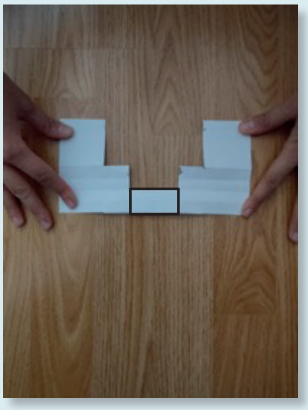
Mediven Modellemesinin üçüncü adımını oluşturmak için öncelikle modellemenizi Şekil 32'deki gibi kapalı halde tutunuz.

Şekilde içe doğru katladığımız bölüme (Şekil 32'de siyah çerçeve içinde gösterilen bölüme) ilk adımı oluşturma işlemlerini sırasıyla uygulayınız.

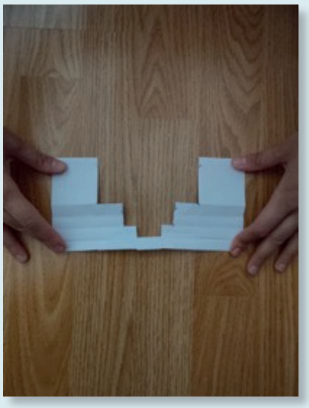
Şekil 33'de gösterilen parçayı elde ediniz.

Kâğıdın açık ucundan şeklinizi Şekil 34'de gösterildiği gibi açınız.

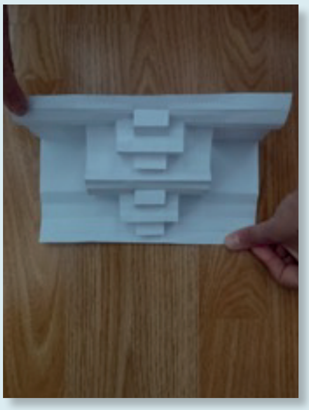
Merdiven Modellemesinin üçüncü adımını oluşturdunuz. (Şekil 34)



Şekil 32.



Şekil 33.



Şekil 34.

- Verilen yönerge doğrultusunda Merdiven Modellemesi'nin ilk üç adımını oluşturunuz. Elde ettiğiniz modelden yararlanarak Merdiven Modellemesi'nin ilk üç adımında oluşan içi boş eş şekil sayısını, ilgili adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısını ve oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğunu bulup aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

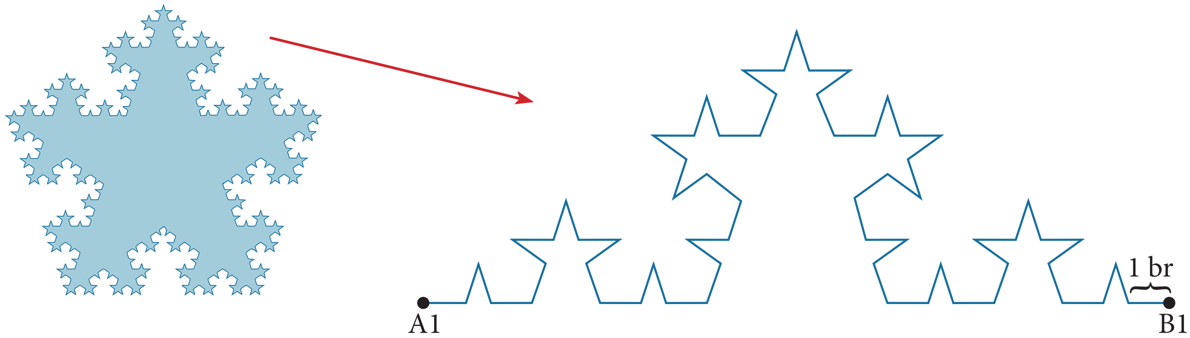
Tablo 1. Merdiven modeline yönelik bulgular

| **Adım sayısı** | **1. adım** | **2. adım** | **3. adım** | **4. adım** | **Örüntü Kuralı** | **Fraktal mıdır?** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Oluşan içi boş eş şekil sayısı | | | | | | |
| İlgili adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısı | | | | | | |
| Oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğu | | | | | | |

- İlk 3 adımdaki bulgularınızdan yola çıkarak Merdiven Modellemesi'nin 4. adımda oluşan içi boş eş şekil sayısını, ilgili adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısını ve oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğunu bulup tabloyu doldurunuz.
- Tablodaki verilerden hareketle Merdiven Modellemesi'nde adım sayısına bağlı olarak oluşan içi boş eş şekil sayısını, ilgili adıma kadar oluşan içi boş toplam şekil sayısını ve oluşan içi boş şeklin bir kenar uzunluğunun ölçüsünü veren genel bir kural elde edebilir miyiz? Açıklayınız.
- Sizce Merdiven Modellemesi bir fraktal mıdır? Neden? Açıklayınız.

## ETKİNLİK FORMU - 2

### KOCH KAR TANESİ MODELLEMESİ




Şekil 1. Koch kar tanesi modellemesi 4. adımı

Şekil 1'de Koch Kar Tanesi Modellemesi'nin her bir doğru parçası 1 br uzunluğunda olan toplam 64 doğru parçasından oluşan 4. adımından bir bölüm verilmektedir.

Siz de Koch Kar Tanesi Modellemesi'nin nasıl oluştuğunu analiz ederek şeklin 3., 2. ve 1. adımını çiziniz. Koch Kar Tanesi Modellemesi'nin örüntü kuralını ifade ediniz.

Elde ettiğiniz çizimlerinizden yararlanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Tablo 2. Koch kar tanesi fraktal modellemesine yönelik bulgular

| Adım sayısı | Oluşan şeklin çevre uzunluğu | Toplam doğru parçası sayısı | Fraktal mıdır? |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | 1 | 64 | |
| ... | | | |
| Örüntü Kuralı | | | |

- Tablodaki verilerden hareketle Koch Kar Tanesi Modellemesi'ni oluşturan adımların sayısına bağlı olarak oluşan doğru parçalarının uzunluğunu ve toplam doğru parçalarının sayısını veren genel bir kural elde edebilir miyiz?
- Sizce Koch Kar Tanesi Modellemesi bir fraktal mıdır? Neden?
- Koch Kar Tanesi Modellemesi'nin adım sayısı arttıkça alanı ve çevre uzunluğu ile ilgili ne gibi değişiklikler olabileceğini açıklayınız.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÇEMBERİ TANIYORUM**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Çember ve Daire**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Çemberde temel kavramları açıklar.
- ❖ Bir çemberin çevre uzunluğu ile çap uzunluğu arasında ilişki kurar.
- ❖ Çember ile dairenin benzer ve farklı yönlerini karşılaştırır.
- ❖ Çemberin çevre uzunluğunu hesaplar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kalem, kâğıt, hesap makinesi, pergel, cetvel, bilgisayar, dinamik yazılımlar, kareli kâğıt, reverse taşları, akıllı tahta.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Matematiksel kavramların kendi aralarında ilişkilendirilmesi bağlamında çember ve daire arasında ilişkilendirme yapılır. Bilişim dersinde pi sayısının yaklaşık değerini hesaplamada çeşitli yazılımlardan ve bilişim dersi programlarından faydalanılabilir. Yine çember ve daire oluşturmada dinamik geometri yazılımları kullanılabilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı, öğrencilerin çemberin temel elemanlarını fark etmeleri ve çemberin çevre uzunluğunu hesaplamalarıdır. Bununla birlikte çember ve dairenin farklı ve benzer yönlerini ortaya koymaları, pi sayısı ile çember/daire arasındaki ilişkiyi anlamalarını sağlamaktır. Öğrencilerin tanımını bildikleri matematiksel kavramlarla ilgili karşılaştırma yapabilmeleri ve neden-sonuç ilişkisi kurabilmeleri hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

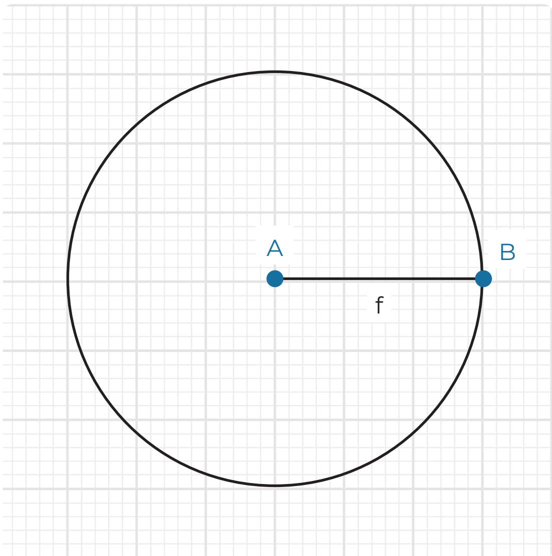
Bir çember çizebilmek için çemberin hangi temel elemanlarına ihtiyaç olduğu vurgulanır. Öğrencilerin çember çizerken hangi araçlardan yararlanıldığını fark etmeleri sağlanır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

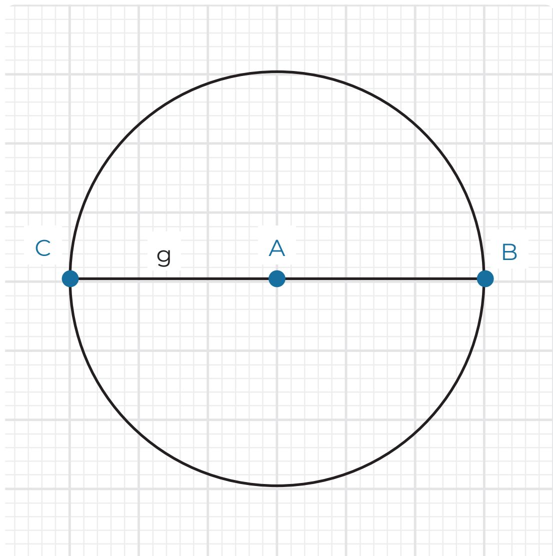
Şekil 1. Pergelle çember çizimi

Öğrencilere pergel verilir ve *"Pergel hangi çizimlerde işimize yarar?"* sorusu sorulur. Tüm öğrencilerin katılımı ile tartışma yapılır. Çember çizmek için pergelden yararlanıldığı açıklanır ve pergelin kullanımı gösterilir. Ardından etkinliğe geçilir.

- Öğrencilere *"Bir toplantıdasınız. Sabit bir yerde oturan kişinin çevresine her biri eşit mesafede olacak 20 kişiyi nasıl yerleştirirsiniz?"* sorusu sorulur.
- Öğrencilerden gelen cevaplar üzerinde tartışılır. Daha sonra öğrencilerden, kendilerine verilen durumu modellemeleri istenir. (Öğrenciler modelleme yaparken reverse taşları vb. kullanabilirler.) Benzer şekilde "40 kişi olsaydı kişileri nasıl yerleştirirdik?" sorusu sorulur ve öğrencilerden bunu da modellemeleri istenir.
- 40 kişi üzerinde çalıştıktan sonra bu kez "Eğer 200 kişi olsaydı hatta bu durum sonsuz sayıda kişi olacak şekilde devam etseydi kişileri nasıl yerleştirirdiniz?" soruları sorulur. Öğrencilerden, bu durumları da modellemeye çalışmaları istenir.
- Yapılan çalışmaların ardından son olarak hep birlikte elde edilen modeller incelenir. Kişi sayısı çoğaldıkça elde edilen şeklin çembere yaklaştığı söylenir.
- Bu açıklamanın ardından öğrencilere "Çember modelini elde etmek için neye ihtiyacımız vardı?" sorusu yöneltilir.
- Gelen cevaplarla çemberin temel elemanları olan merkez, yarıçap ve çap üzerine tartışılır.
- Çember, merkez, yarıçap ve çap üzerine gerekli tartışmalar yürütüldükten sonra etkinlik pergelle çember çizimi ile devam ettirilir. Öncelikle birim kareli kâğıt üzerinde birim karelerden yararlanarak yarıçapı 3 birim olan bir çember inşa edilir. Bunun yerine dinamik geometri yazılımları ile de çalışılabilir.




Yarıçapı 3 birim olan çemberin üzerinde çemberin çapını bulmaları sağlanır. Çemberin içerisine doğru parçaları çizmeleri istenir ve bunlardan merkezden geçen üzerinde konuşulur. Bu doğru parçasına çap denildiği, ayrıca çapın çemberi iki eş bölgeye ayırdığı vurgulanır.




Öğrencilerin çapın uzunluk ölçüsünün, çemberin yarıçap uzunluğunun ölçüsünün iki katına eşit olduğunu bulmaları sağlanır.

## Pİ (π) NEDEN ÖNEMLİ?

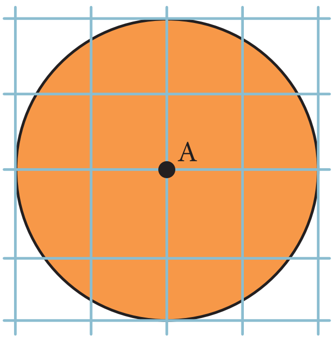
Tabloda yarıçap ve çevre uzunluklarının ölçüleri verilen farklı çemberlerin çevre uzunluklarının ölçüleri ile çaplarının uzunlukları oranlanarak öğrencilerin pi sayısını hesaplamaları sağlanır (Hesap makinesi kullanılır).

| Yarıçap Uzunluğu (br) | Çevre Uzunluğu (br) |
|---|---|
| 6 | 37,68 |
| 4 | 25,12 |
| 3 | 18,84 |
| 5 | 31,4 |

Öğrenciler, böylece bütün çemberler için hesaplanan oranın sabit bir sayı olan pi'ye eşit olduğunu fark ederler. *"O hâlde pi sayısı tüm çemberler için elde edilen sabit bir orandır"* çıkarımı yapılır. Buradan *"Pi sayısının çemberin çevre uzunluğunun, çap uzunluğuna oranı"* olduğu ifade edilir.

Tablo 1. Tarih boyunca Pi'ye ilişkin bazı hesaplamalar (Posamentier ve Lehmann, 2005)

| | |
|---|---|
| **Babil** | 3,315 |
| **Mısır** | 3,16045 |
| **Çin** | 3 |
| **Archimedes** | 3,1418 |
| **Vitruvius(Leonardo Da Vinci)** | 3.125 |
| **Hon Han Shu** | 3,1622 |
| **Liu Hui** | 3,14159 |
| **Fibonacci** | 3,141818 |



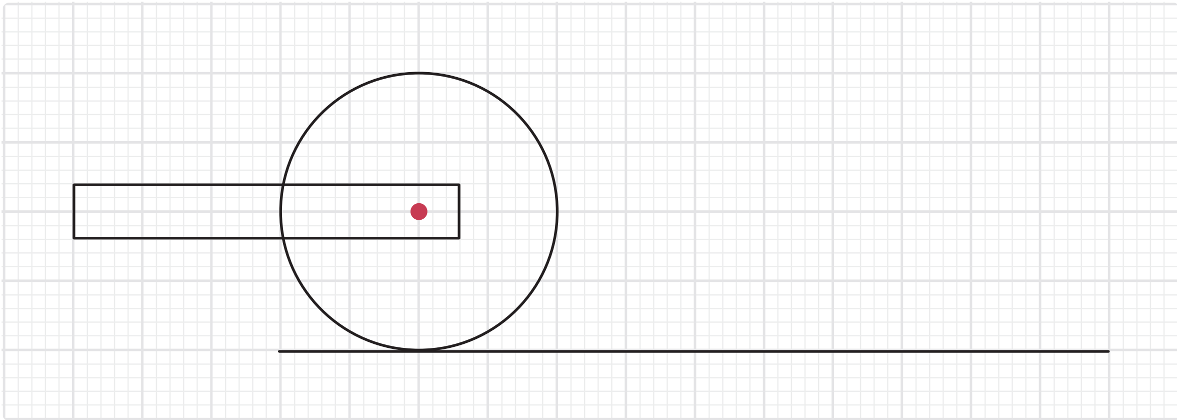

Şekilde verilen daire öğrencilere gösterildikten sonra günlük hayattan çember ve daire modeline örnek olabilecek nesnelere yer verilir. Çember ile dairenin benzer ve farklı yönleri üzerine tartışılır.

Öğrencilerden gelen cevaplardan hareketle çember ve daireyi karşılaştırmak üzere bir tablo oluşturulur.

| Benzer Yönler | Farklı Yönler |
|---|---|
| Her ikisinin de bir merkezi vardır. | Daire düzlemde bir alan kaplarken çember kaplamaz. |
| Her ikisinin de yarıçapı ve çapı vardır. | Dairenin alan ölçüsü hesaplanabilirken çemberin alan ölçüsü hesaplanamaz. |
| Her ikisinin çevre uzunluğu ölçülebilir. | |
| Her ikisinde de çevre uzunluğunu hesaplarken pi sabiti kullanılmaktadır. | |
| Her ikisinde de çap şekli iki eş parçaya bölmektedir. | |

## ÇEMBERİN ÇEVRE UZUNLUĞUNUN ÖLÇÜSÜNÜ HESAPLAMA

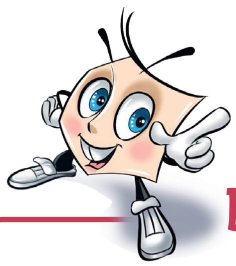
Pi sayısını belirlemeye çalışırken belirli bir çembere/daireye ait çevre uzunluğunu çap uzunluğuna oranlamıştık. Bu bilgiden hareketle öğrencilere "Bir çemberin/dairenin çevre uzunluğunun ölçüsünü hesaplarken ne yapabiliriz?" sorusu yöneltilir.



Şekildeki düzlemdeki çemberin birim karelerden yararlanarak çemberin 1 turda alacağı toplam yol hesaplanır. Alınan yol ve yarıçap uzunluğu ile çemberin çevre uzunluğu arasındaki ilişkisi tartışılır.

(Öneri: Kola kapağına benzer bir nesne etrafına sarılı iple çemberin çevresi gösterilebilir.)

Sorulara gelen cevaplardan yola çıkarak öğrenciler, bir çemberin veya dairenin çevre uzunluğunun, pi sayısı ile çapının uzunluğunun çarpımına eşit olduğu sonucuna ulaşır.



### BİLGİ KUTUSU

π sayısı eski Yunan'da 80 sayısını temsil ediyordu (Posamentier ve Lehmann, 2005).

### DÜŞÜNME KUTUSU

"Pi sayısı ile ilgili hesaplama çalışmaları hâlen devam etmekte midir? Sizce pi'nin virgülden sonra en son kaç basamağı hesaplanmış olabilir?" Araştırınız.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

- Ekvator'un uzunluğunun 40 000 km olduğunu ve bu uzunluğu hesaplamada pi sayısından yararlanıldığını biliyor muydunuz?
- Pi'nin virgülden sonraki basamaklarında günlük yaşamımızdaki önemli tarihleri bulabiliyoruz.

## DEĞERLENDİRME

Etkinlik Formu verilir. Bu etkinliğe ait "Çemberi Tanıyorum Derecelendirme Ölçeği" ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKLAR

Posamentier, A.S., & Lehmann, I. (2005). *π'nin Biyografisi* (Çev. Handan Eğlence). Güncel Yayıncılık.

## ETKİNLİK FORMU

**1.** Aşağıda tabloda verilen her bir yarıçap ve çevre uzunluğu değerlerini kullanarak pi sabitini hesaplayın.

| Yarıçap | Çevre Uzunluğu |
|---|---|
| 6 | 37,68 |
| 8 | 50,24 |
| 11 | 69,08 |
| 7 | 43,96 |

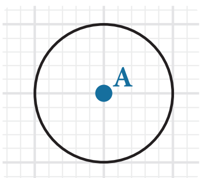
**2.** Aşağıda çember ve daire ile ilgili bazı ifadelere yer verilmiştir. Verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olup olmadıklarını belirleyiniz. Yanlış olan ifadelerin doğrularını yazınız.

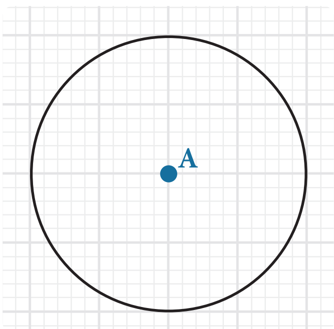
| İfade | Doğru | Yanlış |
|---|---|---|
| Hem çemberde hem de dairede çevre hesabı için pi değeri kullanılmaktadır. | | |
| Çemberin çevre uzunluğu hesaplanabilirken daireninki hesaplanamaz. | | |
| Çemberin çevre uzunluğu hesaplanırken çap uzunluğu kullanılmaz. | | |
| Pi sayısı değişken bir sayıdır. | | |
| Çemberin çevre uzunluğunu hesaplamak için çap uzunluğu ile pi sayısını bilmek yeterlidir. | | |
| Çap uzunluğu 1 birim olan çemberin çevre uzunluğu da 1 birimdir. | | |

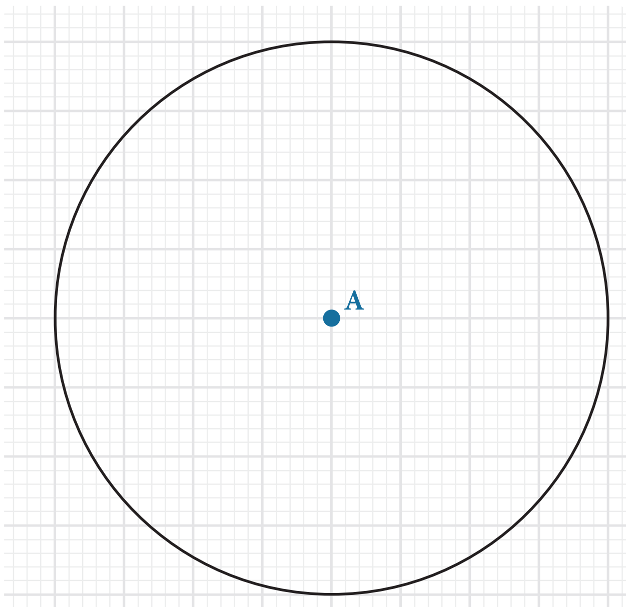
**3.** Aşağıda yarıçap uzunlukları birim cinsinden verilen çemberleri dinamik geometri yazılımlarından ya da kareli kâğıttan yararlanarak çiziniz (Pergel kullanabilirsiniz).

r = 1, r = 2, r = 3, r = 4

**4.** Aşağıdaki çemberlerin yarıçap uzunluklarını birim kareleri kullanarak belirledikten sonra çevre uzunluklarını hesap makinesi ile hesaplayınız ($\pi$ = 3,14)



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: NESİ VAR?**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Geometrik Cisimler**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Geometrik cisimlerin benzer ve farklı yönlerini karşılaştırır.
- ❖ Geometrik cisimlerin farklı şekillerde açınımlarını yapar.
- ❖ Açınımı verilen geometrik cismi inşa eder.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Geometrik cisimler.

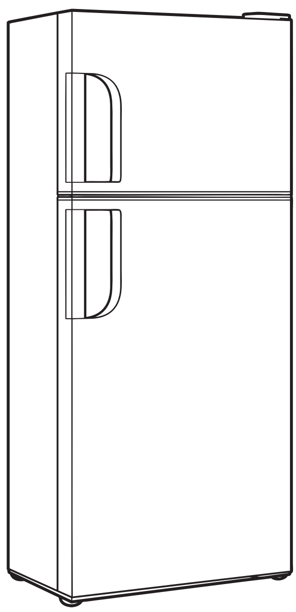
## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Mimaride, yapıların iç ve dış tasarımlarında, yüzey şekillerinde geometrik cisimler kullanılabilir, ilişkilendirilebilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Geometrik cisimlerin özelliklerini, elemanları, birbiri ile ortak özellikleri ve geometrik cisimlerin açınımlarının durumları keşfettirilir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğretmen, öğrencilerden günlük hayatınızda köşeli ve köşeli olmayan şekillere örnek vermeleri istenir.



## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

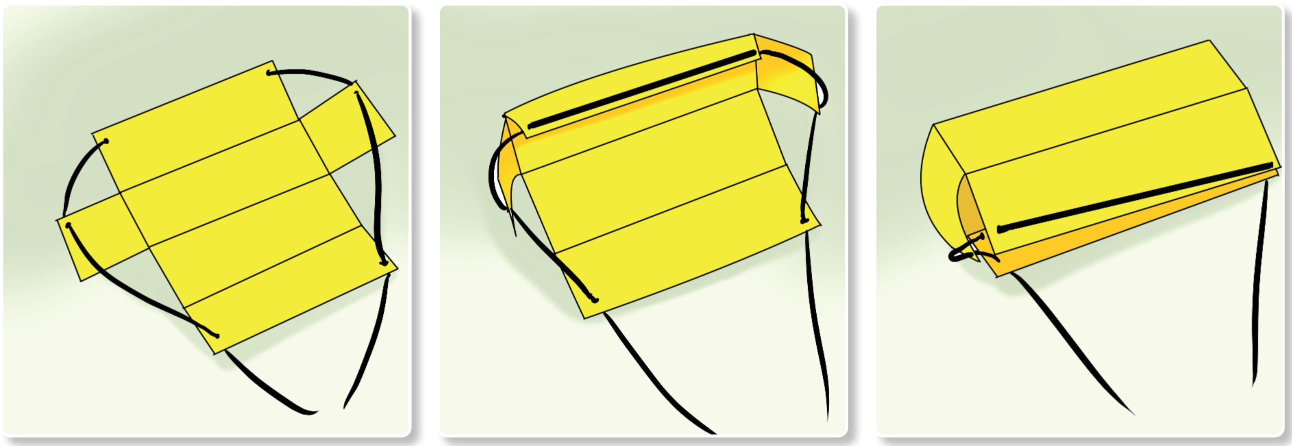
- ➢ Öğretmen, öğrencilere buzdolabının kaç yüzeyi olduğunu sorar. Buzdolabının hangi şekillerden oluştuğu, yüzeylerinin hangi şekillere benzediği, köşe sayısı, yüzeyi sayısı ve kenar sayısı sorulur.
- ➢ Hayatınızda yüzeyleri kare, dikdörtgen, üçgen, daire gibi şekillerden oluşan cisimler var mı diye sorar. Öğretmen, öğrencilerden verilen cevaplar doğrultusunda cisimleri benzer yönleriyle gruplanmasını ister.
- ➢ Etkinliğimizde geometrik cisimlerin özellikleri kullanılacağından öğretmen öğrencilere aşağıdaki tanımı verilir. Yüzeyleri geometrik şekillerden oluşan,

boyu, eni, yüksekliği olan ve uzayda yer kaplayan cisimlere geometrik cisimler olduğu söylenir. Aşağıda verilen şekiller ve özellikleri verilen Etkinlik Formu'na çizdirilir.

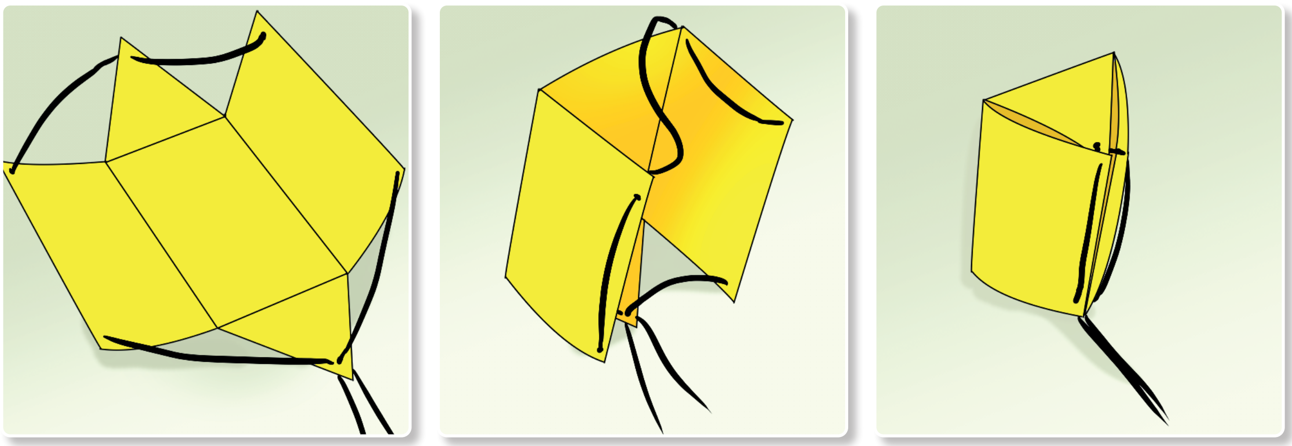
- Öğretmen, öğrencilere Etkinlik Formu'nu dağıtır. Öğretmen, isimleri verilen geometrik cisimleri o cisim ile benzettiği şekli düşünerek Tablo-1'deki gibi çizmeleri istenir. Cisimlerin köşe sayısı, ayrıt sayısı ve yüz sayısını bulmaları istenir. Geometrik cisimlerde Euler eşitliği olarak bilinen Köşe Sayısı-Ayrıt Sayısı + Yüz Sayısı = 2 ifadesini keşfetmeleri beklenir.

### Performans Çalışması

Öğrencilerden, aşağıdaki görsellerdeki gibi seçecekleri geometrik cisimlerin açınım ve kapanım durumlarını gösterecek bir yapı yapmaları istenir.

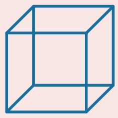
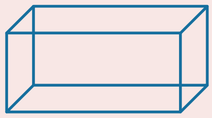
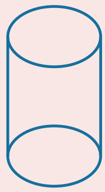
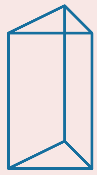
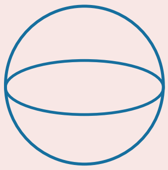
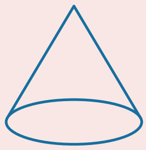
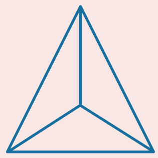
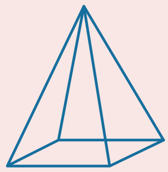


Şekil 1. İp ile dikdörtgenler prizmasının açılım ve kapanım görüntüsü



Şekil 1. İp ile üçgen prizma açılım ve kapanım görüntüsü

Tablo 1. Geometrik cisimlere örnekler

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| Küp | Dikdörtgenler Prizması | Silindir | Üçgen Prizma |
|  |  |  |  |
| Küre | Koni | Üçgen Piramit | Kare Piramit |

## DÜŞÜNME KUTUSU

Elimizde sadece dikdörtgenler varsa hangi geometrik cisim elde edebiliriz?

## "Nesi Var?" Oyunu

Geometrik cisimlerin özelliklerini, açınımını, birbiri ile ortak ve farklı yönlerini daha iyi kavrayabilmek için oynayacağımız oyun aşağıdaki gibidir.

Öncelikle öğrencilere geometrik cisimlerin modelleri veya şekilleri varsa gösterilerek tanıtılır. Öğrencilerin incelemesi sağlanır. Öğrenciler gruplara ayrılır. Her grup bir geometrik cisim belirler ve özelliklerini söyleyerek diğer grubun belirlenen geometrik cismi bulması istenir.

Örneğin A ve B grubu olsun. A grubu üçgen prizmayı, B grubu da silindiri belirlesin. Gruplar aşağıdaki tabloda verilen özelliklerden birini sırayla söyleyip karşı tarafın bulmasını sağlar.

**A Grubu:** Nesi var?

**B Grubu:** 2 dairesi var. Sizinkinin nesi var?

**A Grubu:** 2 üçgeni var. Sizinkinin nesi var?

**B Grubu:** 1 dikdörtgeni var. Sizinkinin nesi var?

**A Grubu:** 6 köşesi var. Sizinkinin nesi var?

**B Grubu:** Köşesi yok. Sizinkinin nesi var?

**A Grubu:** Bulduk. Sizinkisi silindir.

**B Grubu:** Tebrikler. Biz de sizinkini bulduk. Sizinki de üçgen prizma.

**A Grubu:** Tebrikler.

Oyunda verilen ipuçları bilindiğinde biter. Geometrik cismi bilen grup oyunu kazanır.

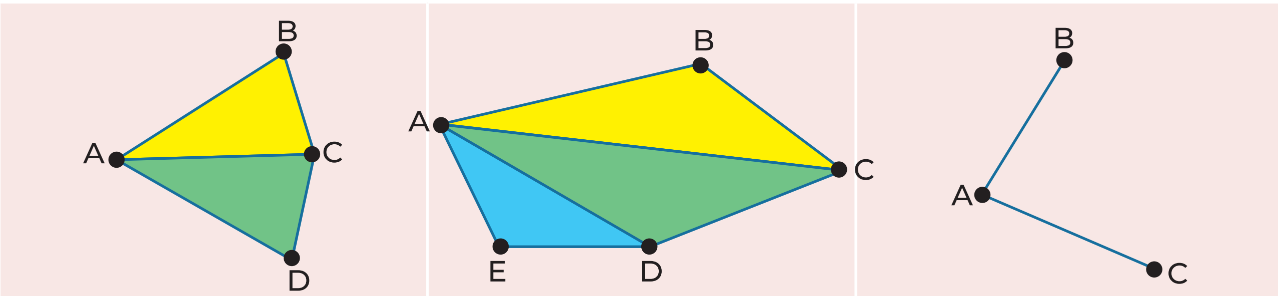
## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

### Euler Karakteristiği:

Önce boş bir kâğıda noktalar koyalım ve bu noktaları çizgilerle birleştirelim. Oluşturulan çizgiler birbirini kesmemelidir. Noktaların her biri çizgilerle birleştirilmiş olmalıdır. Bu şekilde oluşan bölgeler yüz olarak kabul edilebilir. ***"Son durumda aşağıda verilen eşitlik sağlanır mı?"***

N=Nokta Sayısı, Ç=Çizgi Sayısı, Y=Yüz Sayısı

N-Ç+Y=2 bu eşitliğe düzlemde Euler'in çokyüzlü formülü yani Euler karakteristiği denir.




| | | |
|---|---|---|
| N=4, Ç=5, Y=3 ise<br>N-Ç+Y=4-5+3=2 olur. | N=5, Ç=7, Y=4 ise<br>N-Ç+Y=5-7+4=2 olur. | N=3, Ç=2, Y=1 ise<br>N-Ç+Y=3-2+1=2 olur. |

Şimdi siz de bir düzleme istediğiniz kadar nokta koyun ve o noktaları birbiri ile istediğiniz şekilde birleştirin. ***"Acaba yukarıdaki eşitlik yine sağlanır mı? Neden?"***

## DEĞERLENDİRME

Bu aşamada öğrencilerin geçirdikleri süreci değerlendirmek için akran ve öz değerlendirme ölçeği ile değerlendirilir. Akran ve öz değerlendirme formuna karekod okutarak ulaşılabilir.

## KAYNAKLAR

Gümüş, B. (2020). *Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisimlerin tanımlanması ve açınımlarına ilişkin bilgi düzeylerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Uşak Üniversitesi, Uşak.

## ETKİNLİK FORMU

Aşağıdaki tabloda isimleri verilen geometrik cisimlerin şeklini çiziniz ve köşe, ayrıt, yüzey sayılarını giriniz. Köşe, ayrıt ve yüz sayısı arasında bir ilişki var. Bulabilir misiniz?

| Geometrik Cismin Adı | Geometrik Cismin Şekli | Köşe Sayısı K | Ayrıt Sayısı A | Yüz Sayısı Y |
|---|---|---|---|---|
| **Küp** | | | | |
| **Üçgen Prizma** | | | | |
| **Kare Piramit** | | | | |
| **Üçgen Piramit** | | | | |
| **?** | | 12 | 18 | ? |
| **Kural Ne Olmalı?** | | | | |

Ortak özelliği verilen geometrik cisimleri listenin aynı satırına yazınız.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **8 Köşesi var.** | | | |
| **6 Yüzeyi var** | | | |
| **12 Ayrıtı var** | | | |
| **4 Ayrıtı var** | | | |
| **5 Yüzeyi var** | | | |
| **Köşesi yok** | | | |

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: GRAFLARLA ÇÖZÜYORUM**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Graf Teorisi**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Graf (Çizge) Teorisi'ni keşfeder.
- ❖ Graf Teorisi'ne uygun gerçek yaşam örnekleri verir.
- ❖ Graf Teorisini kullanarak gerçek yaşam problemlerine yönelik uygun çözümler geliştirir.
- ❖ Kendine özgü graflar oluşturur.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Renkli kâğıtlar, renkli keçeli kalemler ve etkinlik formları.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlik bilişim ağlarına, graf teorisine ilişkin uygulamalara, Könisberg şehrinin coğrafi konumu hakkında bilgilere ve graf teorisinin tarihsel sürecine yer verilerek farklı disiplinlerle ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte öğrencilerin graf teorisi özelliklerini keşfetmesini ve graf teorisini kullanarak günlük yaşam problemlerine çözüm getirmeleri amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilere grupla çalışma, problem çözme, yaratıcı düşünme becerilerinin de kazandırılması amaçlanmaktadır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Etkinlik öncesinde öğretmen Graf teorisinin ne olduğuna ilişkin ve graflarla ilgili günlük hayat örneklerinin yer aldığı bir sunum hazırlar. Bu sunumda aşağıdaki bilgilere yer verilir.

- Graf Teorisi'ne uygun gerçek yaşam örnekleri verir.
- Graf düğümleri ve kirişlerinin neler olduğuna yer verilir. (Kural burada verilmez, öğrencilere ders sonunda keşfettirilir.)
- Farklı disiplinlerdeki graf uygulamaları nelerdir?
- Elektrik devreleri, metro ağları ve graflar, graflarla çözülen problemler,ulaşım ağlarında en kısa yolun belirlenmesi, arkadaşlık ilişki ağları, kritik arkadaşlar ve sosyal ağ arkadaşlıkları gibi örneklere yer verilir.

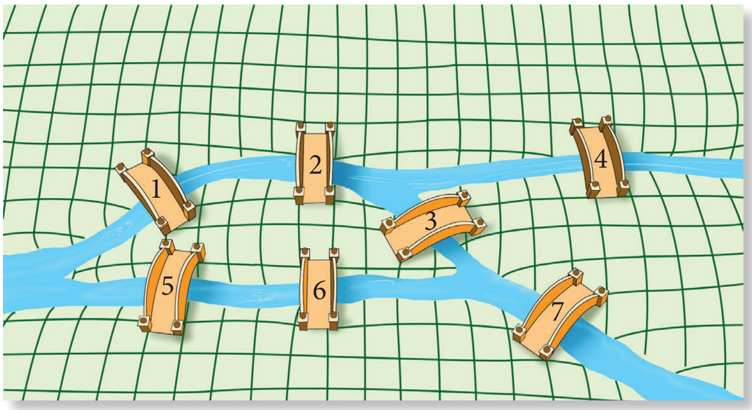
## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

- Bilgi Kutusundaki Königsberg Köprüsü bilgisi hakkında öğrencilere bilgi verilerek, öğrencilerde konu ile ilgili merak uyandırılır ve aşağıdaki sorular yöneltilir.

### BİLGİ KUTUSU

**Konisberg Köprüsü**

Graf teorisinin ortaya çıkmasında, Euler'in 1736'da yazdığı "Königsberg'in yedi köprüsü" isimli meşhur probleminin rolü büyüktür. Ortaçağda önemli stratejik öneme sahip Königsberg'deki (Prusya) Pregel nehri üzerinde varlıklı insanların yaptırdığı yedi farklı köprü bulunmaktaydı, şehir, Pregel nehri tarafından dört bölgeye ayrılmaktadır.




Rivayete göre şehir halkı, her bir köprüden sadece bir kez geçerek tüm kıyıları dolaşmanın ve tekrar başlangıç noktasına dönmenin mümkün olup olmadığını merak ediyordu kendi aralarında çözüm bulunamayınca bu soru İsviçreli matematikçi Leonhard Eulere sorulmuş. Euler soru karşısında şaşırmakla beraber bu sorunun çözümü için ne geometri ne cebir ne de sayma sanatının tek başına yeterli olmayacağını belirtmiştir. Ve problemi hat ve düğümlerden oluşan bir yapıya dönüştürerek sonradan graf adı verilen bu yapıyı kullanarak problemin çözümüne ulaşmıştır. (Yurdeşen ve Yurdeşen, 2017).

- Problemleri çizim yoluyla çözdüğünüz hiç oldu mu?
- ***"Ne tür problemleri çizim yoluyla çözersiniz?"***
- ***"Cevapların ardından öğretmen bir graf üzerinden kirişi ve düğümleri tanımlar."***
- Her bir öğrenciye graf örnekleri verilir. (Etkinlik Formu 1) Öğrenciler bu formdaki problem durumuyla nasıl başa çıkacakları gözlemlenir.
- Öğrencilerden Etkinlik Formu'nda yer alan graflardaki düğümlerin derecelerini yazmaları,
- Verilen şekilleri ellerini hiç kaldırmadan ve tüm kirişlerden yalnızca bir kez geçerek tamamlamaları istenir.
- Çizdikleri grafların çizilebilirlikleri ve özellikleri ile ilgili Tablo 1'i doldurmaları istenir.
- Tamamlanabilme durumlarına göre grafları sınıflandırmaları ve her çizimi farklı renkle olacak şekilde yapmaları istenir.

- Çizilen graflar sınıfa sunulur.

  Bu aşamada öğretmen, öğrencilere problemlerinin çözümü hakkında sorular yöneltir ve tartışma ortamı yaratmaya çalışır çözüm önerileri getirmeleri sağlanır ve kuraralları keşfetmelerine yönelik sorular yöneltilir.
- Yönlendirilen sorularla Euler yolu ve dolaşılabilir grafların özellikleri keşfettirilir.
- Her öğrenci, kendi çizilebilir grafını oluşturduktan sonra birbirlerinin graflarının çizilebilirliğini test eder. Bilgi kutusundaki euler yoluna değinilir. Ayrıca Graflarla ilgili literatürde düğüm [düğüm] kavramı ortak olmakla birlikte kiriş kavramı yerine: Ayrıt, kenar bağlar ifadelerinin de kullanıldığı belirtilir. Bilgi kutusunda Euler Yolu ile verilen bilgilere değinilir.
- Düşünme kutusundaki soru (mahalledeki evler sorusu) ve araştırma soruları yönlendirilerek öğrencilerin bu problemlere çözüm önerileri getirmeleri ve bu sayede konuyu derinleştirmesi sağlanır. Etkinlik formları uygulamaları bitiminde formların sonunda yer alan Bunları biliyor musunuz ? içerisindeki bilgilere yer verilir. Araştırma soruları öğrencilere ödev olarak verilir.

**BİLGİ KUTUSU**

**Euler Yolu**

Bir graftaki tüm kirişlerden sadece bir kez geçmek şartıyla graftaki tüm hatlar dolaşılarak başlangıç noktasına geri dönülebiliyorsa bu yola "Euler Yolu" denir. Euler tek ve çift dereceli düğümlerinin sayısına göre bir grafın dolaşılabilir olup olmadığını belirleyecek birçok özellik keşfetmiştir. Bir grafın dolaşılabilir olması için aşağıdaki şartlardan en az birini sağlaması gerekmektedir; Grafın sadece iki tane tek dereceli düğümü olmalıdır ve çizimi için tek dereceli düğümlerden birinden çizime başlayıp diğerinde bitirilmelidir. Hepsi çift dereceli olmalıdır ki bu herhangi bir düğümden çizime başlama olanağı sağlar (Pappas, 2000).

- Grubun özellikleri ve sınıf seviyelerine göre Euler'in aşağıdaki tanım ve teoremlerine yer verilir.

**Tanım 1:**

Düğümler ve düğümler arasındaki bağlantıları gösteren yapıya "graf" adı verilir.

**Tanım 2:**

Bir grafta, tek sayıda bağ içeren düğüme "tek düğüm", çift sayıda bağ içeren düğüme ise "çift düğüm" adı verilir.

**Tanım 3:**

Bir grafta, her bağdan sadece bir defa geçen sürekli yola "Euler Yolu" adı verilir.

**Teorem 1:**

Eğer bir graf, ikiden daha fazla sayıda tek düğüm içeriyorsa, bu grafta bir Euler yolunun tanımlanması mümkün değildir. (Güyer, 2008).

## BİLGİ KUTUSU

**Graf Nedir? Grafların Sağladığı Kolaylıklar Nelerdir?**

Graflar zor bir problemi veya karmaşık yapıları daha anlaşılır şekillere dönüştüren bir araç olarak tanımlanabilir.1736'da Euler'in "Königsberg'in Yedi Köprüsü" isimli makalesiyle literatüre kazandırılan graf teorisi 20. yy.'den itibaren elektrik mühendisliği, kimya ile kimya mühendisliği, ulaşım ağlarının optimizasyonu (yol ya da bilgi ulaşımı), karayolu, demiryolu, nehirler, boru , elektrik ve veri hatları gibi birbirlerine çizgilerle bağlı sistemler ya da yapılar ağı olarak adlandırılır. Elektrik şebekeleri, haberleşme ağları, istatistiksel mekanik, kimyasal formüller, bilgisayar kuramı, toplum bilimleri, coğrafya ve mimarlık vb. pek çok alandaki problemlerin çözümünde karşımıza çıkmaktadır. Graf teori, çözümü aranan bir problemi en etkin şekilde temsil edebilmeye, düzenlemeye ve çözmeye yardımcı olur. Bunun için problem graf yapısına dönüştürüldükten sonra, çözüm için en hızlı veya en masrafsız yolu bulmak için sistematik yöntemler aranır. Bunun dışında, matematiğin diğer bilim dallarıyla birçok ortak alana sahip olması da graf teorinin önemini artırmaktadır. (Akgüneş, 2013). Graf temel olarak bir problemin çizimidir. Bir graf düğümler ve kirişlerden oluşur. (Pappas, 2000).

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Her bir graf bilgisayar programında kodlanarak çizilebilir. Bunun yerine graflar okul bahçesine çizilerek öğrencilerin yürüyerek grafların dolaşılabilirliğini incelemeleri sağlanabilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait "Graf Dereceleme Ölçeği"ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir sürecin sonunda öğrencilerin derste, ne öğrendiği, ne yaptığı değerlendirilir. Süreçte geçirdiği aşamaları raporlaştırmalarırlar. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda port folyo, rubrik, performans değerlendirme gibi yöntemler de kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

Akgüneş, N. (2013). *Graf parametreleri ve cebirsel yapılara grafsal yaklaşımlar* (Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi, Konya.

Gürsakal, N. (2016). *Sosyal Ağ Analizi.* Anadolu Üniversitesi Basımevi.

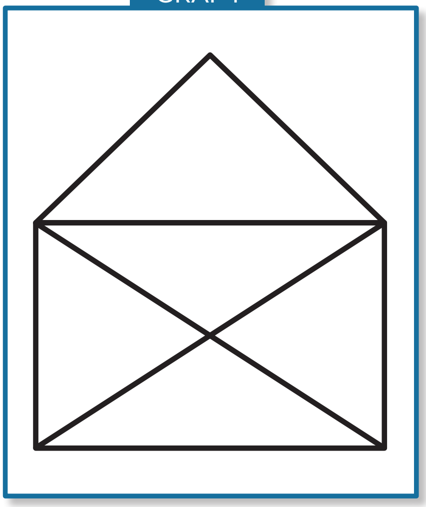
Güyer, S. (2008). *Hiperortam ve gezinmenin yapısal analizinde kullanılan kavramlar, ölçüler ve metrikler* (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Pappas, T. (2000). *Yaşayan Matematik.* Mavi Ada Yayınları.

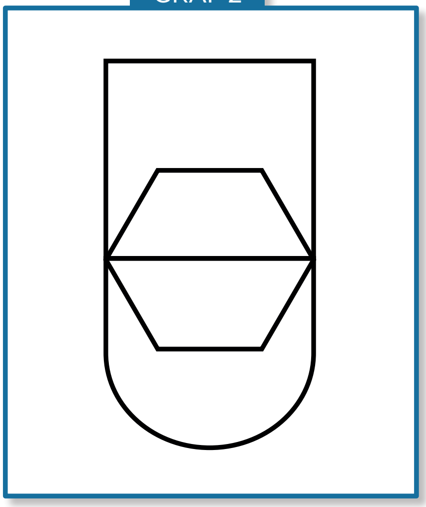
Yurduşen, İ. ve Yurduşen (2017). Arzu Karmaşası. *Ayna Klinik Psikoloji Dergisi,* 4(3), 1-9.

## ETKİNLİK FORMU

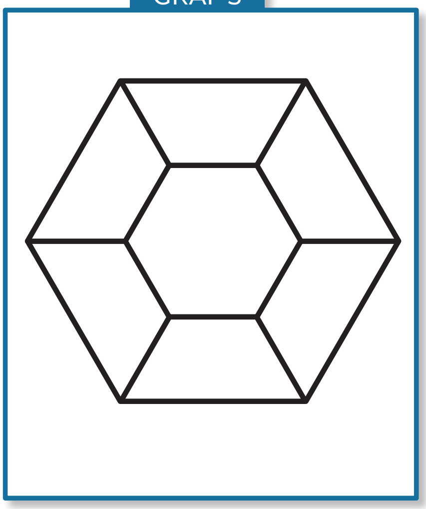
GRAF 1



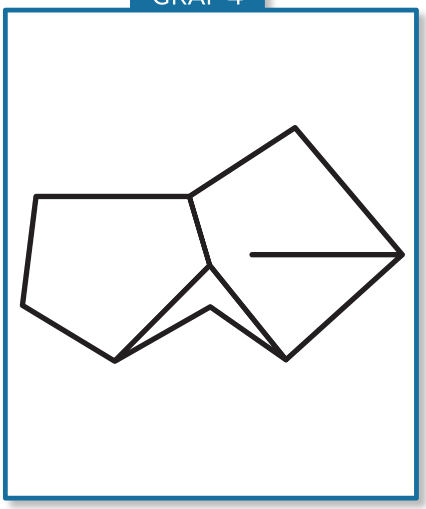
GRAF 2



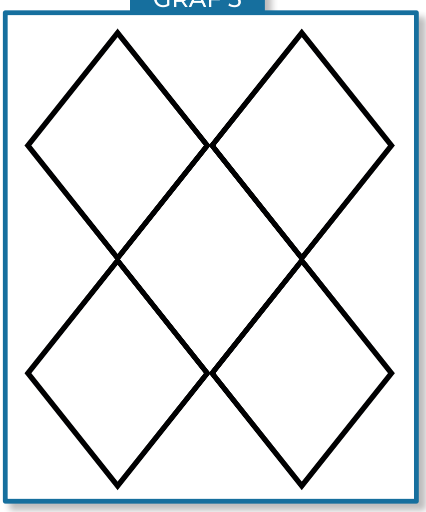
GRAF 3



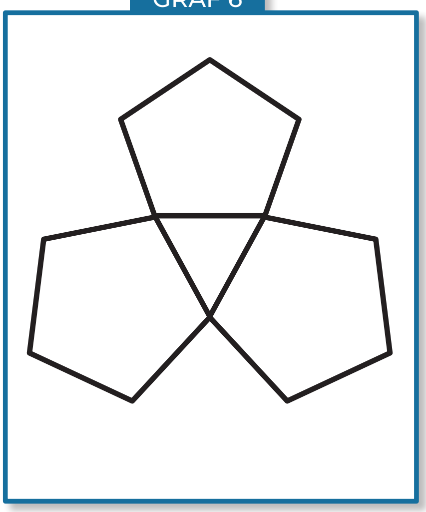
GRAF 4



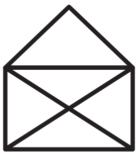
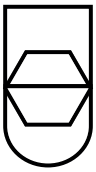
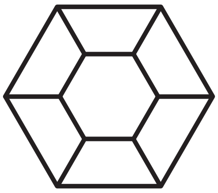
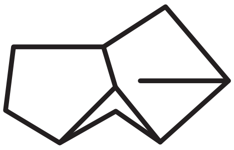
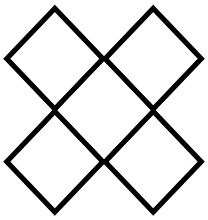
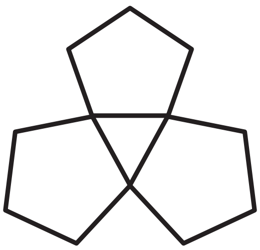
GRAF 5



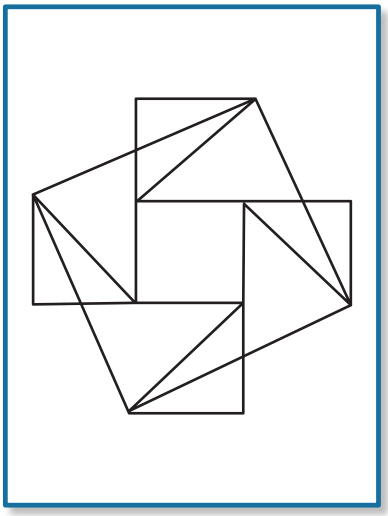
GRAF 6

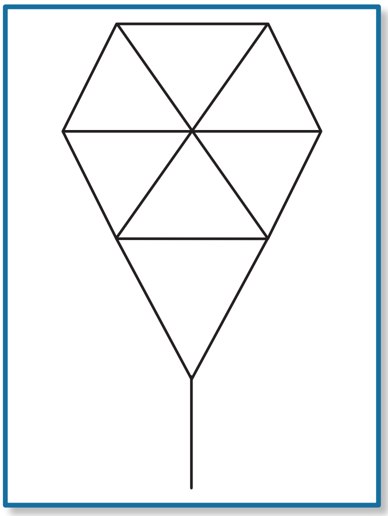


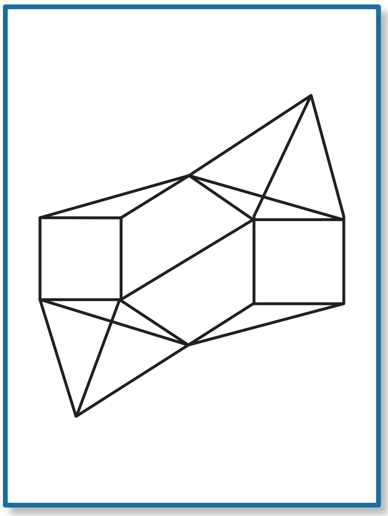
Tablo 1. Grafların dolaşılabilirlikleri

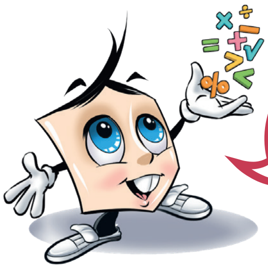
| Graf | Düğüm Dereceleri | Dolaşılabilir mi? | Başlangıç Noktasının Düğüm Derecesi | Bitiş Noktasının Düğüm Derecesi |
|---|---|---|---|---|
| GRAF 1  | | | | |
| GRAF 2  | | | | |
| GRAF 3  | | | | |
| GRAF 4  | | | | |
| GRAF 5  | | | | |
| GRAF 6  | | | | |

➤ Aşağıdaki grafların dolaşabilir olup olmadıklarına düğüm ve kiriş sayılarına bakarak karar veriniz.







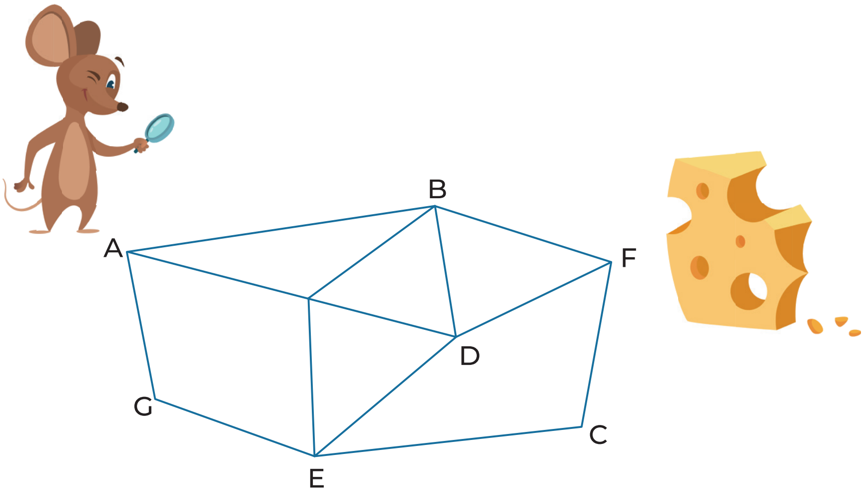


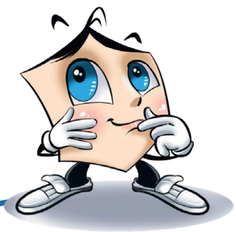
➤ Kendi Çizilebilir Grafınızı Tasarlayınız.

➤ Tasarladığınız Grafları Grup Arkadaşınızla Değiştirerek Birbirinizin Graflarını Çözmeye Çalışınız.

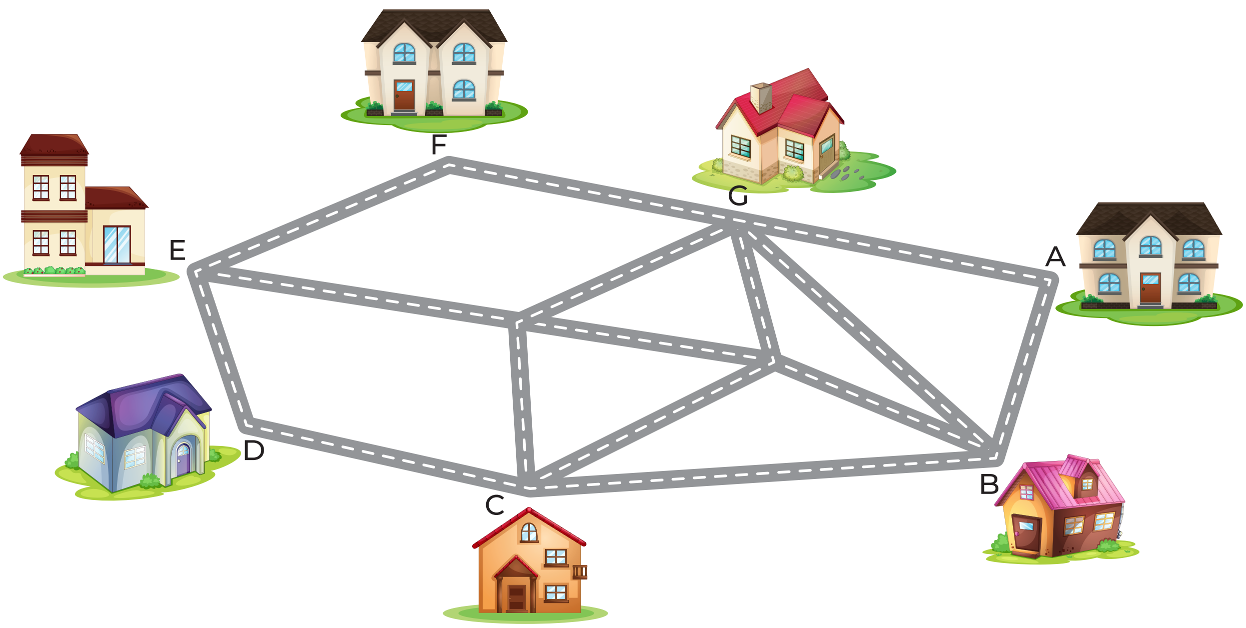
## DÜŞÜNME KUTUSU

Farenin her yoldan sadece bir kere geçecek şekilde peynire ulaşabilmesi için hareketine hangi köşeden başlaması gerekiyor? Çizebilir misiniz?



## DÜŞÜNME KUTUSU




Yukarıdaki kroki bir mahalledeki evlere aittir. A noktasından başlayarak her yoldan sadece bir kere geçecek bir postacı bu koşullara uyarak tüm evlere posta dağıtabilir mi? Neden?

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Stanley Milgram 1960’lı yıllarda ortaya attığı ‘’Küçük Dünya Deneyi’’ hipotezi için deneyine katılan insanlardan en yakın tanıdıklarına mesaj göndermelerini istedi ve sonuçta ortalama olarak mesajlar altı adımda hedefine ulaştı. Çalışmada birbirine çok uzak olan kişilerin arasında bile altı adımlık uzaklık olduğunu ve dünyanın sanıldığından küçük olduğunu ortaya koydu (Gürsakal, 2016).

## ARAŞTIRMA SORULARI

1) Königsberg’in “Yedi Köprüsü” makalesini yayımlayarak graf teorisini başlatan ve topoloji-graf ilişkisini ortaya koyan bilim insanı kimdir?
2) “Graf” sözcüğünü ilk kez kullanan kişi kimdir?
3) Grafların fizik ve elektrik alanında da yeri olduğunu gösteren, Kirchhoff elektrik devrelerinde akım ve gerilim hesabı üzerine oluşturduğu meşhur kuramlarını yayımlayan bilim insanı kimdir?
4) Dört renk problemini ortaya atan bilim insanı kimdir?
5) Graf teorisini konu alan ilk kitabı yayımlayan kişi kimdir?
6) Bilgisayar ortamında yaptığı uzun süren hesaplamaların sonunda harita renklendirmesinde 4 rengin gerekli ve yeterli olduğunu kanıtlayan kişi kimdir?

DESTEK EĞİTİM PROGRAMI

# ÖLÇME

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: DİKDÖRTGENSEL BÖLGELERDE KENAR, ÇEVRE VE ALAN İLİŞKİSİ**

**MODÜL/KONU:** **Ölçme/Çevre ve Alan Ölçme**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Dikdörtgenin çevre uzunlukları ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi keşfeder.
- ❖ Dikdörtgenin kenar uzunlukları ile alanları arasındaki ilişkiyi açıklar.
- ❖ Dikdörtgenlerde alan bağıntıları içeren problemler kurar ve çözer.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Geometri tahtası, lastik, geometri programları, etkinlik formları, noktalı kâğıt.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Mühendislikte şehir bölge planlamada, coğrafya alanında arazi hesapları yapılırken yüz ölçümleri hesaplarında alan hesaplarının nasıl kullanıldığı ile ilgili örneklere yer verilir. 60 sayısının özellikleri tartışılarak saat aritmetiği çarpanlar ve katlar konuları ile ilişkilendirilir. ***"Alanı 1 ile 100 birimkare arasında olan dikdörtgenler oluşturursa bu alanlardan hangisine ait dikdörtgen sayısı en fazla olur?"*** sorusu yöneltilir. 60 sayısının pozitif bölen sayısı 12 olduğu ve bu sayıdan daha çok sayıda böleni olan başka sayı olmadığı sonucuna vardırılır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu projede öğrencilerin kare ve dikdörtgenin kenar uzunlukları, çevreleri ve alanları arasında mantıksal ilişki kurdurulması amaçlanmıştır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesi geometri tahtaları her grup öğrencilerine olacak şekilde hazırlanır. Geogebrada bulunan dinamik sanal manipülatifler araştırılarak linkleri sınıfta sunulmak üsere kopyalanır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

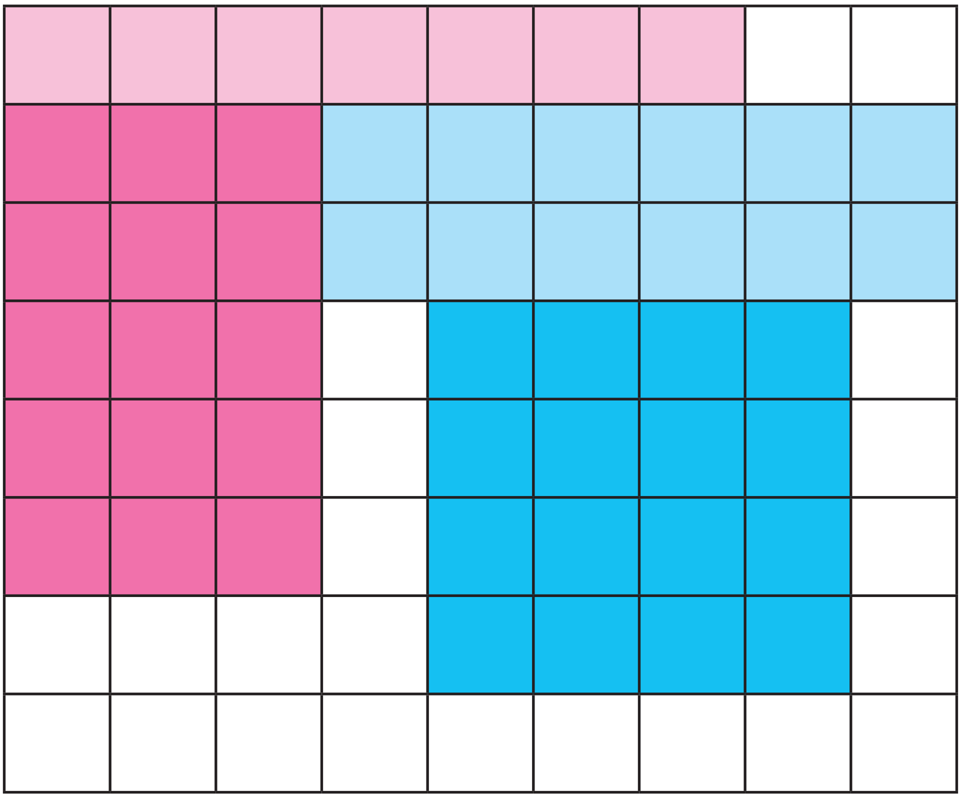
Aşağıdaki sorulan sorularla konuya merak uyandırılır.

## SORULAR:

- ***"Alan ve çevre hesaplarına günlük hayatımızda nerelerde karşılaşırız? Hangi meslekler ve bilim dallarında kullanılır?"*** Örnekler veriniz.
- Mühendislik, Mimarlık ve Şehir bölge planlama gibi mesleklerde alan ve çevre hesaplamalarının kullanımına örnekler veriniz.
- Dikdörtgenin ve karenin tanımları ile bu şekillere ait çevre hesaplamaları hatırlatılır. Sınıf iki veya üç gruba ayrılır. Geometri tahtaları ve lastikler gruplara dağıtılır. Etkinlik Formu 1 dağıtılır. İlk problem gruplara okunur.
- Öğrencilere kareli Etkinlik Formu 3 dağıtılır. Ardından Dikdörtgeni Karala Oyunu oynatılır.
- Gruplara Etkinlik Formu 1 'de yer alan "Buz Pateni Pisti Projesi" probleminden yola çıkarak öğrencilerden geometri tahtasında pist modelleri oluşturarak tabloyu doldurmaları istenir. Öğrencilerin bu aşamada en etkin katılımı sağlanarak problemlere çözüm önerileri getirmeleri ve araştırıp keşfetmeye çalışırlar.
- Uygun hesaplamalarla hangi pistin maliyet açısından daha uygun olduğu, alanları aynı olan dikdörtgensel bölgelerin çevreleri ve alanları arasındaki ilişki tartışılarak sonuca varmaları sağlanır.
- Oluşturulan modeller etkileşimli tahtada noktalı kâğıt düzeneği üzerinde modellenerek doğrulukları kontrol edilir. Öğrencilerle cevapları üzerinde tartışmaları sağlanır.
- Gruplara Etkinlik Formu 2 dağıtılır probleme çözüm önerisi getirmeleri istenir. Bulunan çözümlerden yola çıkılarak çevreleri aynı olan dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunlukları ve alanları arasındaki ilişkileri keşfetmeleri sağlanır.
- Alanları aynı ama çevreleri farklı olan dikdörtgenlerin kenar uzunluklarındaki değişim ile sonuçlara varmaları sağlanır.
- Verilen problemleri inceleyerek öğrencilerin benzer problemler kurmaları istenir.
- Düşünme kutusundaki soru sorularak 60 sayısının özellikleri tartışılır. 60 sayısının pozitif bölen sayısı buldurularak 12 tane pozitif böleni olduğu, 100'e kadar olan doğalsayılardan bu sayıdan fazla böleni olan başka sayı olup olmadığı tartışılır. Babil sayı sistemi bugün ki zaman ölçüleri işlemlerinde neden 60 sayısının esas alındığı tartışılır.

## DİKDÖRTGENİ KARALA OYUNU KURALLARI

- Oyun iki kişiyle oynanır.
- Sınıf İkişerli gruplara ayrılır. Gruplara kareli kâğıt dağıtılır. Öğretmen gruplardaki öğrencilere sırasıyla çevresi belli bir doğal sayı olan ve birbirinden farklı (Örneğin 16 br) dikdörtgenler çizmelerini ister. Kâğıtta bu özelliğe sahip çizilecek dikdörtgen alanı kalmayana kadar oyun devam eder. En çok alan kaplayan oyunu kazanır.
- Örneğin öğretmen çevresi 16 br olan dikdörtgen çizmelerini isterse, kırmızı bir öğrenci mavi diğer öğrenciyse ve oyuna kırmızı başladığı düşünürse Kırmızı toplam 22 br$^2$'lik Mavi ise 28 br'lik alan kapladığından oyunu mavi olan öğrenci kazanacaktır.



Etkinlik sonunda geogebrada bulunan dinamik sanal manipülatifler sınıfta sunulur.

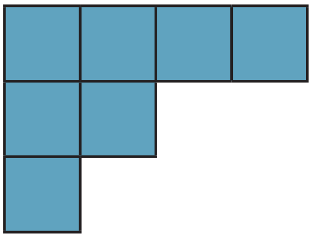
## DEĞERLENDİRME

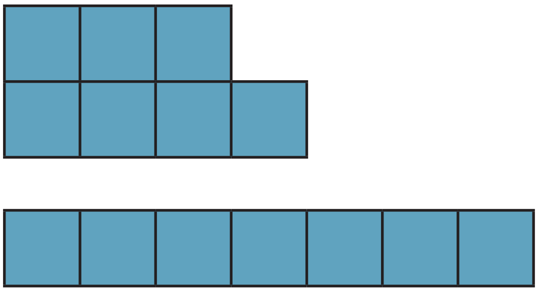
Bu etkinliğe ait "Grupla Değerlendirme Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir sürecin sonunda öğrencilerin derste ne öğrendiği ne yaptığı değerlendirilir. Süreçte geçirdiği aşamaları raporlandırılır. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda port folyo, rubrik, performans değerlendirme gibi yöntemler de kullanılabilir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğrencilere 7 tane birim kare sayma pulları verilir. (Farklı sayıda da olabilir) aynı sayıda ve mümkün farklı çevre uzunluklarına sahip çok şekil oluşturmaları ve çevreleri hesaplamaları istenir. Alan çevre ilişkileri incelenir.(Birkaç model aşağıda verilmiştir.)





## KAYNAKLAR:

Frith, A., Lacey, M. ve Gillespie, J. L. (2012). *Matematik Bize Ne Anlatıyor*. (Çeviren,Kurt.) TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Korza Yayıncılık (s.48).

## ETKİNLİK FORMU - 1

### BUZ PATENİ PİSTİ PROJESİ

**PROBLEM:** Bir buz pateni pisti projesi için, dikdörtgensel bölge şeklinde pist modelleri çizilmek istenmektedir. Bu pist için ayrılan alan 12 $br^2$'dir.

Buz pistinin etrafına için 1'er metre aralıklarla demir çubuklar dikilecek ve bu çubuklara dayandırılarak pist 2 metre yüksekliğinde koruyucu cam panelleri ile çevrilecektir.

Camın üst kenarına ise ince metal koruyucu çerçeve geçilecektir. Çerçevenin metre fiyatı 4 MATE demir çubukların tanesi 3 MATE ve camın metrekare fiyatı da 5 MATE değerindedir.

Mimarlık şirketi çalışanı olan MATESİS her bir olası pist modelleri projeleri için demir çubuk, cam ve metal çerçeve maliyet fiyatlarını tablo hâline getirerek şirkete sunmanız isteniyor. Bu pistlerin geometrik modellerini geometri tahtalarında modelleyerek çevrelerini hesaplayınız ve tabloyu doldurarak maliyet tablosu oluşturması gerekmektedir. Ona yardım edip tabloları doldurabilir misiniz?

**NOT: MATE etkinlik için kullanılan bir para birimidir.**

### BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Antik Yunan bilgini Euclid geometrinin babası olarak bilinir. 2300 önce ''Elementler'' adlı geometri çalışmasını ele almıştır. Bu çalışmada pek çok geometri konularına yer vermiştir. Bu yapıt 2000 yıl boyunca ders kitabı olarak kullanılmıştır. (Frith vd, 2012).

- Geometri tahtasında alanı 12 $br^2$ olan dikdörtgenler oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz dikdörtgenlerin kenar uzunluklarına bağlı olarak çevresinin nasıl değiştiğini inceleyin.

| Dikdörtgen | Dikdörtgenin | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Kısa Kenarı (br) | Uzun Kenarı (br) | Çevresi (br) | Cam maliyeti (MATE) | Demir çubuk maliyeti (MATE) | Çerçeve Maliyeti (MATE) | Toplam Maliyet (MATE) |
| 1. Dikdörtgen | | | | | | | |
| 2. Dikdörtgen | | | | | | | |
| 3. Dikdörtgen | | | | | | | |
| 4. Dikdörtgen | | | | | | | |

**SORU:** Alanları eşit olan dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ve çevresi arasında nasıl bir ilişki var?

**SORU:** Kaç farklı pist modeli çıkıyor? Bu pist modellerinin toplam sayısını modellemeden nasıl bulabiliriz?

## DÜŞÜNME KUTUSU

Alanı ve kenarları doğal sayı olan ve alanı 1 ile 100 arasında olan öyle bir sayı bulunuz ki sayısı en fazla olsun. Bu şekilde kaç sayı vardır? Bu sayılardan hangisini günlük hayatımızda ölçme birimlerinde sıkça kullanıyoruz önce nerelerde kullanıyoruz? Hangi uygarlıklar kullanmış araştırınız.

## ETKİNLİK FORMU - 2

**Mat Oğulları ve Geo Oğulları**

- Mat oğulları ve Geo oğulları adındaki iki köklü aile arasındaki anlaşmazlık son vermek isteyen RİYAZİYE Paşa bu iki aileye sabit uzunlukta uzunca bir halat verir ve çevreleyebilecekleri en büyük dikdörtgeni alabileceklerini söyler.
- Bu bölgeyi temsil etmek üzere geometri tahtasında çevresi 22br olan dikdörtgenler oluşturarak Kenar uzunluklarındaki değişime bağlı olarak şeklin alanında meydana gelen değişimi inceleyin. Hangisini seçmek alan açısından daha avantajlı sınıfa nedenleriyle sununuz.
- Geometri tahtasında çevresi 22 br olan dikdörtgenler oluşturarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| Çevre: 22 br | Dikdörtgenin | | |
|---|---|---|---|
| | Uzun Kenarı (br) | Kısa Kenarı (br) | Alanı (br) |
| 1. Dikdörtgen | | | |
| 2. Dikdörtgen | | | |
| 3. Dikdörtgen | | | |
| 4. Dikdörtgen | | | |
| 5. Dikdörtgen | | | |

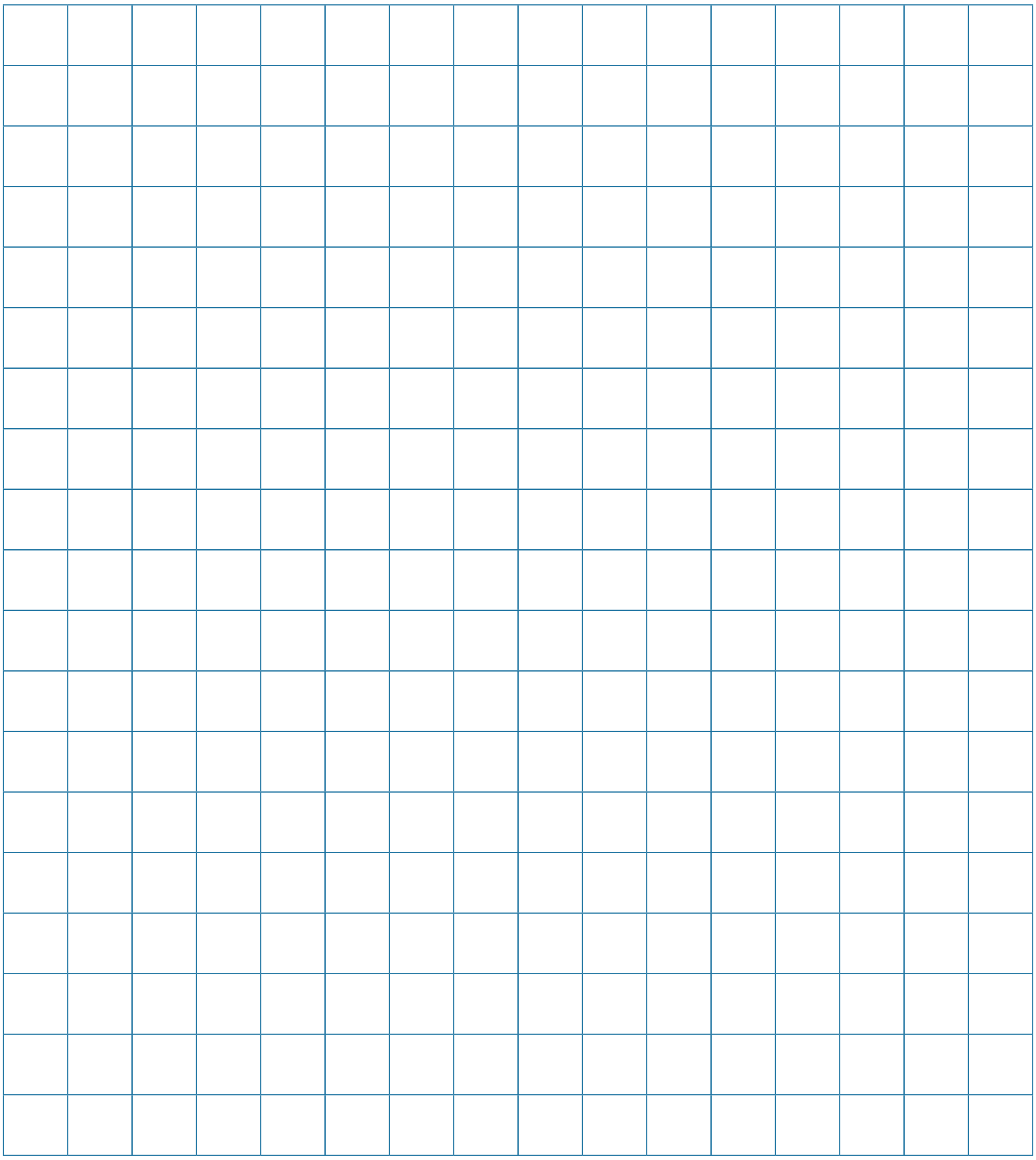
**SORU:** Çevreleri aynı olan dikdörtgenlerin alanları hakkında nasıl bir sonuca varabilirsiniz? Lütfen açıklayınız.

**SORU:** Sizlerde alanları aynı ama çevreleri farklı olan dikdörtgenlerle ilgili bir problem kurunuz.

## ETKİNLİK FORMU - 3

**Dikdörtgeni Karala Oyunu**

- Aşağıdaki birim karelere bölünmüş bölgeyi, sırasıyla, çevresi 36 br olan dikdörtgensel bölgelere ayırarak oyunu tamamlayınız.



**PUAN TABLOSU**

| Çevre: 36 br | Dikdörtgenin | | |
|---|---|---|---|
| | Uzun Kenarı (br) | Kısa Kenarı (br) | Alanı ($br^2$) |
| 1. Öğrenci | | | |
| 2. Öğrenci | | | |
| 1. Öğrenci | | | |
| 2. Öğrenci | | | |
| 1. Öğrenci | | | |
| 2. Öğrenci | | | |
| 1. Öğrenci | | | |
| 2. Öğrenci | | | |
| 1. Öğrenci | | | |
| 2. Öğrenci | | | |
| 1. Öğrenci Toplam Puanı | | | |
| 2. Öğrenci Toplam Puanı | | | |

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÖLÇÜSÜZ DÜNYA**

**MODÜL/KONU:** **Ölçme/Ölçme Birimleri**

**KAZANIMLAR:**

❖ Standart uzunluk ölçü birimleri ile standart olmayan uzunluk ölçü birimlerini karşılaştırır.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkileşimli tahta, renkli elektrik bandı, 5 metre, Etkinlik Formu 1.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Uzunluğu ölçelim konusunda, inç ölçü biriminin tarihsel gelişimini araştırma verilerek tarih alanı ile ilgili ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Uzunluk ölçelim konusunun temel amacı; öğrencilerin standart uzunluk ölçü birimlerine neden ihtiyaç duyulduğunu keşfettirmektir. Ayrıca alt amaç olarak standart olan ve olmayan uzunluk ölçü birimlerinin karşılaştırmasını yaptırmak hedeflenmektedir. Planlanan etkinlikler doğrultusunda öğrencilerin, yaratıcı düşünme, eleştirel düşünme, araştırma, problem çözme ve tahmin etme gibi becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Uzunluğu ölçelim konusunda, ders materyalleri ders öncesinde hazırlanır (Elektrik bandı (5 metre) ve Etkinlik Kâğıdı).

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### Uzunluğu Ölçelim

Öğrencilere dersin başında Etkinlik Formu dağıtılır. Öğrencilerden hikâyeyi okumaları istenir. İsteğe bağlı olarak hikâyeyi öğretmen veya bir öğrenci de seslendirebilir.

Öğrencilerle hikâye paylaşıldıktan sonra öğrencilerle ***"Sizce neden Matesis'in hediyesi hiçbir kutuya sığmadı?"*** sorusu üzerine tartışılır ve tartışmanın ardından aşağıdaki yönerge doğrultusunda etkinlik gerçekleştirilir.

### Yönerge

- Öğrencilerin her birinin hikâyedeki satıcı olduğu söylenir.
- Her öğrenciye renkli elektrik bantları dağıtılır.
- Her öğrenciden elektrik bantlarını kullanarak, kendi adımları ile 2 adım eninde ve 4 adım boyunda olan bir dikdörtgen şekli oluşturmaları istenir.
- Dikdörtgen şeklinin oluşturulması için okul bahçesi, koridor veya sınıf kullanılabilir.

Ölçme birimi olan adım kullanılırken, ölçümler arasında boşluk kalmaması, ölçümlerin üst üste gelmemesi ve birimlerin hepsinin belli bir doğrultuda kullanılmasına dikkat edilmesi konusunda bilgi verilmelidir.

Öğrenciler, adımlarını kullanarak dikdörtgen şeklini oluşturduktan sonra her bir öğrenciden diğer öğrencilerin oluşturdukları şekilleri incelemeleri istenir. Ardından bir metre yardımı ile her bir dikdörtgenin en ve boy uzunluğu ölçülür. Bu incelemelerden sonra öğrencilere aşağıdaki tartışma soruları yöneltilir.

### Tartışma Soruları

- Sınıf içerisinde oluşturulan tüm dikdörtgenlerin en ve boy ölçüleri eşit midir? Aynı adım sayısında oluşturuldukları hâlde dikdörtgenlerin en ve boylarına ilişkin ölçümlerin birbirlerinden farklı olmasının nedeni ne olabilir?
- Siz de Matesis gibi standart olmayan uzunluk ölçü birimlerinin kullanıldığı ve standart ölçü birimlerine erişiminizin olmadığı bir dünyaya uyansaydınız, bu dünya nasıl olurdu?
- Neden herkes için aynı olan ve ortak kullanılması gereken ölçü birimlerine ihtiyacımız vardır?

### Keşif Zamanı

Sınıf 3 kişilik gruplara ayrılır. Gruplardan kendilerine bir isim vermeleri istenir. Her gruba 5 metre verilir. Öğretmen, uzunluklarını ölçmek üzere sınıfa bazı nesneler getirir ve/veya sınıftaki bazı nesneleri bu iş için belirler. 2 metrenin üzerinde, 1 ile 2 metre arasında ve 1 metreden az olacak şekilde toplam 12 tane nesne belirlenir. Verilen yönerge doğrultusunda etkinlik gerçekleştirilir.

Grupların genel durumlarını görmek için tahtaya aşağıda yer alan tablo çizilir. Her bir nesnenin öncelikle tahmini uzunluğu gruplara sorularak kaydedilir. Ardından nesnelerin gerçek uzunluk değerleri ölçülerek tabloya yazılır. Örnek olması açısından tablonun birinci satırı doldurulmuştur.

Tablo 1. Genel durum tablosu

| | Tahmini Uzunluk | | | Gerçek Uzunluk | Tahmini Uzunluk ve Gerçek Uzunluk Arasındaki Fark | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Grup İsimleri | | | | Grup İsimleri | | |
| **Nesneler** | **A** | **B** | **C** | | **A** | **B** | **C** |
| **1. Masanın Eni** | 50 cm | 70 cm | 80 cm | 100 cm | 50 cm | 30 cm | 20 cm |
| **...** | | | | | | | |
| **...** | | | | | | | |
| **...** | | | | | | | |
| **12. Nesne** | | | | | | | |

### Tartışma Soruları

Etkinlik bitiminde, tüm grupların gerçek sonuçları ile tahmini sonuçları değerlendirilir. İki değer arasındaki fark her grup için hesaplanır. Grupların tahminlerinde ne kadar başarılı konusunda kendilerini değerlendirmeleri istenir.

- Uzunluğunu bilmediğiniz bir şeyi ölçmek ve tahmin etmek için nelerden faydalandınız?
- Daha iyi bir tahminde bulunabilmek için ne/neler yapmak gerekir?
- Standart ölçü birimlerimiz olmasaydı uzunluğu ölçmek için hangi araçlardan faydalanabilirdik?
- Standart ölçü birimlerinin, standart olmayan ölçü birimlerine göre avantajları ve dezavantajları nelerdir?

Sınıf içerisinde gerçekleştirilen tartışmalardan sonra, günümüzde hassas ölçümler yapabilen lazer ölçüm aletleri örnek olarak gösterilir.

### Araştırma

Standart ölçü birimlerinin kabulü ile ilgili kanun ne zaman kabul edilmiştir? Öğrencilerden neden böyle bir kanunun kabul edilmesine ihtiyaç duyulduğuna yönelik araştırma yaparak, araştırma sonuçlarını sınıfta sunmaları istenir.

### DÜŞÜNME KUTUSU

Sizce insanoğlunun ilk ölçümleri ne zaman ve ne ile ilgili olabilir?

Eskiden kübit, ell ve yarda gibi standart olmayan uzunluk birimlerinin kullanıldığından bahsedilir. Öğrencilerden bu uzunluk birimleri hakkında araştırma yapmaları ve ilginç buldukları bilgileri sınıfa getirerek arkadaşlarıyla paylaşmaları istenir.

### BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Kıl payının, uzunluk ölçü birimi olarak teknolojik aletlerin üretiminde kullanıldığını biliyor muydunuz? Günümüzde mecazi anlamda kullanılıyor olsa da bugüne kadar kullanılan en küçük genişlik ölçüsü saç telinin enidir. Eski zamanlarda hassas ölçüm yapılması gereken durumlarda insanlar saç telini uzunluk ölçüsü olarak kullanmıştır (Donald, 2019).

***"Uzunluk ölçüleri dışında başka hangi ölçü birimlerinden yararlanmaktayız?"*** sorusu tartışıldıktan sonra zaman ölçülerine geçilebilir.

Öğretmen konuyu detaylandırmak isterse SI birim (Uluslararası birimler sistemi (Le Système International d'Unités)) sisteminden bahsedebilir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Geçmişten günümüze uzunluk ölçmek için kullanılan inç 'in farklı ülkelerde nasıl kullanıldığı, inç ölçü biriminin tarihsel gelişim süreci hakkında öğrencilerden araştırma yapmaları istenir. Yapılan araştırmaların ardından sınıf içerisinde bir tarih şeridi oluşturulur.

Ayrıca farklı ölçü birimleri le ilgili kazanımlar da yazılarak zaman ölçüsü dışındaki farklı ölçme birimleri ile devam edilebilir. Örneğin zaman ölçüleriyle ilgili öğrencilere saat çeşitleri verilerek kendi saat çeşitleri hakkında bilgi toplamaları ve bu bilgileri Web 2.0 araçları ile tanıtmaları istenebilir. Sundukları saat çeşidini ilgili malzemeleri getirerek sınıfta grupça tasarlamaları istenebilir. Bunların yanı sıra alan ve hacim ölçme ile ilgili probleme dayalı etkinlikler tasarlanabilir.

## DEĞERLENDİRME

Sınıfta yapılan grup etkinlikleri ardından grup performans değerlendirme formu dağıtılır. Öğrencilerden grup içi performanslarını değerlendirmeleri istenir.

Bu etkinliğe ait *"EK1 Grup Süreç Değerlendirme Formu"*na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Donald, G. (2019). *Uzun Lafın Kısası- Dünyayı Ölçmeyi Nasıl Başardık* (Çev. M. B. Sarıtaş), Maya Kitap (Orijinal Kitap Basım Tarihi 2016).

## ETKİNLİK FORMU - 1

**Matesis’in Hediye Kutusu**

Matesis çok sevdiği bir arkadaşına aldığı hediyesini, özel olarak hazırlanmış bir hediye kutusuna koymak ister. Bunun için kişiye özel tasarım yapan bir hediye kutusu satıcısına gider. Fakat bir gariplik vardır. Matesis istediği hediye kutusunun ölçülerini santimetre cinsinden söylediğinde, satıcı söylediği uzunluk birimini bilmediklerini, sadece adım ile ölçü alabildiklerini belirtir.

Matesis bu duruma çok şaşırır.

Hediyesini kendi adımları ile ölçtükten sonra hediyesinin sığacağı kutunun 2 adım en, 4 adım boy ve 2 adım yüksekliğinde olması gerektiğini belirleyerek satıcıya bu boyutlarda bir kutu tasarlayıp tasarlayamayacağını sorar. Satıcı ise Matesis’e birkaç hediye kutusu örneği gösterdikten sonra Matesis’e istediği ölçüde bir hediye kutusu tasarlayabileceklerini söyler. Ancak Matesis en güzel hediye kutusu tasarımını yaptırmak istediğinden 3 farklı dükkâna daha gitmeye karar verir ancak aynı birim sorunu ile diğer dükkanlarda da karşılaşır. Tüm satıcılar sadece adım ile ölçü alabildiklerini söyler.

Matesis'in bu duruma kafası çok karışır.

Ancak yinede kendi adımları ile aynı ölçüleri farklı dükkanlara vererek kafasında soru işaretleri ile evine döner. 3 gün sonra gittiği 4 farklı dükkândan da hediye kutularının hazır olduğu haberi gelir. Matesis heyecanla hediyesini alarak sırasıyla her bir dükkâna gider ancak ilginç bir şekilde Matesis'in hediyesi hiçbir kutuya sığmaz. Matesis bu duruma çok üzülür. “Sizlere hediye kutumun tam ölçülerini vermiştim şimdi ben ne yapacağım arkadaşımın doğum günü yarındı!” diyerek çok üzüldüğünü belli eder. Tam bu sırada bir sesle irkilir ve sesin nereden geldiğini anlamaya çalışır. Annesi, Matesis’e mutfaktan bağırmaktadır.

Matesis kalk hadi artık! Geç kalacaksın bak alarmın çalıyor.

DESTEK EĞİTİM PROGRAMI

# TOPOLOJİ

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: TOPOLOJİNİN KEŞFİ**

**MODÜL/KONU:** **Topoloji/Topolojik Nesneler**

**KAZANIMLAR:**

- Topoloji biliminin özelliklerini fark eder.
- Topolojik nesnelerin özelliklerini ayırt eder.
- Topolojik nesneler oluşturur.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kâğıt, kalem, oyun hamuru, makas, yapıştırıcı, ip, saksı (kalemlik, pet su şişesi, bardak da olabilir)

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Topolojik yapılar bilişim teknolojileri alanı ile ilişkilendirilebilir. Bilgisayarların birbirine bağlanması ve veri akışının yönü topolojik bir yapı oluşturduğu için birbiriyle ilişkilidir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı öğrencilerin; geometrik cisimlerin ve geometrik şekillerin genel yapılarının farkına varmaları, cisimleri uzunluk, açı ve hacim gibi özellikleri açısından ölçüm yapmaksızın karşılaştırmaları ve incelemeleridir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilerden bulundukları şehirdeki otobüs, metro veya tramvay hatlarını incelemeleri istenir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

- Öğretmen, öğrencilere “Oyun hamuru ile delme veya kesme işlemi yapmadan birbirine dönüştürülen şekiller yapabilir misiniz?” diye sorar. Örneğin öğrencilerin oyun hamuru ile A harfi yapmalarını, bu harfi oyun hamurunu koparmadan ve delmeden hangi harfe dönüştürülebileceklerini sorar.

- Öğrencilerin oluşturdukları yapılar incelenir. Örnek olarak R harfi yapılabileceği ama H harfinin yapılamayacağı söylenir. Öğrencilere tüm harfler yazdırılır ve öğrenciler tarafından bu yöntem ile birbirine benzeyenlerin belirlenmesi istenir.

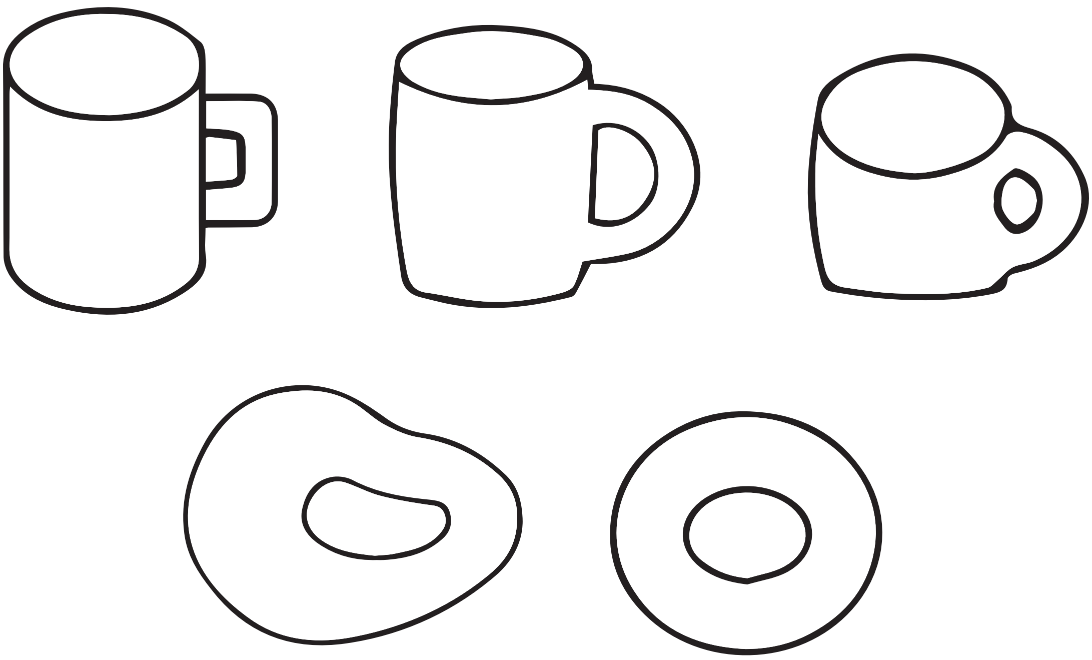

Şekil 1. Oyun hamuru ile yapılmış harfler

- Öğretmen, cisimlerin yüzeylerini inceleyen bir bilim olup olmadığını sorar. Cisimlerin yüzeylerinin ve genel şekillerin özelliklerini inceleyen, fakat uzunluk ve açılarla ilgilenmeyen geometri dalının topoloji olduğunu belirtir. Daha iyi anlaşılması için, nesnelerin yüzeylerindeki yer değiştirme, germe, döndürme, bükme, çekme ve sıkıştırma gibi elastik hareketler sonucu oluşan yeni durumunu inceleyen matematiğin bir alt dalı olduğunu söyler.

## BİLGİ KUTUSU

Yunancada yer, yüzey veya uzay anlamına gelen topos ve bilim anlamına gelen logos sözcüklerinden türetilmiştir. Normal geometride, bir şekli kaydırabilir, yansıtabilir veya döndürebilirsiniz, bunlar eş şekiller olacaktır. Önemli olan açı ve uzunlukların değişmemesidir. Ancak topoloji bunlar ile ilgilenmez. Kesmeden, delmeden veya birbirine yapışmadan sürekli gerdirme veya bükme yoluyla şekillerin birbirine dönüşümleri ile ilgilenir. Buna oyun hamuru ile farklı şekillerin yapılabilmesi örneğini verebiliriz. Buna homeomorfizma denir. Parça koparmadan iki şeklin sürekli olarak birbirine dönüşümünü inceler. Topolojide bir küp, bir piramit ve bir küre geometrik şekil olarak aynı şeydir. Aralarında homeomorfizma olan iki cisim homeomorfik olarak adlandırılır. Örneğin bir üçgeni bir çembere, bir çay bardağı çay tabağına ya da kulplu bardak simide homeomorfiktir.

- Öğretmen, öğrencilerden oyun hamuru ile bir bardak yapmalarını ve bunu kesme veya delme yapmaksızın halkaya çevirmelerini ister.

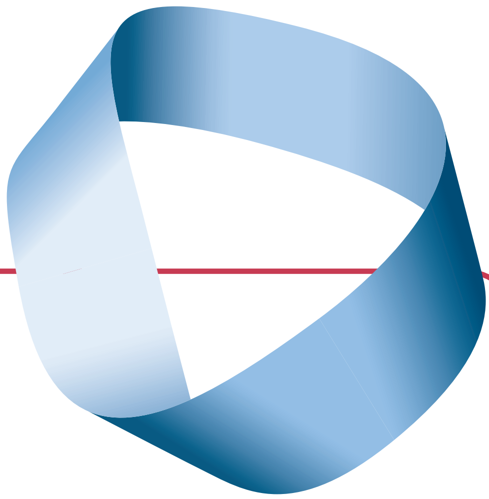


Şekil 2. Bir bardağın simide dönme deformasyonu (Homeomorfizma) örneği.

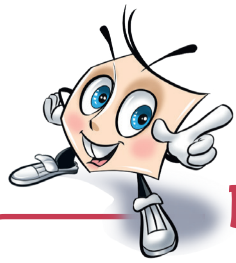
- Öğretmen, öğrencilere yüzeylerin incelenmesinin günlük ve profesyonel hayatta ne gibi katkıları olabileceğini sorar. Bilişim alanında teknolojik aletlerin birbirine bağlanmaları ve veri akışının ayarlanmasında topolojiden yararlanılmaktadır. Aynı şekilde genetik alanında, çeşitli enzimlerin DNA çevresinde oluşturdukları yapıların anlaşılmasında da topolojiden yararlanılmaktadır.

## BİLGİ KUTUSU

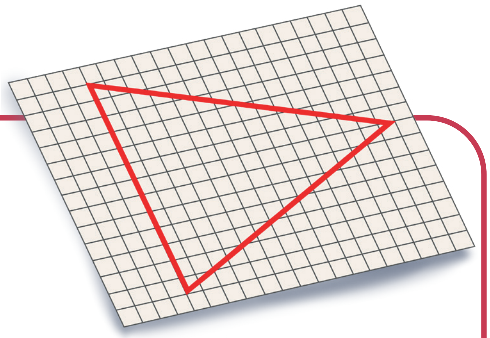
1861 yılında Möbius Şeridi hakkında tanımlamaları veren, matematikçiler için ne anlam ifade ettiğini açıklayan Johann Benedict Listing'dir. Mobiuş Şeridi hakkında ileri seviye araştırma alanına sokan ve üzerinde topolojik olarak çalışan August Ferdinand Möbiustur.



Şekil. 3 Mobius şeridi



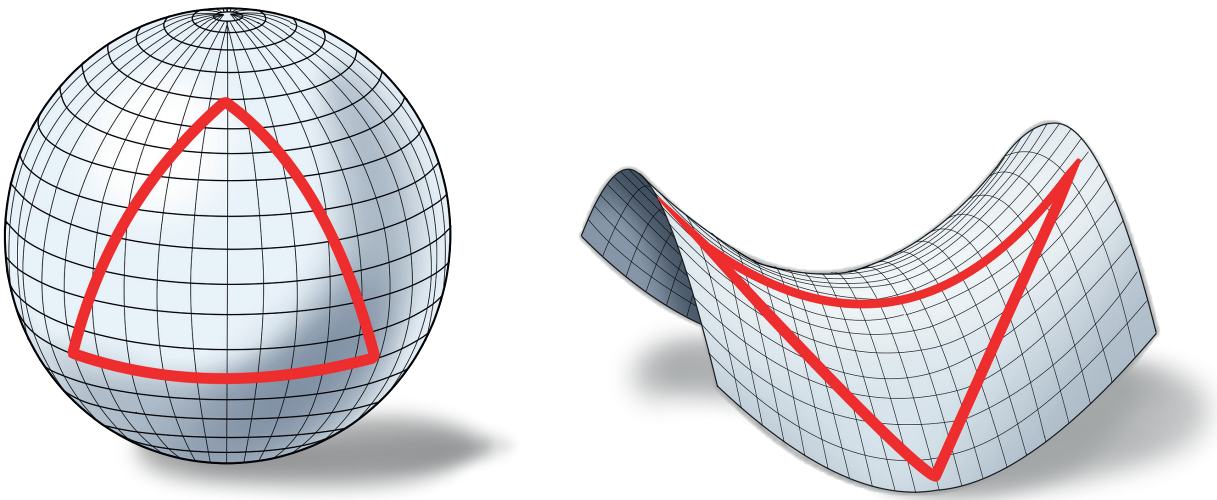
## BİLGİ KUTUSU



Şekil 3. Öklid geometrisinin ilgili olduğu düz yüzey

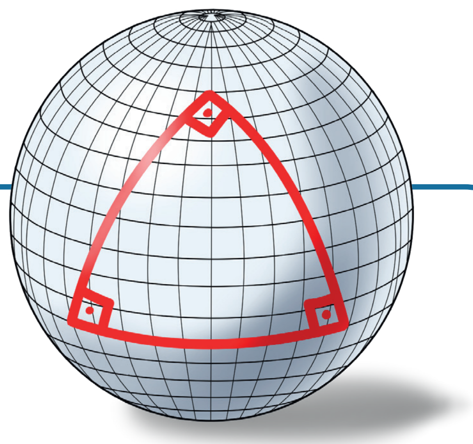
**Öklid Geometrisi ile Öklid Dışı Geometri Arasındaki Fark**

Öklid (Euclid), M.Ö. 330-275 yıllarında İskenderiye'de yaşamıştır. Yazdığı kitap olan Elementler ile geometrinin temellerini oluşturmuş büyük bir matematikçidir. Öklid geometrisinde nokta, doğru ve düzlem vb. gibi temel geometrik kavramların tanımı verildikten sonra genel kurallar belirlenerek açıklamalar yapılır. Öklid dışı geometride ise kurallar eğri yüzeyleri de kapsar. Topoloji, tüm geometrileri kapsar. Öklid, birbirine paralel olmayan doğruların uzatıldıklarında birbirleriyle kesişeceklerini söyler ancak Öklid dışı geometride düzlemin şekli nedeniyle bu kadar kesin bir yargıya varılamaz.



Şekil 4. Öklid dışı geometrinin ilgili olduğu eğri yüzey

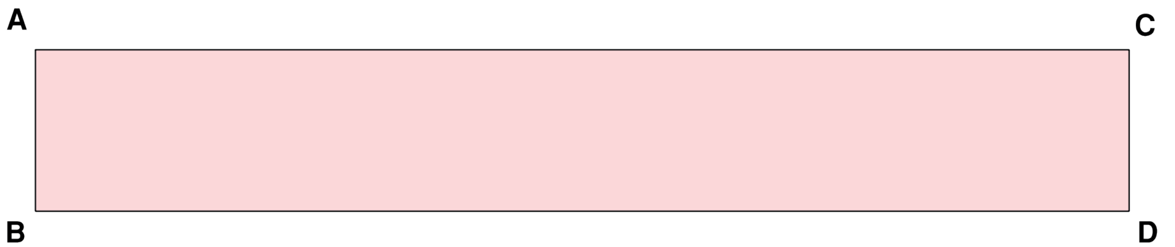
## DÜŞÜNME KUTUSU



Üç açısının ölçüsü de 90 derece olan bir üçgen olabilir mi?

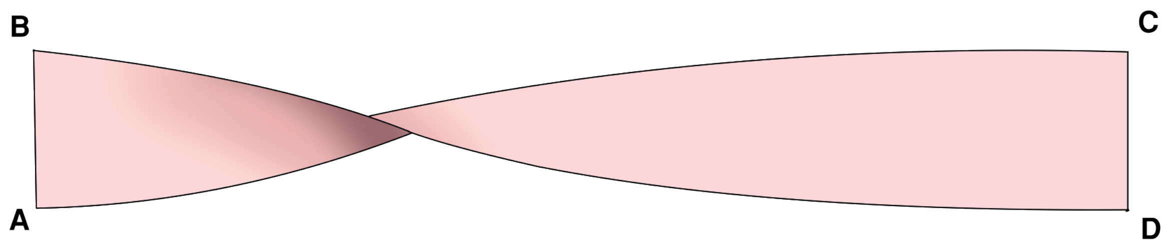
## Mobius Şeridi Yapalım

- Öğretmen, Mobius şeridinin, iki yüzlü bir şeridin tek yüzlü hâle gelmesi olduğunu söyler. Mobius şeridi üzerinde hareket eden herhangi birinin bir noktadan diğer noktaya varması için bütün yüzeyi taraması gerekir. Bir kâğıttan Şekil 1'deki gibi köşeleri A, B, C ve D olan bir dikdörtgen şerit keselim.



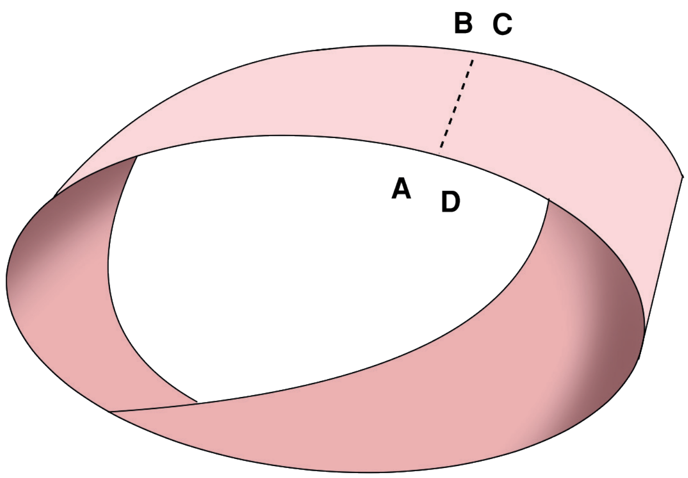

Şekil 1.

- Kesilen dikdörtgenin kısa kenarını Şekil 2'deki gibi bükelim.



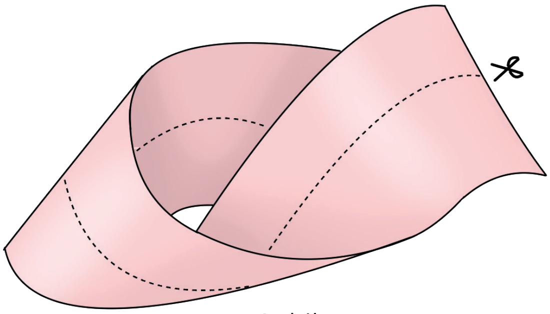

Şekil 2.

- A köşesi D köşesi ile, B köşesi C köşesi ile Şekil 3'teki gibi birleştirildikten sonra kâğıdın uçları yapıştırılır.

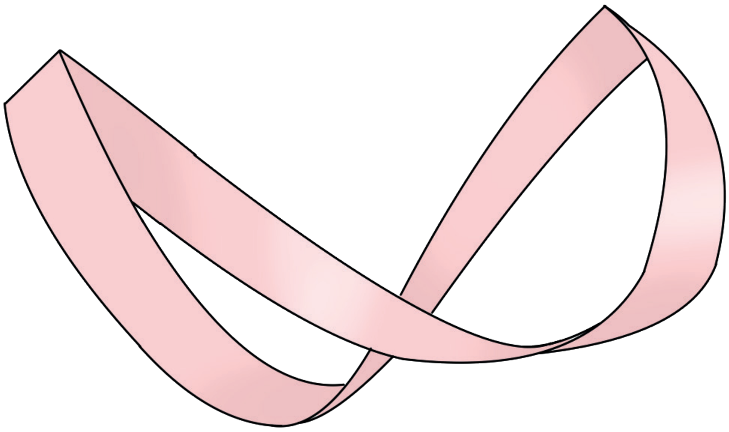



Şekil 3. Mobius şeridinin bitmiş hâli.

- Öğretmen, Mobius şeridini Şekil 4'teki gibi tam ortasından işaretlenmesini ve kesilmesini ister. "Acaba ortaya nasıl bir şekil çıkacak? Kesilen parçalar birbirinden ayrılacak mı, yoksa yeni iki tane mobius şeridi mi oluşacak?" diye sorar.

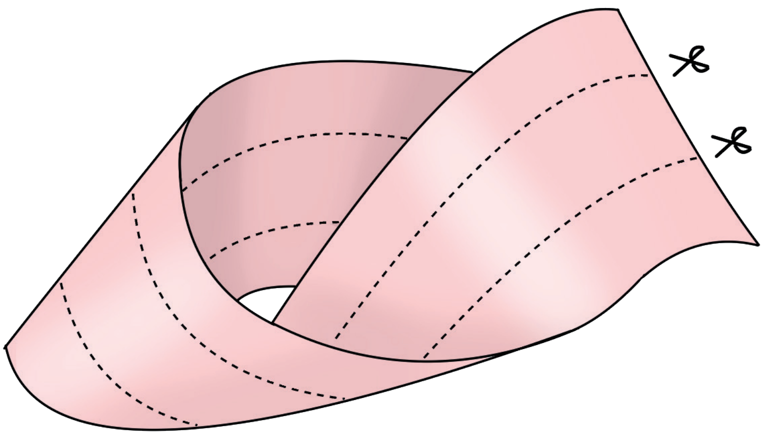


Şekil 4.



Şekil 5. Mobius şeridinin ortadan bir kere kesilmiş hâli.

- Öğretmen, başka bir mobius şeridi yaptırır ve Şekil 6'da olduğu gibi şeridin ortasından iki sıra kesilmesini ister. Öğrencilere yine aynı soruları sorar. ***"Acaba üç mobius şeridi mi olacak? Şeritler birbirinden ayrılacak mı?"***



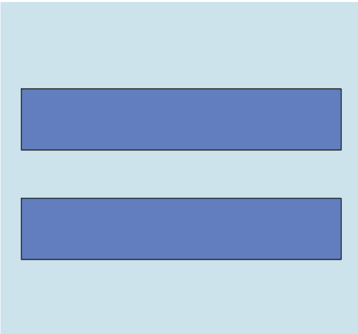
Şekil 6.

## İki Daire

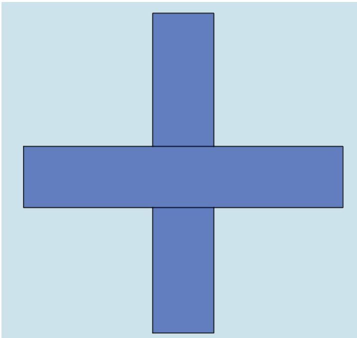
Öğretmen, öğrencilerin hayal güçlerini zorlayacak, iki silindirin birbirine yapıştırılması ile oluşan şeklin, ortadan kesilmesiyle oluşan durumları inceleyeceklerini söyler.

- Öğrencilere Tablo 1'deki yönergelere uygun iki silindir yaptırır ve birbirine yapıştırır. Silindir yüzeyin orta noktasını işaretletir. Kesme işlemi yaptırmadan önce sorular sorar.

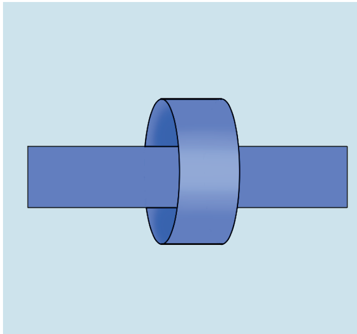
Tablo 1



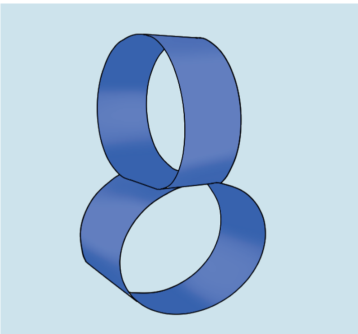
1. İki dikdörtgen şerit kesilir.



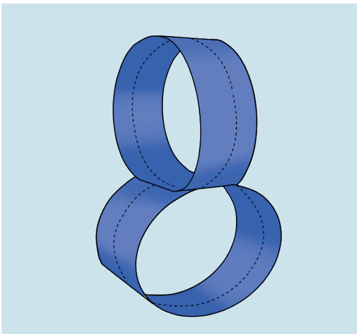
2. Artı olacak şekilde üst üste konur ve yapıştırılır.



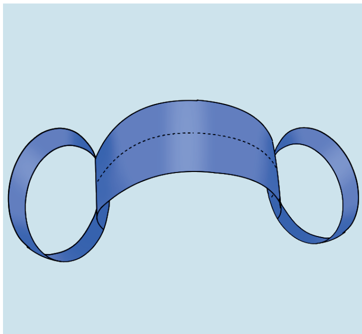
3. Dikdörtgenlerden birinin kenarları silindirin yan yüzeyi olacak şekilde uçları yapıştır.



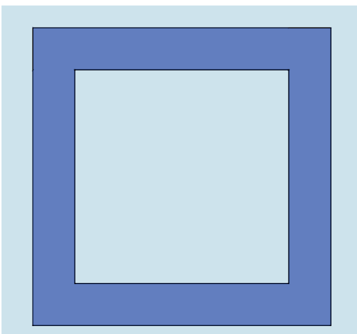
4. Dikdörtgenin diğer kenarları da silindir olacak şekilde yapıştır.



5. Silindir yüzeylerin orta noktaları işaretlenir ve bu çizgilerden keser isek hangi geometrik şekil çıkacağı sorulur.

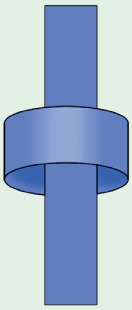


6. Bir silindirin yüzeyinin ortasından kesilmesiyle çıkan şekil.

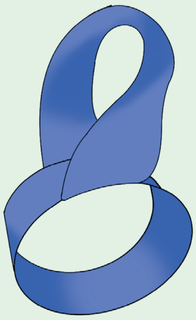


7. İki silindir yüzeyin ortasından kesilmesiyle ortaya çıkan şekil bir karedir.

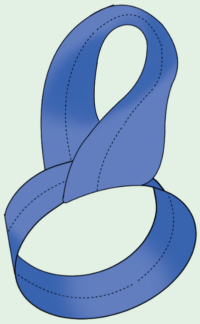
Tablo 2



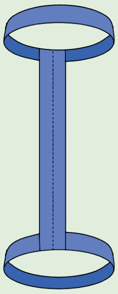
1. Bu sefer bir dikdörtgenin kenarları silindir olacak şekilde yapıştırılır.



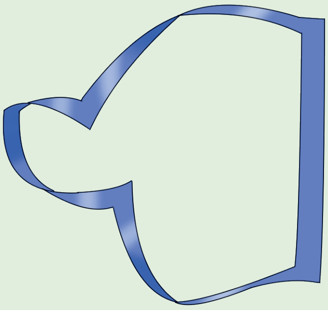
2. Dikdörtgenin diğer kenarları ise Mobius şeridi olacak şekilde yapıştırılır.



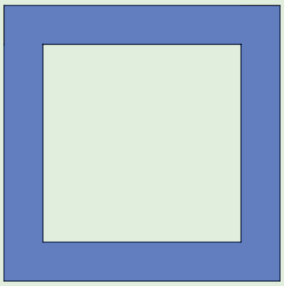
3. Orta noktaları işaretlenir ve kesildiğinde hangi geometrik şekil çıkacağı sorulur.



4. Bir yüzeyin kesilmesi ile oluşan şekil.

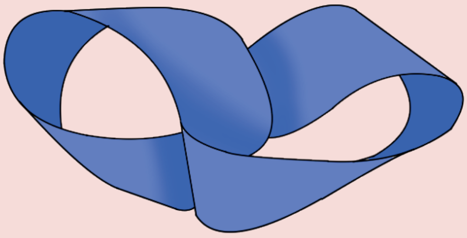


5. İkinci yüzeyin de kesilmesi ile ortaya çıkan şekil.

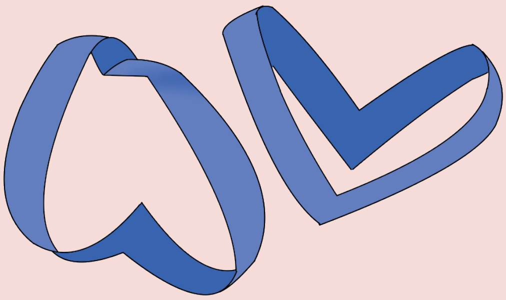


6. Ortaya çıkan şekil yine kare oldu.

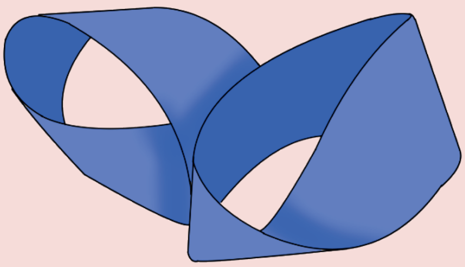
Tablo 3



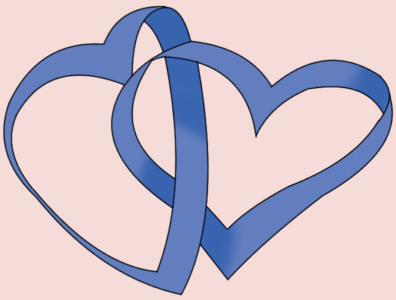
1. Dikdörtgenin iki kenarını da mobius şeridi gibi yapıştırılacak. Mobius şeritleri birbiri ile ters yönde olacak.



2. Ters yönde duran mobius şeritlerini ortadan kesersek ortaya çıkan şekil.



3. Dikdörtgenin iki kenarını da Mobius şeridi gibi yapıştırılacak fakat Mobius şeritleri aynı yönde olacak.

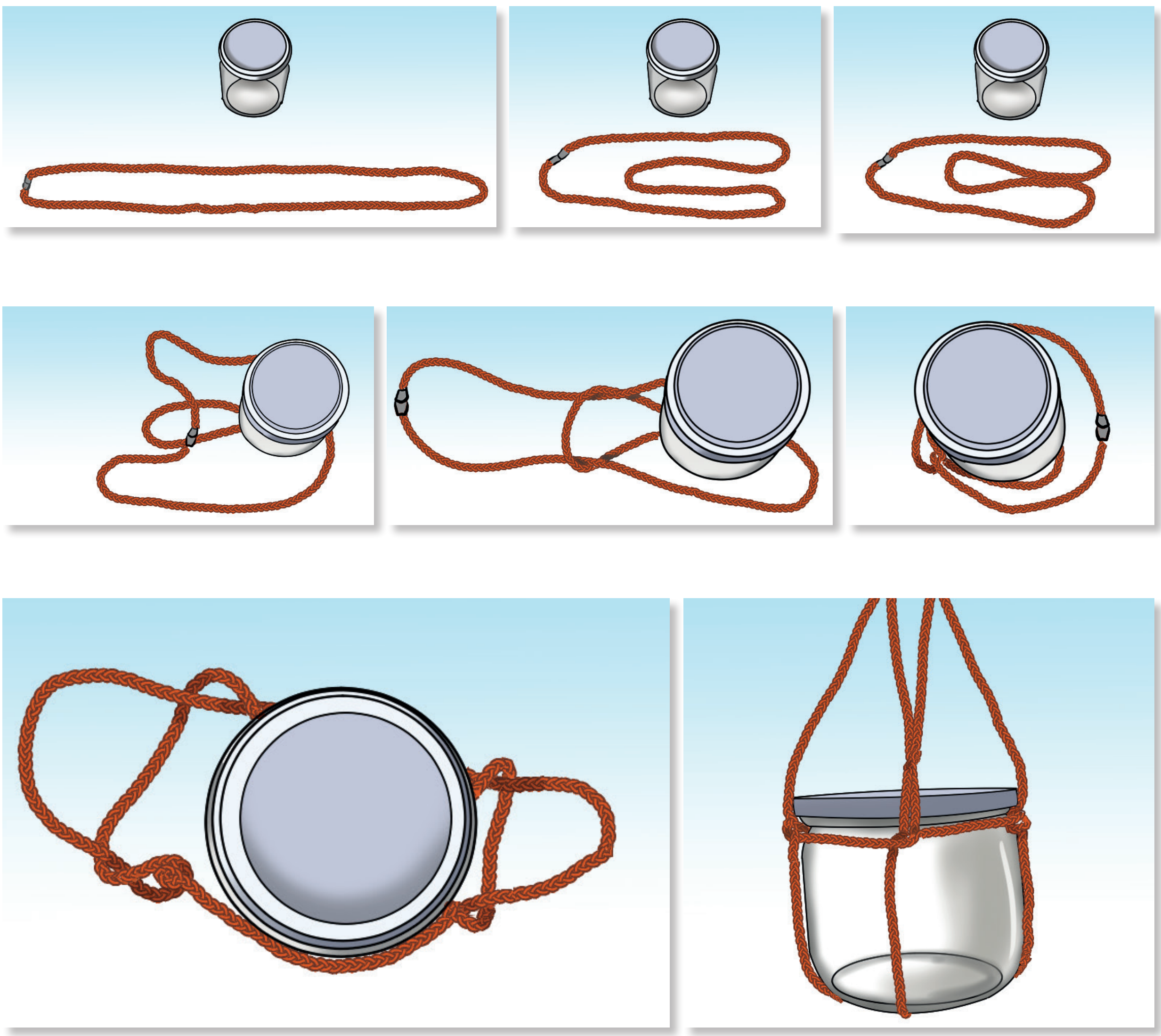


4. Aynı yöndeki mobius şeritlerinin ortadan keserek ortaya çıkan iç içe geçmiş iki kalp.

## Saksılık Yapımı

Daire şeklinde bir ip ve saksı, kavanoz veya bir bardağı düğüm kullanmadan asabileceğimiz hâle getireceğiz. Aşağıdaki yönergelere uyarak askılığı yapalım.

1. İpi iki ucundan bağlayıp halka şekline getiriyoruz.
2. ipin bir kısmını halkanın içine doğru getiriyoruz.
3. İç kısma doğru getirdiğimiz kısmı çapraz katlıyoruz.
4. İplerin kesiştiği yere asacağımız nesneyi koyuyoruz.
5. Sol taraftaki ipi iç taraftaki ipin üzerine koyuyoruz.
6. Üzerine koyduğumuz ipi alttan çıkarıp çekiyoruz.

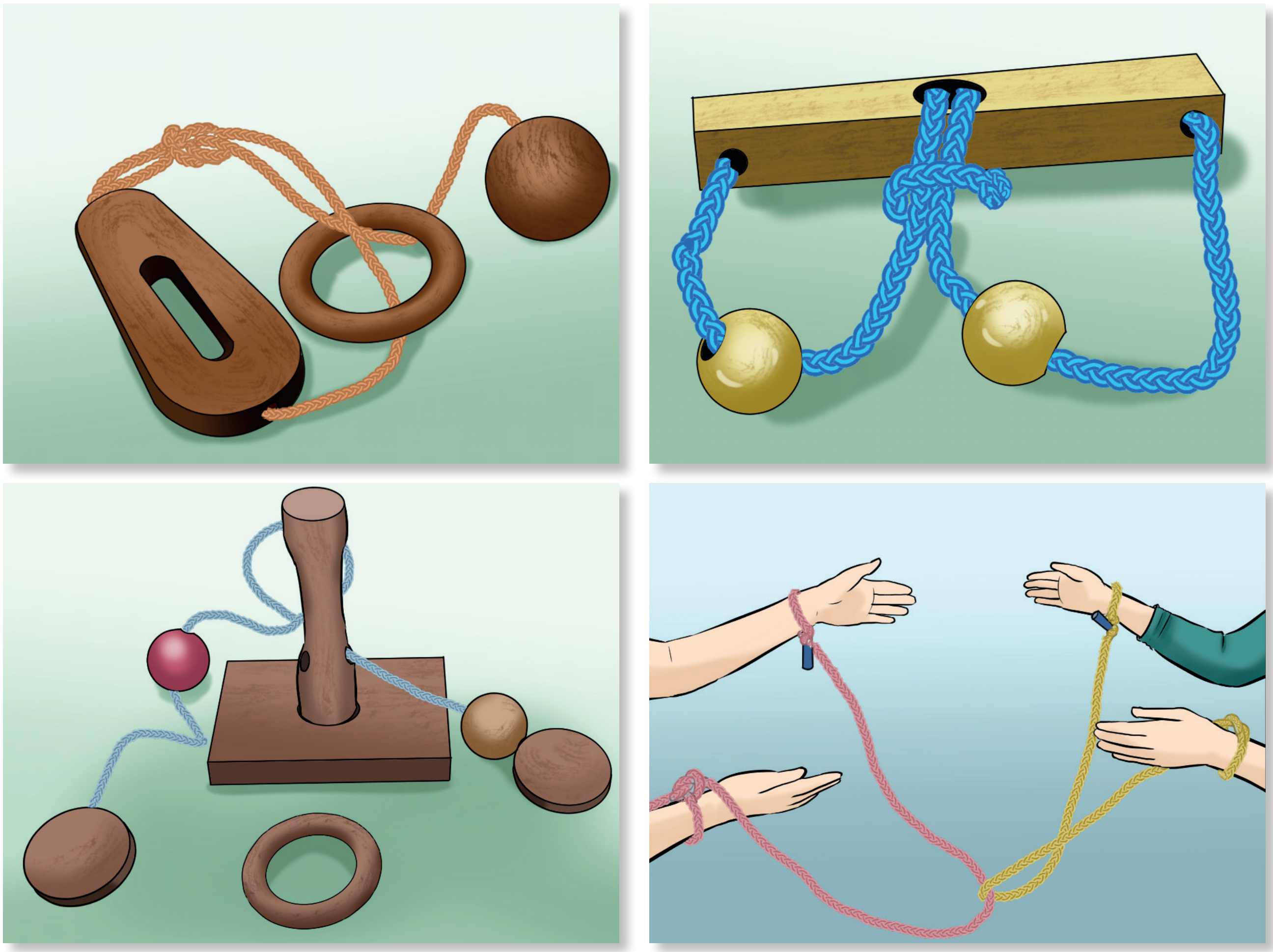


## DEĞERLENDİRME

Bu aşamada öğrencilerin geçirdikleri süreci değerlendirmek için hazırlanan topolojiyi keşfediyorum dereceleme ölçeği ile değerlendirilir. Dereceleme ölçeği formuna karekod okutarak ulaşılabilir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğrencilerle, topolojik düğüm olarak bilinen aşağıdaki şekillerdeki halka takma, halka çıkarma veya düğüm çözme etkinliği yapılabilir.

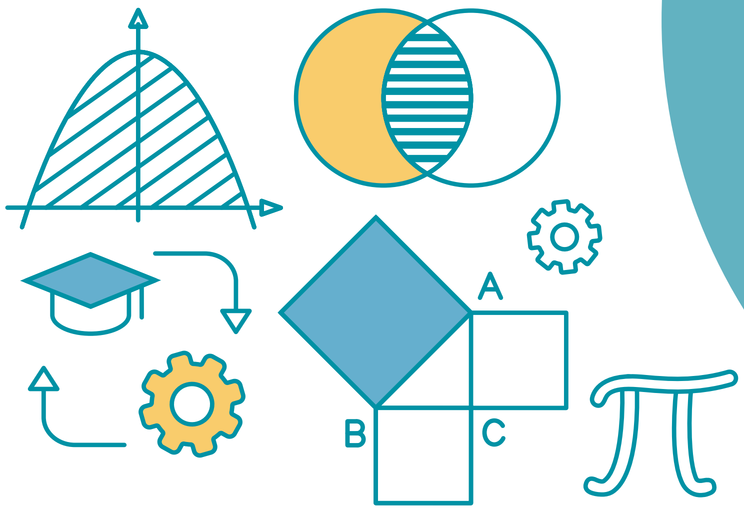


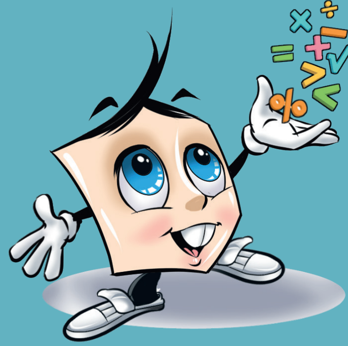
## KAYNAKLAR

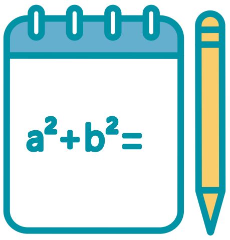
Nesin, A. (2019). *Analiz IV*. Nesin Yayıncılık.

Delice, A. ve Karaaslan, G.K. (2016). Topolojinin ilkokul, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında ele alınmasının tartışılması. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi,* 43(43), 43-66.

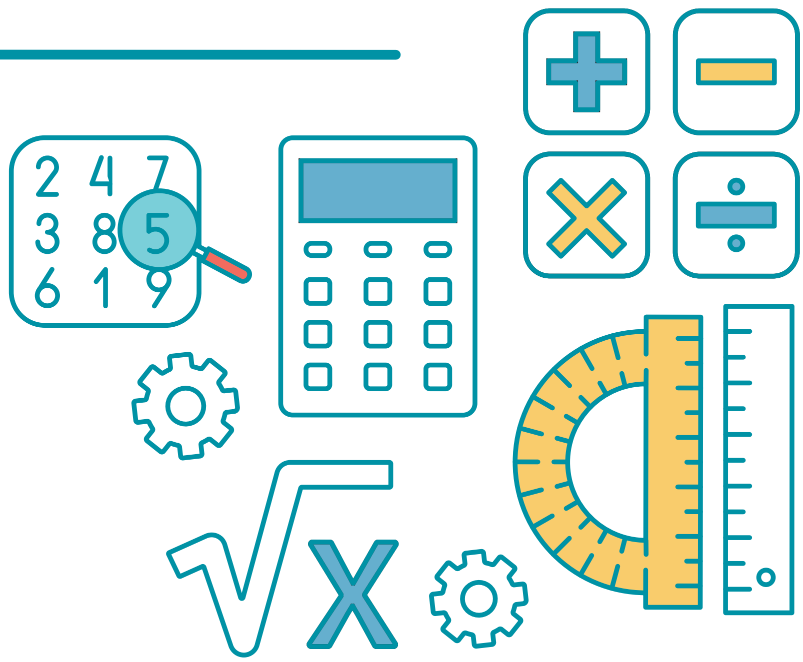
BİREYSEL YETENEKLERİ FARK ETTİRME PROGRAMI






# CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE SAYI SİSTEMLERİ**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Sayı Sistemleri**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Günlük yaşamda matematiğe olan ihtiyacı açıklar.
- ❖ Günümüzde kullanılan modern sayı sistemi ile eski uygarlıklarda kullanılan sayı sistemlerini karşılaştırır.
- ❖ Kendine özgü bir sayı sistemi geliştirir.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, fon kâğıtları, keçeli kalemler, kraft kâğıt.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Öğrencilerin, eski uygarlıklardaki sayı sistemlerini, döneminin özelliklerine göre yorumlamaları sağlanır. Onluk taban sisteminde basamak değeri ve çözümleme konularına yer verilir. Farklı uygarlıklardaki sayı sistemleri hakkındaki bilgilerin günümüze kadar nasıl ulaştığına ve bu uygarlıklar hakkındaki bilgilere yer verilerek etkinlik tarih alanı ile ilişkilendirilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin günümüzde kullanılan modern sayı sistemi ile eski uygarlıklarda kullanılan sayı sistemlerini kullanışlılık ve matematiksel özellikleri açısından karşılaştırarak kendilerine özgü bir sayı sistemi geliştirmelerini sağlamaktır. Ayrıca bu etkinlikte öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin geliştirilmesi de amaçlanmıştır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Etkinlik öncesindeki hafta öğrenciler bir grup dışında Maya Uygarlığı, Babil Uygarlığı ve Mısır Medeniyeti olarak üç gruba ayrılır. Her öğrenciden, üyesi olduğu uygarlığın geleneksel kıyafetlerini araştırıp sınıfa taşımaları istenir. Bu öğrencilerden birinden ise günümüz sayı sistemlerini araştırması istenir. Maya Uygarlığı, Babil Uygarlığı, günümüz sayı sistemleri ve Mısır Medeniyeti yazan fon kâğıtları her masada birer adet olacak şekilde masalara yapıştırılır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen derse başlarken sınıfa aşağıdaki soruları yönlendirir:

- ***Matematiğe neden ihtiyaç duymuş olabiliriz?***
- ***Matematiği günlük yaşamımızda nerelerde kullanıyoruz?***
- ***Oyun parkında matematik nerelerde vardır?***
- ***Bulunduğunuz binanın yapımında matematik nerelerde kullanılmış olabilir?***
- ***Sayı saymayı nasıl öğrenmiş olabiliriz?***
- ***Geçmişte sayılar nasıl gösteriliyor olabilir?***
- ***Farklı sayı sistemleri hakkında ne biliyorsunuz?***
- ***Neden birçok sayma sistemi olmasına rağmen günümüzde 10'luk sayma sistemini kullanıyor olabiliriz?***

Matematik tarihi ile ilgili belgeselden kısa bir kesit (5-10 dk) izletilerek, her öğrencinin belgeselden (video) 3 soru çıkarması istenir.

Video sonunda her bir öğrenci sorularını sınıfa yönlendirir ve verilen cevaplar üzerinde tartışılır. Geçmişte Mısırda Nil nehrinin her yıl taştığından, taşkınlar bittikten sonra ise tarlaların sahiplerine paylaştırılması için matematiksel hesaplara ihtiyaç duyulduğundan bahsedilir.

Sınıftaki öğrencilerden biri seçilir diğerleri 3 gruba ayrılır. Her bir grup birer masaya yönlendirilir ve bu öğrenciler gönderildikleri masanın üzerinde yazan uygarlığın (Maya, Babil ve Mısır) temsilcisi olur. Öğrenciler her bir medeniyetin kullandığı sayı sistemleriyle ilgili etkinlik formlarını inceler. Etkinlik Formu'ndaki soruları tartışarak uygarlıkların sayı sistemlerini keşfetmeye çalışırlar. Öğretmen masaları gezerek sorularla (her bir basamakta sayıların değeri nasıl değişmektedir? 10'luk sayma sistemiyle benzer ve farklı yönleri nelerdir? vb.) öğrencileri yönlendirir (Her grup Etkinlik Formu'nu kendi arasında tartışarak doldurur.)

Gruplar tüm masaları tamamladıklarında öğrencilere bir senaryo okunur. Öğrenciler daha önce atandıkları uygarlıkların bulunduğu masaların başına geçerler. Senaryoya göre gruplardan seçilen bir öğrenci günümüzde yaşamaktadır ve zaman makinesi aracılığıyla çeşitli medeniyetleri ziyaret etmektedir. Zamanda yolculuk yapan öğrenci, her yolculuğunda ziyaret ettiği medeniyetleri temsil eden masaları dolaşarak bu masadaki öğrencilerden tabi oldukları uygarlıklardaki sayı sistemleri hakkında ona bilgi vermelerini ister. Her masadan birer temsilci kendi medeniyetlerindeki sayı sistemlerini ve özelliklerini zamanda yolculuk yapan öğrenciye açıklar.

### Senaryo:

*"Matematik ustası MATESİS farklı uygarlıklardaki sayı sistemlerini öğrenmek amacıyla bir zaman makinesi icat etmiştir. Bu zaman makinesiyle Babil, Mısır ve Maya uygarlıklarına yolculuk yapan MATESİS'in serüvenine ortak olmaya hazır mısınız? O zaman oyun başlasın."* yönergesi verilerek oyuna başlanır. Zaman yolculuğu yapmak üzere belirlenen öğrenci her masaya uğrayarak uygarlıkların sayı sistemi ile ilgili sorular sorar ve her medeniyetin temsilci öğrencileri de kendi uygarlıklarındaki sayı sistemlerini doğaçlama bir şekilde açıklarlar. Zamanda yolculuk yapan öğrenci de günümüz sayı sistemini dolaştığı gruplara sunar.

Ardından tümgruplar tüm masaları gezerek etkinlik formlarındaki soruları sırayla cevaplandırırlar. (Her masada grup sayısı kadar form bulunur.)

Bu çalışmanın ardından öğrencilere Mısır sayılarının olduğu belgesel izletilir ve sayı sistemlerinin avantaj ve dezavantajları üzerine grup tartışması yapılır.

Sizce hangi sayı sistemi daha kullanışlı olabilir? Neden? sorularıyla süreç öğretmen tarafından yönlendirilir.

Öğrencilerden, kendi sayı sistemlerini oluşturmaları ve bu sistemi arkadaşlarına tanıtmaları istenir.

**Yönerge:**

- Sevgili öğrenciler! Şimdi sizleri üç gruba ayıracağım ve her bir grubu bir masaya yönlendireceğim.
- Sizler o masada yazan medeniyetin temsilcileri olacaksınız.
- Sizlerden masaların üzerinde yazan medeniyetlere ait sayı sistemleri ile ilgili bilgileri ve sorulan soruları cevaplamanızı istiyorum.
- Sizlerle birlikte bir doğaçlama yapacağız. Zaman makinesiyle geçmişe yolculuk yapan arkadaşınıza kullanmakta olduğunuz sayı sistemini tanıtacaksınız. O da size günümüzde kullanılmakta olan sayı sistemleri hakkında bilgi verecek.

## BİLGİ KUTUSU

**MAYA SAYILARI**

El ve ayak parmaklarından ilham alınarak geliştirilen, Maya uygarlığı tarafından kullanılan, sayıların konumlarına göre değer aldıkları 20 tabanlı bir sayma sistemidir. Yirmili sayılamanın birinci basamağı 19'a kadar olan sayılar için sadece simgelerle betimlenmektedir (Ifrah, 2003, s. 106).

## BİLGİ KUTUSU

**BABİL SAYILARI:** 60'a kadar olan Babil sayıları aşağıdaki tabloda verildiği gibidir.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 𒁹 | 11 | 𒌋𒁹 | 21 | 𒎙𒁹 | 31 | 𒌍𒁹 | 41 | 𒐏𒁹 | 51 | 𒐐𒁹 |
| 2 | 𒈫 | 12 | 𒌋𒈫 | 22 | 𒎙𒈫 | 32 | 𒌍𒈫 | 42 | 𒐏𒈫 | 52 | 𒐐𒈫 |
| 3 | 𒐈 | 13 | 𒌋𒐈 | 23 | 𒎙𒐈 | 33 | 𒌍𒐈 | 43 | 𒐏𒐈 | 53 | 𒐐𒐈 |
| 4 | 𒐉 | 14 | 𒌋𒐉 | 24 | 𒎙𒐉 | 34 | 𒌍𒐉 | 44 | 𒐏𒐉 | 54 | 𒐐𒐉 |
| 5 | 𒐊 | 15 | 𒌋𒐊 | 25 | 𒎙𒐊 | 35 | 𒌍𒐊 | 45 | 𒐏𒐊 | 55 | 𒐐𒐊 |
| 6 | 𒐋 | 16 | 𒌋𒐋 | 26 | 𒎙𒐋 | 36 | 𒌍𒐋 | 46 | 𒐏𒐋 | 56 | 𒐐𒐋 |
| 7 | 𒑂 | 17 | 𒌋𒑂 | 27 | 𒎙𒑂 | 37 | 𒌍𒑂 | 47 | 𒐏𒑂 | 57 | 𒐐𒑂 |
| 8 | 𒑄 | 18 | 𒌋𒑄 | 28 | 𒎙𒑄 | 38 | 𒌍𒑄 | 48 | 𒐏𒑄 | 58 | 𒐐𒑄 |
| 9 | 𒑆 | 19 | 𒌋𒑆 | 29 | 𒎙𒑆 | 39 | 𒌍𒑆 | 49 | 𒐏𒑆 | 59 | 𒐐𒑆 |
| 10 | 𒌋 | 20 | 𒎙 | 30 | 𒌍 | 40 | 𒐏 | 50 | 𒐐 | | |

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Bu sayı sistemleri çeşitlendirilerek Roma ve Çin medeniyetlerine ait sayı sistemleri de incelenebilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait *"Geçmişten Günümüze Sayı Sistemleri Grup Süreç Değerlendirme Formu"*na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz. Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir. Sürecin sonunda öğrencilerin derste ne öğrendikleri ve ne yaptıkları değerlendirilir. Bu nedenle öğrencilerin süreçte geçirdikleri aşamalar raporlanmalıdır. Değerlendirme aşamasında rubrik ve performans değerlendirme gibi araçlar da kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

Ifrah, G. (2003). *Uzak Doğudan Maya Ülkesine Bir İki Üç…Rakamların Evrensel Tarihi IV*. (Çev., Kurtuluş Dinçer.) TÜBİTAK Bilim Kitapları.

Williams, K., & Scott, P. (2008). *Egyptian Mathematics* (Çev. Suphi Önder Bütüner). Elementary Education Online, 7(2), 537-539.

## ETKİNLİK FORMU

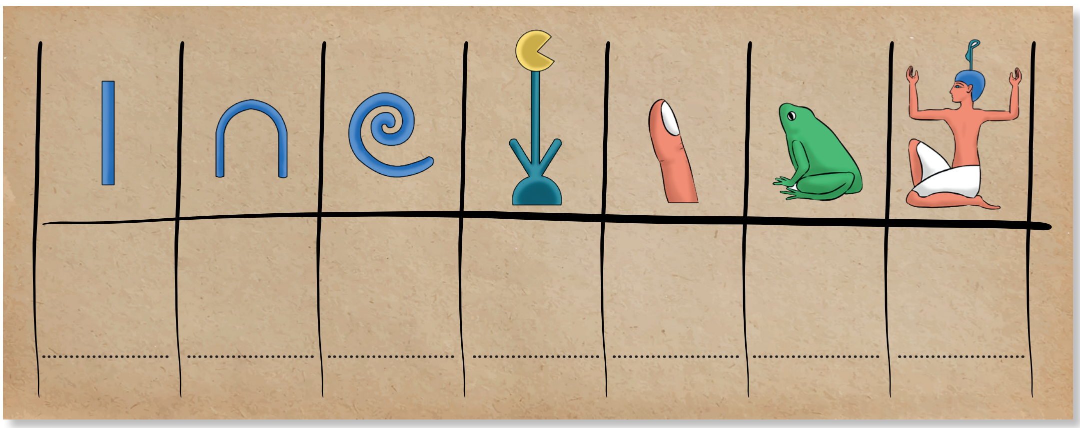
### MISIR UYGARLIĞI

İlkel dönemlerde insanlar nesneleri saymak için kemiklere, duvarlara veya tahta parçalarına çentik atarlar ya da işaret koyarlardı. Bir diğer yöntemleri de nesneleri küçük çakıl taşlarıyla eşleştirmek veya iplere düğümler atmaktı. Her ne kadar bu yöntemlerle eşleme yapılsa da Mısır medeniyeti birebir eşleme yerine sayıların değerlerine karşılık gelen nesneler tanımlamışlardır. Örneğin 423'ü yazarken, 400, 20 ve 3 için ayrı semboller kullanılır. Mısır sayıları günümüzde kullanılan sayı sistemi gibi 10'luk sisteme dayanmaktadır (Williams ve Scott, 2008).

Mısır matematiğine ilişkin bulguların çoğu "Papirüs" denilen el yazmaları ile günümüze kadar ulaşmıştır.

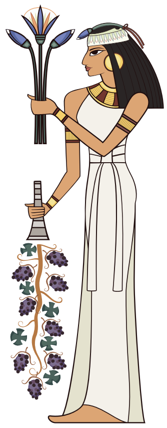
**SORU 1:** Yukarıdaki bilgileri okuyarak ve verilen örneği inceleyerek aşağıdaki sembollerin sayısal karşılıklarını yazınız.



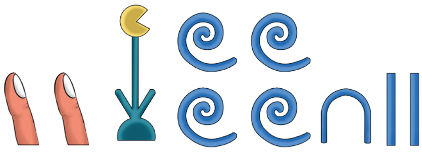


**BABİL UYGARLIĞI**

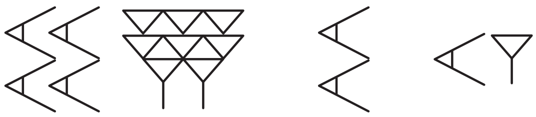
Babiller de 60 tabanına göre düzenlenmiş bir sayı sistemini kullanmıştır. Babiller iki sembol yardımıyla tüm sayıları ifade edebilmişlerdir. Basamak değeri hesabında 10'luk sisteme benzer şekilde Babil sayı sisteminde sayı tabanı olarak 60'ın kuvvetleri kullanılmaktaydı ve basamaklar boşluklarla ayrılmaktaydı.



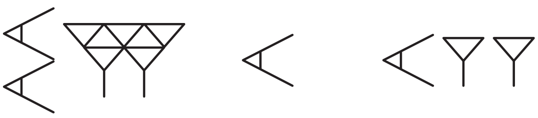
**SORU 2:** Aşağıda Mısır sayı sistemine göre temsil edilen sayının onluk sistemdeki karşılığı nedir?

 ..........................................................

Aşağıdaki sayı 174011'i gösterdiğine göre tablodaki sayı temsillerinin Babil sayma sistemindeki karşılıklarını gösteriniz.



**SORU 3:** Aşağıda sembolle gösterilen sayının onluk sistemdeki karşılığı nedir?

 ..........................................................

**SORU 4:** 316'nın Babil Sayma Sistemi'ndeki karşılığını sembolle gösteriniz.

**SORU 5:** 4250'nin Babil Sayma Sistemi'ndeki karşılığını sembolle gösteriniz.

## MAYA SAYILARI

Mayalar, sıfırı temsil etmek için deniz kabuğuna benzeyen bir sembol kullanırlarken, 5'e kadar olan doğal sayılar için çakıl taşlarına benzeyen noktaları, 5 için ise sopaya benzeyen yatay ya da dikey çizgileri kullanmaktaydılar. 6'dan 9'a kadar olan sayıları kullandıkları çizgilerin üzerine konan noktalarla ifade etmekteydiler. 20'den büyük sayılar için ise sopaları ve taşları katmanlar hâlinde dizmişlerdir. Mayalar konumlu bir sayılama sistemi geliştirmişler ve sayma sistemlerinde sıfırı kullanmışlardır (Ifrah, 2003).

Hâli hazırda kullandığımız rakamlar yatay olarak yazılırken Mayalar sembolleri dikey olarak sıralayarak katmanlar oluşturmuşlardır.

**SORU 1:** Aşağıda verilen tabloyu inceleyiniz ve ilk iki satırdaki sayıların yazılış mantığına göre son satırdaki Maya sayılarına karşılık gelen sayı değerlerini bulunuz.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 13 | 19 | 20 |
| 21 | 23 | 28 | 29 |
| ........................ | ........................ | ........................ | ........................ |
| 48<br>........................ | 136<br>........................ | 240<br>........................ | 348<br>........................ |

**SORU 2:** Mayalar kaç tabanında bir sayma sistemi kullanmış olabilirler? Neden?

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**SORU 3:** Maya sayı sisteminde ilk basamağa en fazla hangi rakam yazılabilir? Neden?

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**SORU 4:** Maya sayı sisteminde sıfırı temsil etmek için hangi sembol kullanılmıştır?

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**SORU 5:** Maya sayı sisteminde nokta ve yatay çizgilerin hangi sayıları temsil ediyor olabileceğini tahmin ediniz.

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**SORU 6:** Maya sayı sisteminde iki basamaklı olarak temsil edilebilen en büyük sayı kaçtır? Gösteriniz.

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

## DÜŞÜNME KUTUSU

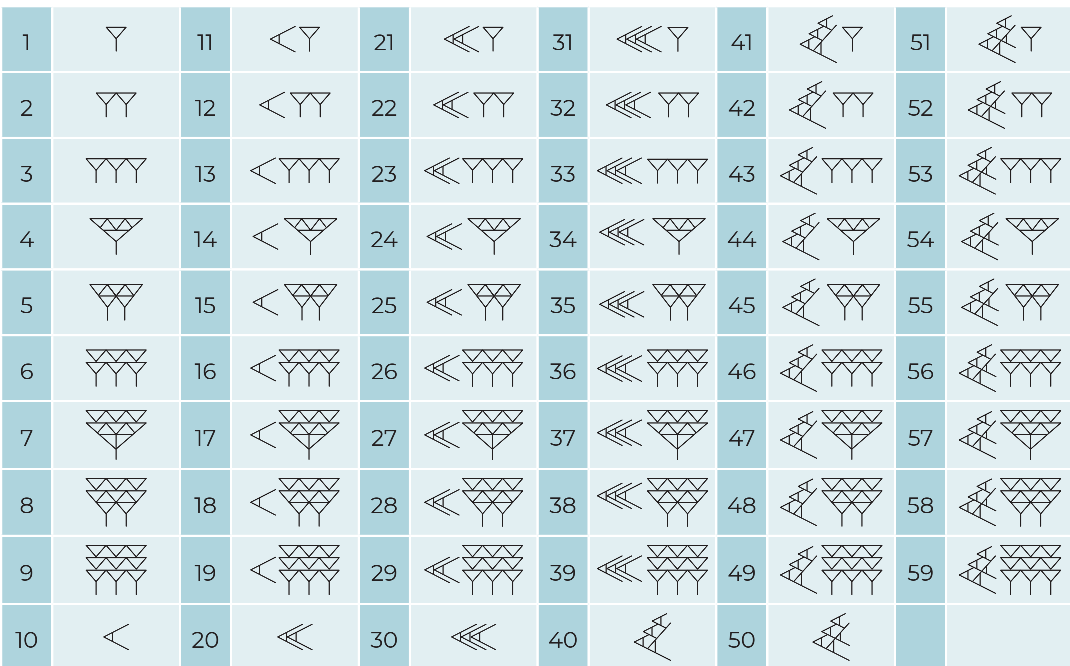
43411 sayısının Babil sayı sistemindeki gösterimini yazınız.

Siz de kendi oluşturduğunuz sembollerle bir sayı sistemi oluşturunuz. Bu sayı sistemini tanıtınız. Oluşturduğunuz sayı sisteminde kullanılabilecek rakam sayısı neye göre değişmektedir?

..............................................................................................................................................................................................

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

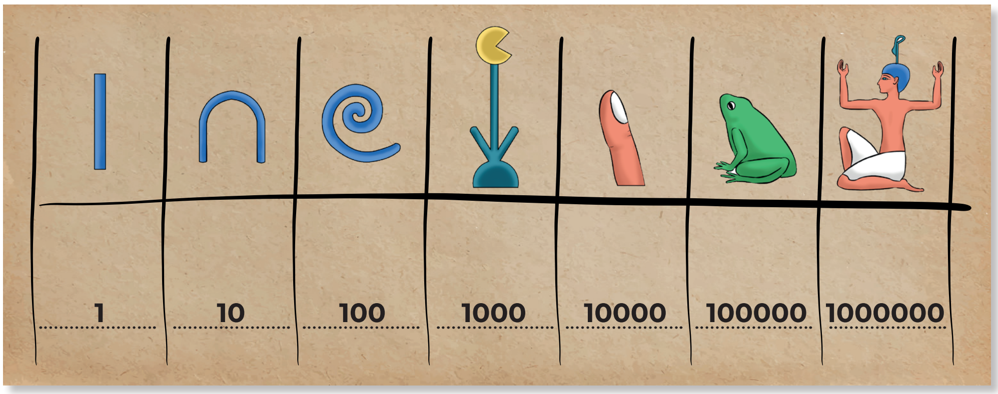
Mısır matematiğine ait veriler papirüsler, kil tabletler ve tahtanın üzerine yazılmış yazılardan elde edilmektedir. Mısırlılara ait en ünlü papirüs olan Rhind papirüsünün içeriğinde 85 adet problem ve bu problemlerin çözümleri bulunmaktadır. M.Ö. 1500'lü yıllarda küçük bir binanın harabelerindeki bir kazı sonucunda Thebes'te bulunduğu düşünülen Rhind Papirüsü, Ahmes tarafından yazılmıştır. Papirüs 5,4 m uzunluğunda ve 32 m genişliğindedir. Papirüsün büyük bir bölümü korunmaktadır (Williams ve Scott, 2008).



## Etkinlik Formu Cevapları

**MISIR UYGARLIĞI**

**1.**



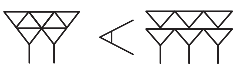

**MISIR SAYILARI CEVAPLAR**

- 1, basit bir vuruşla
- 10, at nalıyla
- 100, sarmal bir ip veya salyangozla
- 1000, bir lotus veya nilüferle
- 10.000, bir parmakla
- 100.000, bir kurbağa veya iribaş ile ve
- 1.000.000 ise iki elini kaldırmış bir adam (Tanrı Heh olabilir) ile temsil edilir ve bu sembol sonsuzluğu simgeler.

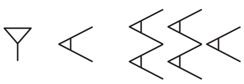
**2.** 21412

**3.** 90612

**4.** 316

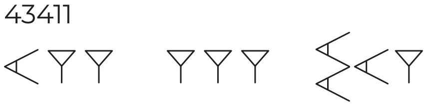


**5.** 4250



**DÜŞÜNME KUTUSU**

43411



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÜÇGEN VE KARE HİÇ SAYI OLUR MU?**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Özel Sayılar**

**KAZANIMLAR:**

- Özel sayı örüntülerinin genel kurallarını keşfeder.
- Özel sayı örüntülerinin günlük yaşamda kullanım alanlarını araştırır.
- Kendine özgü sayı örüntüleri oluşturur

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Noktalı çalışma kâğıdı, dijital geometri tahtası, dinamik geometri yazılımı, Hanoi Kulesi

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Geometri ile ilişki kurulur. Üçgensel ve karesel sayılar birbirleriyle ilişkilendirilir. Üçgensel ve karesel sayıların terimlerinden farklı sayı örüntüleri elde edilir. Hanoi Kulesi oyununun bağlantılı olduğu sayı örüntülerine yönelik matematiksel ilişkilendirmeler yapılır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı, öğrencilerin özel sayıları keşfetmelerini sağlamaktır. Bu amaca ulaşmak için üçgensel ve karesel sayıların öğrenciler tarafından keşfedilmesi, örüntülerin oluşturulması hedeflenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin yeni sayı örüntüleri oluşturmaları sağlanacaktır. Bu sayede öğrencilere mantıksal çıkarımda bulunma, yaratıcılık, kavramlar arasında ilişki kurma ve uzamsal düşünme becerileri kazandırılacaktır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ardışık olma, üçgen ve kare kavramları ile ilgili sorular sorulur. Öğrencilerden ardışık sayılar ile üçgen ve kare ilgili bildiklerini açıklamaları istenir. Ardından etkinliğe geçilir. Öğretim süreci boyunca öğrenciler sorularla yönlendirilir. Grupla çalışma ve buluş yoluyla öğretim stratejisi kullanılır.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

Ardışık sayıların toplamına yer verilir.

1

1+2=3

1+2+3=6

1+2+3+4=10

1+2+3+4+5=15

1+2+3+4+5+6=21

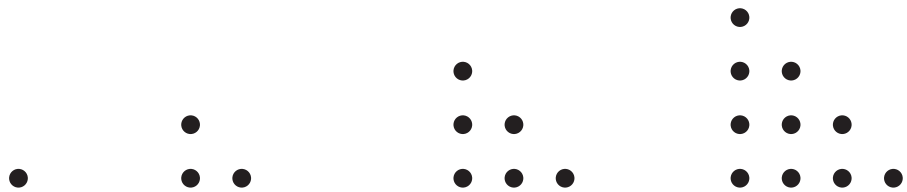
…

*"Toplamlar sonucunda elde edilen 1, 3, 6, 10, 15, 21, … sayılarını şekillerle göstermek istersek hangi geometrik şekilleri kullanabiliriz?"* sorusu öğrencilere yönlendirilir. Gelen yanıtlarla üçgensel sayıların şekil örüntüsüne ulaşılır ve bu sayılara **"üçgensel sayı"** adı verildiği belirtilir.

Öğrencilerden, noktalı kâğıt veya dijital geometri tahtasında noktaları kullanarak ardışık sayıların toplamı kadar nokta (1, 3, 6, 10, 15, …) ile çeşitli üçgenler oluşturmaları istenir.

Çalışmaya öğrenciler istenen şekle sahip üçgenleri elde edinceye kadar devam edilir.

Doğru üçgenler bulunana kadar şekillerle temsile devam edilir.



…

Üçgenleri oluşturan noktaların sayısıyla ardışık sayıların toplamları ilişkilendirilir.

Ardışık toplamlardan elde edilen 1, 3, 6, 10, 15, 21, … sayılarının işlemler ile nasıl ifade edilebileceği sorulur. Gelen yanıtlarla ardışık çarpımlar elde edilir ve bir tablo oluşturulur.

| | |
|---|---|
| 1 | $\frac{1.2}{2}$ |
| 3 | $\frac{2.3}{2}$ |
| 6 | $\frac{3.4}{2}$ |
| 10 | $\frac{4.5}{2}$ |
| 15 | $\frac{5.6}{2}$ |
| 21 | $\frac{6.7}{2}$ |
| ... | ... |
| ... | $\frac{n.(n+1)}{2}$ |

$\frac{n.(n+1)}{2}$ üçgensel sayıların genel kuralı olarak elde edilir.

## BİLGİ KUTUSU

Görsel 1. Carl Friedrich Gauss

Carl Friedrich Gauss (1777-1855): "Matematikçilerin prensi" ve "Antik çağlardan beri yaşamış en büyük matematikçi" olarak da bilinen Gauss, matematiği ve diğer birçok bilim dalını etkilemiştir. Gauss tarihin en nüfuzlu matematikçilerinden biri olarak kabul edilir. Gauss'un çocukluk yıllarından bu yana bir dahi olduğunu işaret eden birçok anekdot vardır. Nitekim Gauss pek çok matematiksel keşfini henüz 20 yaşına gelmeden yapmıştır. Sayılar kuramının önemli sonuçlarını derleyip kendi çalışmalarını da ekleyerek yazdığı büyük eseri Disquisitiones Arithmeticae'yi 21 yaşında (1798) bitirmişse de eserin ilk basımı 1801'de yapılmıştır.

Gauss ayrıca ardışık sayıların toplamı üzerinde de çalışmıştır (2014, Carl Friedrich Gauss).

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ................................... | 9 | 100 |
| \| | \| | \| | \| | \| | \| | \| | | \| | \| |
| 100 | 99 | 98 | 97 | 96 | 95 | 94 | | 2 | 1 |
| 101 | 101 | 101 | 101 | 101 | 101 | 101 | | 101 | 101 |

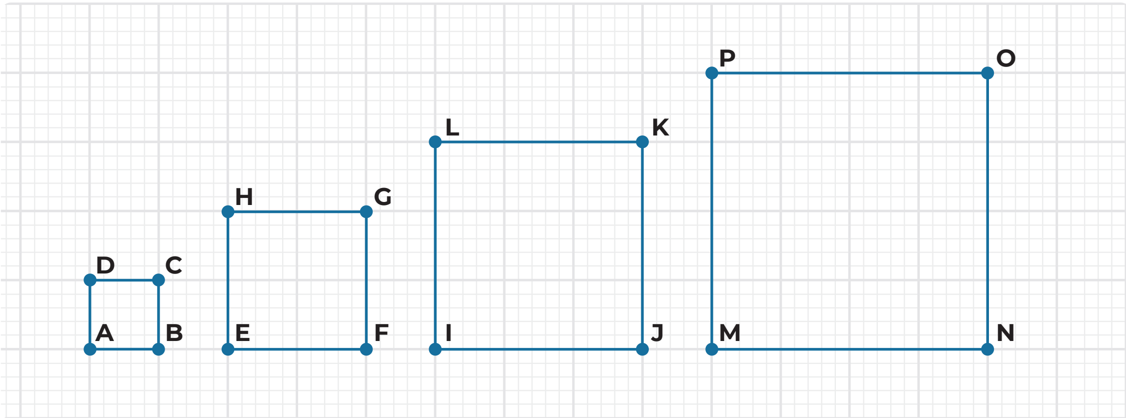
Tüm sayıların toplamından $\frac{100.101}{2}$, 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamını veren işlemin sonucu olarak bulunur.

Bir sayının kendisiyle tekrarlı çarpımına yer verilir.

| | | |
|---|---|---|
| 1.1 | $1^2$ | 1 |
| 2.2 | $2^2$ | 4 |
| 3.3 | $3^2$ | 9 |
| 4.4 | $4^2$ | 16 |
| 5.5<br>... | $5^2$<br>... | 25<br>... |
| ... | $n^2$ | ... |

$n^2$ karesel sayıların genel kuralı olarak elde edilir.

Dinamik yazılım programları yardımıyla veya dijital geometri tahtasıyla şekildeki kareler çizilir ve karelerin alanları öğrenciler tarafından bulunur. Alan ölçüleri, bir sayının karesini hesaplama işlemi ile ilişkilendirilir.




Üçgensel sayıların terimlerinden yola çıkarak karesel sayıların elde edilmesi üzerine çalışmalar yapılır.

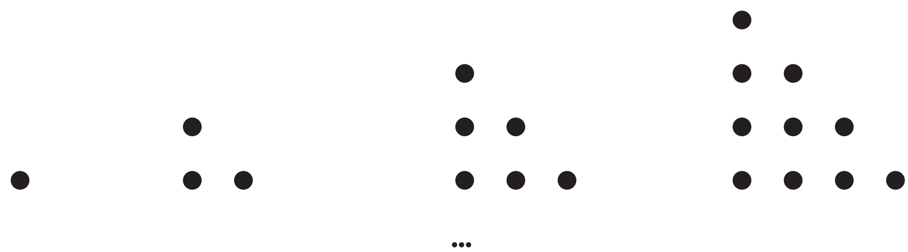
Tüm öğrencilere, üçgensel sayıların terimlerini yazmaları söylenir. Öğrenciler, iki gruba ayrılır. Her bir gruptan bir uzman kişi seçilir.

**1. Grup:**

Üçgensel sayıların terimlerini (1, 3, 6, 10, 15, 21, ...) kullanarak karesel sayıları elde etmeleri istenir. Bunu yaparken hangi işlemlerden yararlanacakları sorulur.

Çıkan sonuçlar ile karesel sayılar karşılaştırılır.

**2. Grup:**

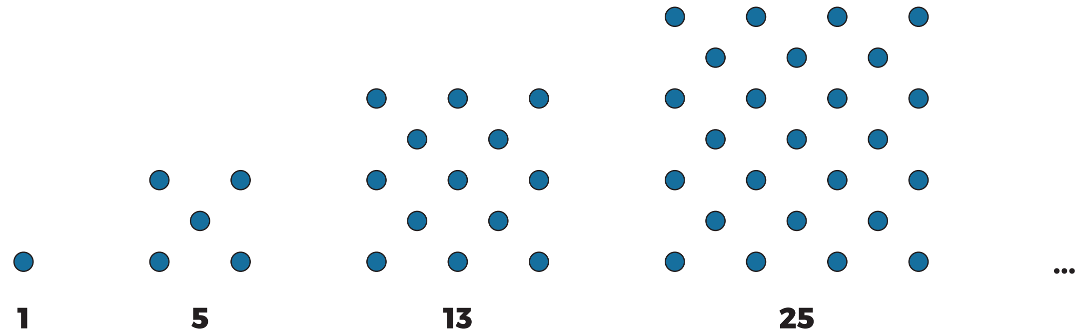


Şekil örüntüsünün her bir terimindeki 1x1, 2x2, 3x3, 4x4, ..lük karelerin sayılarını bulmaları istenir.

Gruplardaki uzman kişiler yer değiştirir ve geçtikleri her yeni gruba bir önceki grupta öğrendikleri uygulamalar konusunda rehberlik eder.

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Beşgensel ve altıgensel sayılar da var mıdır? Varsa bu sayılar nasıl modellenebilir?
- Günlük yaşamda özel sayı örüntülerini nerelerde görmek mümkün olabilir? Neden?




- Karesel sayıları kullanarak yukarıdaki sayı örüntüsünü elde edebilir misiniz?
- Asal olan kaç tane üçgensel sayı vardır?
- Üçgensel sayılar ile küp sayılar arasında ilişki var mıdır?

## Hanoi Kulesi Oyunu

**Oyunun Kuralları**

Oyun 3 sütun ve farklı sayılarda disklerden oluşur. Hamleler yapılarak diskler belli kurallarla diğer sütuna taşınır.

Şekil 3. Hanoi kulesi

- Her hamlede tek disk taşınır.
- Büyük bir disk küçük bir disk üzerine konamaz.

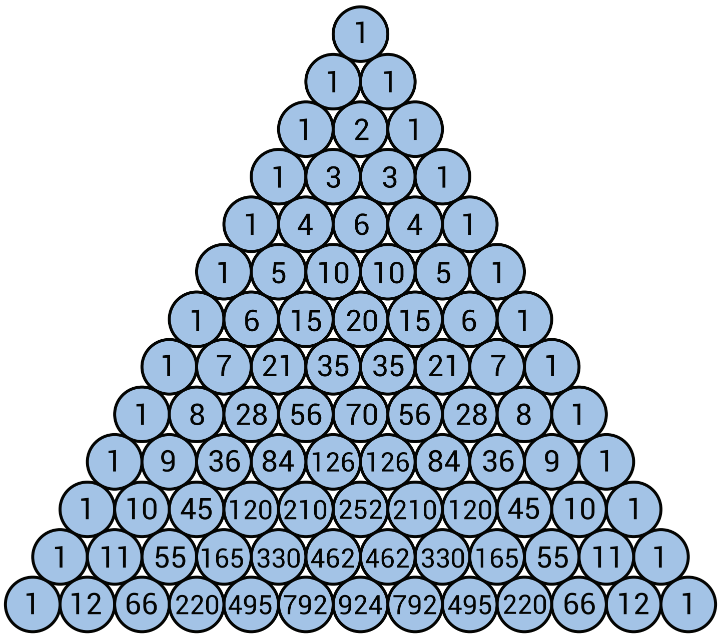
Hanoi Kulesi oyununda değişen disk sayısına göre kazanmak için gereken en az hamle sayıları ile bağlantılı bir sayı örüntüsü elde edilir ve öğrencilerden bu örüntünün genel kuralını bulmaları istenir.

| **Disk Sayısı** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **...** | **n** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **En Az Hamle Sayısı** | | | | | | | | |

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Hamle sayısı en az olmadığında hangi sonuçlara ulaşılır?Neden?
- Sütun sayısı 4 olsaydı 5 disk için toplam hamle sayısı en az kaç olurdu?

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ




Şekil 2. Pascal üçgeni

Öğrencilere Pascal Üçgeni tanıtılarak, öğrencilerin bu üçgen üzerindeki özel sayı örüntülerini keşfetmeleri sağlanır.

## DEĞERLENDİRME

Etkinlik Formu verilir. Bu etkinliğe ait Üçgen ve Kare Hiç Sayı Olur mu? Öz Değerlendirme Formu ve Grup Süreç Değerlendirme Formu'na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKLAR

Anonim (2014, Haziran 27). *Carl Friedrich Gauss*, matematik.dpu.edu.tr, https://matematik.dpu.edu.tr/tr/index/sayfa/3127/carl-friedrich-gauss (Erişim Tarihi: 15.03.2021)

## ETKİNLİK FORMU

**Soru 1:** Üçgensel sayılarla karesel sayılar arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?

**Soru 2:** Üçgensel sayılardan karesel sayılar elde edilebilir mi? Nasıl? Açıklayınız.

**Soru 3:** Üçgensel sayılar her zaman 1'den mi başlamalıdır? İkinci terim olan 3 ile ya da üçüncü terim olan 6 ile başlayabilir mi? Başlarsa üçgensel sayıların genel kuralı değişmiş olur mu? Neden? Aşağıdaki tabloda verilen örüntülerin genel kurallarını bulunuz.

| Örüntü | Genel Kural |
|---|---|
| **3, 6, 10, 15, 21, ...** | |
| **6, 10, 15, 21, 28, ...** | |

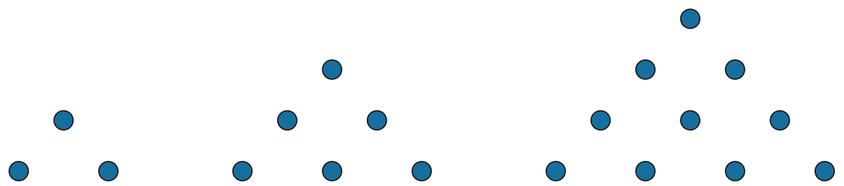
**Soru 4:** Karesel sayılar her zaman 1'den mi başlamalıdır? İkinci terim olan 4 ile ya da üçüncü terim olan 9 ile başlayabilir mi? Başlarsa karesel sayıların genel kuralı değişmiş olur mu? Neden? Aşağıdaki tabloda verilen örüntülerin genel kurallarını bulunuz.

| Örüntü | Genel Kural |
|---|---|
| **4, 9, 16, 25, 36, ...** | |
| **9, 16, 25, 36, 49, ...** | |

**Soru 5:** Siz de bildiğiniz örüntülerden yola çıkarak yeni sayı örüntüleri elde edebilir misiniz? Açıklayınız.

**Soru 6:** 1, 3, 7, 15, 31, 63, ... sayı örüntüsünün sonraki adımlarda yer alan terimlerini bulunuz ve örüntüyü oluşturan sayıları geometrik olarak modelleyiniz.

**Soru 7:** Aşağıda geometrik modellemesi verilen örüntünün genel kuralını yazınız.



**Soru 8:** Üçgensel sayılar veya karesel sayıların terimlerinden küp sayılar elde edilebilir mi? Nasıl? Açıklayınız.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: COLLATZ SERÜVENİ**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Konjektürler**

**KAZANIMLAR:**

- Matematikteki ünlü konjektürleri keşfeder.
- Matematikteki ünlü sanılarla ilgili genellemelere ulaşır.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, en az 1 bilgisayar ve kodlama programı, etkileşimli tahta, renkli kâğıt ve kalemler, 10 adet kutu, çalar saat

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte kodlamaya yer verildiğinden bilişim teknolojileriyle ilişkilidir. Matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirme ise üslü sayılar ve asal sayılar ile yapılmıştır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte, öğrencilerin matematikte konjektür kavramını açıklamaları ve Collatz sanısının özelliklerini keşfederek genel kurallara ulaşmaları amaçlanmıştır. Ayrıca bu etkinlikte problem çözme, işbirlikli çalışma ve yaratıcı düşünme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

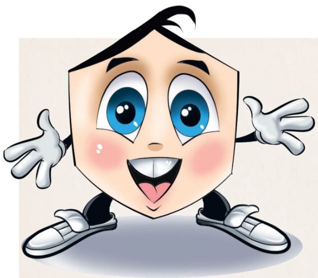
## HAZIRLIK AŞAMASI

Küçük grup çalışması için yeterli sayıda masa ve sandalye, 4 adet istasyon masası, her masa için çalışma kâğıdı hazırlanır. Her bir istasyonu isimlendirmek için renkli kartonların olduğu masalarda bant ve hesap makinesi yer alır. Etkinlik Formu 1'de yer alan her bir sanıyla ilgili soru cevap kartları kesilerek kartonlara yapıştırılır ve her bir kutuya bir soru kartı yerleştirilir. 1. sorunun cevabı 2. kutunun üzerine 2. sorunun cevabı 3. kutunun üzerine olacak şekilde tüm cevaplar ardışık yapıştırılır. Kutular binanın ve bahçenin çeşitli yerlerine yerleştirilir (Her kutudan 2'şer tane hazırlanır ve kutular yan yana olacak şekilde saklanır). En son kutunun içerisine 40 dk ayarlı çalar saat konur ve kutu bahçede bir ağacın altına gömülür (veya bir sınıfın dolabına saklanır). Kutuların üzerlerine cevaplar yapıştırılır Öğretmen, matematikteki ünlü konjektürler hakkında sunu hazırlar. Sunuda doğruluğu ispatlanmış ve ispatlanamamış sanılardan (İkiz Asallar Konjektürü, Goldbach Konjektürü, Fermat'ın son teoremi, Fermat asalları, ardışık sayıların kareleri arasında daima bir asal sayının olması ve ikiz asalların sonsuzluğu gibi) örneklere yer verilir (Etkinliğin içerisinde keşfettirileceği için Collatz konjektürüne burada değinilmez).

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen, derse başlarken öğrencilere daha önceden teorem ve ispat kelimelerini duyup duymadıklarını sorduktan sonra fen bilimleri alanında geçmişte doğru kabul edilip bugün çürütülen teoriler olduğuna ve matematiğin ispata dayalı bir bilim dalı olduğuna değinir. Öğrencilerin, fen bilimlerinin kanıta, matematiğin ise ispata dayalı olduğu ve bilimin farklı alanlarındaki teorilerin ya da kanunların değişebileceği çıkarımlarını yapmaları sağlanır.

**SORU:** "Matematiksel bir kural için onu doğrulayan birçok örnek gösterildiğinde bu kural ispatlanmış olur mu?" sorusuyla konuya dikkat çekilir. Öğretmen ders öncesinde hazırlamış olduğu sunumu izletir. Öğrencilere aşağıdaki senaryoyu okuyarak etkinliğe başlar.



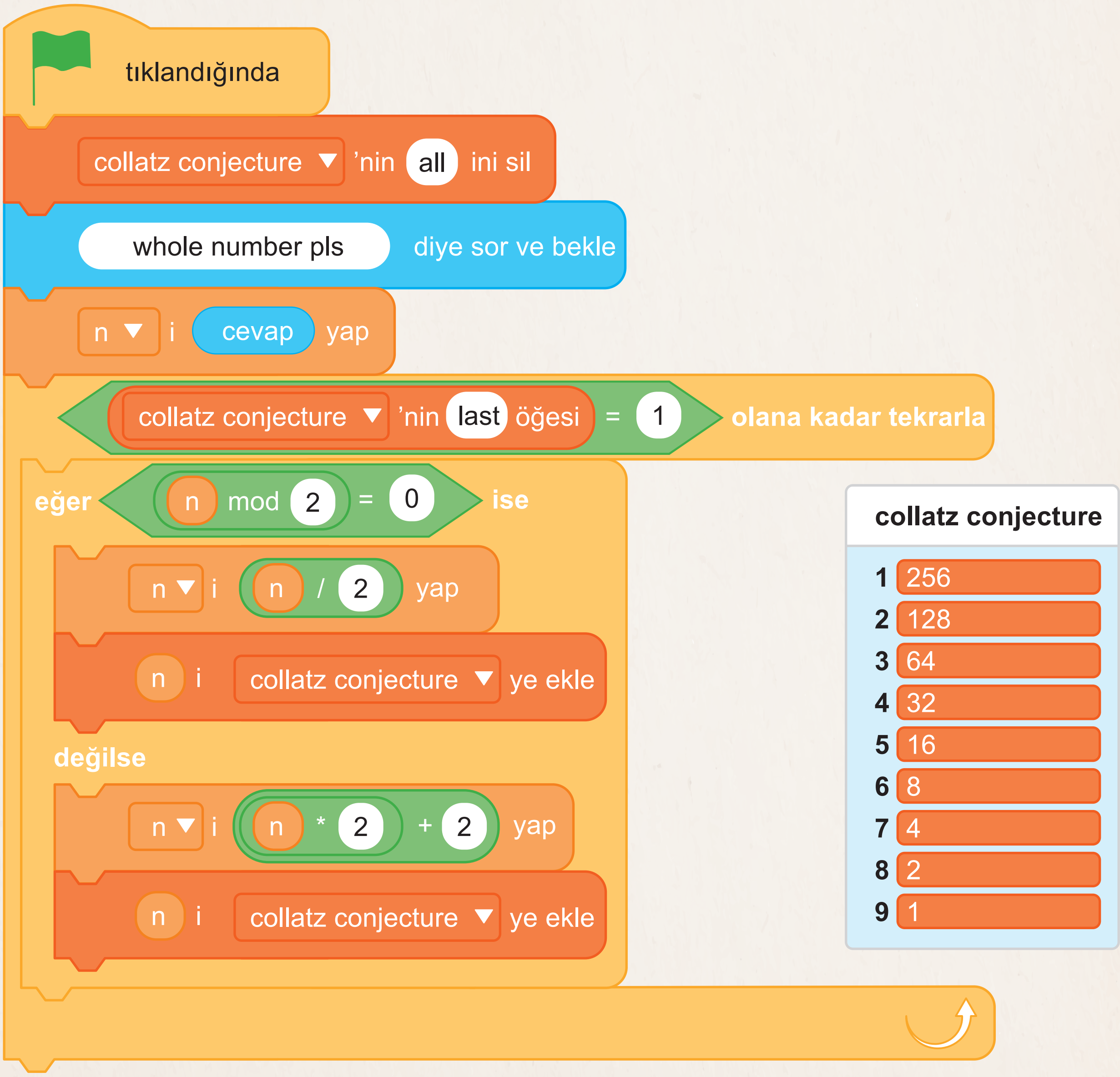
**SENARYO**

Merhaba sevgili matematik kaşifleri, BİLSEM binamıza 40 dakikaya ayarlanmış bir çalar saat yerleştirilmiştir. Bu çalar saate ulaşmanın tek yolu ise binanın çeşitli yerlerinde yer alan kutulara ulaşarak ipuçlarını toplamanızdır. Sizin göreviniz 40 dakika dolmadan kutularda yer alan soruları çözerek çalar saate ulaşmanız.

O zaman oyun başlasın...

- Öğrenciler 2 gruba (grup sayısı sınıf mevcuduna göre değiştirilebilir) ayrılır. Etkinlik 1 formunda yer alan öğrenciler sınıfın merkezinde toplanır ve süre başlayınca masada yer alan ilk kutuyu açarak içerisindeki soruyu soruları sınıfta çözerler. Soruyu doğru çözen grup, öğretmenin yanına gelir ve bulduğu cevabı öğretmene söyler. Cevap doğru ise öğretmen ipucu kartını gruba verir. İpucu kartında cevabın olduğu kutunun nerede olduğu yazmaktadır. Bu çalar saat çalmadan ilk olarak kutuya ulaşan grup kazanır.
- İpucu kartları öğretmen tarafından hazırlanır. (2. kutu Türkçe sınıfında dolabın üstünde, 3. kutu müdür odasında masanın üstünde 3. kutu bahçede merdivenin yanında vs.)
- Dört adet istasyon belirlenir, her bir istasyonda bir çalışma kâğıdı yer almaktadır. Gruplar istasyonları gezmek üzere ayakta bekler. Bu istasyonlardaki çalışma kâğıtlarında işlem yönergeleri ve bu yönergelerin uygulanacağı sayılar yer almaktadır.
- Çalışma kâğıdının sonunda ise öğrencilerin genel bir sonuca ulaşacakları cümleyi yazacakları sonuç bölümü yer almaktadır.
- İstasyon şefi (Grup sayısı az ise öğretmen bu görevi üstlenebilir.) öğrencilerin bu çalışma kâğıdını nasıl doldurmaları gerektiğini istasyona gelen üyelere açıklar. İstasyona gelen her bir öğrenci yönergeler doğrultusunda işlem yapar ve süre dolduğunda diğer istasyona geçer. Yeni gelen öğrenciler diğer öğrencilerin kaldığı yerden çalışma kâğıdındaki işlemlere devam ederler.

- 1. istasyonda Collatz problemi yönergesi, 2. istasyonda Collatz probleminin 2N+2 şeklindeki uygulaması, 3. istasyonda 4N+4 şeklindeki uygulaması ve 4. istasyonda 8N+8 şeklindeki uygulamasının yönergeleri yer almaktadır. Her çalışma yaprağı sonundaki sorular istasyona gelen öğrencilerce sırasıyla kaldığı yerden devam ettirilerek yanıtlanır. Tüm tablolar ve yanıtlar doldurulduktan sonra çalışma yaprağı öğretmen tarafından toplanarak sınıfta sunulur ve genel kurallar üzerinde tartışılır.
- Öğrencilerden, oluşan döngülerin algoritmalarını oluşturarak kodlama programında Resim 1-2a, b'deki gibi kodlamaları, bu kodlamaları akıllı tahtaya yansıtarak rastgele seçilen farklı sayılar için de kodlamaların doğruluğunu kontrol etmeleri istenir. Diğer kuralların kodlamaları öğrencilere görev olarak verilir.
- Öğretmen, hazırladığı yansıyı sınıfa sunar ve bilgi kutusunda yer alan "Collatz Problemi" hakkında öğrencilere bilgi verir.




Şekil 1. Collatz probleminin 2n+2 versiyonu için blok kodlama örneği ve oluşan sayı dizisi

## BİLGİ KUTUSU

1930'lu yıllarda bir öğrenci olan Lothar Collatz'ın öne sürdüğü söylenen ve 3N+1 problemi olarak da bilinen "Collatz Problemi" matematik çevrelerinde oldukça popüler olur. 1950 yıllarına kadar problem hakkında yayımlanmış bir kaynak olmamasına rağmen, problem 1970'li yıllardan sonra ilgi odağı hâline gelir ve problemin çözümü için ödüller ortaya konur. Collatz'a göre: "Herhangi bir n pozitif tam sayısından başlayarak f(n) fonksiyonuna sokulan n iterasyonları daima 1'e ulaşır.". Fonksiyona verilen n tek sayı ise bu sayı 3 ile çarpılır ve sayıya 1 eklenir, n çift sayı ise bu kez sayı 2'ye bölünür. Bu şekilde 1'e ulaşıncaya dek iterasyon devam eder (Lines, 2010, s.29).

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Lothar Collatz doktora çalışmasını tamamladıktan 2 yıl sonra kendi adıyla anılan bir hipotez öne sürdü. Bu hipotez matematik çevrelerinde ve uluslararası alanda oldukça dikkat çekti, ispatı için çok sayıda çalışma yapıldı. Önemli matematikçiler uzun yıllar boyunca üzerinde bu hipotez üzerinde çalıştılar. Hipotezi ispatlayana Paul Erdős $500, Bryan Thwaites £1000, Harold Scott MacDonald Coxeter $50 ve karşı örneğini bulup hipotezi çürütene ise $100 para ödülü vaadinde bulunmuşlardır. Macar matematikçi Paul Erdős bu problem için "Matematik bu tip problemler için henüz hazır değil." ifadesini kullanmıştır (Lagarias, 2011, Akt. Özkenar, 2020).

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Ana etkinlik olarak Collatz problemi yerine *"Goldbach Sanısı"* ele alınabilir. Öğrencilerden 2'den büyük doğal sayıları 2'nin kuvvetleri şeklinde yazmaları istenip tek veya çift olmalarına göre 2'den büyük her çift tam sayının iki asal sayının toplamı olarak ifade edilebildiği öğrencilere keşfettirilebilir.

## DEĞERLENDİRME

Etkinliğe ait *"Grup Süreç Değerlendirme Formuna"* etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz. Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir, sürecin sonunda öğrencilerin derste ne öğrendikleri ve ne yaptıkları değerlendirilir. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda portfolyo, rubrik ve performans değerlendirme gibi yöntemler de kullanılabilir.

Etkinlik süresince sorulan açık uçlu sorulara ve çalışma yaprağındaki sorulara verdikleri yanıtlar değerlendirilerek her bir öğrenci için e-BİLSEM modülündeki gözlem formları doldurulur. Ayrıca etkinlik bireysel olarak yaptırılacaksa öğretmenler tarafından bu etkinliğe özgü kontrol listesi oluşturulabilir. Süreç esnasında kontrol listesi ile kazanımların içerdiği kavramların öğrenilip öğrenilmediği değerlendirilebilir.

## KAYNAKLAR

Lines, M. E. (2010). *Bir Sayı Tut.* (Çev. Nermin Arık.). TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları. Ankara

Özkenar, M. (2020). Collatz konjektürü'nün bilgisayar programı ile hesaplanmasında parite sekansı yöntemi yaklaşımı. *Acta Infologica,* 4(2):97-121.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### 1-GOLDBACH KESTİRİMİ

1742'de Goldbach, Euler'e yazdığı bir mektupta
**"2'den büyük her çift sayı, iki asal sayının toplamı şeklinde ifade edilebilir" demiştir.**
Örneğin: 32=29+3
Bu kestirim çözülememiş en eski matematik problemlerinden biridir. Bilgisayarda yapılan denemelerle çok büyük sayılara kadar doğrulandığı hâlde henüz kabul görmüş genel bir ispatı verilmemiştir.
Sınıfta sizin için bu sanıyı 38 için doğrulayan toplamlardan biri yer almaktadır. Bu sayıyı bulunuz.

### 2-

Asal sayılarla ilgili ortaya atılmış fakat ispatlanmamış pek çok kestirimden biri de **$n^2$ ile $(n+1)^2$ arasında daima bir asal sayı vardır kestirimidir.**

n=9 alındığında bu sanıya uyan asal sayılardan biri sınıfta yer almaktadır, bakalım bulabilecek misiniz?

### 3-İKİZ ASALLAR KONJEKTÜRÜ

Aralarındaki fark 2 olan asal sayılar ikiz asallar olarak adlandırılır. Bir diğer sanı da ikiz asalların sonsuz sayıda olduğudur. Başlıca ikiz asallar şunlardır:

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (?,?)

Sıradaki ikiz asallardan biri bir kartın üzerinde yer almaktadır. Acaba bu sayı kaçtır?

### 4-MERSENNE SAYILARI

Fransız matematikçi Marin Marsenne tarafından ortaya atılan ve kendi ismiyle anılan **Mersenne Asalları** şu şekildedir. Mersenne; p bir asal sayı iken, **$M=2^p-1$ şeklindeki tüm sayıların da asal olduğunu düşünmüştür.**
p=2=>M=3 p=3=>M=7 p=5=>M=31 sayıları doğrulasa da
p=11=> M=2047=23.89 sayısıyla bu teori çürütülmüştür.
**P= 7 için bu kural doğru mudur? Bu sayı kaçtır?**

### 5-FERMAT ASALLARI

Asıl mesleği Avukatlık olan fakat amatör matematikçi unvanı ile bilinen **Fermat;** $2^{2^n}+1$ biçimindeki sayıların her n doğal sayısı için bir asal sayıyı verdiğini ortaya atmıştır. Bu biçimdeki sayılara Fermat sayıları, bu sayılardan asal olanlara da **"Fermat Asalları"** denir. İncelendiğinde de 5'e kadar tüm doğal sayılar için asal sayı elde edilen bu ifadenin yanlış olduğu ancak 100 yıldan fazla bir süreden sonra anlaşılabilmiştir. n=5 için bulunan değerin 641 ile bölündüğünün farkına varansa Euler olmuştur.
(232 + 1 = 4294967297)
İlk iki Fermat sayısı şunlardır: $\mathcal{F}_0 = 2^1 + 1 = 3$, $\mathcal{F}_1 = 2^2 + 1 = 5$ $\mathcal{F}_2$ =?

**ACABA SIRADAKİ FERMAT ASALI NEDİR?**

31

89

61

127

17

## ETKİNLİK FORMU - 2

### 1. İSTASYON

Aşağıda verilen başlangıç sayıları için şu kuralı takip ediniz: Sayı tek ise bu sayıyı 3 ile çarpıp sayıya 1 ekleyiniz; çift ise sayıyı 2'ye bölünüz. Elde ettiğiniz her sayı için bu kuralı tekrar tekrar uygulayınız. Bulduğunuz sayı dizilerini tabloya yazınız. Elde ettiğiniz dizideki verilere göre düşülen sayıyı, ulaşılan zirve sayısını, bulduğunuz genel kuralları ve sonuçları uygun yerlere yazınız.

Ulaşılan Sayı Döngüsü: Dizinin sürekli tekrar eden terimleri

Ulaşılan zirve sayısı: Dizideki en yüksek sayı

Tablo 1: 3N+1 döngüsü

| Başlangıç Sayısı | Bulunan Sayı Dizisi | Düşülen Sayı | Ulaşılan Sayı Döngüsü | Ulaşılan Zirve Sayı |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| Rastgele sayı yaz .............. | | | | |
| Rastgele sayı yaz .............. | | | | |

**SORU 1:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı eğer çiftse sayı 2'ye bölünerek tekse 3'le çarpılıp sayıya 1 eklenerek devam edilen döngüde sonuç hakkında ne söyleyebilirsiniz?

**SORU 2:** Ulaşılan zirve sayılarının ortak özelliği nedir? Neden?

**SORU 3:** Sayı dizisi 2'nin kuvvetine ulaştığında dizi nasıl devam etmektedir? Bununla ilgili bir sonuç cümlesi yazınız.

Sayı Dizisi 2'nin kuvvetine ulaştığında ..........................................................................................................

**2. İSTASYON**

Aşağıda verilen başlangıç sayıları için şu kuralı takip ediniz: Sayı tek ise sayıyı 2 ile çarpıp sayıya 2 ekleyin; çift ise sayıyı 2'ye bölünüz. Elde ettiğiniz her sayı için bu kuralı tekrar tekrar uygulayınız. Bulduğunuz sayı dizilerini tabloya yazınız. Elde ettiğiniz dizideki verilere göre düşülen sayıyı, ulaşılan zirve sayısını, bulduğunuz genel kuralları ve sonuçları uygun yerlere yazınız.

Tablo 2: 2N+2 döngüsü

| Başlangıç Sayısı | Bulunan Sayı Dizisi | Düşülen Sayı | Ulaşılan Zirve Sayı |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| Rastgele sayı yaz .............. | | | |
| Rastgele sayı yaz .............. | | | |

**SORU 4:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse bu sayı 2'ye bölünerek tekse 2 ile çarpılıp sayıya 2 eklenerek işleme devam edildiğinde oluşan sayı dizisi hakkında ne söyleyebilirsiniz? Neden?

..........................................................................................................................................................................

**SORU 5:** Ulaşılan zirve sayılarının ortak özelliği nedir? Neden?

..........................................................................................................................................................................

**SORU 6:** Sayı dizisinde 2'nin kuvvetine ulaşıldığında dizi hakkında ne yorum yapılabilir? Neden?

..........................................................................................................................................................................

**SORU 7:** Başlangıç sayısı tek sayı ve çift sayı olanlar arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?

..........................................................................................................................................................................

## 3. İSTASYON

Aşağıda verilen başlangıç sayıları için, sayı tek ise sayıyı 4 ile çarpıp sayıya 4 ekleyiniz; çift ise sayıyı 2'ye bölünüz. Elde ettiğiniz her sayı için bu kuralı tekrar tekrar uygulayınız. Bulduğunuz sayı dizilerini tabloya yazınız. Bulduğunuz dizideki verilere göre düşülen sayıyı, ulaşılan zirve sayısını, dizideki en büyük 2'nin kuvveti olan sayıyı, bulduğunuz genel kuralları ve sonuçları uygun yerlere yazınız.

Tablo 3: 4N+4 döngüsü

| Başlangıç Sayısı | Bulunan Sayı Dizisi | Düşülen Sayı | Ulaşılan Zirve Sayı |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| Rastgele sayı yaz .............. | | | |
| Rastgele sayı yaz .............. | | | |

**SORU 8:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse sayı 2'ye bölünerek tekse 4'le çarpılıp sayıya 4 eklenerek döngüsel şekilde devam edildiğinde sonuç hakkında ne söyleyebilirsiniz?

**SORU 9:** Ulaşılan zirve sayılarının ortak özelliği nedir?

**SORU 10:** Sayı dizisinde 2'nin kuvvetine ulaşıldığında dizi hakkında ne yorum yapılabilir? Neden?

**SORU 11:** 4N+4 ile 2N+2 kurallarındaki diziler arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

## 4. İSTASYON

Aşağıda verilen başlangıç sayıları için, sayı tek ise sayıyı 8 ile çarpıp sayıya 8 ekleyiniz; çift ise 2'ye bölünüz. Elde ettiğiniz her sayı için bu kuralı tekrar tekrar uygulayınız ve bulduğunuz sayı dizilerini tabloya yazınız. Bulduğunuz dizideki verilere göre düşülen sayıyı, ulaşılan zirve sayısını, dizideki en büyük 2'nin kuvveti olan sayıyı, bulduğunuz genel kuralları ve sonuçları uygun yerlere yazınız.

Tablo 4: 8N+8 döngüsü

| Başlangıç Sayısı | Bulunan Sayı Dizisi | Düşülen Sayı | Ulaşılan Zirve Sayı |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| Rastgele sayı yaz ............... | | | |
| Rastgele sayı yaz ............... | | | |

**SORU 12:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse sayı 2'ye bölünerek tekse 8'le çarpılıp sayıya 8 eklenerek döngüsel şekilde devam edildiğinde sonuç hakkında ne söyle-yebilirsiniz?

**SORU 13:** Ulaşılan zirve sayılarının ortak özelliği nedir?

**SORU 14:** Sayı dizisinde 2'nin kuvvetine ulaşıldığında dizi hakkında ne yorum yapılabilir?

**SORU 15:** 8N+8 ile 2N+2 kurallarına sahip diziler arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

**SORU 16:** 16N+16 döngüsü de 1'e düşer mi? Neden?

**SORU 17: GENEL KURAL:** $(2^n) . N + 2n = 2^n . (2N + 2)$ döngüsü de 1'e düşer mi? Neden?

## DÜŞÜNME KUTUSU

Collatz'a göre: "Herhangi bir n pozitif tam sayısından başlayarak f(n) fonksiyonuna alınan n iterasyonları daima 1'e ulaşır.". Fonksiyona verilen n tek sayı ise bu sayı 3 ile çarpılır ve sayıya 1 eklenir, n çift sayı ise bu kez sayı 2'ye bölünür. Bu şekilde 1'e ulaşıncaya dek iterasyon devam eder (Lines, 2010, s. 29). Buna göre:

"Bu tanım tüm pozitif tam sayılara uygulandığında sonuç 1'e ulaşır mı?" veya "Bu ifade tüm pozitif tam sayılar için doğru ve geçerli midir?" Açıklayınız.

## DÜŞÜNME KUTUSU

Poyraz, bir kodlama yaparak sayı dizisi oluşturmuştur. Bu kodlama algoritmasına göre Pozitif bir doğal sayı tek ise 3N+1 (sayı 3 ile çarpılıp sayıya 1 eklenir) kuralı uygulanır, çift ise sayı ikiye bölünür. Döngü bu şekilde devam eder. Buna göre Poyraz başlangıç sayısını 7 aldığında oluşan sayı dizisinde 101. terim kaç olur? Kodladığınız uygulamada bulduğunuz sonucu kontrol ediniz.

## CEVAP ANAHTARI

### DÜŞÜNME KUTUSU CEVABI:

22-11-34-17-52-26-13-40-20-10-5-16-8-4-2-1-4-2-1-4-2-1-4-2-1-4-2-1-4-2-1-4-2

101-13=88 88 3'e böleriz kalan 1 Döngünün 1. sayısı 4'tür.

### ETKİNLİK FORMU 2 CEVAP ANAHTARI:

#### Tablo 1. 3N+1 kuralı için

**SONUÇ 1:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse 2'ye bölünerek tekse 3'le çarpılıp sayıya 1 eklenerek işleme döngüsel olarak devam edildiğinde sonuç her zaman 1 olmaktadır. 1'e ulaştıktan sonra 1 -2 -4 -2 -1 şeklinde döngü devam etmektedir. (1 ile 50 arasındaki sayılar için bu kural doğrudur.)

**SONUÇ 2:** Ulaşılan zirve sayısı daima çift sayıdır.

**SONUÇ 3:** Sayı dizisinde daima 2'nin kuvvetine ulaşıldıktan sonra dizi sürekli 2'ye bölünerek dizi 1'e düşmektedir.

#### Tablo 2: 2N+2 kuralı için

**SONUÇ 4:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse 2'ye bölünerek tekse 2'le çarpılıp sayıya 2 eklenerek işleme döngüsel şekilde devam edildiğinde sonuç her zaman 1 olmaktadır. 1'e ulaştıktan sonra 1 -2 -4 -2 -1 şeklinde döngü devam etmektedir. (1 ile 50 arasındaki sayılar için bu kural doğrudur.)

**SONUÇ 5:** Ulaşılan zirve sayısı daima çift sayıdır.

**SONUÇ 6:** Sayı dizisinde daima 2'nin kuvvetine ulaşıldıktan sonra dizi sürekli 2'ye bölünerek dizi 1'e düşmektedir.

**SONUÇ 7:** Çift sayılar 2'ye bölündüğünde tablodaki tek sayılar elde edileceğinden işlemin bir adım sonrası tablodaki tek sayıların değerlerini vermektedir. Bu nedenle tek sayılar 1'e indirgeniyorsa çift sayılar da indirgenebilir denebilir.

#### Tablo 3: 4N+4 kuralı için

**SONUÇ 8:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse 2'ye bölünerek tekse 2'le çarpılıp 2 eklenerek döngüsel şekilde devam edildiğinde sonuç her zaman 1 olmaktadır. 1'e ulaştıktan sonra 1 -2 -4 -2 -1 şeklinde döngü devam etmektedir. (1 ile 50 arasında bu doğrudur.)

**SONUÇ 9:** Ulaşılan zirve sayısı daima çift sayıdır.

**SONUÇ 10:** Sayı dizisinde daima 2'nin kuvvetine ulaşıldıktan sonra dizi sürekli 2'ye bölünerek 1'e düşmektedir.

**SONUÇ 11** : 4n+4=4(2n+2) olduğundan baştan 2. terim 2n+2'nin 2. teriminin 2 katı olacak 2'ye bölününce ise aynı olacaktır dolayısıyla bu dizi de 1'e indirgenecektir.

**Tablo 4: 8N+8 kuralı için**

**SONUÇ 12:** Seçilen herhangi bir pozitif doğal sayı çiftse 2'ye bölünerek tekse 8'le çarpılıp sayıya 8 eklenerek işleme döngüsel şekilde devam edildiğinde sonuç her zaman 1 olmaktadır. 1'e ulaştıktan sonra 1 -2 -4 -2 -1 şeklinde döngü devam etmektedir. (1 ile 50 arasında bu doğrudur.)

**SONUÇ 13:** Ulaşılan zirve sayısı daima çift sayıdır.

**SONUÇ 14:** Sayı dizisinde daima 2'nin kuvvetine ulaşıldıktan sonra dizi sürekli 2'ye bölünerek 1'e düşmektedir.

**SONUÇ 15:** 8N+8 ifadesinin 3 kere 2'ye bölümü 2N+2 ifadesini verdiği için, başlangıç sayıları aynı olduğunda 8N+8 ifadesindeki 3. terim ile 2N+2 ifadv esindeki ilk terim eşit olup dizinin diğer sayıları birbiriyle aynı olacaktır.

**SONUÇ 16:** Evet düşer çünkü 16n+16=8(2n+2) olduğundan baştan 8. terim 2n+2'nin 2. teriminin 8 katı olacak yarıya bölündükçe ise aynı olacaktır dolayısıyla bu dizi de 1'e indirgenecektir.

**SONUÇ 17:** Evet düşer çünkü $(2^n).N+2^n = 2^n.(2N+2)$ kuralı için olduğundan baştan 8. terim 2n+2'nin 2. teriminin 2n katı olacaktır ve yarıya bölündükçe ise aynı olacaktır dolayısıyla bu dizi de 1'e indirgenecektir.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: BİLİNMEYENLERİN DÜNYASI**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Cebir**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Tarihsel süreçte cebire duyulan ihtiyacı açıklar.
- ❖ Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.
- ❖ Eşitliğin korunumu ilkesini açıklar.
- ❖ Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem içeren problemler kurar ve çözer

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, makas, kalem, boş kutu.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlikte, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunda önceki öğrenmeleri ve yeni öğrendikleri arasında bağ kurabilecekleri, farklı matematiksel kavramlar arasında matematiksel ilişkilendirmeler yapabilecekleri çalışmalara yer verilmiştir. Ayrıca matematiksel dilin ve terminolojinin ön planda olduğu etkinlikte hem matematiksel dil hem de Türkçe'nin doğru ve uygun bir şekilde kullanılmasıyla öğrencilerin verilen cebirsel ifadeler ile denklemlere uygun sözel durumlar ve problemler yazabilmelerine yönelik etkinliklere yer verilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte, öğrencilerin tarihsel süreçte cebire duyulan ihtiyacı açıklayabilmeleri ve sözel olarak verilen bir duruma uygun bir cebirsel ifade yazabilmeleri, basit cebirsel ifadeleri ve eşitliğin korunumu ilkesini açıklayabilmeleri, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem içeren problemler kurup çözebilmeleri amaçlanmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin tahmin etme, cebirsel düşünme, problem çözme, yaratıcı düşünme ve matematiksel okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğretmen, uygulama sürecini daha etkili bir şekilde yürütebilmek için dersten önce her öğrenciye dağıtılmak üzere Etkinlik Formu'nun çıktılarını alır. Ayrıca etkinliklerde kullanılacak, bireysel veya grupla oyun oynama durumunu gözeterek, yap boz parçalarının çıktılarını alır. Onları kalın çizgili yerlerden keserek derste öğrencilerin kullanabileceği şekilde hazırlar. "Bilinmeyeni Bulalım Oyunu" için etkinlik öncesinde öğrenci sayısını da göz önünde bulundurarak 1'den 20'ye kadar olan doğal sayıları öğrencilerin görebileceği büyüklükte kartlara yazıp kâğıtları üzerlerindeki sayılar görünmeyecek şekilde katlar. Katlanan kâğıtları öğrencilerin çekiliş yoluyla seçebilecekleri bir kutuya koyar.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### 1. Adım:

Öğretmen, dersin başında öğrencilerin ilgisini çekerek cebirsel ifadeler ve denklemler konusuna ön hazırlık olması için aşağıda verilen *"Bilinmeyeni Bulalım"* oyununu oynatır.

**Bilinmeyeni Bulalım Oyunu**

Öğretmen, her öğrenciden bir kutuda yer alan 1'den 20'ye kadar sayıların yazılı olduğu kâğıtlardan rastgele bir sayı çekmelerini ister. Grup içinden bir öğrenci seçerek bu öğrencinin adının *"bilinmeyen"* olduğunu belirtir. Ardından adı *"bilinmeyen"* olan öğrenci dışındaki tüm öğrencilerin çember olmalarını ve çektikleri sayıları yakalarına takmalarını ya da ellerinde tutmalarını ifade eder. Adı *"bilinmeyen"* olan öğrencinin ise çemberin merkezinde durmasını ve çektiği sayıyı arkadaşlarıyla hiçbir şekilde paylaşmamasını ister.

Oyunda amacın, adı *"bilinmeyen"* olan öğrencinin çektiği sayıyı doğru tahmin etmeye çalışmak olduğu söylenir. Adı *"bilinmeyen"* olan öğrencinin çektiği sayıyı bulmak için ise öğrencilerin kendi çektikleri sayıdan yola çıkarak: *"Benim 2 katım mısın?, Benim 5 fazlam mısın?, Benim 3 katımın 2 fazlası mısın?"* gibi sorular yönelterek adı "bilinmeyen" olan öğrencinin çektiği sayıyı bulmaya çalışacakları belirtilir. Oyunda her öğrencinin belli bir sıra gözetmeksizin adı *"bilinmeyen"* olan öğrenciye soru sorma hakkı olduğu, yalnızca oyunda önce söze başlayan kişinin sözünün bitmesinin beklenmesi gerektiği belirtilir. Adı "bilinmeyen" olan öğrenci ise eğer soru soran arkadaşının sorduğu sorunun cevabı kendi tuttuğu sayıya eşit ise *"Evet bilinmeyeni buldun"*; değilse *"Hayır bilinmeyeni bulamadın"*; kendi tuttuğu sayı söylenen sayıdan büyükse *"Benim değerim yukarı"*, küçükse *"Benim değerim aşağı"* diye yönerge verir. Öğrencilere adı *"bilinmeyen"* olan öğrencinin çektiği sayıyı bulmak üzere diğer öğrencilerin 5 cevap hakları olduğu söylenir. Haklarının tamamını kullanmadan *"bilinmeyen"* olan öğrencinin tuttuğu sayıyı doğru tahmin eden öğrencinin yeni *"bilinmeyen"* olacağı söylenir. Eğer *"bilinmeyen"* olan öğrencinin çektiği sayı değeri doğru tahmin edilez ise, *"bilinmeyen"* olan öğrenci bu sefer arakadaşları arasından yeni bilinmeyen olmasını istediği bir arkadaşını seçer. Ona *"bilinmeyen"* öğrenci kendi değerindan yola çıkarak arkadaşının değerine eşit olacak *"benim 2 katımdan 1 fazlasın, benim 3 katımsız"* vb. şeklinde bir ifade kullanır. Arkadaşının kendi değerini bulmasını ister. Eğer bilinmeyenin değerini bilirse yeni *"bilinmeyen"* o olur, bilimezse aynı şekilde *"bilinmeyen"* öğeni kendi değeri bulunana kadar istediği arkadaşına benzer şekilde ifadeler kulalnarak kendi değerini bulmasını ister. Oyun bu kurallar çerçevesinde 3-4 tur oynanabilir.

### 2. Adım:

Öğretmen, Etkinlik Kâğıdını öğrencilere dağıtır. Cebir alanında önemli çalışmaları olan matematik bilginlerinden birinin de M.S. 250'lerde yaşamış olan Yunanlı Diophantus olduğu, Diophantus'un cebiri sembolleştirmeye ve analitik hâle sokmaya çalıştığını ifade eder. Cebirsel gösterimlerde kısaltmaları kullanarak cebir alanının gelişmesine önemli katkılar sağladığına değinir. Öğrencilerden, Etkinlik Formu'nda Tablo 1'de verilen ve Diophantus tarafından kullanılan kısaltmaların modern gösterimlerini incelemelerini ister. Öğretmen cebirsel ifadelerle ilgili öğrencilere bilinmeyen, sabit terim, cebirsel ifade ve katsayı kavramları ile ilgili hatırlatma yapar.

Ardından Tablo 2'de verilen Diophantus'un cebirsel ifade gösterimlerinin modern gösterimlerini bulmalarını ister. Öğrencilerin, modern gösterimleri ifade edebilmeleri için belli bir süre verir. Öğrencilerin Diophantus'un cebirsel ifade gösterimlerine yönelik görüşlerini alır. Öğrencilerin Tablo 1'de verilen cevaplara ulaşmaları sağlanır. Ardından kısaca cebirin tarihsel gelişim süreci ile ilgili bilgi verilir. Bunun için cebirin tarihsel gelişim süreci ile ilgili sunum yapılabilir, video izletilebilir veya cebir alanına katkı sağlamış bilim insanları hakkında bilgi verilebilir.

Tablo 1. Diophantus kısaltmaları ve modern gösterimine örnekler

| Diophantus kısaltmaları | Modern gösterimi |
|---|---|
| $\overset{o}{\mathrm{M}}$ | Sabit terim |
| $\varsigma$ | Bilinmeyen (x) |
| $\Delta^{\gamma}$ | Bilinmeyenin karesi ($x^2$) |
| $\mathrm{K}^{\gamma}$ | Bilinmeyenin küpü ($x^3$) |
| $\Lambda$ | Eksi sembolü |
| $\beta$ | 2 |
| $\gamma$ | 3 |
| $\delta$ | 4 |
| $\varepsilon$ | 5 |

| Diophantus cebirsel ifade gösterimi | Modern gösterimi | Modern gösterimi (cevaplar) |
|---|---|---|
| $\overset{o}{\mathrm{M}}\ \varepsilon$ | ? | 5 |
| $\varsigma\ \Lambda$ | ? | -x |
| $\varsigma\ \delta$ | ? | 4x |
| $\Delta^{\gamma}\ \gamma$ | ? | $3x^2$ |
| $\mathrm{K}^{\gamma}\ \beta$ | ? | $2x^3$ |

(Baki ve Bütüner, 2011)

Öğrencilerden, Etkinlik Formu 2'de verilen Tablo 2'yi incelemeleri istenir. Tarihsel gelişim sürecinde önce cebirsel ifadelerin, cebirsel problemlerin ve bu problemlerin çözümlerinin düz yazı biçiminde yazıldığı sonra Diophantus ve Brahmagupta gibi Yunanlı ve Hintli matematikçilerin cebirsel ifadelerin gösterimlerinde kısaltmaları kullandığı belirtilir (Baki ve Bütüner, 2011). Cebirin tarihsel gelişim sürecini özetleyen tabloda verilen iki örneğin farklı dönemde kullanılan aynı matematiksel ifade biçimi olduğu öğrencilere fark ettirilir. Ardından sembollerin kullanıldığı modern dönemde aynı ifadenin nasıl gösterilebileceği sorulur. Öğrencilerin görüşleri alınarak sembollerin kullanıldığı dönemde bu ifadenin Tablo 2'de de verildiği gibi $2x^3$-$3x^2$+4x-5 şeklinde gösterildiği belirtilir. Öğrencilerle birlikte bu örnekler üzerinden cebirin tarihsel gelişim süreci değerlendirilir.

Tablo 2. Cebirin tarihsel gelişimi

| **Cebirsel ifadelerin, cebirsel problemlerin ve çözümlerinin düz yazı biçiminde yazıldığı dönem** | **Cebirsel ifadelerin gösterimlerinde kısaltmaların kullanıldığı dönem (Diophantus kısaltmaları kullanılarak)** | **Sembollerin kullanıldığı dönem** |
|---|---|---|
| "İlk sayı, ikinci sayının küpünün 2 katı ile ikinci sayının dört katının toplamından, ikinci sayının karesinin üç katı ve beş çıkarılarak oluşturulur." | $\mathrm{K}^{\gamma}\beta\,\varsigma\,\delta\,\Lambda\,\Delta^{\gamma}\gamma\,\overset{o}{\mathrm{M}}\,\varepsilon$ | $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ |

(Oliver, 2007)

780–847 yılları arasında yaşamış olan İslam dünyasının cebir alanındaki en önemli matematik bilginlerinden Harezmi ve cebire katkıları ile ilgili öğrencilere bilgi verilir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Matematiğin alt alanlarından biri olan Cebir'in mucidi olarak nitelendirilen ve İslam dünyasının cebir alanındaki en önemli matematik bilginlerinden El Harezmî, 825 yılında yazdığı "Al Kitab Fi Hisab Al Cabr wal Muqabalah" (Tamamlama ve Dengeleme Yoluyla Hesaplama) isimli kitabında denklemlerin çözüm sistemlerini ele almıştır. Ayrıca "0" rakamını ortaya atmıştır. Harezmi cebirsel ifadeler için aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır (Baki ve Bütüner, 2011).

| Harezmî kısaltmaları | Modern gösterimi |
|---|---|
| *şey* | Bilinmeyen (x) |
| $\overline{mal}$ | $x^2$ |
| ka'b | $x^3$ |
| $\overline{mal}\,\overline{mal}$ | $x^4$ |
| ka'b $\overline{mal}$ | $x^5$ |

1637 yılında Descartes (1596–1650), bugün bizim kullandığımız bazı cebirsel sembolleri kullanmıştır. Descartes, modern çağın başlangıcında, bilinmeyenleri alfabenin sonundaki harfler (x, y, z ) ile ifade etmiştir. Ayrıca $x^2$'yi xx, $x^3$'ü ise xxx olarak yazmıştır. (Baki ve Bütüner, 2011).

### 3. Adım:

Öğretmen, öğrecilere Etkinlik Formu 2'yi dağıtır. Ardından öğretmen ***"Tarihte cebirsel ifadelerin gösteriminde kısaltmaların kullanıldığı dönemde yaşayan ve cebir bilimiyle ilgilenen bir matematikçi olsaydınız cebirsel gösterimlerde hangi kısaltmaları kullanırdınız?"*** sorusunu yöneltir. Bu doğrultuda öğrencilerden bilinmeyen, sabit terim, çarpma, toplama, çıkarma işlemi ve 1, 2 ile 3 sayılarına yönelik kendilerine özgü cebirsel kısaltmalar oluşturmalarını ister.

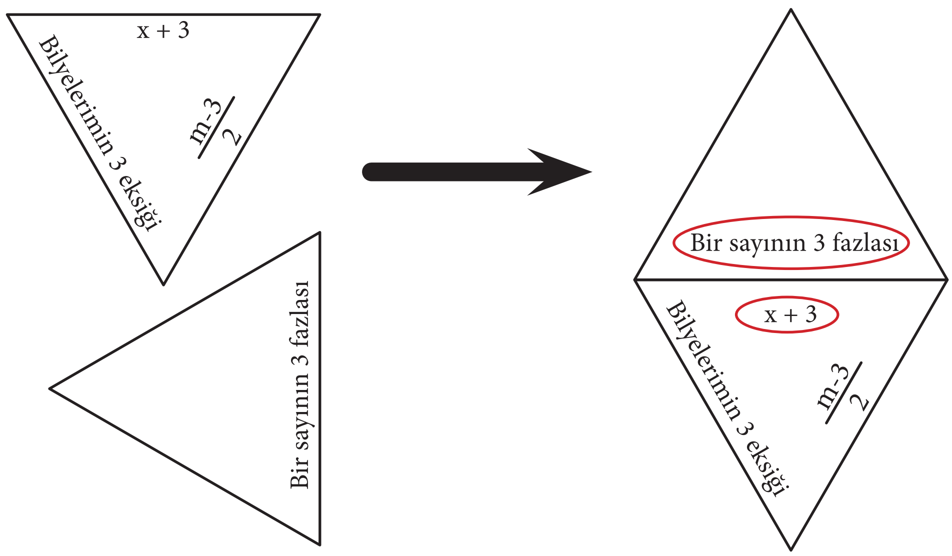
| Modern Gösterimi | Sizin Cebirsel Kısaltmalarınız |
|---|---|
| Bilinmeyen (x) | |
| Sabit terim | |
| Çarpma işlemi | |
| Toplama işlemi | |
| Çıkarma işlemi | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

Ardından “2x, x+2, 2x-3 ve 3x+1” cebirsel ifadelerini öğrencilerden kendi kısaltmalarını kullanarak ifade etmeleri istenir. Oluşturdukları cebirsel kısaltmaları ise cebirsel ifadelerin, problemlerin ve çözümlerinin düz yazı biçimde yazıldığı dönemde ifade edildiği gibi yazmaları beklenir. Belli bir süre verildikten sonra öğrencilerin oluşturdukları cebirsel kısaltmalar ve yazdıkları düz yazı biçimleri tahtaya yansıtılarak veya bir masa etrafında toplanarak incelenir ve öğrencilerden cebirsel ifadelerdeki kısaltmaları ve düz yazı ifadelerini nasıl kullandıklarını açıklamaları istenir. Tarihsel süreçte neden cebirsel sembollerin kullanılmasına gereksinim duyulduğu ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınır.

### 3. Adım:

Öğretmen, öğrencileri sınıf sayısına göre 2'şerli ya da 3'erli gruplara ayırır. Her öğrenci grubuna üzerinde sözel durumların ve cebirsel ifadelerin yazılı olduğu EK1'de verilen üçgen şeklindeki yap-boz parçalarını verir. Öğretmen, öğrencilerden yap-boz parçalarının kenarlarında verilen sözel durumlarla cebirsel ifadeleri Şekil 1'de verildiği gibi eşlemelerini ister. Örneğin “Bir sayının 3 fazlası” ifadesinin cebirsel karşılığının “x+3” ile ifade edilebileceğini belirterek, öğrencilerden benzer şekilde “Bilyelerimin 3 eksiği” ifadesinin cebirsel ifadesinin ne olabileceğini ve $\frac{m-3}{2}$ cebirsel ifadesine karşılık gelen sözel durumun ne olabileceğini verilen parçalardan bulup yap-bozunu devam ettirmelerini ister.

Öğretmen, öğrencilere eşlemeleri yapabilmeleri için belli bir süre tanır. Bu süre içerisinde eşlemeleri doğru şekilde yapıp, yap bozu doğru bir şekilde tamamlayan gruplar alkışlanır. Ardından yap-bozu tamamlayan ve tamamlayamayan tüm öğrenciler bir masa etrafında toplanır. Bir grubun yap-boz parçaları ile öğretmen verilen sözel ifadelere uygun cebirsel ifadelerin nasıl yazılabileceğini açıklar. Öğrencilerin görüşlerini alarak yap-bozu tamamlar. Ardından bu eşlemelerin arkasındaki matematiksel mantık analiz edilir. Benzer şekilde farklı sözel durumlara karşılık gelebilecek cebirsel ifadeleri yazmaya yönelik çalışmalara yer verilir.



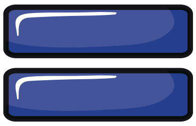

Şekil 1. Yap-boz parçasını eşleme örneği

Öğrencilerin, daha önce kendi cebirsel kısaltmalarını kullanarak ifade ettikleri “2x, x+2, 2x-3 ve 3x+1” cebirsel ifadelerine karşılık gelebilecek sözel durumlar yazmaları beklenir. Her bir cebirsel ifadeye yönelik 2-3 öğrenciden yazdıkları sözel durumları paylaşmaları istenir. Diğer öğrencilerle birlikte öğrencilerin paylaştıkları sözel durumların verilen cebirsel ifadeye uygun olup olmadığı birlikte değerlendirilir.

### 4. Adım:

Etkinlik Formu 3'ü öğrencilere dağıtır ve formdaki bilgileri okur. Etkinlik Formu 3'te yer alan 1. soru ve 2. soru doğrultusunda dengede olma ve olmama durumlarının beyin fırtınası yoluyla öğrenciler tarafından keşfedilmesi sağlanır. Ardından öğrencilere "Denge kavramından ne anlıyorsunuz? Denge ile matematikteki "=" arasında ne gibi bir ilişki olabilir? Dengede olma durumunu eşitlik "=" sembolünü kullanarak nasıl gösterirsiniz?" gibi sorular sorularak öğrencilerin görüşleri alınır. Öğrencilerin, geminin dengede olma durumunu *"sol taraftaki yükler toplamı=sağ taraftaki yükler toplamı"* şeklinde ifade edebilmeleri beklenir. Ardından *"eşitlik"* kavramına yönelik öğrencilerin görüşleri alınarak eşit işaretinin tanımlanması ve "=" sembolünün çift yönlü niceliksel bir ilişkiyi belirttiği üzerine çalışmalar yapılır.

**BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?**



Eşitlik sembolü günümüzdekine benzer şekliyle ilk olarak 16. yüzyılda ünlü matematikçi Robert Recorde tarafından kullanılmıştır. Robert Recorde The Whetstone of Witte adlı yapıtında: "Eşittir sözcüğünü bıktırıcı bir biçimde tekrar tekrar kullanmaktansa genelde çalışırken yaptığım gibi paralel iki çizgi koyacağım, çünkü paralel iki çizgiden daha eşit bir şey olamaz" diyerek "=" sembolünü ilk kez kullanmıştır (Berry, 2001).

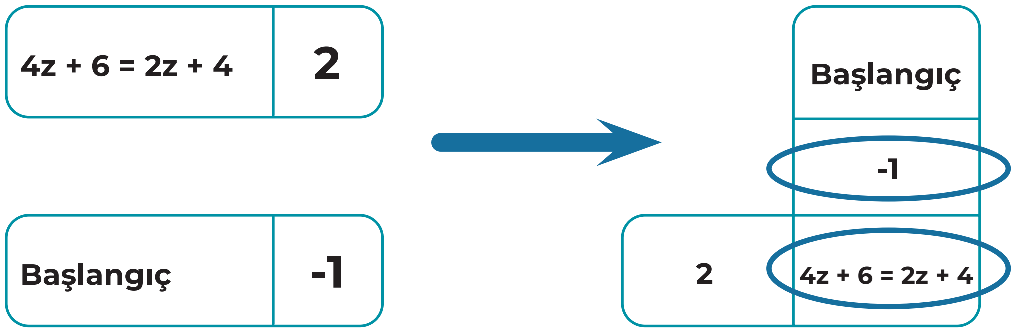
3. sorunun maddeleri tek tek ele alınarak öğrencilerin eşitliğin korunumu ilkelerini keşfetmeleri sağlanır. Bu doğrultuda öğrencilere bir eşitliğin her iki tarafındaki terimlere aynı sayının eklenmesi, çıkarılması, aynı sayıyla çarpılması ve her iki tarafındaki terimlerin sıfırdan farklı bir sayıya bölünmesiyle eşitliğin bozulmadığı keşfettirilir. 4. soruda geminin dengesi bozulduğunda dengeyi sağlamak için eşitliğin korunumu ilkeleri doğrultusunda geminin sol tarafındaki yükler toplamının sağ tarafındaki yükler toplamına eşit olacak şekilde gemiye yükleme yapılması gerektiği fark ettirilir.

5.-10. sorular öğretmen tarafından tek tek incelenir. Her sorunun cevabına yönelik birkaç öğrencinin görüşleri alınır. Ardından içerisinde bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenin belli değerleri için doğruluğu sağlanan eşitliklerin denklem şeklinde yazılabileceği ifade edilir. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler tanımlanır. Denklemin kökü ve çözüm kümesi kavramlarına değinilir. Bir denklemi doğru yapan bilinmeyenin değerinin nasıl bulunduğuna yönelik önce öğrencilerin görüşleri alınır. Ardından denklemlerin nasıl çözümlendiği anlatılır. Birinci dereceden bir bilinmeyenli çeşitli denklem problemlerinin çözülmesi ile ilgili alıştırmalar yapılabilir.

### 5. Adım:

Öğretmen, öğrencilere Etkinlik Formu 4'ü dağıtır ve bu etkinlikte verilen örneği açıklar. Ardından öğrencilerden, etkinlikte verilen denklemlerin kullanılabileceği birer problem kurup, kurdukları problemi *"problem cümlesi sütunu"*na yazmalarını ve yazdıkları problemi çözüp bilinmeyenin değerini bulmalarını ister. Öğrencilere, bunun için yeteri kadar zaman tanınır. Ardından öğrencilerin, etkinlik formlarını herhangi bir arkadaşıyla değiştirmeleri, arkadaşının oluşturduğu problemin verilen denklemle çözülüp çözülemeyeceğine yönelik değerlendirme yapmaları istenir veya öğretmenle birlikte değerlendirme yapılır. Her bir denklem, farklı bir öğrencinin oluşturduğu problemle birlikte ele alınarak incelenir.

Sonrasında öğretmen EK 2'de verilen etkinlik kartlarını öğrencilere verir. Verilen etkinlik kartları üzerinde denklemler ve bu denklemlerin çözümü olan sayıların yer aldığını belirtir. Öğrencilerden denklemleri çözerek bilinmeyenin değerini bulmalarını ve başlangıçtan bitişe doğru kartlardaki sayılar ile denklemleri Şekil 2'deki gibi eşleyerek bir yol oluşturmalarını ister.




Şekil 2.

## DEĞERLENDİRME

Öğretmen, ders içinde yapılan etkinlikler sonunda öğrencilerin öğrendiklerini "Bilinmeyenlerin Dünyası Öz Değerlendirme Formu"nu kullanarak değerlendirmelerini ister. Bu etkinliğe ait "Bilinmeyenlerin Dünyası Öz Değerlendirme Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKLAR

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2011). Cebirin tarihsel gelişimi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(3), 198-231.

Berry, A. (2001). *Sonsuzluğun Kıyıları.* TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları.

Oliver, J. (2007). How our methods of writing algebra have evolved: a thread through history. *Australian Senior Mathematics Journal,* 21(2), 12-17.

## EKLER

EK 1 ve EK 2 etkinlik kartlarına ve bu etkinliklerin cevap anahtarına etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

Cebir alanında önemli çalışmaları olan matematik bilginlerinden biri de M.S. 250'lerde yaşamış olan Yunanlı Diophantus'tur. Diophantus cebiri sembolleştirmeye ve analitik hâle sokmaya çalışıp cebirsel gösterimlerde kısaltmaları kullanarak cebir alanının gelişmesine önemli katkılar sağlamıştır. Diophantus'tan sonraki süreçte Hintli matematikçiler de cebirsel ifadelerin gösterimlerinde kısaltmaları kullanmışlardır. Cebirsel gösterimlerde kısaltmalara başvurma geleneği Diophantus'la başlayıp Hintli Matematikçi Brahmagupta (M.S. 628) ile devam etmiştir. İslam bilginlerinden Harizmi (780–847) ise cebiri matematiğin bir dalı olarak ortaya koymuştur.

Tablo 1'de cebir tarihinde Diophantus tarafından kullanılan kısaltmalara yer verilmiştir. Bu tablodaki sembolleri inceleyerek tarihsel süreçte cebirsel ifadelerin nasıl olduğunu ve nasıl ifade edildiğini yorumlayınız.

Tablo 1. Diophantus'un kısaltmaları

| Diophantus kısaltmaları | $\overset{o}{\mathrm{M}}$ | $\varsigma$ | $\Delta^{\gamma}$ | $\mathrm{K}^{\gamma}$ | $\Lambda$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\delta$ | $\varepsilon$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modern gösterimi | Sabit terim | Bilinmeyen (x) | Bilinmeyenin karesi ($x^2$) | Bilinmeyenin küpü ($x^3$) | Eksi sembolü | 2 | 3 | 4 | 5 |

| Diophantus cebirsel ifade gösterimi | $\overset{o}{\mathrm{M}}\ \varepsilon$ | $\varsigma\ \Lambda$ | $\varsigma\ \delta$ | $\Delta^{\gamma}\ \gamma$ | $\mathrm{K}^{\gamma}\ \beta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Modern gösterimi | ? | ? | ? | ? | ? |

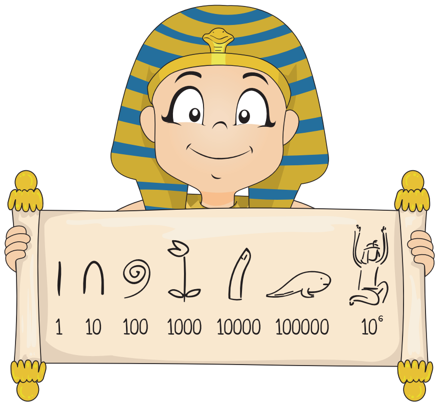
(Baki ve Bütüner, 2011)

Aşağıda verilen cebirin tarihsel gelişimini özetleyen tabloda aynı matematiksel ifadenin farklı zaman dilimlerinde, farklı uygarlıklardaki ifade biçimleri verilmiştir. Verilen iki ifadeden yola çıkarak sembollerin kullanıldığı dönemde bu ifadenin nasıl gösterildiği bulunuz.

Tablo 2. Cebirin tarihsel gelişimi

| Cebirsel ifadelerin, cebirsel problemlerin ve çözümlerinin düz yazı biçiminde yazıldığı dönem | Cebirsel ifadelerin gösterimlerinde kısaltmaların kullanıldığı dönem (Diophantus kısaltmaları kullanılarak) | Sembollerin kullanıldığı dönem |
|---|---|---|
| "İlk sayı, ikinci sayının küpünün 2 katı ile ikinci sayının dört katının toplamından, ikinci sayının karesinin üç katı ve beş çıkarılarak oluşturulur." | $\mathrm{K}^{\gamma}\beta\,\varsigma\,\delta\,\Lambda\,\Delta^{\gamma}\gamma\,\overset{o}{\mathrm{M}}\,\varepsilon$ | ? |

## ETKİNLİK FORMU - 2




Geçmişte cebirsel ifadelerin gösteriminde kısaltmaların kullanıldığı dönemde yaşayan ve cebir bilimiyle ilgilenen bir matematikçi olsaydınız cebirsel gösterimler için hangi kısaltmaları kullanırdınız?

Tablo 3.

| Modern Gösterimi | Sizin Cebirsel Kısaltmalarınız |
|---|---|
| Bilinmeyen (x) | |
| Sabit terim | |
| Çarpma işlemi | |
| Toplama işlemi | |
| Çıkarma işlemi | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

Aşağıda modern gösterimi verilen cebirsel ifadeleri kendi oluşturduğunuz kısaltmaları kullanarak ifade ediniz. Kendi cebirsel kısaltmalarınızı cebirsel ifadelerin, problemlerin ve çözümlerinin düz yazı biçimde yazıldığı dönemde ifade edildiği gibi yazınız. Tarihsel süreçte neden cebirsel sembollerin kullanılmasına gereksinim duyulduğu açıklayınız.

Tablo 4.

| Modern gösterimi | Sizin gösteriminiz | Düz yazı biçimindeki ifadesi |
|---|---|---|
| 2x | | |
| x+2 | | |
| 2x-3 | | |
| 3x+1 | | |

## ETKİNLİK FORMU - 3

Daha önce inşaatlarda yükleri kaldırma, indirme ve iletme işlemlerini yapan vinç operatörü olarak çalışan Mustafa yeni bir iş bulmak için iş ilanlarını takip etmektedir. Bir gün limanda gemilere yük yüklemek için ***"Vinç operatörü aranıyor"*** ilanını gören Mustafa daha önce gemilerde vinç operatörü olarak çalışmamasına rağmen bu işe başvurur ve işe kabul edilir.

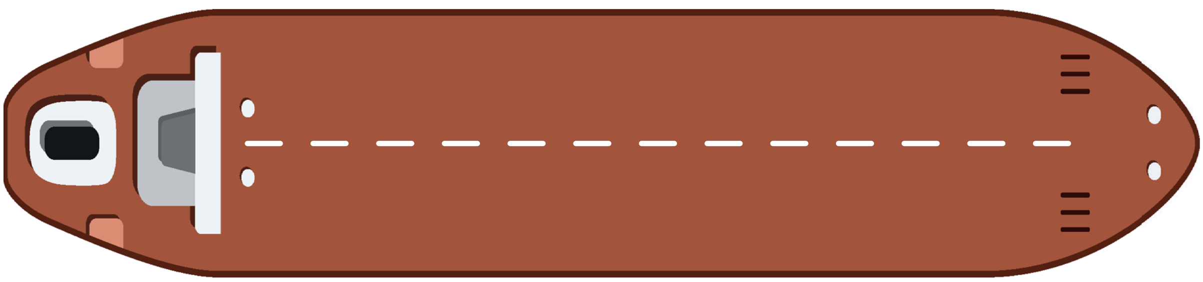
İşe gittiği ilk gün yapacağı işle ilgili Mustafa'ya dengesiz yük yüklenen bir geminin yan yatma ve batma tehlikesi olduğu ifade edilerek geçmiş yıllarda bu nedenle meydana gelmiş kazaların haberleri gösterilir. Mustafa yükleme yaparken çok dikkatli olması gerektiği konusunda uyarılır.

***Not: Aşağıda verilen durumların bir yük gemisinin taşıyabileceği yük aralığı içerisinde olduğu kabul edilmektedir.***

1. Sizce Mustafa gemilere yükleme yaparken veya yükleri boşaltırken geminin dengesinin bozulmaması için nasıl bir yol izlemelidir?

2. Yükleme işlemi sonunda geminin dengede kalabilmesi için Mustafa aşağıdaki yükleri gemilere nasıl yüklemelidir? (Ağırlıklar ton cinsindendir.)

Sağ



Sol

Yük ağırlıkları:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

3. - Denge durumundaki geminin her iki tarafına 10 tonluk yük eklenirse geminin denge durumu nasıl değişir?

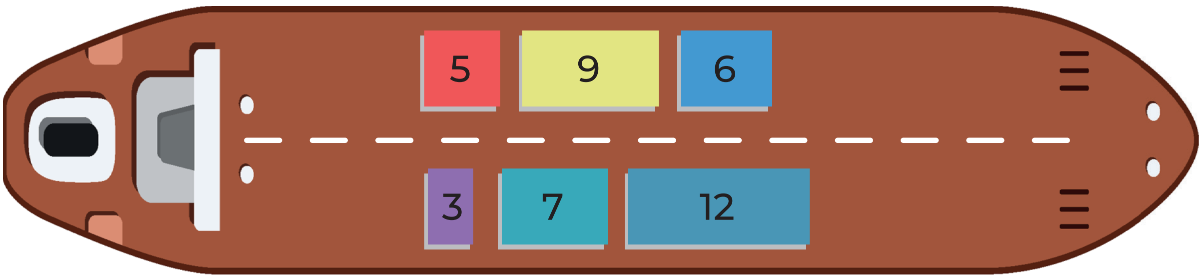
   - Denge durumundaki geminin her iki tarafından 5 tonluk yük çıkarılırsa geminin denge durumu nasıl değişir?

   - Denge durumundaki geminin her iki tarafında yükler toplamı 5 katına çıkarılırsa denge durumu nasıl değişir?

   - Denge durumundaki geminin her iki tarafından aynı yüklerin yarısı alınırsa denge durumu nasıl değişir?

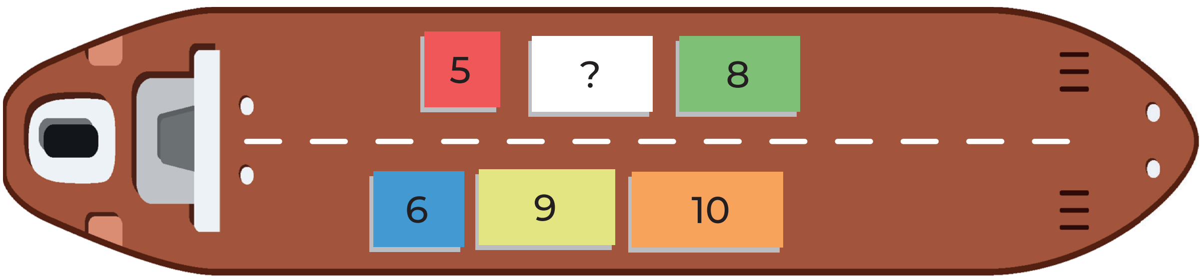
   - Denge durumundaki geminin sadece sağ tarafına 2 tonluk yük eklenirse geminin denge durumu bozulur mu? Geminin denge durumu bozulursa tekrar dengeyi sağlamak için neler yapılabilir?

4. Mustafa gemiyi bu şekilde yüklediğinde geminin yan yattığını görüyor. Mustafa bu durumu düzeltmek için ne yapmalıdır?



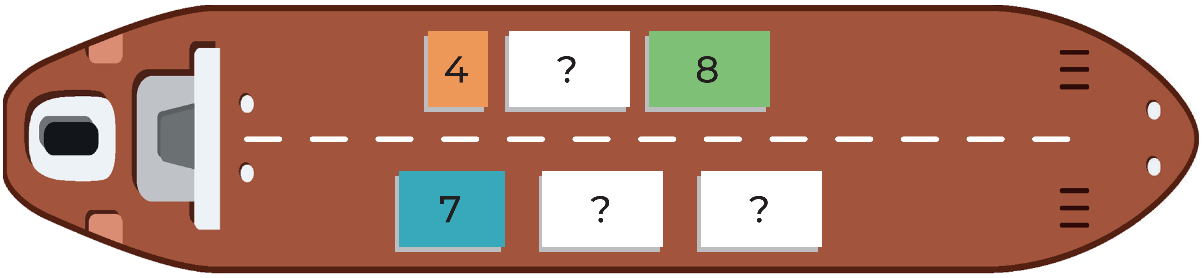

5. Mustafa aşağıda verilen gemiye dengesiz yükleme yapmamak için, hangi ağırlıktaki bir yükü yükleyebilir?

6. Mustafa'nın aşağıda verilen gemiye hangi ağırlıkta yük yükleyebileceğini bulmak için gemiye yüklenen yüklerin ağırlıkları arasında sağlanması gereken ilişkiyi bulunuz. Bu ilişkiyi cebirsel olarak nasıl yazabiliriz? Verilen bu eşitliği nasıl çözebiliriz? Açıklayınız.



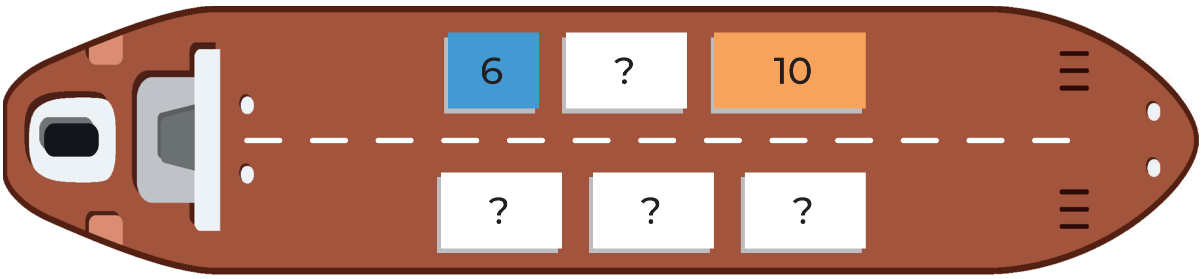
7. Mustafa aşağıdaki gemiye 4, 8 ve 7 ton ağırlıklarında yükleri yüklemiştir. Ardından aynı ağırlıkta olan ancak ağırlıkları bilinmeyen 3 yükün bu şekilde yüklenmesiyle geminin tekrar dengede olduğu görülmüştür. Acaba Mustafa'nın yüklediği bu yüklerin ağırlıkları neler olabilir?

8. Mustafa'nın gemiye hangi ağırlıktaki yükü yükleyebileceğini bulmak için ağırlıklar arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak nasıl yazabiliriz? Verilen bu eşitliği nasıl çözebiliriz? Açıklayınız.




9. Mustafa aşağıdaki gemiye 6 ve 10 ton ağırlıklarında yükler yüklemiştir. Ardından aynı ağırlıkta olan ancak ağırlıkları bilinmeyen 4 yükü aşağıdaki şekilde yüklediğinde geminin tekrar dengede olduğu görülmüştür. Acaba Mustafa'nın yüklediği bu yüklerin ağırlıkları ne olabilir?

10. Mustafa'nın gemiye hangi ağırlıktaki yükü yükleyebileceğini bulmak için ağırlıklar arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak nasıl yazabiliriz? Verilen bu eşitliği nasıl çözebiliriz? Açıklayınız.




Elde ettiğiniz deneyimlerden yararlanarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümü için bir kural belirleyip bu kuralı yazınız.

## ETKİNLİK FORMU - 4

Aşağıda verilen denklemlerin kullanılabileceği birer problem kurup bu problemi "problem cümlesi" sütununa yazınız ve verilen denklemlerdeki bilinmeyenin değerini bulunuz.

| Denklem | Problem cümlesi |
|---|---|
| **Ör:** **a-3=2a-8** | Ör: Bir toplantıya katılan erkeklerin sayısı kadınların sayısının iki katıdır. Bu toplantıdan 3 kadın ve 8 erkek ayrılınca toplantıdaki kadın ve erkek sayısı eşit olmaktadır. Buna göre ilk durumda toplantıda kaç kadın vardır? |
| **3x=12** | |
| **4+2k=10** | |
| **4m-2=6** | |
| **12+3p=5p** | |
| **4r-6=3+3r** | |
| **8+2x=5x-7** | |
| **4z+6=2z+4** | |

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: İKİLİ SAATLER**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Sayı Sistemleri**

**KAZANIMLAR:**

- 2'nin kuvvetlerini kullanarak toplama işlemiyle sıfır hariç her doğal sayının elde edilebileceğini keşfeder.
- İkilik sayma sistemini kullanmayı gerektiren problemleri çözer.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkileşimli tahta, Etkinlik Formu 1, renkli kalemler, etkinlik değerlendirme formları 1, 2.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Disiplinler arası ilişkilendirme için bilişim teknolojileri alanından yararlanılabilir. Etkinlikle ikili sayı sistemlerinin kullanımının; saat modelleri oluşturulmasına, bilgisayarlardaki depolama birimleri arasında dönüşüm yapılmasına ve gizli kodlar oluşturulmasına olanak sağladığı fark edilecektir. Öğrenciler bir bilgisayarın, sayısal biçimde temsil edilebildiği sürece, her türlü bilgiyi bellekte saklayabileceğini ve modern bilgisayarların milyarlarca hatta trilyonlarca bayt belleğe sahip olabileceğini öğreneceklerdir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı; öğrencilerin eski medeniyetlerin geliştirmiş oldukları çarpma sistemleri ile ikili sayı sistemi arasındaki ilişkiyi keşfetmeleridir. Ayrıca öğrencilerin Rus ve Mısır çarpma yöntemlerini kullanarak çarpanların ikili kodunu elde etmelerini, zamanı göstermek üzere ikili kodun nasıl kullanıldığını fark etmelerini ve ikili kod ile oluşturulmuş saatlerin nasıl okunduğunu kavramalarını sağlamak hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilerin, daha önceden iki veya üç basamaklı sayılarla çarpma işlemini yapabiliyor olmaları gerekmektedir. Bu durum, öğrencilerin halihazırda bildikleri modern çarpma yöntemleri ile Rus ve Mısır çarpma metotlarının güçlü ve zayıf yönlerini doğru bir şekilde değerlendirebilmeleri açısından önemlidir. Ayrıca öğrencilerin tek ve çift sayıları birbirinden ayırt edebilmeleri ve çok basamaklı sayılarla toplama işlemi yapabilmeleri gerekmektedir. Bunlara göre öğrencilerin hazırbulunuşluları değerlendirilerek bu bilgilerle ilgili etkinlik öncesinde hatırlatmalar yapılır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Aşağıdaki bilgi verilerek derse giriş yapılır. Sonrasında Rus ve Mısır çarpım metotlarının anlatımına geçilir.

Matematik tarihi bağlamında oldukça popüler bir konu olan Rus çarpımıyla birlikte diğer bir popüler konu ikili sayı sistemidir. İlginç bir şekilde ikili sayı sistemi ile Rus çarpım metodu yakından ilişkilidir. Rus çarpım metodu bu yönüyle günümüz bilgisayarlarının çarpma işlemini nasıl gerçekleştirdiğine ve mikroişlemcilerin çarpma algoritmasına ışık tutmaktadır.

### *Rus ve Mısır Çarpım Metotları*

#### Prosedür:

Bu bölümde kullanılacak olan tek sayı, çift sayı, çarpan, çarpım, modern çarpma, iki katını alma, yarısını alma, Rus çarpım metodu ve Mısır çarpım metodu terimleri açıklanır. Rus çarpım metodu ile Mısır çarpım metodunun uygulama adımları ile birinci ve ikinci çarpanın ikili kodunu bulma adımları öğrencilere gösterilir. Örnek 1'deki çarpma işlemleri, Rus ve Mısır çarpım metotlarından yararlanılarak yapılır. Rus ve Mısır çarpım metotlarının uygulama adımları akıllı tahtaya yansıtılabilir. Etkinlikte her bir çözüm basamağı kontrol edilerek ilerlenir. Örnek çözümlerde hem çift hem de tek çarpanı olan örneklere yer verilmelidir.

#### Rus Çarpım Metodu Uygulama Adımları

1. Birinci çarpan sol sütunda ve ikinci çarpan sağ sütunda olacak şekilde çarpım durumundaki iki sayı yan yana yazılır.
2. Birinci sütundaki çarpan "1"e ulaşıncaya kadar, kalanlar ihmal edilerek ikiye bölünür.
3. İkinci sütundaki çarpan ise birinci sütundaki sayının "1" olduğu satır ile aynı hizaya ulaşana dek 2 ile çarpılır.
4. İlk sütundaki sayıların çift olduğu satırlar ile bu satırların ikinci sütundaki karşılıklarının üzerleri çizilir.
5. İkinci sütunda üzeri çizilmeyen sayılar (tek sayıların karşısındaki çarpanlar) toplanır. Elde edilen toplam, çarpma işleminin sonucudur.

| RUS ÇARPIM METODU<br>17x15 | |
|---|---|
| 17 | 15 x2 |
| ~~8~~ | ~~30~~ |
| ~~4~~ | ~~60~~ |
| ~~2~~ | ~~120~~ |
| 1 | 240 |
| | + 240+15=255 |

#### Rus Çarpım Metodunda İlk Çarpanın İkili Kodunu Bulma Adımları

Rus çarpım metodu ile gerçekleştirilen çarpma işlemi sonrasında birinci çarpana göre tabloda ilgili yerlere;

1. Tek sayıların hizasına "1" yazılır.
2. Çift sayıların hizasına "0" yazılır.
3. Yazılan 0 ve 1'ler aşağıdan yukarıya doğru ve yan yana yazılır.
4. Oluşan sayı parantez içerisine alınarak ikilik tabanda gösterilir.

| İKİLİ KOD ÇARPIM METODU<br>$17 = (10001)_2$ | | RUS ÇARPIM METODU<br>17x15 | |
|---|---|---|---|
| 1 | | 17 | 15 |
| 0 | | ~~8~~ | ~~30~~ |
| 0 | $(10001)_2$ | ~~4~~ | ~~60~~ |
| 0 | | ~~2~~ | ~~120~~ |
| 1 | | 1 | 240 |
| | | | + 240+15=255 |

### Mısır Çarpım Metodu Uygulama Adımları

1. Birinci çarpan sol, ikinci çarpan sağ sütunda olacak şekilde iki sayı yan yana yazılır.
2. Birinci çarpanın altına 1'den başlayarak 2 ve 2'nin kuvvetleri ilk çarpanın değerini aşmayacak şekilde yazılır.
3. İkinci sütunda 1'in karşısına ikinci çarpan yazılır ve sonrasındaki her bir adımda bu çarpan 2 ile çarpılmaya devam eder.

   Sütunlar tamamlandıktan sonra birinci çarpanı toplamsal olarak karşılayan sayılar ilk sütunda bulunur ve bu sayılar haricindeki sayıların üzeri çizilir. 18x25 örneğinde 18=16+2 olduğundan birinci sütunda 16 ve 2 dışındaki sayıların üzeri çizilir. Sonrasında ilgili sayıların karşılarındaki sayılar yani 2'nin karşısındaki 50 ve 16'nın karşısındaki 400 toplanır. Bu toplam (400+50) çarpım sonucunu vermektedir. Yani 18x25=450.

| MISIR ÇARPIM METODU | | |
|---|---|---|
| **18** | **x** | **25** |
| ~~1~~ | | ~~25~~ |
| 2 | | 50 x2 |
| ~~4~~ | | ~~100~~ |
| ~~8~~ | | ~~200~~ |
| 16 | | 400 |
| | | + 400+50=450 |

### Mısır Çarpım Metodunda İlk Çarpanın İkili Kodunu Bulma Adımları

Mısır çarpım metodu sonrasında 1. çarpan için tabloda ilgili yere;

1. Üzeri çizilmeyen sayıların hizasına "1" yazılır.
2. Üzeri çizilen sayıların hizasına "0" yazılır.
3. Yazılan 0 ve 1'ler aşağıdan yukarıya doğru ve yan yana yazılır.
4. Oluşan sayı parantez içerisine alınarak ikili tabanda gösterilir.

| MISIR ÇARPIM METODU 18x25 | | İKİLİ KOD ÇARPIM 18= $(10010)_2$ | |
|---|---|---|---|
| ~~1~~ | ~~25~~ | 0 | |
| 2 | 50 | 1 | |
| ~~4~~ | ~~100~~ | 0 | $(10010)_2$ |
| ~~8~~ | ~~200~~ | 0 | |
| 16 | 400 | 1 | |
| | + 400+50=450 | | |

### Örnek 1:

21x20 işleminin sonucunu Rus ve Mısır çarpım metotlarına göre hesaplayıp çarpanlarının ikili kodlarını tablo üzerinde bulalım.

| İKİLİ KOD ÇARPMA 21 = $(10101)_2$ | | RUS ÇARPIM METODU 21x20 | | MISIR ÇARPIM METODU 20x21 | | İKİLİ KOD ÇARPMA 20= $(10100)_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 21 | 20 | ~~1~~ | ~~21~~ | 0 | |
| 0 | | ~~10~~ | ~~40~~ | ~~2~~ | ~~42~~ | 0 | |
| 1 | $(10101)_2$ | 5 | 80 | 4 | 84 | 1 | $(10100)_2$ |
| 0 | | ~~2~~ | ~~160~~ | ~~8~~ | ~~168~~ | 0 | |
| 1 | | 1 | 320 | 16 | 336 | 1 | |
| | | | + 420 | | + 420 | | |

## BİLGİ KUTUSU

Bilgisayarlar, verileri depolamak için ikili kodları yani 0 ve 1 rakamlarını kullanırlar. Kullanılan 0 ve 1'lerin her biri bit olarak kabul edilir ve 1 bit, bilgi işlemdeki en küçük veri birimidir. Bilgisayar işlemcisindeki devreler milyarlarca transistörden oluşur. Transistör, aldığı elektronik sinyallerle etkinleştirilen küçük bir anahtardır. İşte ikili sistemde kullanılan 0 ve 1 rakamları, bir transistörün açık ve kapalı durumlarını yansıtır. Bilgisayar programları ise bir dizi talimattan ibarettir. Programcıların yazdıkları bilgisayar kodları, bir çevirmen tarafından işlemcinin yürütebileceği ikili komutlara dönüştürülür. İşlemciye gelen bu ikili kodlara ait talimatlar makine koduna çevrilir ve talimat yerine getirilir. Dijital devrim çağının süper bilgisayarları ve diğer tüm dijital cihazlar, 0 ve 1 rakamlarıyla kodlanan ikili sayı sistemini temel alarak oluşturulmuştur. Hâli hazırda kullanılan onluk sayı sistemdeki sayıları dijital cihazlarda kullanılan ikili sayı sistemi ile ilişkilendirmek, matematiğin gizemli dünyasına geçiş yapmamızı sağlamıştır.

## DÜŞÜNME KUTUSU

Öğrenciler tarafından bir sayının ikili sayı sistemindeki karşılığının Rus ve Mısır çarpım metotları ile nasıl bulunduğu anlaşıldıktan sonra;

"**Onluk sayı sisteminden ikilik sayı sistemine geçişte başka hangi yöntemler kullanılabilir?**"

sorusu sorulur. Cevaplar alınmadan önce Tablo 1, öğrenciler tarafından incelenmek üzere akıllı tahtaya yansıtılır ve öğrencilerden cevaplarını tablodaki bilgiler ışığında vermeleri istenir.

**Tablo 1.** 1'den 21'e kadar olan sayıların ikilik sayı sisteminde gösterimi

| 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | İKİLİK GÖSTERİM | SAYILAR |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 | $(1)_2$ | **1** |
| | | | 1 | 0 | $(10)_2$ | **2** |
| | | | 1 | 1 | $(11)_2$ | **3** |
| | | 1 | 0 | 0 | $(100)_2$ | **4** |
| | | 1 | 0 | 1 | $(101)_2$ | **5** |
| | | 1 | 1 | 0 | $(110)_2$ | **6** |
| | | 1 | 1 | 1 | $(111)_2$ | **7** |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | $(1000)_2$ | **8** |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | $(1001)_2$ | **9** |
| | 1 | 0 | 1 | 0 | $(1010)_2$ | **10** |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | $(1011)_2$ | **11** |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | $(1100)_2$ | **12** |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | $(1101)_2$ | **13** |
| | 1 | 1 | 1 | 0 | $(1110)_2$ | **14** |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | $(1111)_2$ | **15** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $(10000)_2$ | **16** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | $(10001)_2$ | **17** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | $(10010)_2$ | **18** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | $(10011)_2$ | **19** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | $(10100)_2$ | **20** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | $(10101)_2$ | **21** |

## DÜŞÜNME KUTUSU

Öğrencilerden, farklı çarpım yöntemleri ile ikili sayı sistemi arasındaki ilişkiyi kendi cümleleri ile ifade etmeleri istendikten sonra:

**"Elektronik hesaplama cihazlarında diğer sayı sistemleri yerine neden ikili sayı sisteminden yararlanılarak bir çarpma algoritması geliştirilmiş olabilir?"**

sorusu sorularak tartışma ortamı yaratılır. Tartışma sonunda, öğrencilerin tüm sayıların ikinin kuvvetleriyle elde edilebildiği bilgisinden yola çıkarak çıkarım yapmaları beklenmektedir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

| | | |
|---|---|---|
| 1 Bit | = | 0 veya 1 |
| 8 Bit | = | 1 Bayt (B) |
| 1000 Bayt | = | 1 Kilobayt (KB) |
| 1000 Kilobayt | = | 1 Megabayt (MB) |
| 1000 Megabayt | = | 1 Gigabayt (GB) |
| 1000 Gigabayt | = | 1 Terabayt (TB) |

İkili sayı sistemi tipik bir şekilde sadece 0 (kapalı) ve 1'i (açık) kullanarak iki sembolle tüm sayısal değerleri temsil edebilmektedir. İkili sistem elektronik devrelerde basit uygulama olanağı nedeniyle neredeyse tüm modern bilgisayarlarda yazılım kodu olarak kullanılmaktadır. Bilgisayarlardan telefonlara kadar hemen hemen tüm teknolojik ürünlerin üretim sürecinde yararlanılmaktadır. Modern bilgisayarlarda bellek hücreleri ikili sayıları sekiz bitlik gruplar hâlinde depolayacak şekilde tasarlanmıştır. Her bayt 256 farklı sayıya kadar temsil gücüne sahiptir ancak daha büyük sayıları saklamak için birkaç ardışık bayt da kullanılabilmektedir. Bir bilgisayar, sayısal biçimde temsil edilebildiği sürece her türlü bilgiyi hafızasında saklayabilir. Modern bilgisayarlar milyarlarca hatta trilyonlarca bayt belleğe sahiptir.

## BİLGİ KUTUSU

İkili sistem, onluk sayı sistemi gibi çalışan bir sayı sistemidir. Onluk sistemden farklı olarak ikili sistemde sayısal değerleri temsil etmek için yalnızca iki sembol kullanılabilmektedir. Bunlar 0 ve 1'dir. Bu iki rakam dışında başka bir rakam kullanılmadığından ikili sistemde "2"yi yazabilmek için onluk sistemde 10 için olduğu gibi yeni bir basamağa ihtiyaç vardır. O basamak da 2'ler basamağıdır. 2'ler basamağına "1" birler basamağına "0" yazarak oluşturulan sayı çözümlendiğinde "2"nin elde edildiği görülecektir.

$$1_2=1x2^0=1x1=1_{10}$$

$$10_2=(1x2^1)+(0x2^0)=2+0=2_{10}$$

$$101_2=(1x2^2)+(0x2^1)+(1x2^0)=4+0+1=5_{10}$$

İkili kodlamanın nasıl çalıştığını öğrenmenin eğlenceli ve kolay bir yolu, ikili sistemi kullanarak zamanı nasıl gösterilebileceği üzerine çalışmaktır. Bunun için hazırlanan etkinlik kâğıdı, bu konuda bize yardımcı olacaktır.

## İkili Saatler

İkili Saatler Etkinlik Formu 1 öğrencilere dağıtılır. Etkinlik Formu'nun başında öğrencilere ikili bir saatin çalışma prensibi ve nasıl okunacağının anlatıldığı bir bilgi bölümü yer almaktadır. Etkinlikte öğrencilerden verilen ikili saat modellerindeki saatin kaç olduğunun bulunması ve sorulan sorulara cevap verilmesi beklenmektedir.

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin ikili sayma sistemi görevindeki performansı "İkili Saatler Derecelendirme Ölçekleri" formu kullanılarak değerlendirilir. Bu formlara, etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### İKİLİ SAATLER

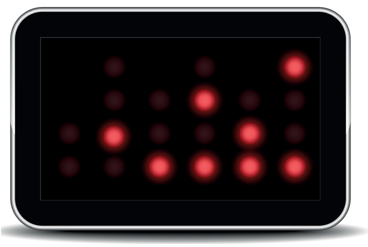
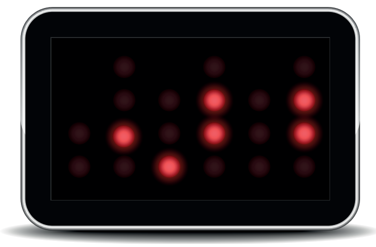
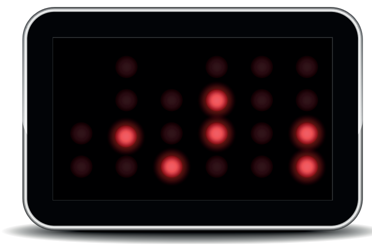
İkili bir saat, aşağıdaki tabloda saat, dakika ve saniye bölümlerinde yer alan sayılara ait lambalardan bazılarının yanması ve yanan lambalardaki sayıların toplanması ile elde edilir.

| Saat | | Dakika | | Saniye | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 8 | | 8 | | 8 |
| | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Herhangi bir zamanda hangi ışığın açık olduğuna bağlı olarak saati, dakikayı ve saniyeyi belirleyebilirsiniz. Aşağıdaki temsilde süre 21 saat, 56 dakika ve 59 saniyedir.

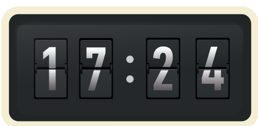
| Saat | | Dakika | | Saniye | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

1. Aşağıda verilen saatlerin gösterdikleri zamanı yazınız.

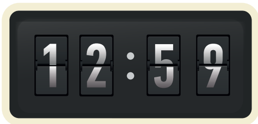
.................................... .................................... ....................................

2. Aşağıda verilen saatleri ikili saat modeli üzerinde işaretleyerek gösteriniz




| Saat | | Dakika | | Saniye | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |


| Saat | | Dakika | | Saniye | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |




| Saat | | Dakika | | Saniye | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

3. İkili saatlerin günümüzde kullanılan dijital ve analog saatler kadar popüler olmaması konusunda ne düşünüyorsunuz? Neden?

4. Bilgisayarlarda neden ikili kod tercih ediliyor olabilir?

5. Bir mühendis olsaydınız ikili sistem yerine farklı neler kullanmayı tercih ederdiniz? Neden?

6. Gelecekte bilişim dünyasında ne tür gelişmelerin olacağını düşünüyorsunuz?

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: BU ETKİNLİK BİR PARADOKS**

**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Paradoks**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Paradoks çeşitlerini ayırt eder.
- ❖ Görsel yanılsama ve paradoks içeren problemleri çözer.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik kâğıtları, keçeli kalemler, fon kâğıtları, cetvel.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Türkçe alanındaki paradokslar ile ilişkilendirilir. Escher resimlerindeki paradokslara yer verilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Etkinliğin amacı, öğrencilerin matematiksel ve sözel paradoks içeren problemleri çözmelerini sağlamaktır. Böylelikle öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerinin de geliştirilmesi hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

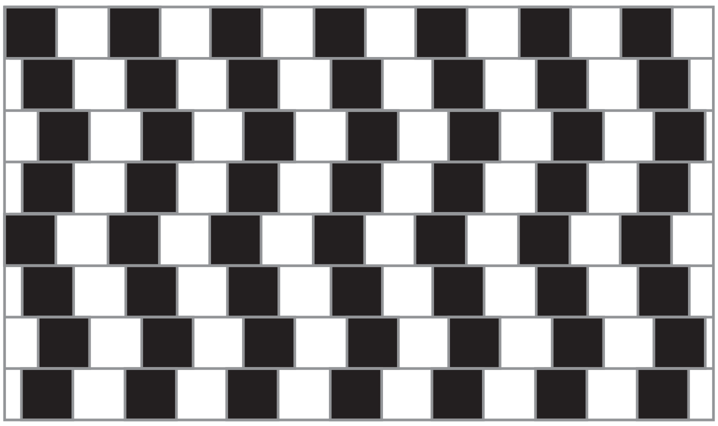
Öğretmen, ders öncesinde Resim 1a, b ve Resim 2a, b şekillerini beyaz bir kartona çizerek resmi renklendirir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen, aşağıdaki sorular ile derse giriş yaparak dikkat çeker ve öğrencilerde merak uyandırır. Cümledeki çelişki sınıfça tartışılır. Bilgi kutusunda berber paradoksundaki ifade okunarak Paradoksun tanımı yapılır.

**SORU:** “Bu cümle yanlıştır.” cümlesinin doğruluğunu tartışınız.

**SORU:** Görseldeki gri çizgiler birbirine paralel midir? Neden?



Resim 1: görsel paradoks örneği

## BİLGİ KUTUSU

**BERBER PARADOKSU:** Yukarıdaki paradoksa benzer olan paradoks çoktur. Örneğin "Köyün birinde bir berber varmış. Bu berber, o köyde kendini tıraş edemeyen herkesi tıraş edermiş, kendini tıraş edenleriyse tıraş etmezmiş. Bu berber kendini tıraş eder mi etmez mi?

***Kendini tıraş etmezse, kendini tıraş etmeyen herkesi tıraş ettiğinden, kendini tıraş etmelidir. Kendini tıraş ederse, kendini tıraş edenleri tıraş etmediğinden, kendini tıraş etmemelidir. Çözüm yukardaki gibidir: Böyle bir berber olamaz.***

- Sınıf 3 veya 4 gruba ayrılır. Grupların yer aldığı her masaya bilgi kutularında bulunan paradoksların yer aldığı çalışma kâğıtları bırakılır. Bu paradoksların başlıkları yazıcıdan çıkarılarak masalara yapıştırılır. Bu başlıklar Yalancı Paradoksu, Avukat Paradoksu, Zenon Paradoksu ve Berry Paradoksudur. Her bir grup sırasıyla masaları gezerek masalarda bulunan paradoksları okuyup aralarında çelişkili durumların ne olduğunu tartışır ve süre bitince diğer masaya geçer. Gruplar çelişkili durumu tartışır ve bir süre sonra diğer masaya geçer.
- Tüm masaları gezen gruplarla yalancı paradoksundaki cümlenin doğruluğu yanlışlığı, Avukat Paradoksundaki avukatın ve öğrencisinin haklılığı, Zenon Paradoksunda hedefe ulaşmanın imkânsız olup olmadığı ve Berry Paradoksunun kendisi ile nasıl çeliştiği üzerinde tartışılır. Paradoksun tanımı yapılır. Eklerdeki görseller öğrenci gruplarına dağıtılır.

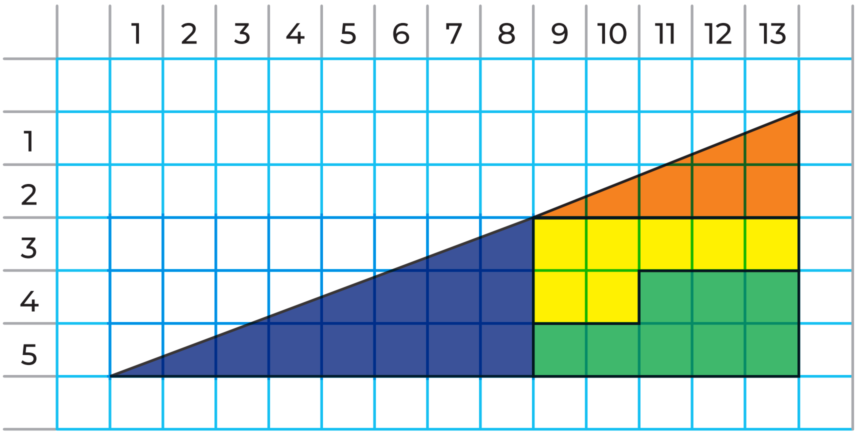
## BİLGİ KUTUSU

**PARADOKS:** İlk bakışta doğru gibi görünen bir ifadenin veya akıl yürütmenin zihinde bir çelişki oluşturması ve zihni çıkmaza sürüklemesi paradoks olarak adlandırılabilir. Paradoksal önermelerde ifadeler doğru veya yanlış olarak hükümlendirilemez. Çünkü böyle bir durumda mantıksal bir çelişki oluşur. Paradoksal ifadeler doğru kabul edildiği zaman yanlış, yanlış kabul edildiği zaman da doğru olmaktadır. Bununla birlikte farklı bakış açılarına göre, sonuçlar da farklılık gösterir (Durhan, 2019). Birbirinden farklı ve çok sayıda paradoks mevcuttur. Paradoks kelimesi özellikle Zeno'nun çıkmazlıkları ve Epimenides'in kendi içinde çelişkili meşhur cümlesi ile örneklendirilmiştir. Bertrand Russell paradoksları kısır döngüler olarak tanımlamıştır ve paradoksal döngü kavramının sadece mantıkta değil, notalarda ve müzik sistemlerinde de ortaya çıkabileceğini belirtmiştir. 1902-1972 yıllarında yaşamış olan M. C. Escher'in çalışmalarında garip döngü kavramının en güzel ve güçlü görsel gerçekliğinin var olduğunu söylemiştir (Durmaz, 2014).

## GÖRSEL YANILSAMALAR

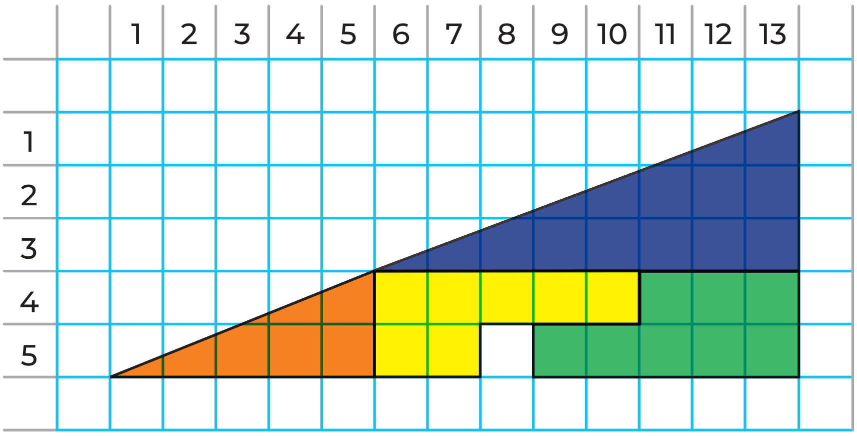
Öğretmen, daha önceden hazırlamış olduğu kartonları sınıfa göstererek aşağıdaki soruları sınıfa yöneltir (veya tahtaya yansıtır).

**SORU:** Aşağıdaki üçgenin alan ölçüsü kaç birim karedir?




Resim 1a: Boşluksuz dik üçgen görseli

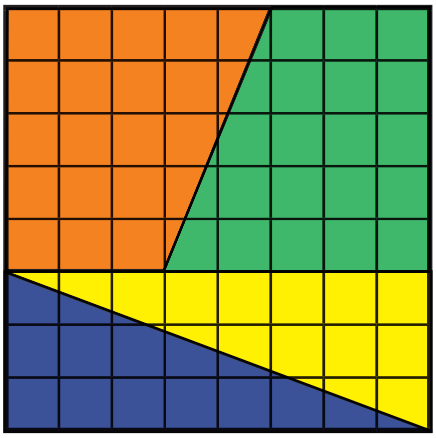
**SORU:** Yukarıdaki parçaların aynısıyla oluşturulan aşağıdaki üçgenin alan ölçüsü kaç birim karedir? Boşluk nasıl/neden oluşmuş olabilir? Sorunun yanıtını kareli kâğıtta resim 1a'daki görselleri oluşturup keserek ve resim 1b'deki gibi birleştirerek yanıtlayınız.



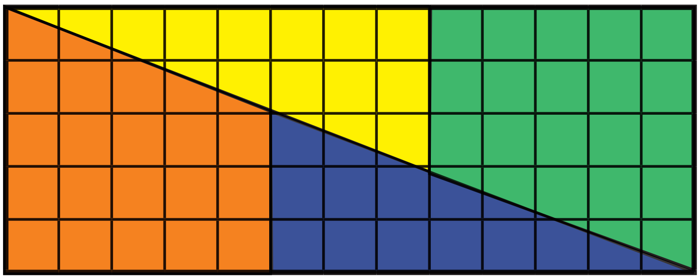

Resim 1b: Boşluklu dik üçgen görseli (Talwalkar, 2013'ten alınmıştır).

Öğrencilerden, Ek 1'deki kareli kâğıda üçgenleri çizmeleri ve maket kartonuna yapıştırarak parçaları kesmeleri ve birleştirmeleri istenir. Öğrencilere, şeklin dik üçgen olmadığı bir göz yanılsaması olduğu keşfettirilir ve ardından eğim konusuna değinilir. Öğrencilere, turuncu ve mavi dik üçgenlerin eğimleri buldurularak matematiksel olarak paradoks açıklanır (Eğimleri eşit olmadığından bu iki dik üçgen eş değildir).

**SORU:** Görseldeki şeklin alan ölçüsü kaç birim karedir?



Resim 2 a: Kare görseli



Resim 2 b. 8x8'lik kareli kâğıdın kesilmesi ve birleştirilmesiyle oluşan dikdörtgen görseli

**SORU:** Aynı parçaların birleştirilmesiyle oluşan görselin alan ölçüsü kaç birim karedir? Görsellerdeki 1 birim kare nereye kaybolmuştur? Sorunun yanıtını kareli kâğıtta resim 2a'daki görselleri oluşturup keserek ve resim 2b'deki gibi birleştirerek yanıtlayınız. (Görseller maketkartonu veya mukavva kartona yapıştırılabilir. Çok büyük boyutlarda çizimi anlaşılırlığını arttıracaktır.)

Öğretmen;

Önce 8x8 büyüklüğündeki bir kare Resim 2a'daki gibi 4 parçaya kesildiğinde birbiriyle eş iki üçgen ile iki dörtgenden oluşan 4 parça oluşur. Bu parçaları Resim 2b'deki gibi birleştirdiğimizde parçalar bir dikdörtgen oluşturur. Fakat *"Bu dikdörtgenin alan ölçüsü karenin alan ölçüsünden 1 birim kare fazladır. Peki böyle bir durum neden ve nasıl olabilir?"* sorusunu yöneltir.

- Öğrencilerden, şekilleri Ek 2'deki kareli kâğıda çizerek Resim 2a'daki gibi boyamaları, kesmeleri ve Resim 2b'deki gibi birleştirip maket kartonuna yapıştırarak kesmeleri istenir.
- Parçalar birleştirildiğinde ortada boşluk oluştuğu öğrencilere fark ettirilir.
- Her bir renkli çokgenin dik kenar uzunluklarının ölçüsü kaç birimdir? Bu sayılar nasıl sayılardır? soruları yönlendirilerek kenarların Fibonacci dizisi sayıları olduğu fark ettirilir.
- "Bu paradoksun 5x5'lik ve 13x13'lük bir dikdörtgende uygulamaları yapılmak istenirse parçalar nasıl çizilmelidir?" sorusu yönlendirilerek öğrencilere araştırma görevi verilir.

- Ek 2 formundaki sınav paradoksu sınıfta tartışılır. Öğrencilerden "Yamyam Paradoksu"nu araştırarak bu soruyu yanıtlamaları istenir.
- Parçalar birleştirildiğinde oluşan şeklin üçgen oluşturmadığı dolayısıyla verilen görselin bir göz yanılsaması olduğu sorularla öğrencilere keşfettirilir.
- Öğrenciler karenin parçaları kesilip birleştirildiğinde ortada bir boşluk oluştuğu ve bu boşluğun alan ölçüsünün de 1 birim kare olduğu sonucuna ulaştırılır.
- Öğrencilere *Çikolata Paradoksu* videosu izletilir.
- Escher'in resimlerindeki görsel yanılsama örneklerinin yer aldığı videolar öğrencilere izletilir.
- Yanlış çıkarımlı paradoks örneği sınıfta tartışılır. Bunları biliyor musunuz ifadesine yer verilir. Düşünme sorusu sınıfa yöneltilerek tartışılır.

## DÜŞÜNME KUTUSU

**2 = 1 MİDİR?**

X=Y

X2=X.Y

X2-Y2=X.Y-Y2

(X-Y).(X+Y)=Y(X-Y)

(X+Y)=Y

2Y=Y

2=1 (Bonc, 1997).

## DÜŞÜNME KUTUSU

Beş doğum günü geçirdiği hâlde 21 yaşında olmak nasıl mümkün olabilir?

## Yanlış Çıkarımlı Paradokslar

Argümanın bir kısmında yapılan hatadan kaynaklanan ve ilginç, kabul edilemeyecek sonuçlar çıkarılabilen bir paradoks çeşidi de yanlış çıkarımlı paradokslardır. Yanlış çıkarımlı paradoks, önermesi ilk bakışta saçma görünen değil aynı zamanda yanlış olan çıkarımlardır.

De Morgan tarafından ortaya konan bir safsata örneği "2=1" gibi yanlış kanıtlama olup şu şekildedir.

- $x = 1$ olsun. İki yanı da x ile çarparak $x^2 = x$ bulunur.
- Her iki taraftan 1 çıkararak ($x^2-1 = x-1$) bulunur.
- Her iki taraf (x-1) ile bölünerek ($x + 1 = 1$) sonucu bulunur.
- İlk adımda $x = 1$ olduğundan $2 = 1$ sonucuna ulaşılır.
- Burada (x-1) ile bölme işleminde safsata vardır.
- Çünkü bu cebirsel ifadenin değeri sıfırdır, hiçbir sayı sıfıra bölünemez.

*Sınav paradoksu sorusu öğrencilere yöneltilir sınıfta tartışılır.*

### BİLGİ KUTUSU

**SINAV PARADOKSU**

Bir felsefe hocası Yamyam Paradoksu'ndan yola çıkarak öğrencilerine, tek soruluk bir sınav sorusu sorar. Kural olarak şu açıklamayı yapar:

***Ben, sınav yaptığım her öğrenciye geçersiz not veririm. Kimine "0" kimine "1" puan veririm. Öğrencilerime öncelikle bir soru sorarım, öğrencim soruyu eğer doğru yanıtlarsa 1 puan, yanlış yanıtlarsa "0" puan vererek onu dersten bırakırım. Kimi "0" puan kimi de "1" puan alıp dersten kalır.***

***Şimdi size bir soru soracağım ama bu sefer ne soracağımı size bırakıyorum. Sorunuzu kendiniz sorun kendiniz cevaplayın.***

Sizce bu öğrenciler dersten kalmaktan kurtulabilir mi? Neden? Hangi soruya hangi cevabı vererek dersten kalmaktan kurtulabilirler?

**Not:** Cevap için yamyam paradoksundan yararlanabilirsiniz.

Soru aşağıdaki şekilde de sorulabilir:

*"Bir felsefe hocası yamyam paradoksundan yola çıkarak öğrencilerine, tek soruluk bir sınav sorusu sorar. Kural olarak şu açıklamayı yapar:*

*Ben, sınav yaptığım her öğrenciye geçersiz not veririm. Kimine '0' kimine '1' puan veririm. Öğrencilerime öncelikle bir soru sorarım, öğrencime soruyu eğer doğru yanıtlarsa '1' puan, yanlış yanıtlarsa '0' puan vererek onu dersten bırakırım."*

*Sınav kâğıdında tek soru olarak şu soruyu yöneltir: "Seni 1 puan vererek mi yoksa 0 puan vererek mi bırakacağım?"*

## CEVAPLAR

### Düşünme Kutusu Cevabı

Eğer artık yılda doğmuşsa ve sadece artık yılda var olan 29 Şubat dört yılda bir olduğu için bu kişinin yirmi bir yılda beş doğum günü geçirmesi mümkün olabilir. Bu şartlar altında bu önerme doğru olur. İlk bakışta mantıksız gibi görünen bu durum, doğrulanabilir bir varsayımla çelişkili olmaktan kurtulmuş olacaktır.

### Sınav Paradoksu Cevabı

**Sorusu:** Seni dersten ''1" puan vererek mi bırakacağım, ''0" puan vererek mi bırakacağım?"

**Cevabı:** 0 puan verip bırakacaksınız.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

**Fatih Sultan Mehmet'in Paradoksu**

İkinci Murad Han, 12 yaşındaki oğluna yani Fatih Sultan Mehmed'e tahtı bırakarak Manisa'ya inzivaya çekilir.12 yaşındaki bir çocuğun tahtta olmasını fırsat bilen Haçlı ordusu 1444 yılında savaş ilan edip Osmanlı topraklarına girerek Varna'ya kadar gelir. Durumun ciddiyetini fark eden Fatih Sultan Mehmed, babasına bir mektup gönderir ve onu tekrar ordunun başına geçmeye davet eder. Ancak İkinci Murad Han, bu daveti reddederek oğluna saltanatın sahibinin artık kendisi olduğunu söyler.

Bunun üzerine Fatih Sultan Mehmed babasına bir ferman göndererek şöyle der:

"Eğer padişah sizseniz, devletimizi müdafaa etmek için geliniz. Eğer padişah ben isem, size emrediyorum, derhal emrime itaat ediniz ve ordumuzun başına geçiniz."

Fermanı alan İkinci Murad Han, derhal Edirne'ye gelip ordunun başına geçerek Haçlıları bozguna uğratır ve yeniden tahta geçer.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Benzer etkinlik literatürde yer alan farklı şekiller için de uygulanabilir veya 8x8'lik karede uygulanan yöntem 13x13, 21x21'lik kareler için de uygulanabilir.

Etkinlikte Zeno'nun Paradoksları, Galileo Paradoksu (Parça Bütün Paradoksu), Hilbert'in Büyük Otel Paradoksu, Maurits Cornelis Escher'in Çizdiği Paradoksal Resimler, Timsah ve Kadın Paradoksu, İstisna Paradoksu, Berry Paradoksu, Yunanlı Avukat Protagoras Paradoksu, Epimenides Paradoksu, Yalancı Paradoksu ve Plato Sokrates Paradoksu gibi paradokslara da yer verilebilir.

Etkinlik ile ilgili "Ek 1 ve Ek 2" eklerine karekodu okutarak ulaşabilirsiniz.

## DEĞERLENDİRME

Etkinliğe ait "Bu Etkinlik Bir Paradoks Dereceleme Ölçeğine" etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz. Öğretmen ve öğrenciler geçirdikleri süreci beraber değerlendirir. Sürecin sonunda öğrencilerin derste ne öğrendiği ne yaptığı değerlendirilir. Süreçte geçirdiği aşamaları raporlaştırırlar. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda portfolyo, rubrik ve performans değerlendirme gibi yöntemler de kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

Bonc, B. (1997). *Matematical Falacies And Paradoxes*. Dover Publications Inc. Newyork.

Durmaz, C. (2014). *Russell paradoksu temelinde 20. yüzyıl mantıksal paradoksları.* Yüksek lisans tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.

Durhan, G. (2019). Bir mantık problemi olarak paradoks. *Mantık Araştırmaları Dergisi.* 1(2), 21-37

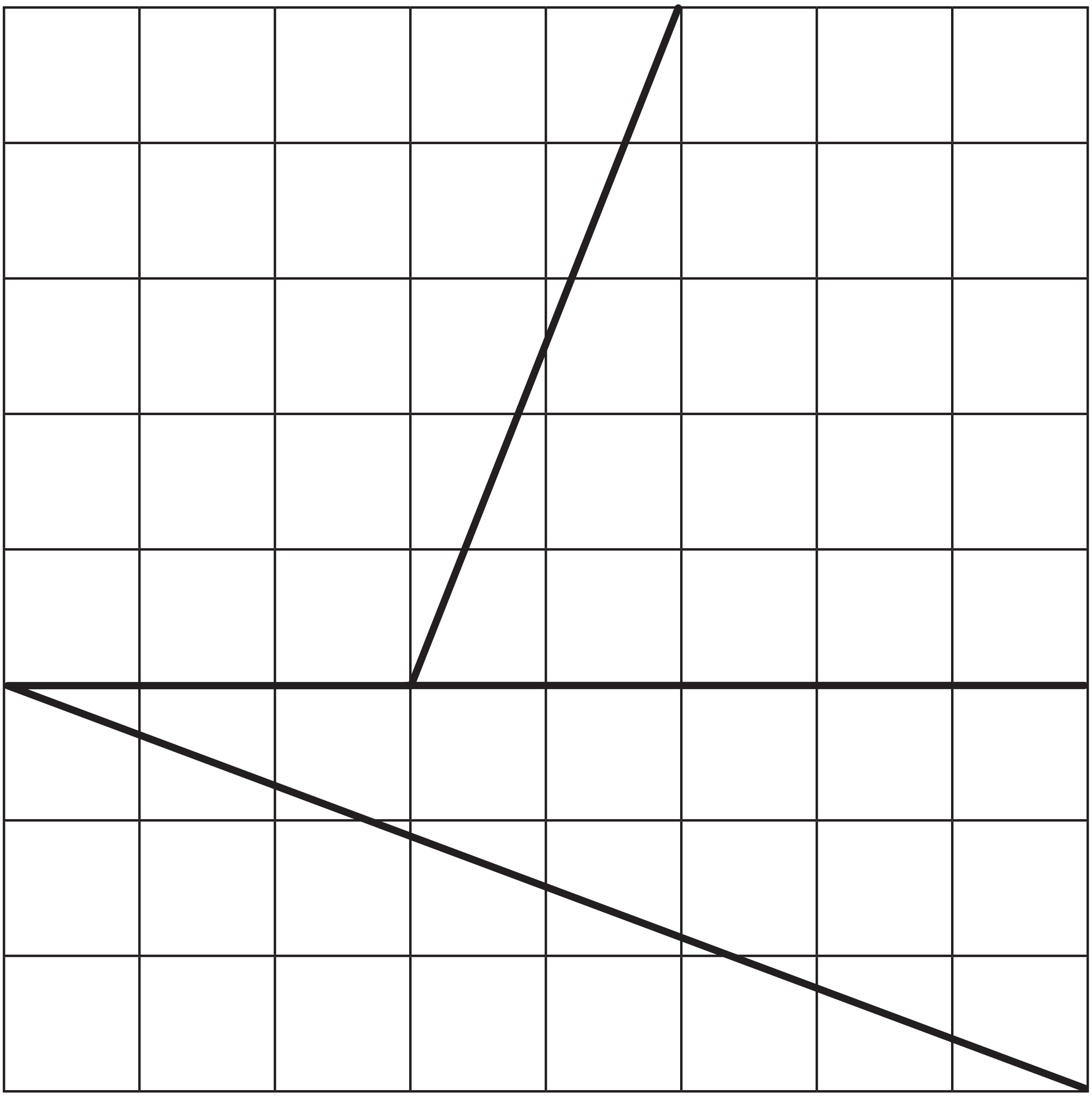
Lines, E. M. (2010). *Bir Sayı Tut.* (Çev. Nermin Arık) TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları.

Nesin, A. (2010). *Matematik ve Doğa.* Nesin Yayıncılık.

Turhan, M. (2011). Anayasa hukukunda "yalancı" alf ross paradoksu. *Çankaya University Journal of Law,* 7(2),143-174.

## ETKİNLİK FORMU - 1

## ETKİNLİK FORMU - 2



## BİLGİ KUTUSU

**1. MASA: YALANCI PARADOKSU (Giritli Paradoksu)**

“Bu cümle yanlıştır” ifadesi bir paradokstur. Çünkü eğer cümle yanlışsa doğru, doğruysa yanlış olmaktadır. Felsefi veya mantıksal paradokslar olarak örneklendirilen paradokslardan biri “Yalancı Paradoksu”dur (Turhan, 2011). Giritli filozof Epimenides’in ortaya koyduğu Yalancı Paradoksu “Giritliler yalancıdır.” önermesinden oluşmaktadır. Bu çelişkili ifade doğru kabul edilirse, cümleyi söyleyen Giritli olan Epimenides’in yalancı olması gerekir ki bu durumda cümle doğru olamaz. Eğer önerme yanlış kabul edilirse, bütün söyledikleriyle birlikte, "Giritliler yalancıdır." önermesinin de yanlış olması gerekmektedir. Yani önerme aynı anda hem doğru hem de yanlış olduğu için kendisiyle çelişkili bir durum ortaya koymaktadır (Durmaz, 2014). Giritliler yalancıdır.” cümlesi, sıradan bir ifade gibi gözükse de bu cümleyi söyleyen kişi Giritli olduğunda cümle bir paradoksu ifade eder.

## BİLGİ KUTUSU

**2. MASA: AVUKAT PARADOKSU**

En eski paradokslardan biri de Avukat paradoksudur. Yunanlı Avukat Protagoras’ın fakir ama yetenekli bir öğrencisi vardır. Protagoras ve öğrencisi Protagoras’ın ona ücretsiz ders vereceği konusunda anlaşmaya varırlar. Ancak anlaşmanın bir şartı vardır. Eğer Protagoras’ın öğrencisi ilk davasını kazanırsa Protagoras’a ders ücretlerini geri verecektir, kazanamazsa aldığı dersler için ücret ödemeyecektir. Bu anlaşmayı kabul eden öğrenci avukat olmayı başarır ancak uzun bir süre geçmesine rağmen herhangi bir dava alamamıştır. Bunun üzerine Avukat Protagoras, eski öğrencisine ders ücretlerini talep etmek üzere dava açar. Genç avukat bu ilk davasında kendini savunmayı üstlenir. Protagoras öğrencisi için; “Eğer davayı kaybederse hukuki tanımdan dolayı kendisine ödeme yapmak zorunda olacağını eğer kazanırsa da öğrencisi ilk davasını kazanmış olacağından ve yaptıkları anlaşma nedeniyle Protagoras’a ödeme yapmak zorunda olacağını düşünür (Durmaz, 2014).

Fakat öğrencisi buna katılmaz? Sizce neden?

## BİLGİ KUTUSU

**3. MASA: ZENON PARADOKSU:**

**Zenon İkiye Bölme Paradoksu**

Diyelim ki Aşil A noktasından ve B noktasına gidecektir. Aşil A'dan B'ye gitmek için önce yolun yarısını gitmelidir. Yolun yarısını gittikten sonra kalan yolun yarısını gitmelidir. Daha sonra kalan yolun yarısını... Bu sonsuza değin devam eder. Diyelim ki A'yla B arasındaki uzaklık 1 metre. Aşil önce 1/2 metre gitmelidir. Gittiğini varsayalım. Geriye 1/2 metre kalır. Şimdi Aşil kalan bu 1/2 metrenin yarısını gitmelidir, yani 1/4 metre daha gitmelidir. Geriye 1/4 metre daha kalır. Aşil kalan 1/4 metrenin yarısını gitmeli, yani 1/8 metre daha gitmelidir. Daha sonra 1/16 metre daha gitmelidir... Aşil sonsuz iş yapamayacağından B noktasına varamaz.

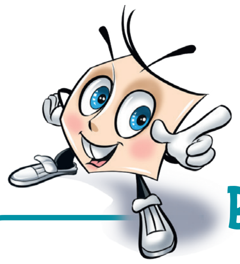
1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/1 6 + 1/32 ... (Nesin, 2010).

## BİLGİ KUTUSU

**4. MASA: OK PARADOKSU**

Zeno'nun paradoksları, mantık, matematik ve metafizikte tartışma konusu olmuştur. Bir nesnenin hareketinin kabulü durumunda, çelişkili veya imkânsız sonuçların ortaya çıkacağını, nesnelerin hareket ettikleri ve değiştikleri gözlemlenebilse bile, onların gerçekte hareket edemez veya değişemez olduklarını ortaya koymuştur. Zeno'nun başka bir paradoksuna göre hareket yoktur, hiçbir şey hareket edemez. Atılan bir ok ele alındığında bizler okun hareket ettiğini sanırız oysa Zeno'na göre ok hareket etmez, ona göre ok her an durmaktadır. Okun zaman içindeki her anda belirli bir konumda olduğunu ve an belirli tek bir nokta ise o anda okun hareket edemeyeceğini buna zamanı olmadığını ileri sürer.

Bu durum, sinema filmlerinde ekranda yürüyen bir insanın, aslında yürümeyen binlerce insan resminin gözümüzün önünden hızla geçmesine benzetilir. Bergson ise bu paradokslara katılmayarak okun bir ve bir tek hareketi olduğunu ve okun aldığı yolu ikiye bölebileceğimizi ancak okun hareketini ikiye bölemeyeceğimizi belirtmiştir (Nesin, 2010).



## BİLGİ KUTUSU

**5. MASA: BERRY PARADOKSU**

19. yüzyılda Oxford Bodleian Kütüphanesi'nde kütüphaneci olan Russell Berry tarafından ortaya konan bu paradoksta ilk betimlenemeyen sayı ifadesi kullanılmıştır. Berry, genel bir tanımlama olarak "Verilen Belirli Sayıdaki Kelimeyle Tanımlanamayan En Küçük Tamsayı" ifadesini kullanmıştır.

Bu paradoks şöyledir:

***"Yirmiden Az Heceyle Betimlenemeyen En Küçük Tamsayı".***

Bu önermenin kendisi on dokuz hecelik bir betimleme olduğundan, yirmiden az heceyle betimlenmiştir ve anlamsal açıdan bakıldığında bir paradokstur (Russell, 2000; Akt. Durmaz, 2014).

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: KESTİRME YOLLAR**

**MODÜL/KONU:** **Cebirler ve Sayılar Teorisi/Problem Çözme**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Verilen bir probleme yönelik çözüm önerisi getirir.
- ❖ Bir problemin çözümü için geliştirilen algoritmaları inceler.
- ❖ Verilen bir probleme yönelik uygun algoritma geliştirir.
- ❖ Geliştirilen algoritmayı blok kodlama programlarında uygular.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Renkli kâğıtlar, renkli keçeli kalemler, etkinlik formları, tebeşir, kronometre, maket kartonu.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Problem çözme basamakları ile algoritmanın bilişim teknolojilerindeki yerine değinilir. Öğrencilere buldukları çözümün kodlanması görevi verilerek onlardan etkinliği bilişim teknolojisiyle ilişkilendirmeleri istenir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikle öğrencilerin, graf (çizge) teorisi ile ilgili bir probleme algoritma geliştirerek çözüm getirmeleri ve geliştirdikleri algoritmayı kodlamaları amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin grupla çalışma, problem çözme ve yaratıcı düşünme becerilerinin de geliştirilmesi hedeflenmiştir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Okul bahçesine veya koridora iki adet Etkinlik Formu 1'deki Hamilton turu yolu çizilir. Köşe noktalarına bayrakları temsilen her biri farklı renkte olan karton kâğıtlar yerleştirilir. Temsili bir ödül kupası maket kartonundan kesilerek boyanır. Etkinlik Formu 2'deki graf ise başka bir alana 2 adet olacak şekilde çizilir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen, aşağıdaki soru ile etkinliğe giriş yapar;

Ambulans, itfaiye ve polis araçlarının acil durumlarda ihtiyaç duyulan noktalara en kısa sürede varmalarını sağlamak üzere optimum (en elverişli, en iyi) kararların alınmasında ve en uygun yolun seçilmesinde kullanılabilecek ne gibi programlar olabilir? Günlük yaşamınızda daha önce bu tür uygulamalara hiç rastladınız mı?

Optimum güzergâh tespiti, navigasyon programları ve elektrik hatlarında çıkan arızalarda adresin belirlenmesi gibi pek çok durumda ağ analizlerinden yararlanıldığına değinilir.

Sınıf iki veya üç gruba ayrılır. Etkinlik Formu 1 dağıtılır. Öğrencilere "MATESİS Potter Bayrak Yarışı" adlı senaryo okunur. Gruplardan senaryoya uygun olacak şekilde izlenmesi gereken yola ait çözümü renkli kalemle çizmeleri istenir.

Algoritma kavramı örneklerle hatırlatılır. Grup üyeleri masalara daire şeklinde yerleşir.

Etkinlik Formu 2 gruplara dağıtılır.

Grup üyelerinden sırasıyla, formda verilen şekil üzerindeki bir noktadan başlayıp her noktadan ve kenardan sadece bir kere geçerek yine başlangıç noktasına dönecekleri bir tura ait çizim oluşturmaları istenir.

Her öğrenciden, çizimlerini temsil eden kodlama algoritmasını sırayla kâğıda yazmaları istenir. Grup üyelerinden biri etkinliğe başlar. Her üye sadece bir kod cümlesi yazdıktan sonra (sağa 2 birim ilerle, saat yönünde 90º dön vb.) kâğıdı yanındaki arkadaşına verecektir.

Sırası gelen öğrencinin bir önceki kodu düzeltme hakkı vardır.

Kodlar tamamlanana kadar bu süreç devam eder. Tüm komutlar bittiğinde grupça değerlendirme yapılarak komutlara son hâli verilir. Sonuçlar öğretmen rehberliğinde sınıfça tartışılır (İsteğe göre kodlama programında yapılan kodlamaların doğruluğu sınanabilir). Yazılan kodlar blok kodlama programında kodlanarak uygulanır.

Ankara metrosu sorusu gruplara çözdürülerek elde edilen sonuçlar tartışılır. Öğrencilerden, farklı illerdeki şehirlerin metro haritalarını çıkararak soru yazmaları istenir.

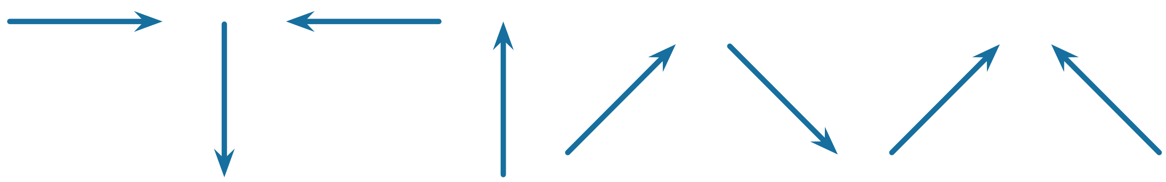
Etkinlik 3 formu dağıtılarak probleme çözüm önerileri geliştirmeleri istenir. Senaryoya göre olası tüm yollar öğrencilere hesaplatılarak öğrencilerin en kısa yolu bulmaları sağlanır.

İncelenen turların "Hamilton Turu" olarak adlandırıldıkları söylenir ve öğrencilere Hamilton turu hakkında bilgi verilir. "Gezgin Satıcı" problemi hakkında öğrencilerden araştırma yapmaları istenir. İlgili problem sınıfta tartışılır.

Etkinlik sonunda Hamilton turu ve Gezgin satıcı problemi hakkında bilgi verildikten sonra öğrencilere Hamilton'un Icosian Matematik Oyunu videosu izletilir.

Hamilton'un Icosian Matematik Oyunu çivilerle öğrencilere yaptırılarak oyun öğrencilere oynatılır.

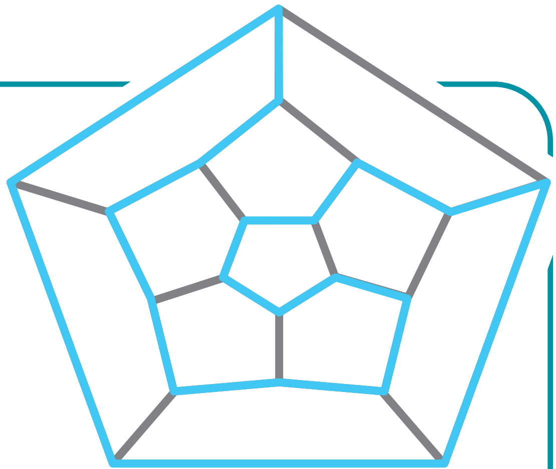
*NOT: Sınıf seviyesine göre komutlar Şekil 2'deki gibi basitleştirilerek verilen oklar gibi de gösterilebilir.*



Şekil 2. Kare kare içinde alternatif görsel komutları

## BİLGİ KUTUSU

Bir çizge üzerindeki her köşe noktasından ve her yoldan sadece bir kez geçerek başlanılan noktada biten tura Hamilton Turu denir. Bu tur 19. yüzyılda yaşamış olan matematikçi William Hamilton'ın adıyla anılır (Sural, 2003).

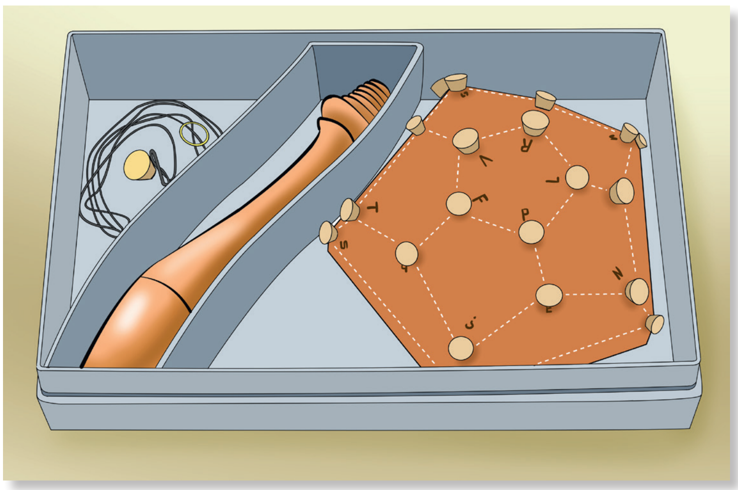


Şekil 3. Hamilton Döngüsü

## BİLGİ KUTUSU

**Gezgin Satıcı Problemi**

Zor problemleri daha anlaşılır bir hâle getirme noktasında araç olarak yararlanılan graf teori, teorik veya uygulamalı olarak pek çok problemin incelenmesinde ve çözümünde kullanılmaktadır. Böylece karmaşık yapılar ve ifadeler, graf yöntemleri kullanarak kolay bir şekilde çözülebilmektedir (Akgüneş, 2013).



Gezgin satıcı problemi, bir satıcının bulunduğu şehirden başlayarak her bir şehre bir kez uğradıktan sonra en kısa yoldan tekrar başladığı noktaya geri dönmesi koşulunun gerçekleşmesini isteyen bir problemdir. Bu problemde herhangi iki şehir arasında sadece bir yol olduğu ve o yolların uzunluklarının bilindiği varsayılır. Okunduğu zaman anlaşılması kolay ama çözümü zor olan bu problem çizge kuramı yardımıyla çözüldüğünde en kısa Hamilton turuna ulaşılabilmektedir (Sural, 2003).

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

### Kestirme Yollar Oyunu

- Kestirme Yollar etkinliği, oyunlaştırılarak açık alanda yapılabileceği gibi kare dışında farklı bir şekil/çizim üzerinden de gerçekleştirilebilir. Açık alan uygulamasında; iki sıranın üzerine Şekil 2'deki kare çizimi ve kodlama kâğıdı konur. Öğrenciler, sıraların karşısında 2 grup hâlinde sıra olurlar. Etkinlikte çözümlerini yaptıkları graf çizimleriyle birlikte öğrenciler, ders öncesinde zemine yapılan çizimlerin yanına getirilir. Her gruptan bir kişi tur koşucusu, bir kişi yönlendirici, karşı gruptan bir kişi kural kontrolcüsü ve bir kişi de süre tutucu olarak seçilir. Komut verici, tur koşucusu arkadaşını etkinlik formlarındaki çözümlere uygun olan komutlarla yönlendirerek turu tamamlatırken karşı gruptan seçilen kural kontrolcüsü de yarışmacının turu tamamlarken kurallara uyup uymadığını tespit eder. Süre tutucu ise süreyi tutar. Komut vericinin uygun komutlarıyla en kısa sürede turu tamamlayan grup puan kazanır. Gruplar oyun sonunda temsili kupa ile ödüllendirilir.
- Dijkstra'nın algoritması konusu işlenebilir.
- Sihirli kare oluşturma yöntemleri ve kuralları ile ilgili uygulamalara yer verilebilir.
- Halkalı deniz yılanı ve muz obur fil gibi problemlere yer verilebilir.

Ek etkinlik olarak aşağıdaki örnekteki veya benzeri bir matematiksel modelleme uygulaması yapılabilir.

### Matematiksel Modelleme

- Fao-Birleşmiş Milletler Gıda ve Tarım Örgütü'nün tahminine göre 2005-2020 yılları arasını kapsayan süreçte dünyada kâğıt tüketimi %3 oranında artacaktır (Sakarya, 2011). Yapılan bir çalışmaya göre 2017 yılında Türkiye'de kâğıt ve karton tüketimi kişi başına 59 kg'dır. Kâğıt tüketiminin çevresel etkisi önemlidir. Kullanılan kâğıtların çoğu geri dönüştürülebilir olsa da yaklaşık yarısı çöplükte birikmektedir.

**PROBLEM**

Bilim Sanat Merkezinizde 1 yıllık kâğıt (A4 kâğıdı) ihtiyacını sağlamak için kaç ağaç gerektiğini tahmin ediniz. Bu tahminin gerçeğe en yakın olmasını sağlamak için ağaç sayısını bulacak bir formül geliştiriniz.

**Matematiksel Modelleme Görevi**

- Sınıf 3 kişilik gruplara ayrılır.
- Formülü (Modeli) oluşturmak için öğrencilerden ihtiyaç duyacakları verilerin bir listesini yapmaları istenir.
- Gruplara süre verilerek oluşturdukları veri listelerini kendi aralarında tartışmaları istenir.
- Sonuçlar gruplar arasında tartışılır.
- İhtiyaç duyulan veri listesi öğrenci grupları tarafından araştırılır.

**Not:**

Örneğin 1 günde, 1 haftada, 1 ayda (çalışmada verilecek süre durumuna göre) BİLSEM'de harcanan kâğıt sayısı bilgisi için okulun idarecileri ve öğretmenleri ile görüşme gerçekleştirme; 1 A4 kâğıdının ağırlığını bulma; kâğıt hamuru için kullanılan bir ağaçtan elde edilen ortalama kâğıdın ağırlığı (Belirli bir kâğıt üretmek için gereken ağaç sayısı) gibi.

**Problem Çözümü İçin İpucu**

- Öğrenciler, Bilim Sanat Merkezinin günlük, haftalık, aylık ortalama A4 kâğıdı tüketimi için tablo tutar.
- Aylık veri veya haftalık veri kullanılarak yılda yaklaşık olarak ne kadar kâğıt tüketildiğine yönelik hesaplama yapar.
- Yıllık tüketilen kâğıt miktarı kg'a çevrilir.
- Araştırma sonucunda 1 ton kâğıt için yaklaşık kaç yetişkin ağacın kesilmesi gerektiği bulunur.
- Orantı kurularak bir yılda kesilen ağaç miktarı tahmini olarak hesaplanır.
- Bu orantıdan yararlanılarak genel formül öğrenciler tarafından oluşturulur.
- Formülle ilgili algoritma geliştirerek öğrencilerin modeli blok kodlama programında uygulamaları istenebilir.

**Genel Formül:** *Harcanan Kâğıt (kg) x Süreç (Yıl, Ay, Hafta) x (1 ton için gereken ağaç sayısı)/1 ton (1000 kg)*

Öğrenciler, genel formüle ulaştıktan sonra problem genişletilebilir. Türkiye geneli Bilim ve Sanat Merkezlerinde harcanan kâğıt miktarı (A4 kâğıdı) için gereken ağaç sayısı tahmin edilebilir.

Belirli sayıda kâğıt kaç gün yeter vb. sorularla problem genişletilerek grafikler oluşturulabilir. Öğrenciler ile Bilim ve Sanat Merkezinde ağaç kesiminin azaltılması için geri dönüşüm konusunda çalışmalar başlatılabilir. Geri dönüşümün ülke ekonomisine ve doğaya olan faydaları konusunda çalışmalar yürütülebilir.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait *"Kestirme Yollar Öz Değerlendirme Formu"*na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz. Öğretmen ve öğrenciler, geçirdikleri süreci beraber değerlendirir. Sürecin sonunda öğrencilerin derste ne öğrendikleri ve ne yaptıkları değerlendirilir. Değerlendirme aşamasında aynı zamanda rubrik ve performans değerlendirme gibi araçlar da kullanılabilir.

## KAYNAKLAR


Akgüneş, G. (2013). *Graf parametreleri ve cebirsel yapılara grafsal yaklaşımlar*. (Doktora tezi), Selçuk Üniversitesi.

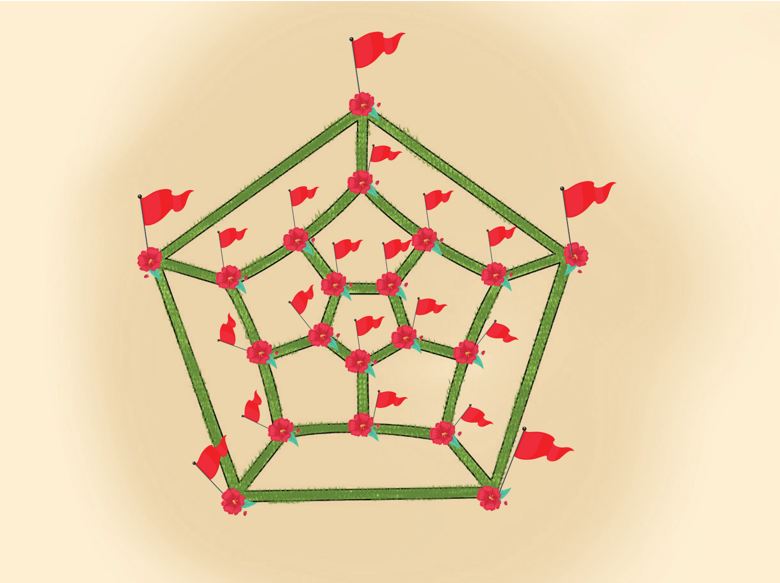
Bayrak H., Bayrak C. ve Güvendikler M. H., (2020). *Doğu Marmara Kâğıt Sektör Raporu.* Marmara Kalkınma Ajansı Yayın no: SAR-KR-009

Sakarya, S. (2001). *Kâğıt Sanayi Değerlendirme Raporu.* Orta Anadolu İhracatçı Birlikleri Genel Sekreterliği.

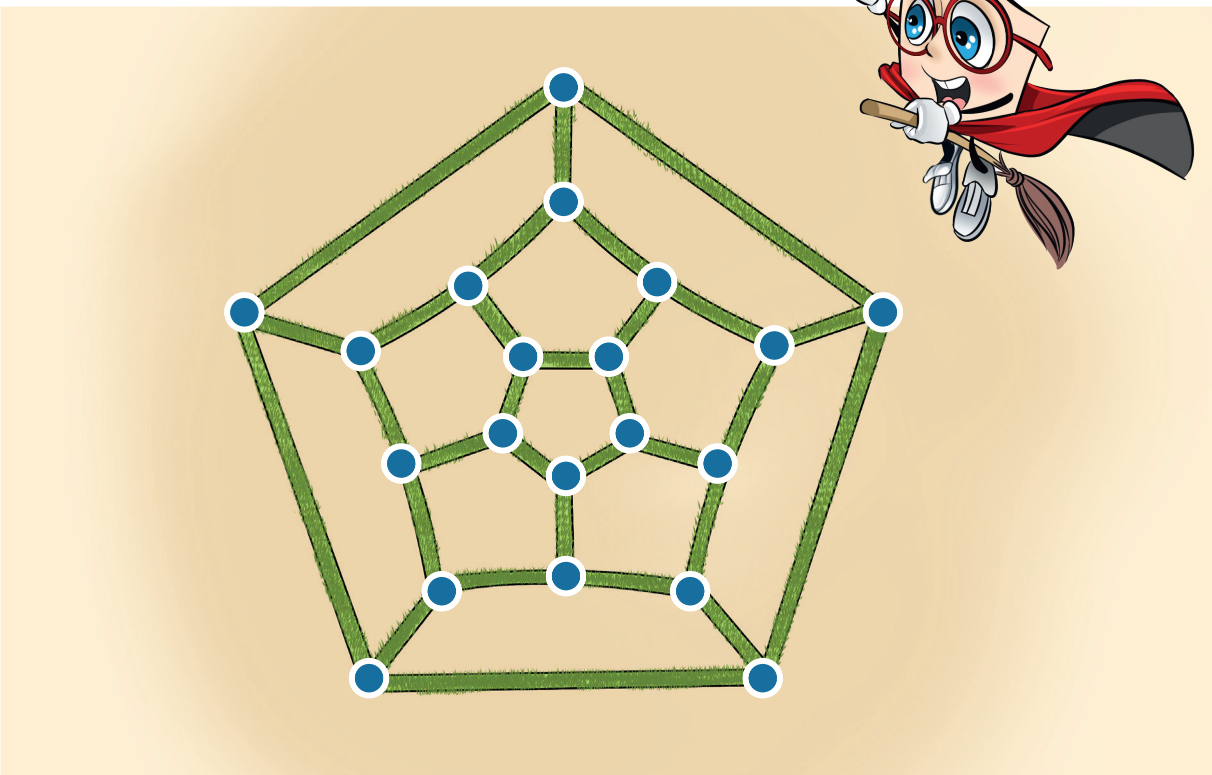
Sural, H. (2003). Gezgin Satıcı Problemi. *Matematik Dünyası,* 12 (3), 37-40.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### MATESİS POTER BAYRAK YARIŞI



Altın kupa ödüllü bir oyunda çim setlerden oluşturulmuş dış sınırları beşgen şeklindeki bir labirentte her bir köşeye birer bayrak konulmuştur. Köşedeki bayraklar alınır alınmaz bayrağın olduğu noktadaki zehirli bir çiçek zehrini salgılamakta ayrıca zehirli bitkilerin olduğu yollardan bir kez geçildikten sonra bu bitkiler zehir salgılamaya başlamaktadır. Bu nedenle daha önce geçilen yoldan bir kez daha geçmek mümkün değildir. MATESİS POTTER'ın köşelerdeki bayrakları toplayıp başlangıç noktasına ulaşması gerekmektedir. Ona bu görevi tamamlamasında izleyebileceği yol için yardımcı olabilir misiniz?

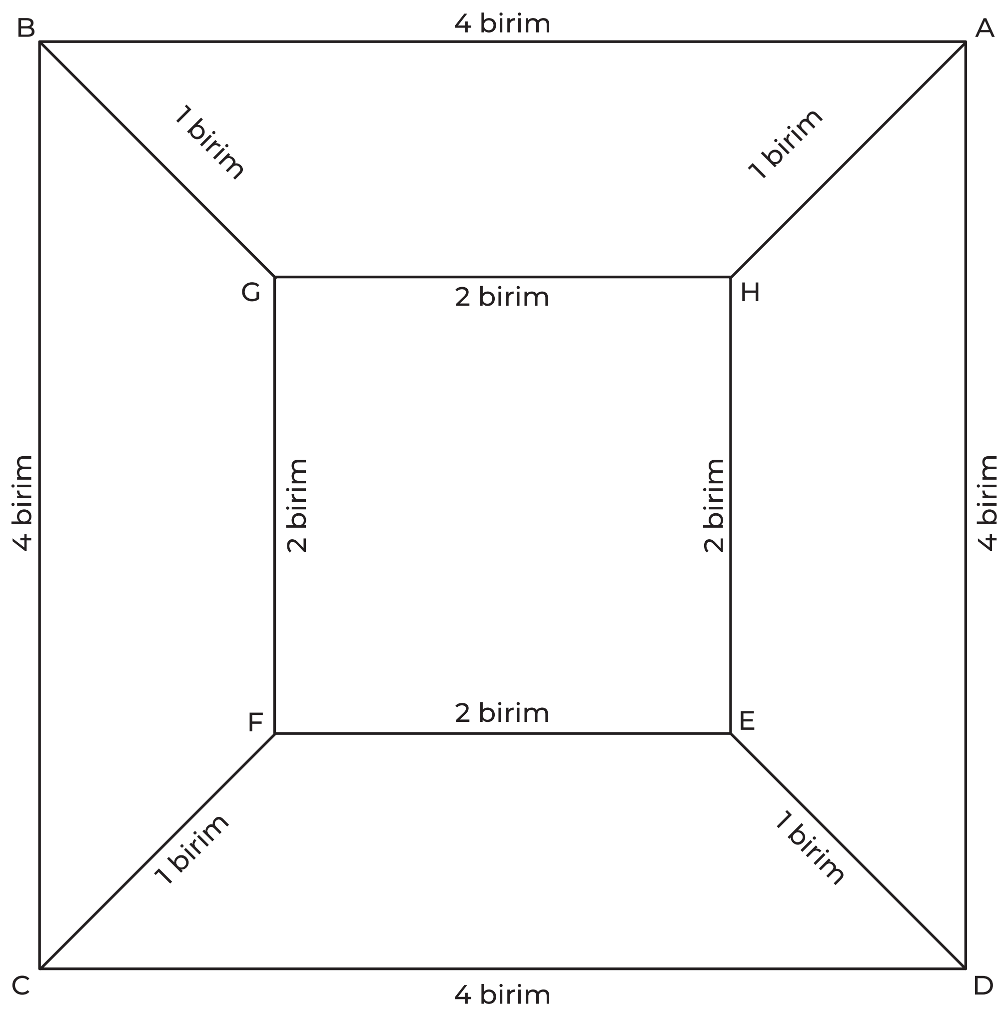


## ETKİNLİK FORMU - 2

### KARE KARE İÇİNDE

Sevgili öğrenciler, aşağıdaki şeklin herhangi bir noktasından başlayarak elinizi kaldırmadan ve aynı kenar ve köşeden birden fazla geçmeden tekrar aynı noktaya ulaşacak şekilde nasıl tamamlanacağının çözümü zihninizde planlayınız.

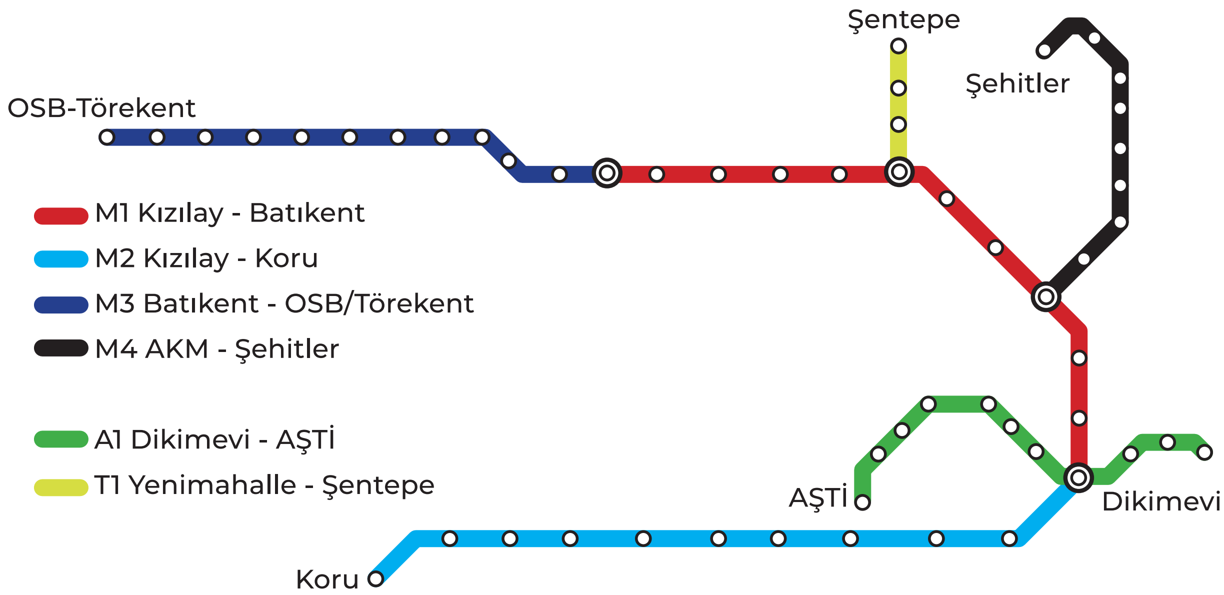
Grup üyeleri olarak sırasıyla, formda verilen şekil üzerindeki bir noktadan başlayıp her noktadan ve kenardan sadece bir kere geçerek yine başlangıç noktasına dönülecek bir tura ait çizim oluşturmak üzere sırasıyla çizimleri temsil eden kodlama algoritmasını kâğıda yazınız. Seçtiğiniz bir grup üyesi etkinliğe başlasın ve her üye sadece bir kod cümlesi yazdıktan sonra (sağa 2 birim ilerle, saat yönünde 90° dön vb.) kâğıdı yanındaki arkadaşına versin. Sırası gelen öğrencinin bir önceki kodu düzeltme hakkı vardır.



## DÜŞÜNME KUTUSU

**ANKARA METROSU**

Aşağıda Ankara metrosunun çizimi verilmiştir. Her durak arası mesafe eşit birimlerdeki uzaklıklarla belirtilmiştir. Buna göre OSB-Törekent'ten yola çıkan biri tüm istasyonlara uğramak istediğinde en az kaç birim yol alması gerekir? En kısa mesafede yol aldığında en son hangi istasyona uğrar?




**Olası güzergâhlar ve yol uzunlukları:**

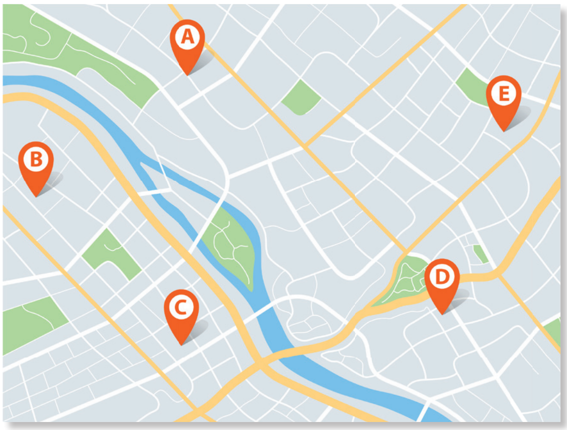
Eğer Hamilton turuna benzer bir metro ağı oluşturmak isteseydiniz bu ağ nasıl olurdu? İstasyonlar arası kaç durak koyardınız? Sizler de kendi metro haritalarınızı çizerek çiziminize uygun bir soru yazınız.

........................................................................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................................................................

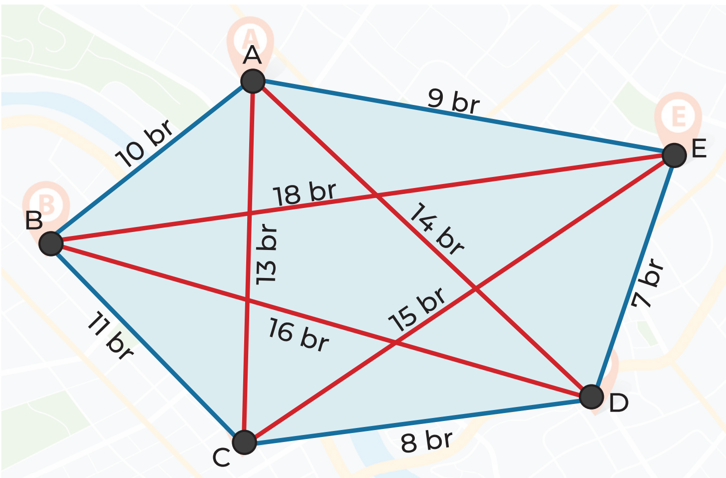
## ETKİNLİK FORMU - 3

### BİLSEMLER ARASI SEYAHAT




Bir bölgedeki BİLSEM'de öğretmen olan Duygu o bölgedeki tüm BİLSEM'leri gezerek tekrar kendi iline geri dönecektir. Bunun için her şehirden ve yoldan sadece bir kez geçerek bulunduğu şehre geri dönecek olan Duygu öğretmen olası en kısa yolu seçerek kendine güzergâh belirleyecektir.

Aşağıdaki şekilde köşe noktaları şehirleri, kenarlar ise yolları temsil etmektedir. Tablo 1'de her şehir arasındaki (düğüm) uzaklıklar verilmiştir. Buna göre bu koşulu sağlayan güzergâhları çizip Duygu öğretmenin geçtiği noktaları sırasıyla yazarak aldığı yolların uzunluklarını hesaplayınız. Duygu öğretmen en kısa ve en uzun güzergâhlarda sırasıyla hangi noktalardan geçer? Bu uzunluklar kaçar birimdir? Çözümlere ilişkin algoritmaları oluşturunuz.




| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | - | 10 br | 13 br | 14 br | 9 br |
| **B** | 10 br | - | 11 br | 16 br | 18 br |
| **C** | 13 br | 11 br | - | 8 br | 15 br |
| **D** | 14br | 16br | 8 br | - | 7 br |
| **E** | 9 br | 18 br | 15 br | 7 br | - |

## ETKİNLİK FORMU CEVAPLARI

### KARE KARE İÇİNDE

Örneğin A noktasından başladığında

Sola 4 birim ilerle

Saat yönünün tersinde 90° dön aşağı 4 birim ilerle,

Saat yönünün tersinde 90° dön sola 4 birim ilerle

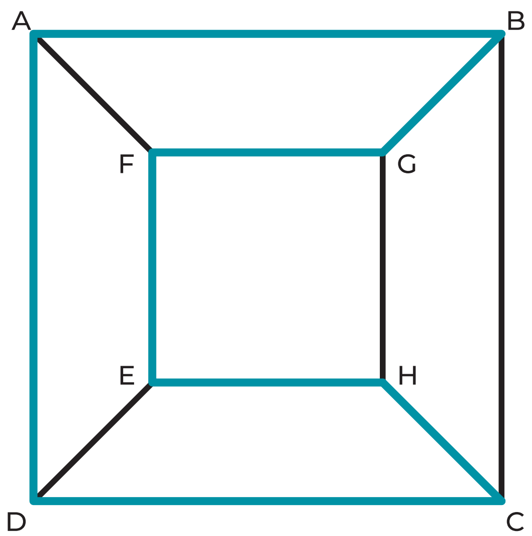
Saat yönünün tersinde 135° dön 1 birim ilerle

Saat yönünün tersinde 45° dön 2 birim ilerle

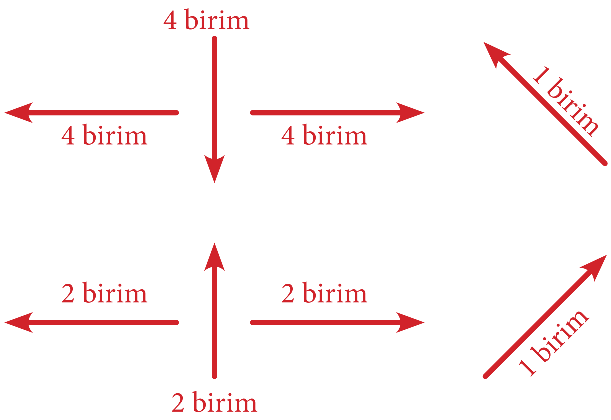
Saat yönünde 90° dön 2birim ilerle

Saat yönünde 90° dön 2 birim ilerle

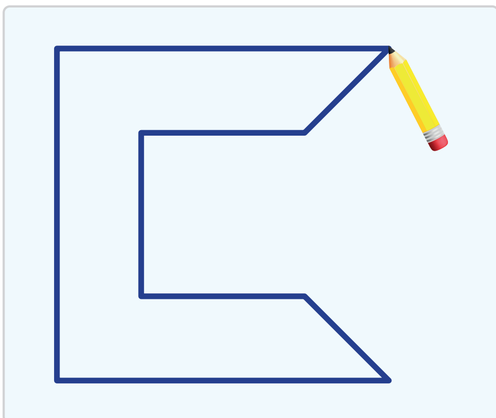
Saat yönünde 45° dön 1 birim ilerle



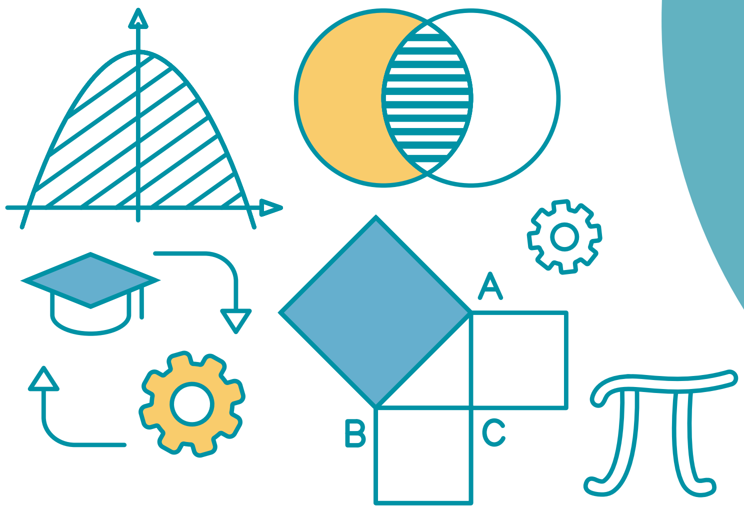

**Oklarla yapılması beklenen çözüm:**

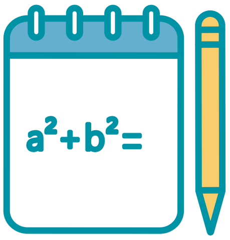


```
tıklandığında
x: 48 y: 48 konumuna git
tümünü sil
kalem kalınlığını 5 yap
3 defa tekrarla
    1 defa tekrarla
        kalemi bastır
        -200 adım git
        kalemi kaldır
    90 derece dön
45 derece dön
1 defa tekrarla
    kalemi bastır
    -75 adım git
    kalemi kaldır
45 derece dön
3 defa tekrarla
    1 defa tekrarla
        kalemi bastır
        -100 adım git
        kalemi kaldır
    90 derece dön
135 derece dön
1 defa tekrarla
    kalemi bastır
    -7 adım git
    kalemi kaldır
```

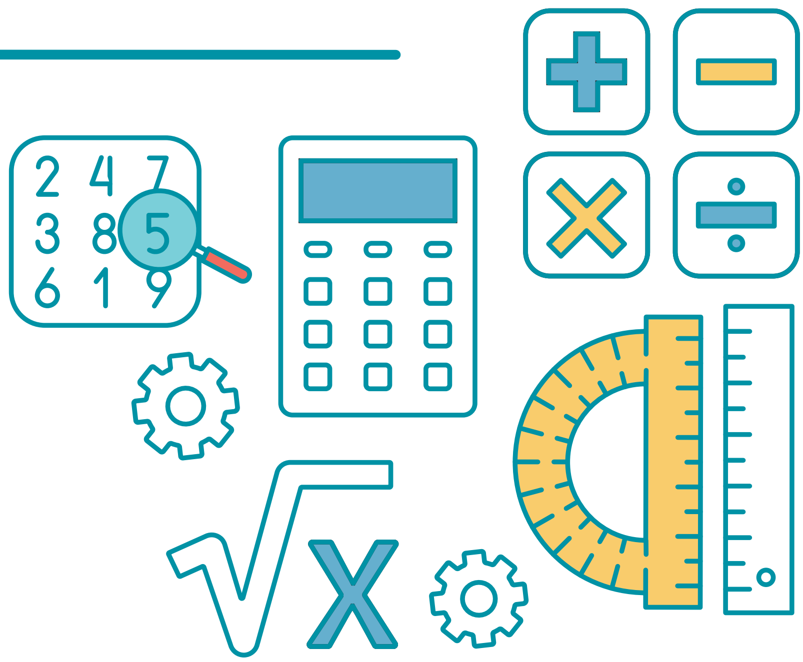


BİREYSEL YETENEKLERİ FARK ETTİRME PROGRAMI




# GEOMETRİ VE ÖLÇME



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: KAÇ ÜÇGEN VAR?**
**MODÜL/KONU:** **Cebir ve Sayılar Teorisi/Problem Çözme ve Algoritmalar**
**KAZANIMLAR:**

- ❖ Geliştirdiği algoritmaya uygun akış şeması çizer.
- ❖ Geliştirilen algoritmayı blok kodlama programlarında uygular.

**SÜRE:** 4 ders saati
**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik kâğıdı, bilgisayar, blok kodlama uygulaması.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlik, bilişim alanında yapılan algoritma yazımı ve uygulamaları ile ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin verilen bir problemi doğru algoritmayı kullanarak çözmeleridir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Bu etkinlikte kullanılacak blok kodlama programı ile öğrencilerin ilgili kodlama programına ilişkin temel düzeyde kullanım bilgisine sahip olmaları beklenmektedir.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

- Öğretmen, “Bilgisayarlar insanların çözemediği hangi problemleri çözebilir? İnsan beyni ile bilgisayar arasında benzer yönler ve farklılıklar nelerdir?” sorularını sorarak derse giriş yapar. Öğretmen günümüzde kullanılan konuşma asistanları, yüz tanıma sistemleri, internet aramalarına göre kişiye sunulan içerikler, navigasyon programları ile en kısa yol önerileri gibi örnekler verir ve öğrencilerden “yapay zekâ denince akıllarına neler geldiğini açıklamalarını ister.
- Öğretmen, öğrencilere günlük hayatlarında bir problem ile karşılaştıklarında çözüm için hangi aşamalardan geçtiklerini sorar. Örneğin onlara “Trafik lambasının olmadığı bir yolda, yayaların karşıdan karşıya geçme problemini nasıl çözersiniz? Ne gibi önerileriniz olur?” diye sorar.
- Öğretmen, öğrencilerden gelen cevaplar doğrultusunda aşağıdaki eklemeleri yapar. “Yolun soluna bakarız. Araba geliyorsa bekleriz. Araba gelmiyorsa yolun sağına bakarız. Sağ taraftan araba geliyorsa bekleriz.

Gelmiyorsa yolun karşısına geçeriz."

- Ardından matematiksel bir problemin tanımından ve problem çözme basamaklarından bahsedilir.

## Problem Nedir?

Bir kişinin belirli bir amaca varmak maksadıyla topladığı gücün karşısına dikilen engele problem denir (Aksoy, 2006). Farklı aşamaların ele alındığı çalışmalar olsa da problem çözme basamaklarının genel olarak şu şekilde açıklanabileceğini belirtir:

## Problem Çözme Basamakları

- Problemi tanımlama
- Veri toplama, verileri sunma ve görselleştirme
- Çözümü planlama, seçme ve genelleme
- Çözümü uygulama
- Çözümü değerlendirme ve iyileştirme için geliştirme (Kalelioğlu vd., 2016).

- Öğrencilere algoritma tanımı ve algoritma akış şeması hakkında bilgi verilir.

## Algoritma Nedir?

Air problemi çözmek için takip edilecek sıralı ve sonlu sayıda işlem adımlarından oluşan çözüm yoludur (Küçükkoç, 2020). Yani bir görevin veya işin nasıl yerine getirileceğine yönelik aşamaların sıralı olarak sunulmasıdır.

## Algoritmaların Taşıması Gereken Özellikler

- Algoritmalar açık ve net olmalıdır.
- Algoritmalar yürütülebilir olmalıdır.
- Algoritmaların bir başlangıcı ve bitişi olmalıdır.
- Algoritmalar sonlu sayıda adımdan oluşmalıdır.
- Adımların hangi sırada gerçekleştirileceği net bir şekilde belirtilmelidir.
- Algoritmalarda büyük ve karmaşık olan işlemler daha küçük ve basit adımlara bölünmelidir.

- Öğretmen, öğrencilerden bir yayanın karşıdan karşıya geçmeye çalışırken yapması gerekenlere ilişkin bir algoritma yazmalarını ister.

Başla

Yolun soluna bak.

Araba geliyor mu?

Eğer araba geliyorsa bekle.

Eğer araba gelmiyorsa yolun sağına bak.

Araba geliyor mu?

Eğer araba geliyorsa bekle.

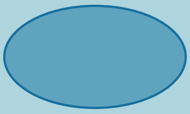
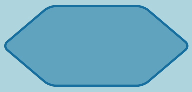
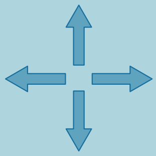
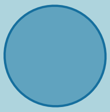
Eğer araba gelmiyorsa yolun karşısına geç.

Dur.

## Algoritmaların Akış Şeması

Algoritmaların, görsel sembollerle ifade edilme biçimine akış şeması veya akış diyagramı denir. İngilizce "flowchart" olarak da adlandırılmaktadır. Akış şemaları problemin çözümünün daha iyi anlaşılması ve aktarılması için yapılan bir gösterimdir. Akış şemaları sıralı yapılan işler için hazırlanan planlarda ve bilgisayar programlarında sıkça kullanılır.

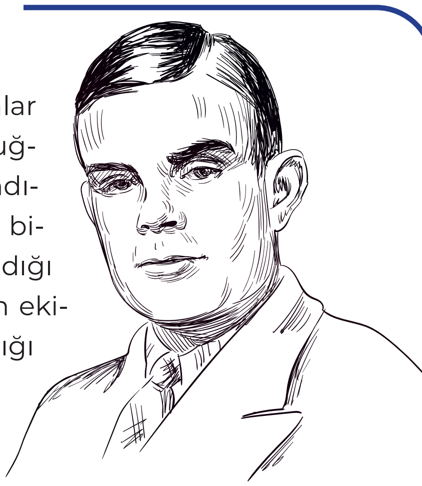
### Akış Şemasında Kullanılan Semboller ve Anlamları

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | Başla veya dur |  | Döngü |
|  | Giriş veya çıkış değerleri |  | Yön |
|  | Hesaplama veya değişkene değer aktarma |  | Yazdır |
|  | Karar verme veya karşılaştırma durumu |  | Bağlan |

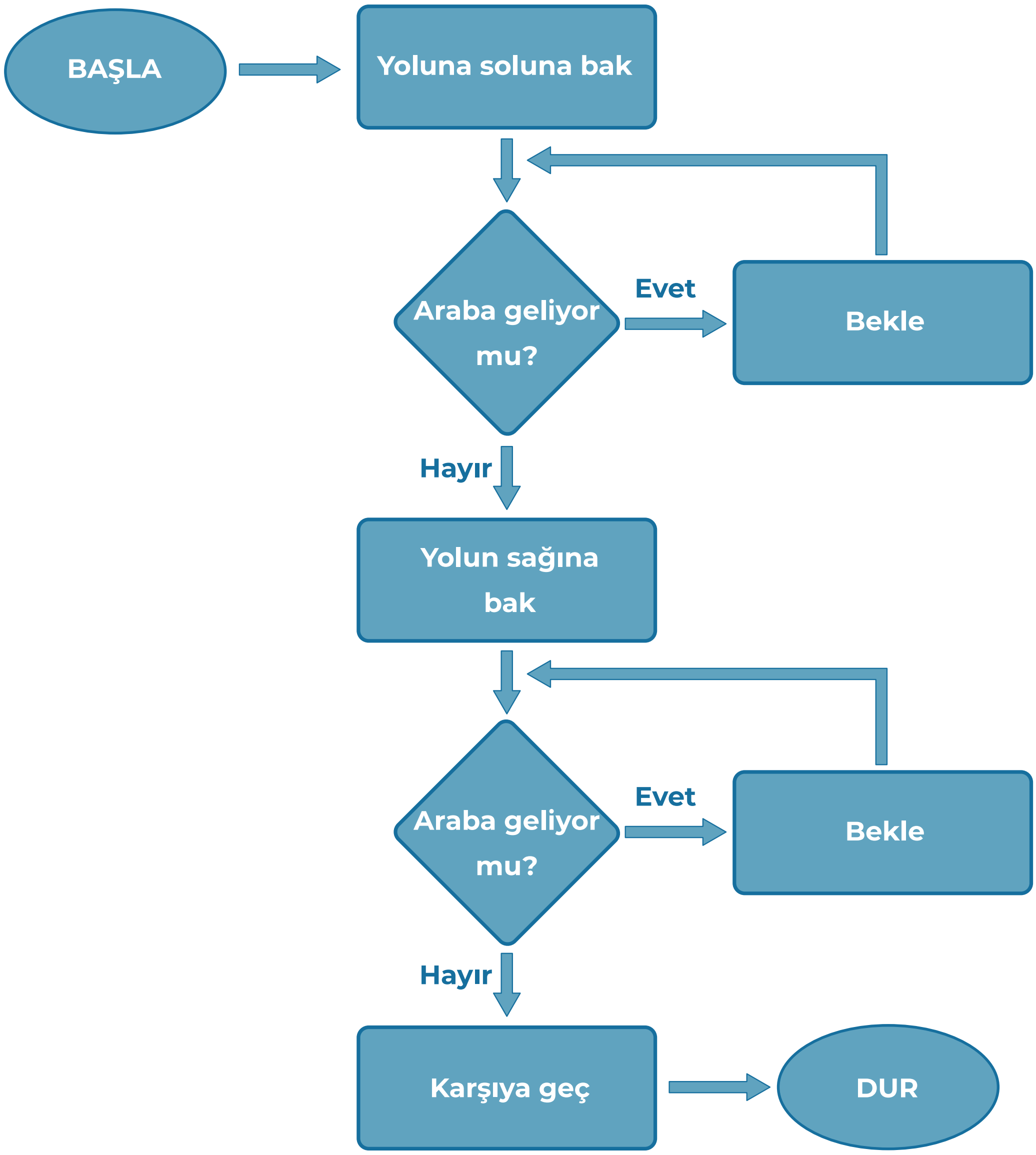
- Öğretmen, akış şemasının çizimine örnek vermek için algoritmasını yazdıkları karşıdan karşıya geçme eyleminin akış şemasını sembollerle gösterir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Alan Turing (1912-1954) 42 yıllık kısa hayatında büyük çalışmalar yapmış İngiliz matematikçidir. Turing sadece matematikle uğraşmamıştır. Turing günümüzde Turing Makinesi olarak adlandırılan dijital bilgisayarları 1937 yılında tasarlamış bir bilgisayar bilimcisi, II. Dünya Savaşı esnasında Nazi Almanya'sının kullandığı Enigma şifreleme sistemini çözerek savaşın seyrini değiştiren ekibin başında yer alan bir kriptoloji uzmanı ve 1950 yılında yazdığı "Bilgi İşlem Makineleri ve Zekâ" başlıklı makalesinde sorduğu "Makineler Düşünebilir mi?" sorusuyla felsefe tarihine büyükçe bir çentik atmış önemli bir düşünürdür (Doğan, 2021).



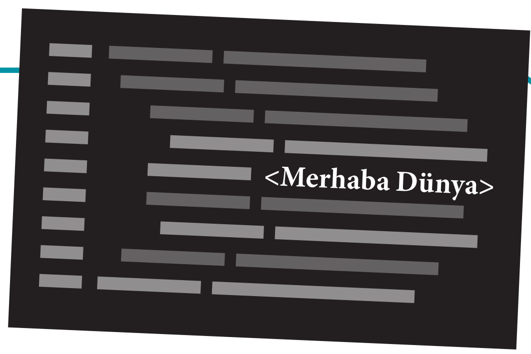
Görsel 1. Alan Turing




Şekil 1. Karşıdan karşıya geçme kuralının akış şeması

## BİLGİ KUTUSU

"Merhaba Dünya!" cümlesi kod yazanlar için çok önemlidir. Çünkü her programın başlangıcında ekrana "Merhaba Dünya!" veya “Hello World!” yazdırılır. Bu kod bloğu ilk defa Kerninghan'in 1990’da yazdığı "The C Programming Language" adlı kitabında yer alarak dünya çapında ünlenmiştir.



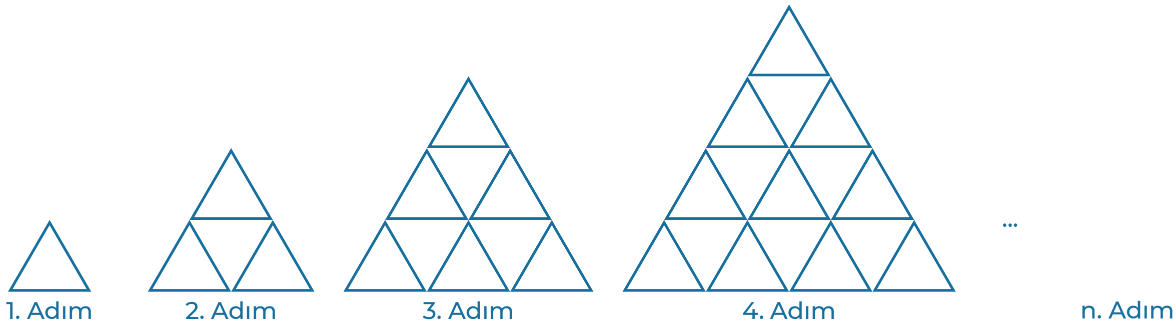

Öğretmen, öğrencilerin matematiksel bir problemi çözmeleri ve bilgisayar programı kullanarak algoritmalar yardımıyla problemin genel çözümüne ulaşmaları için ‘Kaç Üçgen Var?’ problemini öğrencilere sorar ve öğrencilerden problemi çözmelerini istenir.

## Kaç Üçgen Var?

- Öğretmen, öğrencilere bir kenarı 1 birim olan bir eşkenar üçgen gösterir.

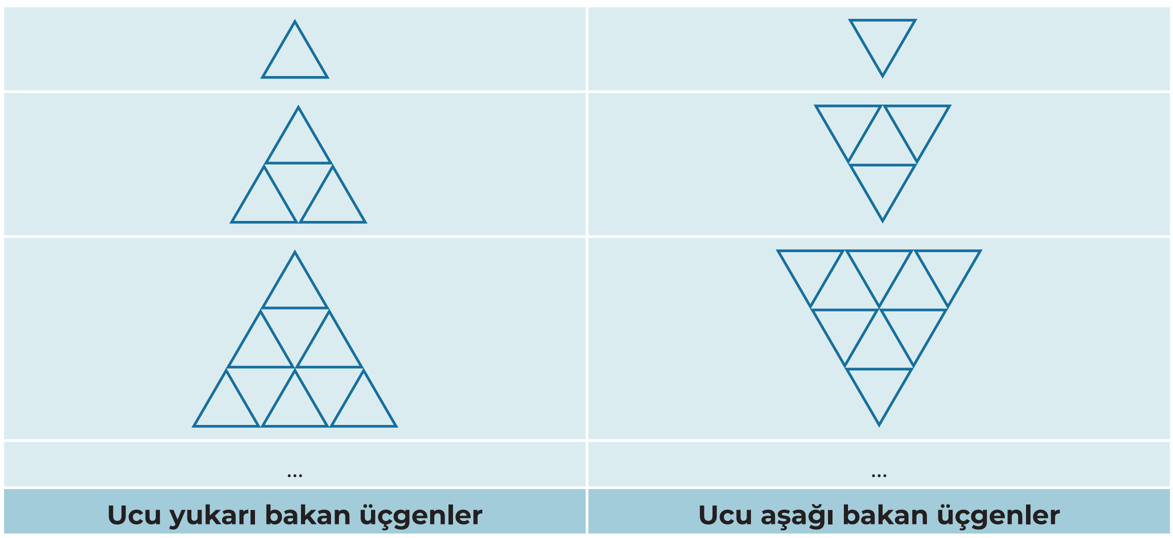

Şekil 2. Kenar uzunluğu 1 birim olan eşkenar üçgen

- Öğretmen, tahtaya kenar uzunluğu 1 birim olan eşkenar üçgenlerden oluşturulan Şekil 3'teki gibi bir örüntünün birkaç adımını çizer.




Şekil 3. Birim üçgenlerden oluşan üçgen örüntüsü

- Öğretmen, öğrencilere Etkinlik Formu dağıtarak öğrencilerden örüntünün her adımında toplam kaç üçgen olduğunu bulmalarını ister.
- Öğretmen, öğrencilere üçgenlerin, adım sayısı arttıkça toplam üçgen sayısının bir örüntü olup olmadığını sorar.
- Örüntünün adımlarını incelerken farklı yönlü üçgenlere dikkat etmeleri gerektiği öğrencilere belirtilir. Şekil 4'teki üçgenler gösterilir.




Şekil 4. Farklı yönlü üçgenler

- Bu örüntüdeki üçgenleri sayarken üçgensel sayılar ve genel terim kavramları kullanılacağından bu kavramlar hakkında hatırlatıcı çalışmalar yapılır.

## Üçgensel Sayılar

1'den başlayarak ardışık doğal sayıların toplamı şeklinde yazılabilen sayılara üçgensel sayılar denir. Üçgensel sayılara bir örnek şu şekildedir; 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136,..., $\frac{n.(n+1)}{2}$

$1 = 1$

$1 + 2 = 3$

$1 + 2 + 3 = 6$

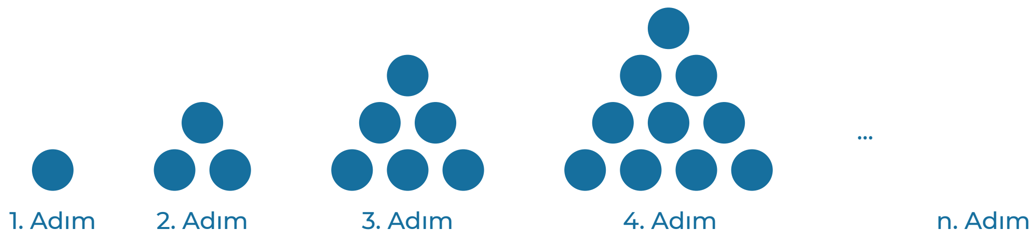
$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

...

$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n.(n+1)}{2}$

Yukarıdaki toplama işlemlerinin sonuçlarından oluşan örüntü üçgensel sayıları verir.




Şekil 4. Üçgensel sayıların şekil örüntüsü olarak gösterimi

- Öğrencilerden Şekil 3'teki örüntüde bulunan üçgensel sayıları Tablo 1'deki gibi doldurmaları beklenir.
- Öğrencilere, Şekil 3'teki örüntünün adımlarındaki üçgenlerin sayısı, ucu yukarı bakan üçgenler (YBÜ), ucu aşağı bakan üçgenler (ABÜ), kenar uzunluğu 1 birim, 2 birim ve 3 birim ... şeklinde gruplara ayrılarak sayılabilir açıklaması yapılır. Bu örüntüdeki üçgenleri sayarken öğrencilerin Etkinlik Formu'nda verilen Tablo 1'den faydalanılabilecekleri söylenir.

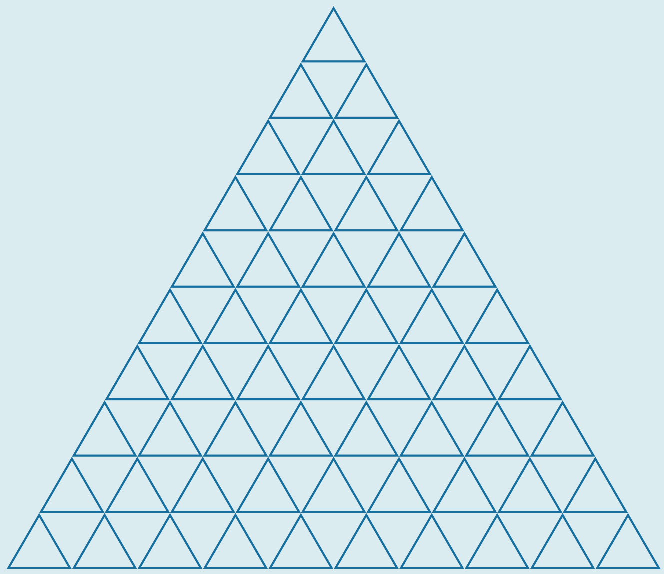
Tablo 1. İlk 5 adımdaki üçgen sayılarını hesaplama tablosu.

| | 1. Adım | | 2. Adım | | 3. Adım | | 4. Adım | | 5. Adım | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kenarı** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** |
| **1 Birim** | 1 | - | 3 | 1 | 6 | 3 | 10 | 6 | 15 | 10 |
| **2 Birim** | - | - | 1 | - | 3 | - | 6 | 1 | 10 | 3 |
| **3 Birim** | - | - | - | - | 1 | - | 3 | - | 6 | - |
| **4 Birim** | - | - | - | - | - | - | 1 | - | 3 | - |
| **5 Birim** | - | - | - | - | - | - | - | - | 1 | - |
| **Toplam Üçgen Sayısı** | 1 | | 5 | | 13 | | 27 | | 48 | |

Not: YBÜ: Yukarı bakan üçgen sayısı, ABÜ: Aşağı bakan üçgen sayısı

- Öğrencilerin, Şekil 3'teki örüntünün 10. adımında bulunan üçgen sayılarını da Tablo 2'deki gibi doldurmaları istenir.

Tablo 2. 10. adımdaki üçgen sayısını hesaplama tablosu.



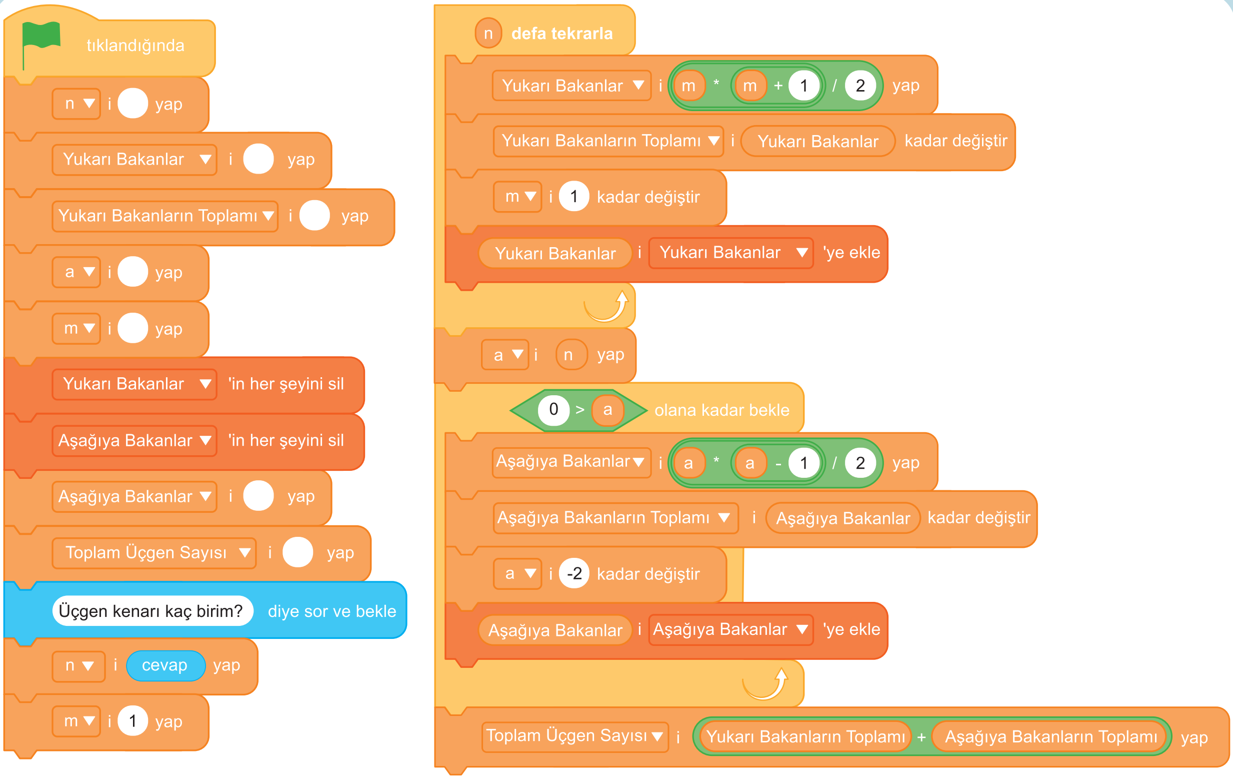
| Kenarı | YBÜ | ABÜ |
|---|---|---|
| 1 Birim | 55 | 45 |
| 2 Birim | 45 | 28 |
| 3 Birim | 36 | 15 |
| 4 Birim | 28 | 6 |
| 5 Birim | 21 | 1 |
| 6 Birim | 15 | 0 |
| 7 Birim | 10 | 0 |
| 8 Birim | 6 | 0 |
| 9 Birim | 3 | 0 |
| 10 Birim | 1 | 0 |
| **Toplam Üçgen Sayısı** | **220** | **95** |
| | **315** | |

- Öğrencilere, Şekil 3'teki örüntünün n. adımında yer alan farklı kenar uzunluklarına sahip üçgenlerin toplam sayısının nasıl bulunabileceği sorulur. Gelen cevaplara göre, tepe noktası yukarı ve aşağı bakan üçgenlerin sayılarının toplamı ile sonuca ulaşabilecekleri ifade edilir.

- n. adımdaki yukarı bakan üçgenlerin sayısı, üçgensel sayıların n. adımına kadar olan toplamına; aşağı bakan üçgenlerin sayısı, n tek ise 3'ten başlayıp, ((n-1)/2) tane üçgensel sayının, 1'er adım atlayarak toplamına (3+10+21+...), n çift ise, 1'den başlayıp, n/2 tane üçgensel sayının, 1'er adım atlayarak toplamına (1+6+15+...) eşittir.

- Öğretmen, öğrencilerden Şekil 3'teki örüntünün genel çözümünü veren akış şemasını semboller kullanarak çizmelerini istenir.

- Öğretmen, öğrencilerden Şekil 3'teki örüntünün herhangi bir adımında toplam kaç üçgen olduğunu bulan blok kodlama programı yapmalarını ister. Örnek bir çözüm şekil 5'de verilmiştir.




Şekil 5. "Kaç Üçgen Var?" problemine ait blok kodlama örneği


Şekil 6. "Kaç Üçgen Var"? probleminin çıktı ekranı

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

### BLOK KODLAMA PROGRAMI İLE MATEMATİK YARIŞMASI

Her bir öğrenciden blok kodlama programı kullanarak aşağıdaki problemlerin programlarını yapması istenir. Etkinlik sonunda kodlamalar kontrol edilerek değerlendirilir.

1. Artış miktarı ve ilk terimi verilen bir aritmetik sayı örüntüsünün istenilen terimini bulan programı yazınız. Örneğin Artış miktarı 5, ilk terimi 3 olan aritmetik sayı örüntüsünde girilen 100 için çıktı olarak 498 yazmalı.
2. Bir sayı rakamları toplamına tam bölünebiliyorsa bu sayıya Harshad sayısı denir. Girilen üç basamaklı bir sayının Harshad sayısı olup olmadığını görmek için bir program yazınız. Örneğin 132 Harshad sayısıdır. 1+3+2=6 olduğundan ve 6 132'yi tam böler. Ancak 872 bir Harshad sayısı değildir. 8+7+2=17'dir ve 17 872'yi tam bölmez.
3. Fibonacci Sayılarından esinlenerek oluşturulan, 1,2 ve 3 sayıları ile başlayan ve üç terimin toplamı kuralı ile devam eden örüntüye Tribonacci Sayıları denir. İstenen adımdaki Tribonacci sayısını ekrana yazdıran veya istenen adımı veren programı yazınız. Tribonacci Sayıları: 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, 68, 125, 230, 423, 778, 1431, …

Örneğin girilen sayı 5 ise program çıktısı 11 olmalı.

4. İstenen sayıda ders notunun girildiği bir veri grubunun aritmetik ortalamasını veren bir program yazınız. Not: Girilecek kişi sayısı daha önceden verilmeyecektir. Kaç not girilmiş ise o kadar ortalama hesaplanacaktır. Girilen 3 sayı; 45, 28 ve 93 ise aritmetik ortalama 45+28+95=168'den 168:3=56 olmalı.
5. Programa girilen iki basamaklı herhangi bir sayının birler basamağındaki rakamının 4 katı ile onlar basamağındaki rakam toplanıyor. Bu işlem sürekli tekrarlanıyor. Eğer işlem sonucu girilen sayıya ulaştığında işlem sonlanıyor ve bu sayıya ''DÖNEL" sayı deniyor. Buna göre girilen bir sayının "DÖNEL" sayı olup olmadığını veren bir program yazınız. Girilen sayı 24 ise bu sayı "DÖNEL" sayıdır. Çünkü; 2+4.4=2+16=18, 1+4.8=1+32=33, 3+4.3=3+12=15, 1+4.5=1+20=21, 2+4.1=2+4=06, 0+4.6=0+24=24 olur. Girilen sayı 54 ise bu sayı "DÖNEL" sayı değildir. Çünkü; 5+4.4=5+16=21, 2+4.1=2+4=6, 0+4.6=0+24=24, 2+4.4=2+16=18, 1+4.8=1+32=33, 3+4.3=3+12=15, 1+4.5=1+20=21,…olduğundan döngü 54 sayısına ulaşmaz.
6. 1 ile 200 arasında 3 katının 2 fazlası 5 ile bölünebilen sayıları bu6lan veya böyle sayıların olup olmadığını gösteren bir program yazınız.

   Örneğin 11 olur. 3.11+2=35

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin geçirdikleri süreç, Kaç Üçgen Var? etkinliği için hazırlanan dereceleme ölçeği ile değerlendirilir. Dereceleme ölçeği puanlama anahtarına ilgili karekod okutularak ulaşılabilir.

## KAYNAKLAR

Aksoy, B. (2003). Problem çözme yönteminin çevre eğitiminde uygulanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 2(14), 83-98.

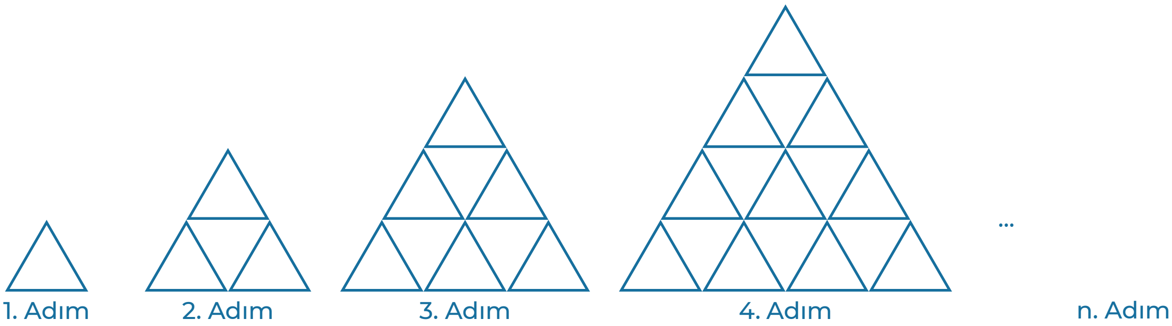
Kalelioğlu, F., Gülbahar, Y., & Kukul, V. (2016). A framework for computational thinking based on a systematic research review. *Baltic Journal of Modern Computing,* 4(3), 583-596.

## ETKİNLİK FORMU

**Üçgensel Sayılar:** 1'den başlayarak ardışık tam sayıların sıralı toplamı şeklinde yazılabilen sayılara üçgensel sayılar denir.

Üçgensel sayılar; 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136,..., $\frac{n.(n+1)}{2}$

Aşağıda adım sayıları verilen örüntüdeki üçgenlerin sayılarını bulunuz. Örüntünün herhangi bir adımındaki üçgen sayısını bulmak için genel bir kural geliştiriniz. Blok kodlama programları yardımıyla girilen herhangi bir adım için üçgen sayısını hesaplayan bir program yazınız.

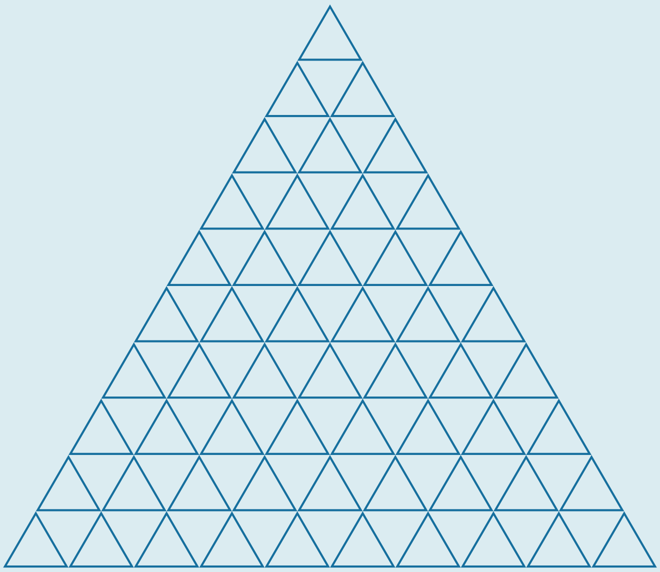



Tablo 1. İlk 5 adımdaki üçgen sayılarını hesaplama tablosu.

| | 1. Adım | | 2. Adım | | 3. Adım | | 4. Adım | | 5. Adım | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kenarı** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** | **YBÜ** | **ABÜ** |
| **1 Birim** | | | | | | | | | | |
| **2 Birim** | | | | | | | | | | |
| **3 Birim** | | | | | | | | | | |
| **4 Birim** | | | | | | | | | | |
| **5 Birim** | | | | | | | | | | |
| **Toplam Üçgen Sayısı** | | | | | | | | | | |
| **Genel Toplam Üçgen Sayısı** | | | | | | | | | | |

YBÜ: Yukarı bakan üçgen sayısı, ABÜ: Aşağı bakan üçgen sayısı

Tablo 2. 10. adımdaki üçgen sayısını hesaplama tablosu.



| Kenarı | YBÜ | ABÜ |
|---|---|---|
| 1 Birim | | |
| 2 Birim | | |
| 3 Birim | | |
| 4 Birim | | |
| 5 Birim | | |
| 6 Birim | | |
| 7 Birim | | |
| 8 Birim | | |
| 9 Birim | | |
| 10 Birim | | |
| **Toplam Üçgen Sayısı** | | |
| **Genel Toplam Üçgen Sayısı** | | |

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: GEOMETRİK ŞEKİLLERDEN GEOMETRİK CİSİMLERE**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Uzamsal İlişkiler**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Geometrik cisimlerin özelliklerini inceler.
- ❖ Kapalı hâli verilen geometrik bir cismin açılımını çizer.
- ❖ Açılımı verilen geometrik bir cismin kapalı halini çizer.
- ❖ Geometrik cisimlerin bir düzlemle arakesitleri olan şekilleri belirler.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkileşimli tahta, makas, bant, Keşif Zamanı formu 1, 2, 3, Etkinlik Formu 1

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Disiplinler arası ilişkilendirme için coğrafya alanından yararlanılabilir. Başta Dünya olmak üzere gezegenlerin dikey ara kesitleri bir diyagram modeliyle görselleştirilerek gezegenlerin iç katmanları ile ilişkilendirme yapılabilir. Biyoloji alanında organların iç yapısı yine ara kesit yöntemiyle görselleştirilebilir. Bir ağaç gövdesinden alınan yatay ara kesit, ağacın yaşının ve gövde genişliğinin zamansal özelliklerini bulmak üzere kullanılabilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı; öğrencilerin geometrik şekiller ile geometrik cisimler arasındaki ilişkiyi keşfetmeleridir. Öğrencilerin kapalı hâli verilen geometrik bir cismin açılımını, açılımı verilen geometrik bir cismin kapalı halini çizmeleri ve geometrik cisimlerden alınan ara kesitler sonrasında oluşacak geometrik şekilleri belirleyebilmeleri hedeflenmektedir. Etkinliğin temel amaçları doğrultusunda öğrencilerin, deneme yanılma, gözlem ve mantıksal muhakeme becerilerinin geliştirilmesi ikincil hedefler arasında yer almaktadır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğrencilerin, geometrik şekil ve geometrik cisim arasındaki farkları, geometrik cisimlerin temel elemanlarını, prizma ve piramitin temel özelliklerini karşılaştırabilecek ön bilgilere sahip olmaları gereklidir. Bu konular hakkında ön öğrenmeye ilişkin eksiklikler ders öncesinde tamamlanmalıdır. Öğrencilere İskenderiyeli Hypatia'nın hayatının araştırılıp geometriye olan katkılarının sınıf ortamında tartışılmasına yönelik bir performans görevi ders öncesinde verilebilir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere, dersin başlangıcında Keşif zamanı formları 1 ve 2 dağıtılır. Geometrik cisimlerin isimlendirilme sistematiğini öğrenen öğrencilerden Ek 2'deki geometrik cisimleri inceleyerek tablodaki bilgileri doldurmaları ve geometrik cisimlerin açılımlarını çizmeleri istenir. Bu bilgiler öğrencilere geometrik cisimlerin kapalı formlarını bulmakta da yardımcı olacaktır. Etkinlik sürecinde öğrencilerin ***"prizma"*** ve ***"piramit"*** cisimlerinin benzer ve farklı yanlarını ifade edebilmeleri de beklenmektedir. Cevaplar kontrol edilirken, sadece prizma ve piramitle yetinilmeyip kazanım kapsamında yer alan tüm geometrik cisimlerin isimlerinin verilmesine dikkat edilmelidir.

Keşif zamanı etkinlikleri, ana etkinlik öncesi bir ısınma etkinliğidir. Etkinlikte bir masa oyunu için tasarlanmış küp modelleri arasından küp kalıbı oluşturabilenlerin belirlenmesi istenmektedir. Sonrasında küp kalıbı oluşturan ve oluşturamayan modellerin üzerindeki harfler tabloya işlenecektir.

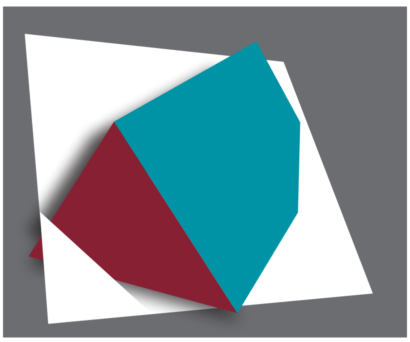
### DÜŞÜNME KUTUSU

Keşif Zamanı Ek 3 etkinliği sonrasında öğrencilerin 3 boyutlu düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik şu sorular sorulabilir:

- Küp oluşturamayan modeller ile ilgili tasarımsal olarak ne fark ettiniz?
- Küp oluşturabilen modeller ile ilgili tasarımsal olarak ne fark ettiniz?
- Katlanınca küp olabilen modelleri belirleme sürecinde nasıl bir strateji geliştirdiniz?

### BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

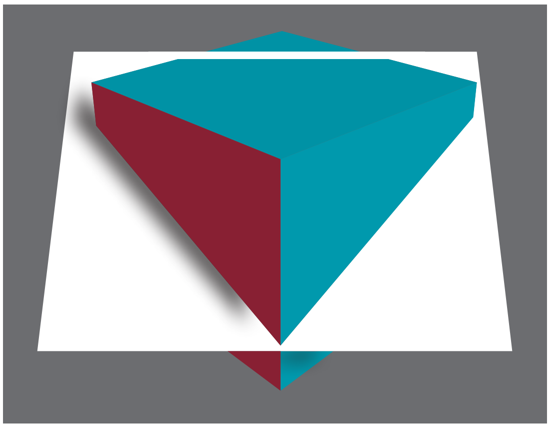
Geometrik cisimler için farklı açılardan alınan düzlemsel ara kesitler ile birçok geometrik şekil elde edilebilir.



Üçgen prizmadan beşgen elde etme ara kesiti

Koniden parabol elde etme ara kesiti

Koniden elips elde etme ara kesiti



Küpten beşgen elde etme ara kesiti

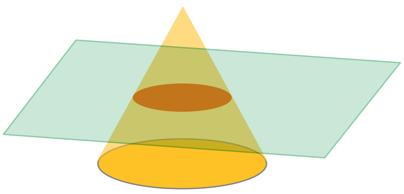
Dik piramitten beşgen elde etme ara kesiti

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

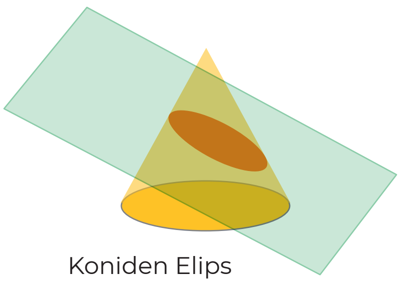
Pergalı Apollonius, konik kesitler ile ilgili çalışmalarıyla tanınan Antik Yunanlı geometrici ve astronomudur. Pergalı Apollonius, yaşadığı dönemde 'Büyük Geometrici' olarak biliniyordu. Hayatı hakkında çok az şey biliniyor olmasına rağmen matematiğin gelişimi üzerinde çok büyük bir etkisi olmuştur, özellikle ünlü kitabı Conics, bugün bize oldukça aşina olduğumuz parabol, elips ve hiperbol gibi terimleri tanıtmıştır. Bu terimlere ilişkin tanımlar, günümüzde hâlen geçerliliğini korumaktadır. Apollonius, astronomi de dâhil olmak üzere birçok konuda çalışmalar ortaya koymuş, Orta Çağ'a kadar yaygın olarak inanılan gezegenlerin görünüşündeki anormal hareketi açıklamak için eksantrik yörüngeler hipotezini ortaya atmıştır. Gottfried Wilhelm Leibniz, "Arşimet ve Apollonius'u anlayan bir kişi, sonraki zamanların önde gelen adamlarının başarılarına daha az hayran kalacak" demiştir. Ay'daki bir krater onu onurlandırmak için Apollonius krateri olarak adlandırılmıştır.

## Geometrik Şekillerden Geometrik Cisimlere

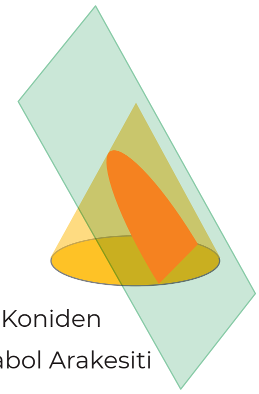
Etkinlik Formu Ek 4 öğrencilere dağıtılır. Etkinlik için öğrenciler grup olarak çalışacaklardır. Etkinliğin amacı, öğrencilerin geometrik cisimleri isimlendirmeleri ve bu geometrik cisimlerin düzlemsel ara kesitleri alındığında oluşan farklı yüzlerini tanımlayabilmeleridir. Gruplardan verilen açılımları incelemeleri ve bu açılımlar katlandığında oluşacak geometrik cisimlerin neler olabileceğini tahmin etmeleri istenir. Açılımlar makas yardımıyla kesilecek ve eklem yerlerinden bantlanacaktır. Grup üyeleri arasından seçilecek olan yazıcı, grubun geometrik cisim tahminleri ile istenen diğer tüm bilgileri kayıt sayfasına kaydedecektir. Grup tartışmaları; geometrik cisimlerin taban ve yüzlerini karşılaştırmaya, ara kesitler ile dış yüzey arasında bağlantı kurmaya yönelik olmalıdır. Öğrencilerin her bir cisim için ara kesit tahmini yapmaları sağlanmalıdır. Etkinliğe başlamadan önce öğrencilerden etkileşimli tahta üzerinden QR kod 1 okutularak ulaşılacak site üzerindeki dinamik geometri yazılımı ile koniden alınan ara kesitler yardımıyla çember, elips ve parabol elde etmeleri istenir. Aşağıdaki görseller dinamik geometri yazılımıyla koniden elde edilen bazı arakesitleri göstermektedir. Diğer geometrik şekiller dinamik yazım programların arşivlerinde yer alan çizimlerden yararlanarak çizdirilebilir.



Koniden Çember Arakesiti



Koniden Elips Arakesiti



Koniden Parabol Arakesiti

## DÜŞÜNME KUTUSU

Sınıf ortamında aşağıdaki soru sorularak bir tartışma ortamı oluşturulur. Tartışma sırasında benzer meslekleri seçen öğrenciler grup olarak bir araya getirilerek tartışmaya yön verilebilir.

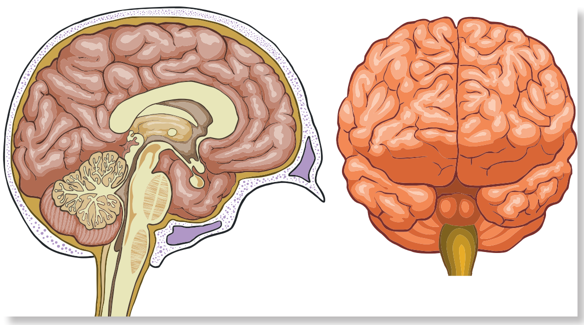
***“Hangi meslek grupları düzlemsel arakesit ve geometrik cisimlerin açılımı konusundaki teknik bilgiyi iş/profesyonel yaşamlarında kullanırlar? Bu meslek gruplarının üç boyutlu düşünmeyi gerektiren teknik bilgileri hangi alanlarda kullanabileceklerini açıklayınız.”***

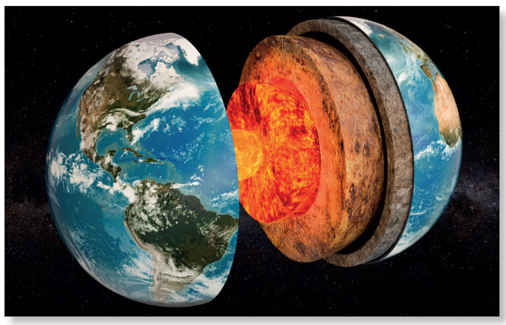
## BİLGİ KUTUSU

Üç boyutlu modelleme ve düzlemsel arakesit teknolojisi, Coğrafya, Biyoloji ve Bilişim Teknolojileri alanlarının yanı sıra tıbbi görüntüleme, moda tasarımcılığı ve endüstriyel ürün tasarımcılığı gibi profesyonel disiplinlerde de kullanılmaktadır. Bu teknoloji

- Üç boyutlu yazıcı ile basılmak istenen bir nesnenin tasarımını oluşturmak, boyutlarını belirlemek ve nesnenin iki boyutlu çizimlerini gerçekleştirmek
- Ağaçların yaşını hesaplamak
- Yapılar inşa edilmeden önce üç boyutlu olarak modellenip yapının inşa öncesinde bütünsel görünümünü sunmak
- Gezegenlerin ve organların iç yapısını görselleştirmek

için de kullanılır. Aşağıdaki görseller, düzlemsel arakesit teknolojisinin kullanım alanlarından bazı örnekleri barındırmaktadır.



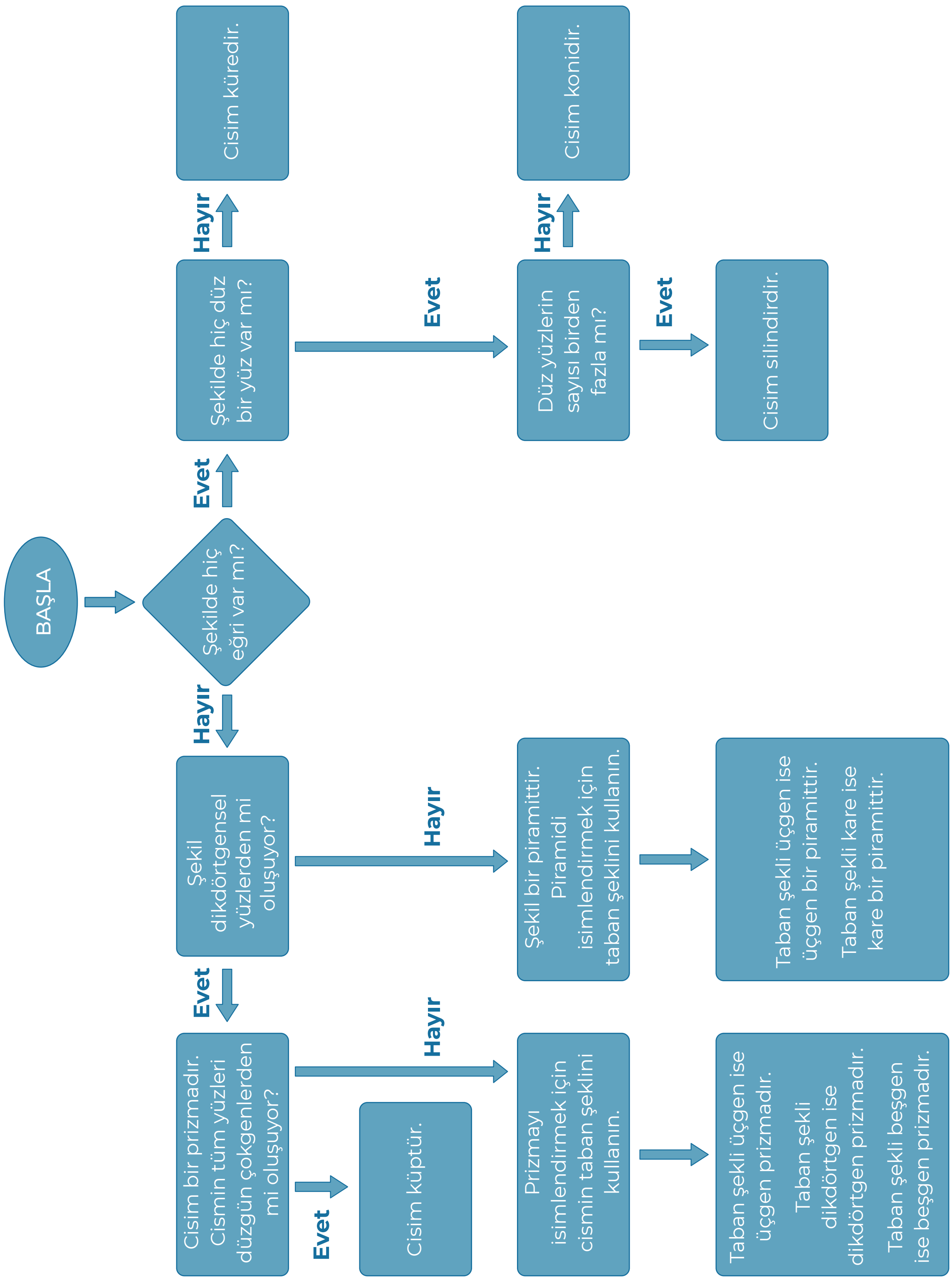


## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait Geometrik Şekillerden Geometrik Cisimlere Derecelendirme Ölçeklerine etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

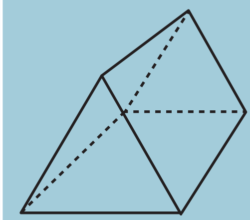
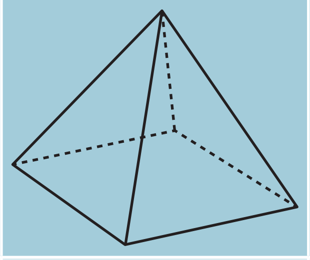
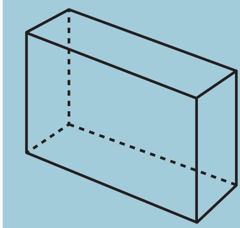
## KEŞİF ZAMANI FORMU - 1

### GEOMETRİK CİSİMLERİN İSİMLENDİRİLMESİ



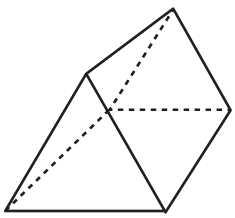
## KEŞİF ZAMANI FORMU -2

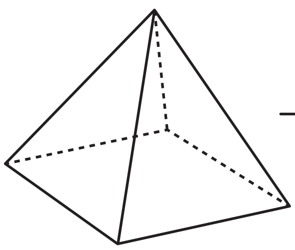
1. Aşağıdaki geometrik cisimleri adlandırmak için "Geometrik Cisimlerin İsimlendirilmesi" sayfasını kullanınız. Tabloyu görsellere göre doldurunuz.

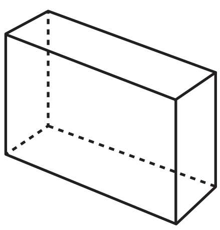
| CİSİMLER | CİSİM 1  | CİSİM 2  | CİSİM 3  |
|---|---|---|---|
| **CİSMİN ADI** | | | |
| **CİSİMDEKİ KÖŞE SAYISI** | | | |
| **CİSİMDEKİ YÜZEY SAYISI** | | | |
| **CİSİMDEKİ AYRIT SAYISI** | | | |

2. Aşağıdaki geometrik cisimlerin açılımlarını karşılarına çiziniz.

**GEOMETRİK CİSİMLER** **AÇILIMLARI**

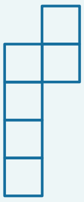


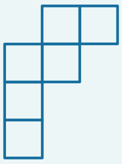


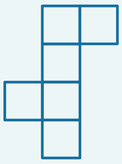


## KEŞİF ZAMANI FORMU - 3

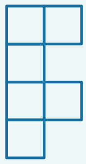
Meltem, bir masa oyunu için kendi tasarladığı modeller arasından seçim yaparak bir küp kalıbı oluşturmak istemektedir. Meltem'in bu tasarımlarından hangileri bir küp oluşturabilir? Tabloyu küplerin üzerindeki harfleri kullanarak doldurunuz.

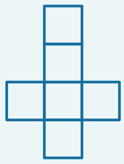
A


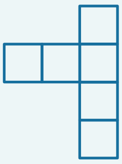
B


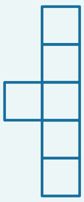
C


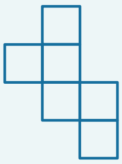
D

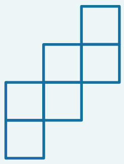

E


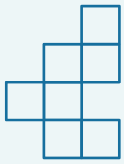
F


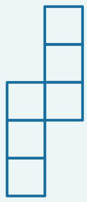
G


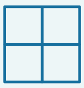
H


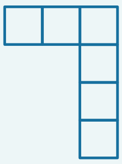
İ


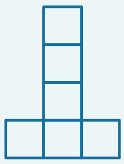
J


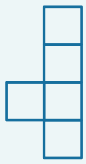
K


L


M


N


O


P


| KATLANDIĞINDA KÜP OLANLAR | KATLANDIĞINDA KÜP OLMAYANLAR |
|---|---|
| ........................................ | ........................................ |
| ........................................ | ........................................ |
| ........................................ | ........................................ |

- Küp oluşturabilen modellerin şekilsel olarak ortak özellikleri nedir?
- Küp oluşturmayan modellerin şekilsel olarak ortak özellikleri nelerdir?
- Katlanınca küp olabilen modelleri belirleme sürecinde nasıl bir strateji geliştirdiniz?

## ETKİNLİK FORMU - 1

### GEOMETRİK CİSİMLERİN AÇILIMLARI VE ARA KESİTLER

- Sizlere verilen 4 açılım katlandığında oluşacak şekilleri tahmin ediniz.
- Açılımlarda üzerinde “B" harfi olan yüzleri renklendiriniz.
- Verilen geometrik cisimlerin açılımlarını kesip katlayarak geometrik cisimler hâline getiriniz.
- Aşağıda verilen tabloyu istenilen bilgiler ışığında doldurunuz ve soruları tablodaki bilgilere göre yanıtlayınız.

| Açılım # | Geometrik şekle ilişkin tahminin | Renklendirilen yüzeyin şekli | Renklendirilmeyen yüzeylerin şekli | Renklendirilen yüzey sayısı | Cismin adı |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |

1. 1 ve 4 numaralı şekillerin benzer ve farklı özelliklerini yazınız.

.......................................................................................................................................

2. 2 ve 3 numaralı şekillerin benzer ve farklı özelliklerini yazınız.

.......................................................................................................................................

3. Prizmaların kaç tabanı vardır? Prizmaların yüzeylerindeki şekiller nelerdir?

.......................................................................................................................................

4. Piramitlerin kaç tabanı vardır? Piramitlerin yüzeylerindeki şekiller nelerdir?

.......................................................................................................................................

5. Üçgen prizma ve üçgen piramide ait bir açılım çiziniz.

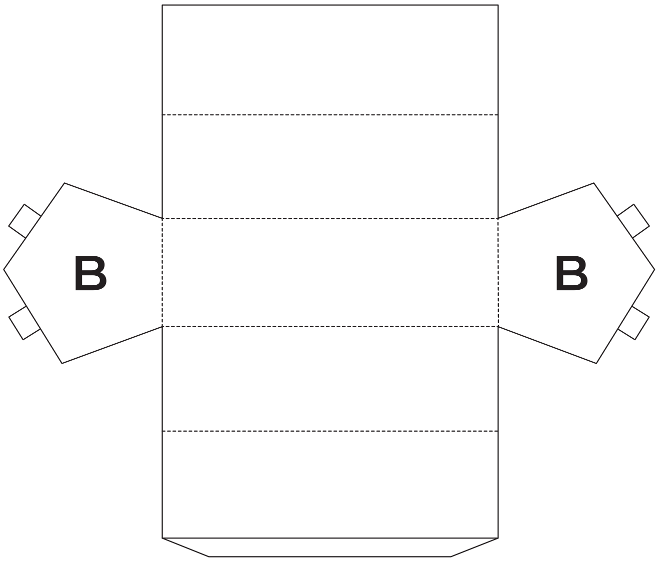
.......................................................................................................................................

- Oluşturulan geometrik cisim tabanına paralel olarak kesildiğinde ara kesit bölgesinde hangi çokgenin oluşacağını tahmin ediniz.
- Her bir cisim tabana paralel olarak kesildiğinde oluşan çokgeni kaydediniz.
- Her bir cisim tabana dik olarak kesildiğinde oluşan çokgeni kaydediniz.

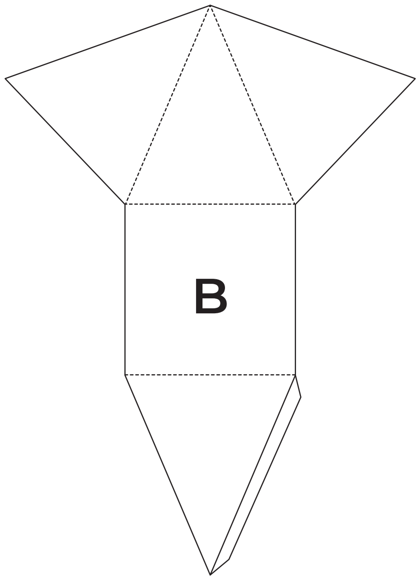
| Açılım # | Yatay ara kesit sonrası oluşan çokgen | Oluşan çokgenin çizimi | Dikey ara kesit sonrası oluşan çokgen | Oluşan çokgenin çizimi |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |

## ETKİNLİK FORMU - 1 (EK)

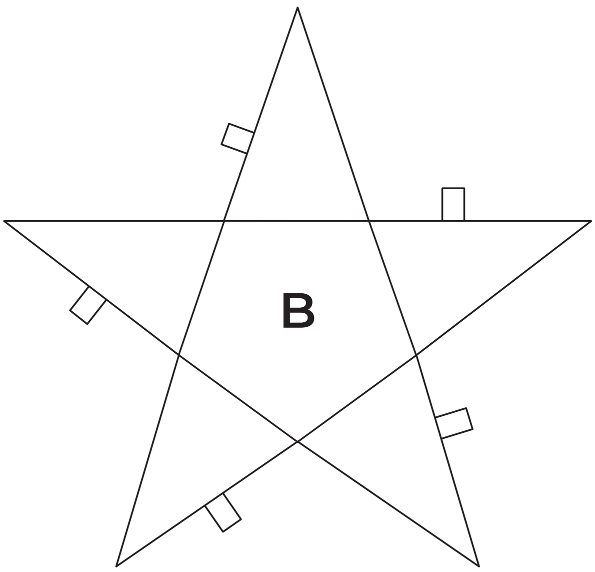
1



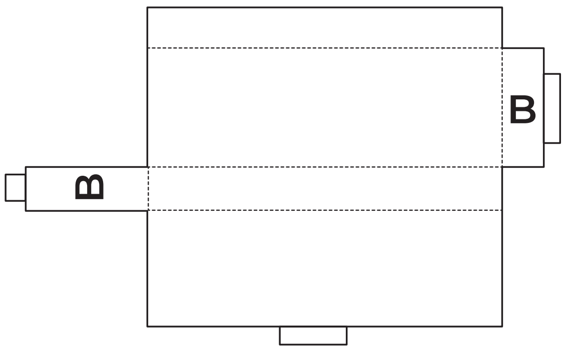

2




3




4



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: BENZERLİK**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Eşlik ve Benzerlik**

**KAZANIMLAR:**

- İki şeklin benzerlik oranını hesaplar.
- Benzerlik kavramını gerçek yaşamla ilişkilendirir.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Matematik hikâyeleri TRT Okul Thales (Mısır'da Doğan Güneş), etkinlik formları 1, 2, 3, 4, 5 hesap makinesi, makas, 1 metrelik çubuk, 5 metrelik şerit metre.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Benzerlik konusunda Mimarlık ve Tarih alanları ile ilişki kurularak disiplinler arası çalışmalara yer verilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin benzerlik konusundaki becerilerini geliştirmektir. Bu temel amaç doğrultusunda, öğrencilerin iki şeklin benzerlik oranını hesaplama, benzerlik kavramını günlük hayatla ilişkilendirme ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca öğrencilerin mantıksal muhakeme, araştırma ve eleştirel düşünme becerilerinin de geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Benzerlik konusuna geçmeden eşlik konusuna değinilir. Üçgende kenar-kenar-kenar, kenar-açı-kenar, açı-açı-açı benzerlik özelliklerine yönelik çalışmalara yer verilir. Ders öncesinde malzemeler temin edilir ve etkinlik formları hazırlanır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere, derste benzerlik konusunun işleneceği söylenir. Bu konuya geçmeden önce öğrencilerle birlikte benzerlik konusu hakkında çalışmaları olan ünlü bilim insanı Thales ve çalışmaları ile ilgili olarak *Matematik Hikâyeleri TRT Okul Belgeseli'nin Thales* bölümü izlenir. "TRT Okul Thales (Mısır'Da Doğan Güneş) isimli videoya, etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz". Video izlendikten sonra aşağıdaki sorular üzerine sınıf tartışması yürütülür.

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Ünlü matematikçi Thales'e dair neler öğrendiniz?
- Thales benzerlik konusu ile ilgili hangi çalışmaları yapmıştır?
- Thales'i anlatan hikâyede sizi en çok etkileyen bölüm neresiydi? Neden?

Sınıf içerisinde tartışma sorularına yanıt verildikten sonra benzerlik konusuna geçilir. *"Hangi şekiller benzer olabilir?"* sorusu üzerine sınıf içerisinde tartışmalar yürütülür. Öğretmen benzerlik ile ilgili temel tanımlara ve basit örneklere yer verdikten sonra etkinliğe geçiş yapılır.

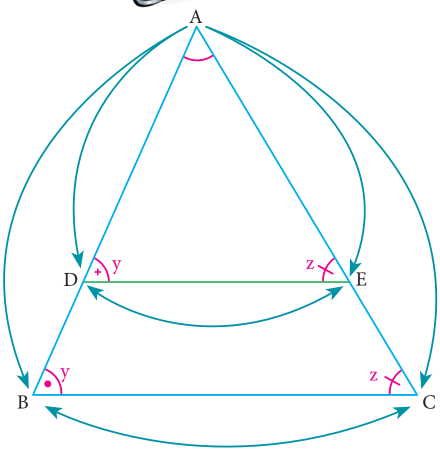
Öğretmen tarafından aşağıda yer alan etkinlik yönergesi öğrencilere açıklanarak etkinliğe başlanır.

### Yönerge

- Öğrencilere, Etkinlik Formu 1, 2 ve makas dağıtılır.
- Karenin bir kenarının uzunluk ölçüsünün 1 br olduğu söylenir.
- Öğrencilerden, dağıtılan Etkinlik Formu'ndaki şekilleri kesmeleri istenir.
- Kestikleri şekilleri birleştirip bu şekillerden benzer dikdörtgenler oluşturarak oluşan şekillerin benzerlik oranlarını hesaplamaları istenir. Öğrenciler olabildiğince farklı benzer dikdörtgenler oluşturarak benzerlik oranı hesaplamaya teşvik edilmelidir.
- Öğrencilerden, oluşturdukları şekillerin kenar uzunluklarını ve benzerlik oranlarını Etkinlik Formu 2'de yer alan tabloya işlemeleri istenir.

Öğrenciler iki şeklin benzerlik oranını hesapladıktan sonra üçgende temel benzerlik teoremine yer verilir.

## BİLGİ KUTUSU




**Üçgende |AD|/|AB| = |AE|/|AC| = |DE|/|BC| olur.**

Öğretmen tarafından aşağıda yer alan etkinlik yönergesi öğrencilere açıklanarak üçgende temel benzerlik teoremine dair etkinliğe başlanır.

## Yönerge

- Öğrencilere, cetvel ve Etkinlik Formu 3 dağıtılır.
- Dönme dolap içerisinde çok sayıda gizlenmiş benzerlik oranı bulunduğu söylenir.
- Öğrencilerden, bu benzerlik oranlarını bulabilmek için cetvelle ölçümler ve ek çizimler (yay olduğu kısımlara doğru parçası eklenerek şekiller üçgene çevrilecektir) yaparak benzer şekilleri bulmaları ve benzerlik oranlarını hesaplamaları istenir.

### DÜŞÜNME KUTUSU

Öklid üçgeninde var olan eşlik ve benzerlikleri bulunuz.

**Hayatımdaki Benzerlik**

Burj Khalifa (Halife), Dubai'de inşa edilen dünyanın en yüksek gökdeleni unvanına sahip bir yapıdır. Yapımı 2010 yılında tamamlanmıştır. Burj Khalifa (Halife), 828 metre yüksekliğe sahiptir. Burj Khalifa dünyada birçok rekora imza atmıştır. Bu rekorlardan bazıları; en çok katlı yapı, şimdiye kadar yapılmış en yüksek bina, kendi başına duran en yüksek yapı ve dünyanın en hızlı asansörü gibi...

### DÜŞÜNME KUTUSU

Dünyanın en yüksek gökdeleni unvanına sahip Burj Khalifa'nın yüksekliğini bilmediğimizi farz edelim. Bu yapının yüksekliği herhangi bir dijital araç kullanmadan nasıl hesaplanabilir?

Düşünme kutusunda yer alan bu soruya benzer bir problemin çözümünü yüzyıllar önce Thales araştırmıştır.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Ünlü matematikçi Thales, Mısır'da yer alan devasa büyüklükteki Keops piramidinin yüksekliğini merak etmiştir. Ancak o zamanlar ne yazık ki bu yüksekliği hesaplayacak teknolojik araçlar yoktur. Thales'in üstün gözlem yeteneği sayesinde aklına bir fikir gelmiştir. Thales başka bir çubuğun gölgesini ve engin matematik bilgisini kullanarak piramidin yaklaşık yüksekliğini 146,5 metre olarak hesaplamıştır.

Bu bilgi verildikten sonra öğrencilere Thales'in kullandığı temel benzerlik teoremini kullanarak BİLSEM binasının yüksekliğini hesaplayacakları söylenir.

### *Araştırma Görevi*

Ders öncesinde öğrencilerden, Thales'in Keops Piramidinin yüksekliğini nasıl bir yöntem izleyerek hesapladığını araştırmaları istenir.

Aşağıda yer alan etkinlik yönergesi öğrencilere açıklanarak etkinliğe başlanır.

### Yönerge

- Sınıf ikişer kişilik gruplara ayrılır.
- Etkinliğe başlamadan önce öğrencilerin araştırma sonuçları sınıf içerisinde sunulur. Binanın yüksekliğini ölçmek için nasıl bir yöntem uygulayacakları hakkında öğrencilerin fikirleri alınır.
- Gruplara 1 metrelik çubuk, 5 metrelik şerit metre ve Etkinlik Formu 4 dağıtılır.
- 1 metrelik çubuk yerleştirilirken gölge uçlarının (binanın gölgesi ile çubuğun gölgesi) birleştirilmesine dikkat edilmedir.
- Gölge boyları 5 metrelik şerit metre ile ölçülerek, Etkinlik Formu 4'e yazılır.
- İki dik üçgen arasında kenar-kenar-kenar benzerliğinden yararlanılır.

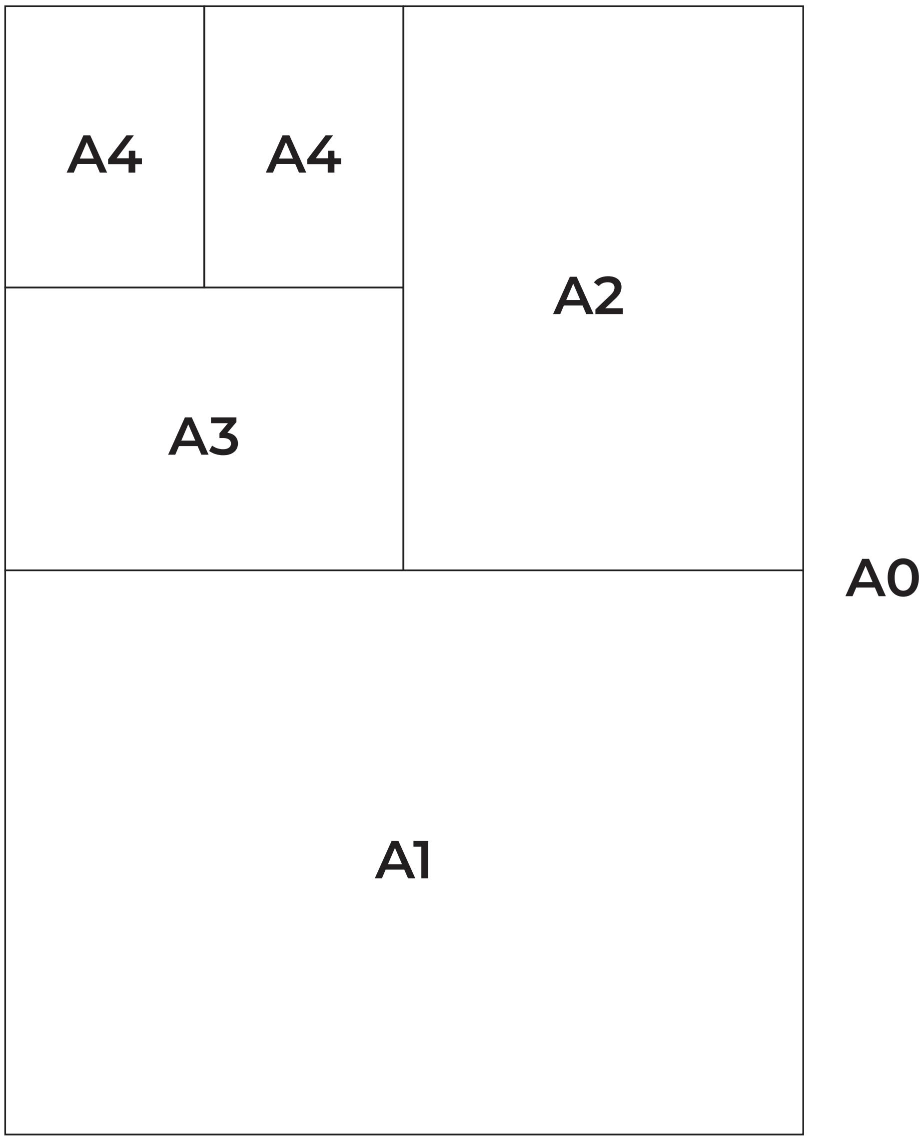
**Bilsem Binası Yüksekliği/Çubuk Yüksekliği = Bilsem Binası Yüksekliği/Çubuk Gölge Boyu**

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

"A4 kâğıdının eni 21 cm, boyu ise 29,7 cm'dir. A4 kâğıdının boyutları neden tam sayı olarak seçilmemiş olabilir?" sorusu öğrencilere yöneltilir.

- Öğrenciler 2'şer kişilik gruplara ayrılır.
- Öğrenci gruplarına 16'şar adet A4 kâğıdı ve hesap makinesi dağıtılır.

- Etkinlik Formu 5 dağıtılır. Etkinlik Formu 5 etkinliğine ait "A4 Kâğıdı Arkasındaki Benzerlik Formu-na" etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.
- Öğrencilerden, iki tane A4 kâğıdını yan yana (arada boşluk kalmayacak ve kâğıtlar üst üste gelmeyecek şekilde) getirmeleri istenir. İki A4 kâğıdının birleşimiyle oluşan bölgenin A3 olarak adlandırıldığı belirtilir. A3 kâğıdının eni ve boyuna ait ölçüler ve ikisi arasındaki oran Etkinlik Formu 5 Etkinlik Formu'ndaki tabloya kaydedilir.
- Benzer işlemler diğer kâğıt formları için tekrarlanır. A0 görsel olarak elde edilir.




## DEĞERLENDİRME

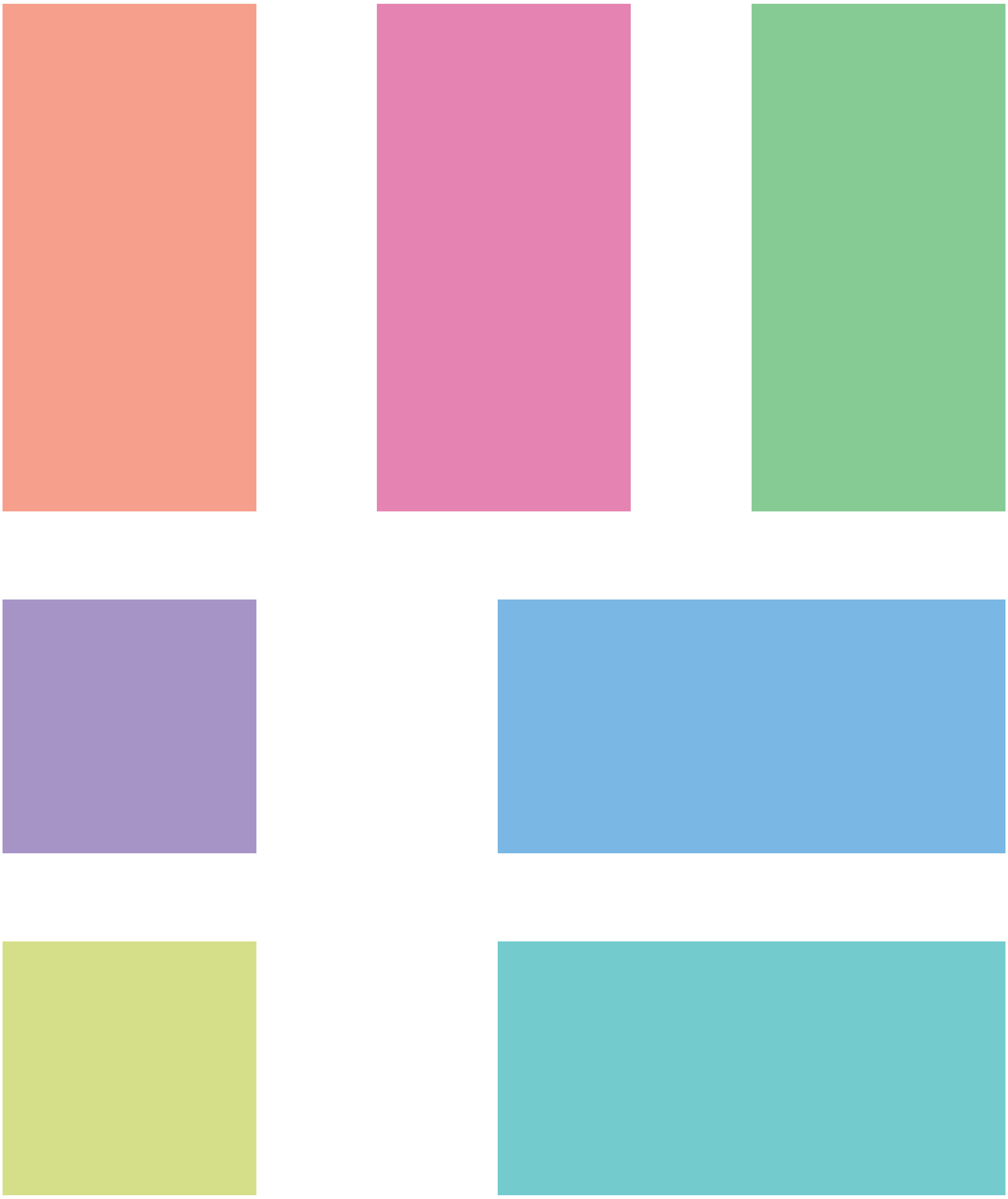
Sınıfta yapılan grup etkinlikleri ardından öğrencilere grup performans değerlendirme formu dağıtılır. Öğrencilerden, grup içi performanslarını değerlendirmeleri istenir. Ayrıca kazanımlar Benzerlik Dereceleme Ölçeği (Ek 2) kullanılarak değerlendirilecektir.

Bu etkinliğe ait "EK 1 Benzerlik Grup Süreç Değerlendirme ve EK 2 Benzerlik Dereceleme Ölçeği For-mu'na" etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.  Formu"na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

### BENZER DİKDÖRTGENLER

Aşağıda yer alan şekilleri kesiniz. Kestiğiniz dikdörtgen ve kareleri birleştirerek benzer dikdörtgenler oluşturunuz. Oluşturduğunuz şekillerin benzerlik oranını hesaplayınız. Bu şekilde en fazla kaç farklı benzer şekil oluşturabilirsiniz?



## ETKİNLİK FORMU - 2

### BENZER DİKDÖRTGENLER GÖZLEM FORMU

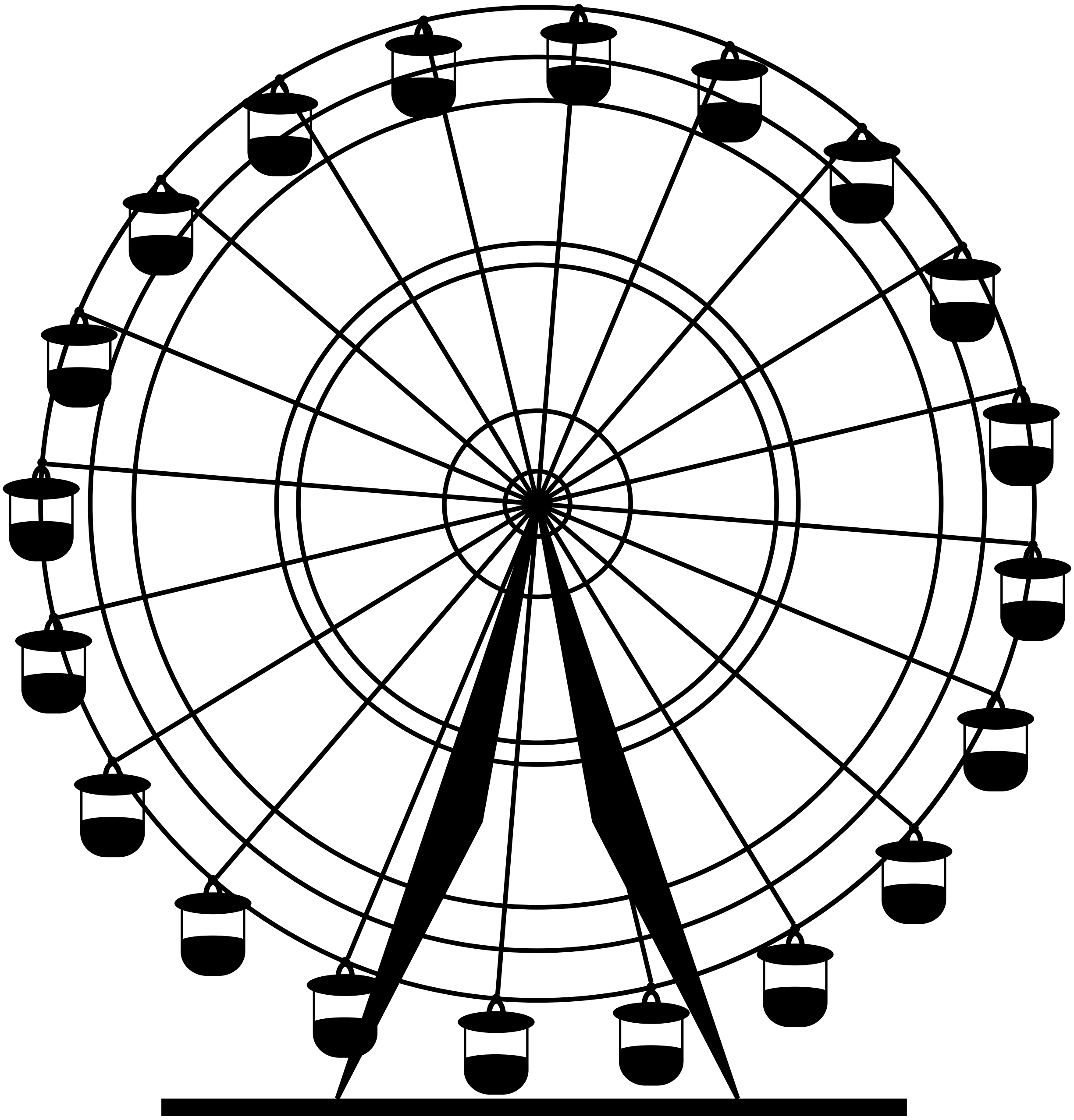
Kısa kenar ve uzun kenar uzunluklarına ait ölçüşer br cinsinden ifade edilir. Karenin bir kenarı 1 br'dir.

| | Kısa Kenar Uzunluğu | Uzun Kenar Uzunluğu | Benzerlik Oranı |
|---|---|---|---|
| 1. Şekil | | | |
| 2. Şekil | | | |
| | **Kısa Kenar Uzunluğu** | **Uzun Kenar Uzunluğu** | **Benzerlik Oranı** |
| 3. Şekil | | | |
| 4. Şekil | | | |
| | **Kısa Kenar Uzunluğu** | **Uzun Kenar Uzunluğu** | **Benzerlik Oranı** |
| 5. Şekil | | | |
| 6. Şekil | | | |
| | **Kısa Kenar Uzunluğu** | **Uzun Kenar Uzunluğu** | **Benzerlik Oranı** |
| 7. Şekil | | | |
| 8. Şekil | | | |
| | **Kısa Kenar Uzunluğu** | **Uzun Kenar Uzunluğu** | **Benzerlik Oranı** |
| 9. Şekil | | | |
| 10. Şekil | | | |
| | **Kısa Kenar Uzunluğu** | **Uzun Kenar Uzunluğu** | **Benzerlik Oranı** |
| 11. Şekil | | | |
| 12. Şekil | | | |
| | **Kısa Kenar Uzunluğu** | **Uzun Kenar Uzunluğu** | **Benzerlik Oranı** |
| 13. Şekil | | | |
| 14. Şekil | | | |

## ETKİNLİK FORMU - 3

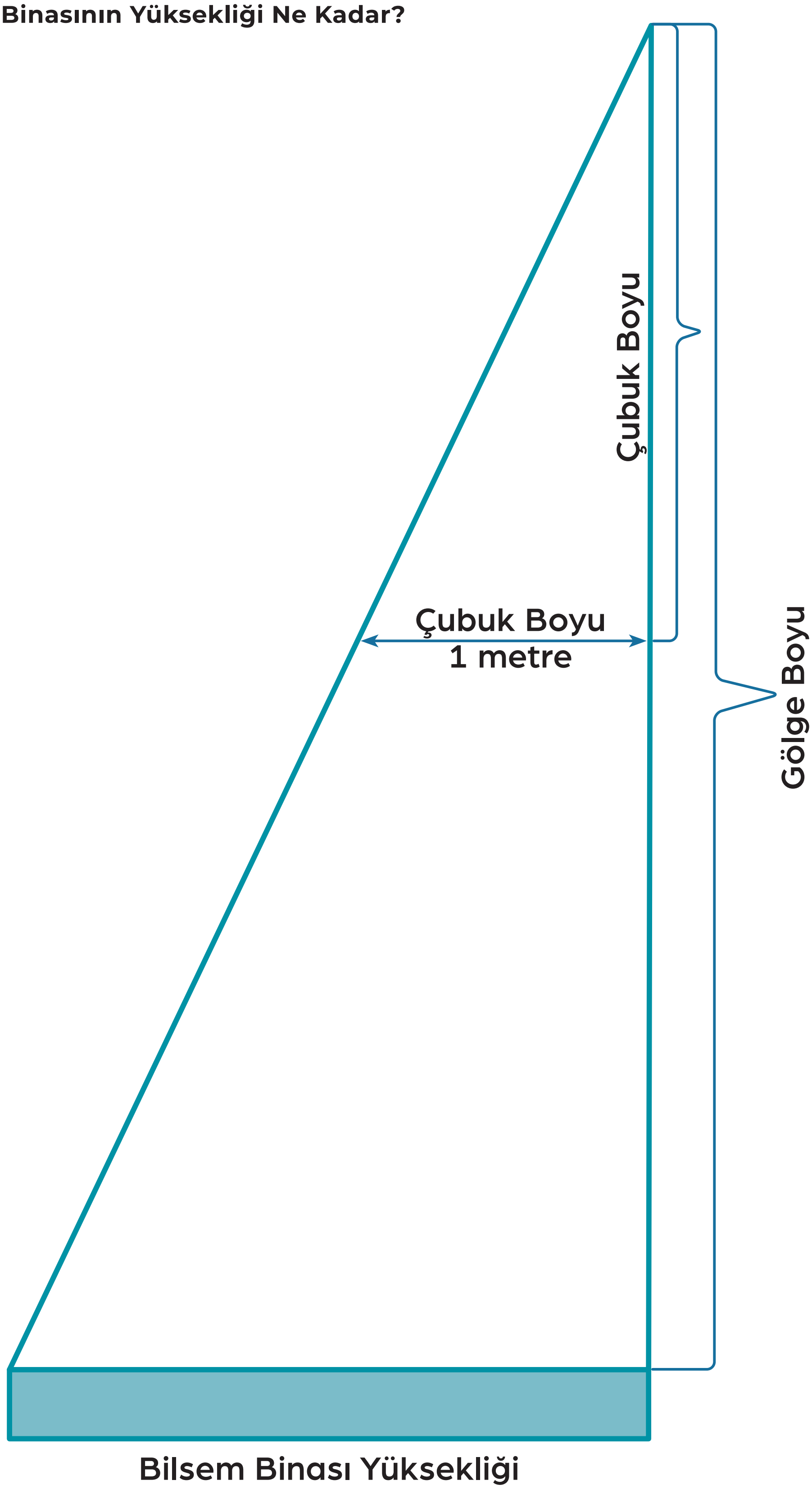
### DÖNME DOLAP'TAKİ BENZERLİK

Dönme dolap içerisinde çok sayıda gizlenmiş benzerlik oranı bulunmaktadır. Dönme dolap içerisine gizlenmiş benzerlik oranlarının tamamını bulabilir misiniz?



## ETKİNLİK FORMU - 4

**Bilsem Binasının Yüksekliği Ne Kadar?**



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: PİSAGOR TEOREMİNİ İSPATLIYORUM**

**MODÜL/KONU:** **Geometri/Üçgenler**

**KAZANIMLAR:**

- Pisagor teoremini açıklar.
- Pisagor teoremini farklı yöntemlerden yararlanarak ispatlar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, ip, makas, kâğıt, kalem.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlik Bilişim alanında yapılan algoritma yazımı ve uygulamaları ile ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin Pisagor Teoremini açıklamalarını, Pisagor teoreminin geometrik ve cebirsel ispatlarını keşfetmelerini ve onu gerçek yaşamla ilişkilendirmelerini sağlamaktır.

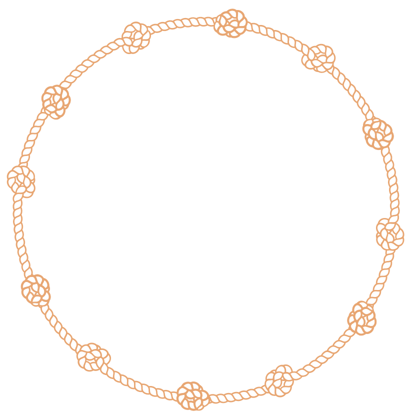
## HAZIRLIK AŞAMASI

Sayı örüntüleri etkinliği blok kodlama programları ile yapılacağından öğrencilerden yanlarında tablet veya bilgisayar getirmeleri istenir. Bu mümkün değilse etkinlik için öğrencilerin bu araçları kullanabilecekleri bir ortamın hazırlanması gerekmektedir.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

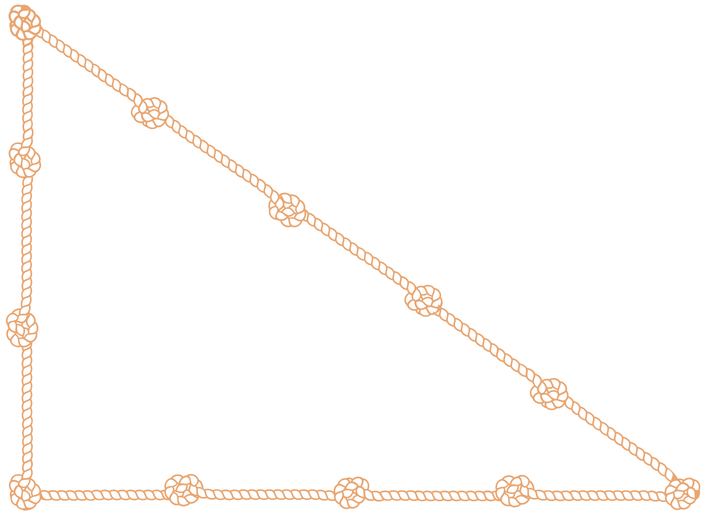
Öğretmen, 12 eşit aralıklı, 12 düğümü olan çember şeklindeki halatı öğrencilere gösterir. Öğrencilere "Bu halat ile bir duvarın dik olup olmadığını nasıl anlayabiliriz?" diye sorar.

Öğretmen, gönüllü üç öğrenciden halatın düğümlerinin olduğu yerlerden tutarak bir dik üçgen oluşturmaya çalışmalarını ister. Öğrencilerin çalışmalarının sonunda elde ettikleri kenar uzunlukları 3, 4 ve 5 birim olan Şekil 2'deki üçgenin bir dik üçgen olduğunu söyler.



Şekil 1 a. Eşit aralıklı, 12 birimli, 12 düğümlü halat.

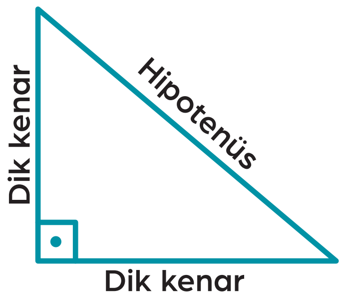
Öğretmen, bu dik üçgendeki kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin matematiğin önemli teoremlerinden biri olan Pisagor Teoremi ile açıklandığını ifade eder. Teorem üzerinde çalışmadan önce öğrencilerle matematikçi ve filozof olarak anılan Pisagor'u (M.Ö. 570-495) tanıtmak üzere onun hayatı ile ilgili hazırlanmış videolar izlenir. Pisagor hakkında kısaca bilgi verildikten sonra; Pisagor teoremi adıyla anılan bu eşitliğin aslında daha önceden kullanılmakta ve bilinmekte olduğu söylenir (Saikia, 2015).



Şekil 2. Halat ile oluşturulan dik üçgen

## Dik Üçgen Nedir?

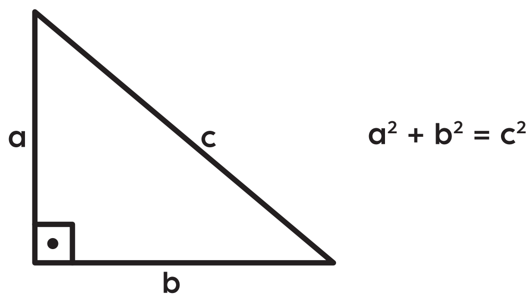
Öğretmen, öncelikle öğrencilere Şekil 3'teki dik üçgeni çizdirir. Ardından iki kenarı birbirine dik olan üçgenlerin dik üçgen olarak adlandırıldığı, dik üçgende iki dar açı ve bir tane dik açı olduğu ifade edilir. Dik açının karşısındaki ve dik üçgendeki en uzun kenarın hipotenüs olduğu belirtilir.




Şekil 3. Dik Üçgen

## Pisagor Teoremi Nedir?

Dik üçgenlerde dik kenarların uzunluklarının karelerinin toplamı hipotenüsün uzunluğunun karesine eşittir. Dik kenarların uzunlukları a ile b iken hipotenüs c birim ile gösterilsin. O hâlde kenar uzunlukları arasında $a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısı vardır.

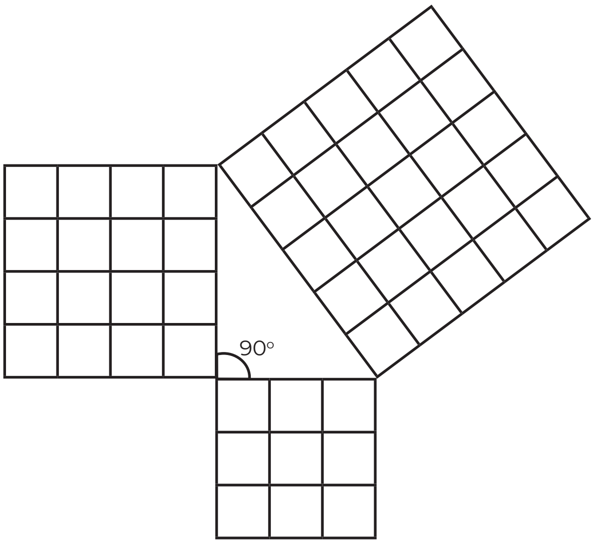



Şekil 4. Pisagor Eşitliği

Öğrencilerle birlikte teoremin daha iyi anlaşılabilmesi için aşağıdaki problemler üzerinde çalışılır.

***Dik kenar uzunlukları 3 ve 4 birim olan bir üçgende hipotenüs kaç birimdir?***

Öğrenciler, problemin çözümü üzerinde çalışırlar. Birim kareler kullanılarak Şekil 5'teki şekil öğrencilere çizdirilir. Ardından oluşturulan şekil ile Pisagor Teoremi arasındaki ilişki sorulur.



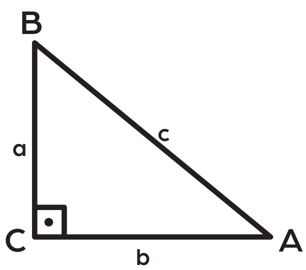

Şekil 5. Pisagor Teoreminin karesel bölgeler kullanılarak yapılan ispatı

## Pisagor Teoreminin Çeşitli İspatları

1. Öğretmen, Pisagor Teoreminin en çok bilinen cebirsel ispatını açıklamak üzere öğrencilere aşağıdaki etkinliği yaptırır. Etkinlik öncesinde cebirsel ifadelerle çarpma işlemiyle ilgili önbilgileri aktif hâle getirmek için çalışmalar yapılır.

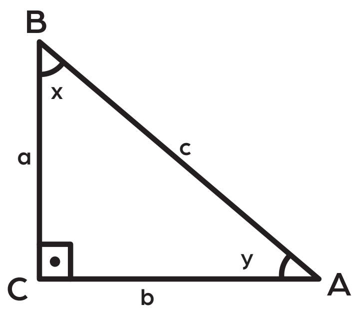
$a \,.\, a = a^2$, $\qquad$ $a \,.\, b = ab$, $\qquad$ $(a+b) \,.\, (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

1. Bir ABC dik üçgeni çizelim. Dik kenarlarının uzunluklarını a ve b ile hipotenüsü c ile isimlendirelim.




Şekil 6.a

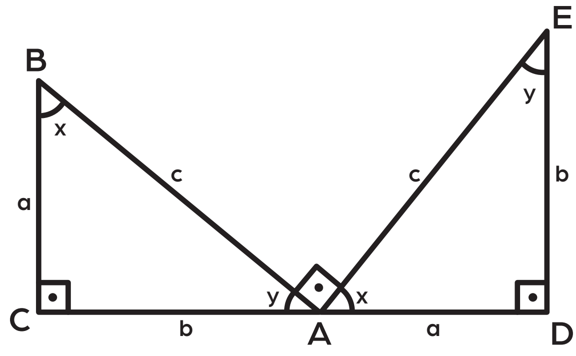
2. Bu üçgenin dar açılarından A açısının ölçüsü x ve B açısının ölçüsü y olsun. x+y=90°'dir.




Şekil 6.b

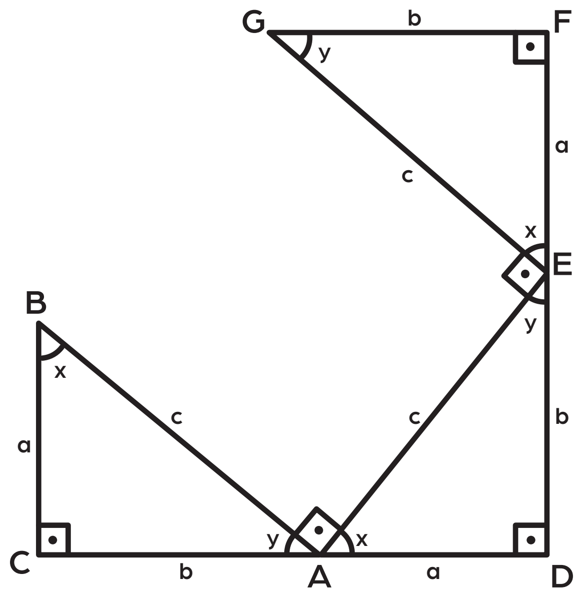
3. Bu üçgeni A noktası etrafında, saat yönünün tersi yönünde 90° döndürdükten sonra, Şekil 6 c'de olduğu gibi C, A, D noktaları doğrusal olacak şekilde yerleştirelim.

A köşesinde birleşen iki üçgenin iç açıları x ve y açılarıdır. x+y=90° olduğundan BAC açısı dik olacaktır.



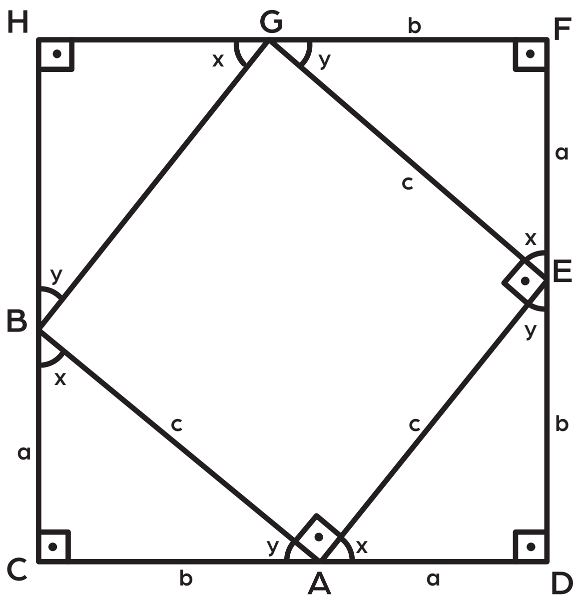

Şekil 6.c

4. ABC üçgenini A köşesi etrafında saat yönünün tersi yönünde 180° döndürüp D, E, F noktaları doğrusal olacak şekilde yerleştirelim.




Şekil 6.d

5. ABC üçgenini A köşesi etrafında saat yönünün tersi yönünde 270° döndürüp Şekil 6e'deki gibi F, G, H noktaları doğrusal olacak şekilde yerleştirdiğimizde bir kenarının uzunluğu (a+b) birim olan CDFH ve oluşan bu karenin içinde bir kenarı c birim olan AEGB kareleri oluşacaktır.




Şekil 6.e

6. Ortaya çıkan CDFH karesinin alanının ölçüsü iki farklı şekilde hesaplanabilir.

   1. Kenar uzunluğu (a+b) birim olan karenin alan ölçüsü hesaplanarak:

      $(a + b) \,.\, (a + b) = a \,.\, a + a \,.\, b + b \,.\, a + b \,.\, b = a^2 + 2ab + b^2$

   2. Dik kenarları a ve b birim olan dört dik üçgenin ve bir kenarı c birim olan AEFB karesinin alan ölçülerinin toplamı hesaplanarak:

      $\frac{4 \,.\, (a \,.\, b)}{2} + c^2 = 2ab + c^2$

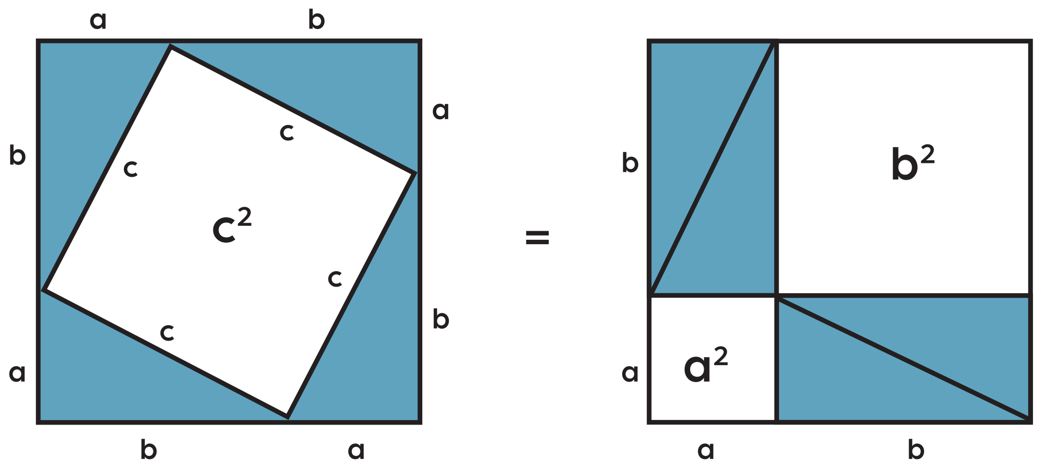
      Her iki yolla elde edilen toplam alanların ölçüsü birbirine eşittir. Bu eşitliği yazdığımızda,

      $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$

      Her iki tarafta 2ab terimleri birbirini götürür. Geriye

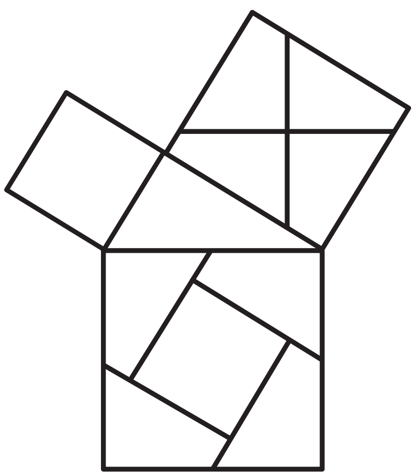
      $a^2 + b^2 = c^2$ kalır. Bu eşitlik de bize Pisagor teoremini verir.

2. Şekil 7'de farklı bir ispat verilmiştir. En büyük iki karenin alan ölçüleri birbirine eşit olduğundan taralı olmayan bölgelerin alan ölçüleri de birbirine eşit olacaktır. Dolayısıyla yine $a^2 + b^2 = c^2$ eşitliği elde edilir.



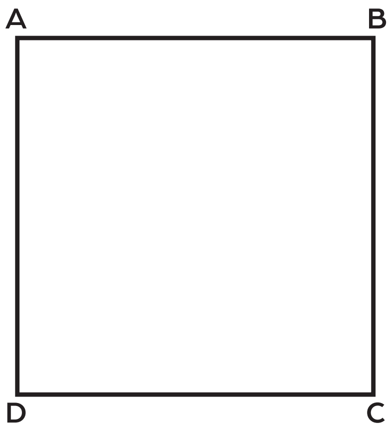

Şekil 7. Pisagor Teoreminin görsel ispatı

3. Öğretmen, Şekil 8'deki ispatı yapmak için öğrencilere aşağıdaki yönergeleri verir.



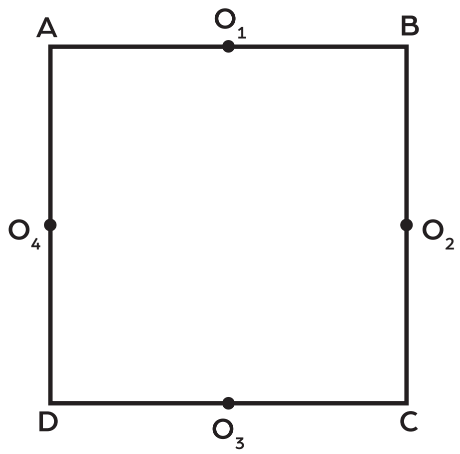
Şekil 8

1. Herhangi bir kare çizin. Bu karenin köşelerini A, B, C, D ile adlandırın.



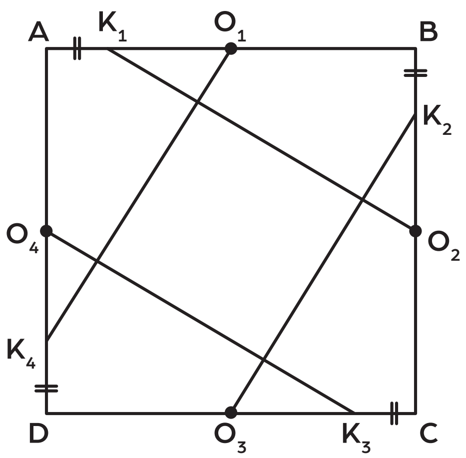

Şekil 9.a

2. ABCD karesinin kenarlarının orta noktalarını işaretleyin. Bu noktaları $O_1$, $O_2$, $O_3$, $O_4$ ile isimlendirin.



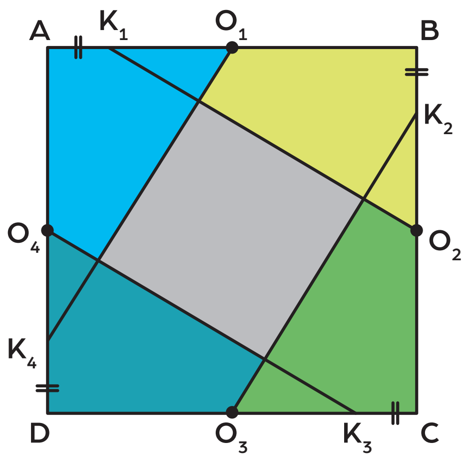

Şekil 9.b

3. A ile $O_1$ arasında bir nokta seçin. Bu nokta $K_1$ olsun. Şekil 9c'de görüldüğü gibi, $|AK_1| = |BK_2| = |CK_3| = |DK_4|$ olacak şekilde $K_2$, $K_3$, $K_4$ noktalarını da işaretleyin. $O_1$ ile $K_4$'ü, $O_2$ ile $K_1$'i, $O_3$ ile $K_2$'yi, $O_4$ ile $K_3$'ü birleştirelim.




Şekil 9.c

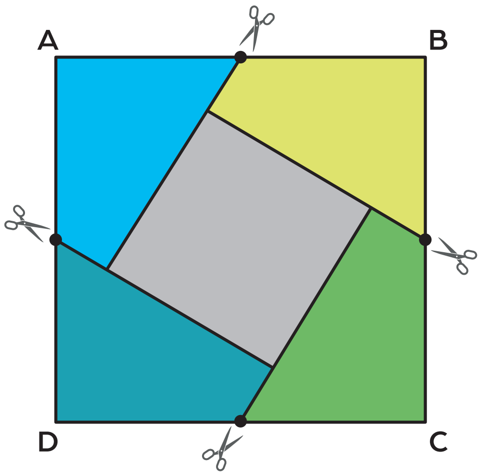
4. Aşağıdaki gibi bölgeleri farklı renklerle boyayın.




Şekil 9.d

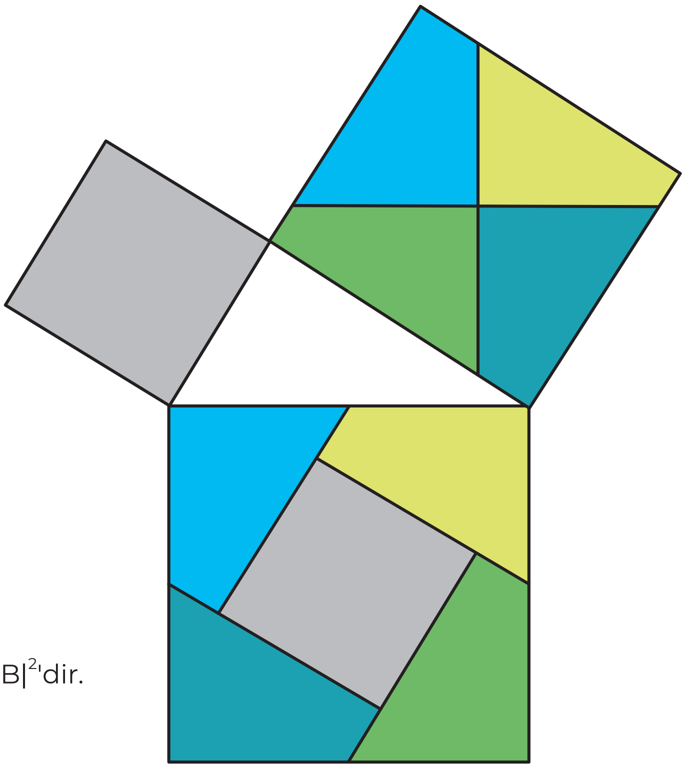
Şekil 9d'deki görselden bir adet daha çizin. Karelerden birini Şekil 9e'deki gibi makas ile gösterilen yerlerden kesin.

Kesilen renkli bölgelere ait parçaları Şekil 9f'deki gibi yerleştirin. Ardından öğrencilerin bu ispat üzerine görüşlerini alınız.




Şekil 9.e

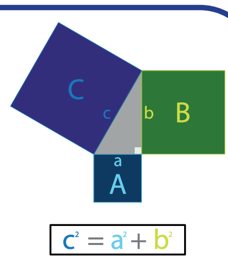
Şekilden anlaşılacağı gibi $|AE|^2 + |EB|^2 = |AB|^2$'dir.



Şekil 9.f

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Eski Yunan filozoflarından Pisagor (M.Ö. 570-495), Güney İtalya'nın Croton şehrinde dini ve mistik özelliklere sahip bilimsel bir topluluk kurmuştur. Bu topluluk tarafından üretilen bilgilerin gizli tutulması esastır ve söz konusu bilgiler dışarıdan kimseyle paylaşılmamaktadır. Pisagor "Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı iki dik açının ölçüleri toplamına eşittir." ve "Bir dik üçgende en uzun kenarın uzunluk ölçüsünün karesi, diğer dik kenarların uzunluk ölçülerinin karelerinin toplamına eşittir." teoremleri ile tanınan büyük düşünürdür. Ayrıca Dünya'nın yuvarlak olduğunu ilk defa ortaya atan kişilerden biridir. Matematik, Müzik, Geometri ve Astronomi'nin gelişmesinde çok önemli katkıları olan Pisagor ve öğrencileri, evrende geometrik ve harmonik bir uyum olduğuna, doğal sayıların evreni yönettiğine ve sayıların geometrik bir anlamı olduğuna inanmaktadırlar (Yılmaz ve Misli, 2017).

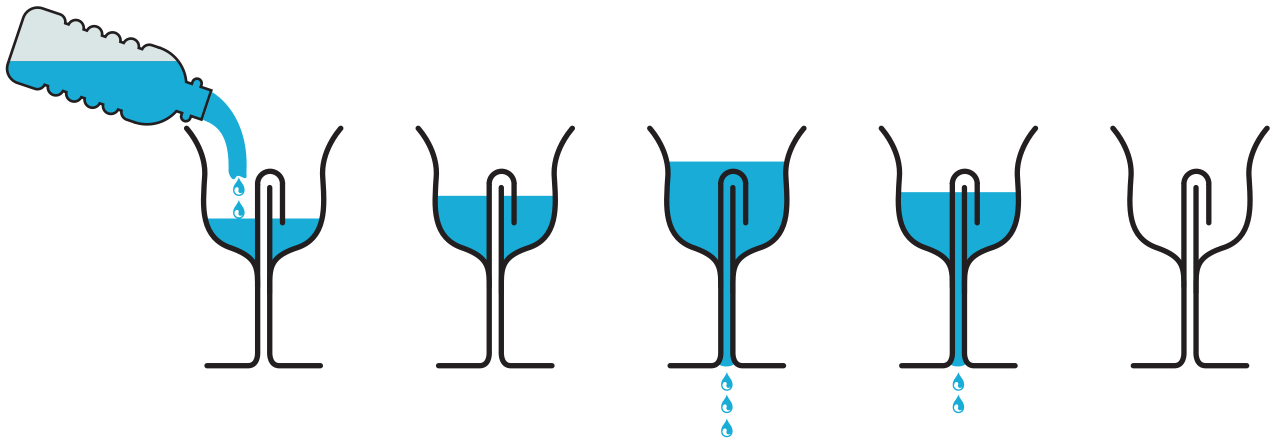



Şekil 10. Pisagor ve Pisagor Teoremi

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Pisagor'un en önemli buluşlarından bir tanesi de Adalet Kupası'dır. Bu kupa, görünüşte tıpkı diğer kupalar gibidir. Onu diğer kupalardan ayıran özelliği ise kupanın ortasında yer alan bir kolonun olması ve bu kolonun içinde yer alan kanaldır. Su, bu kolonun yüksekliğine kadar doldurulduğunda diğer kupalarda olduğu gibi durmaktadır (Şekil 2). Fakat su, bu kolonun yüksekliğini geçtiğinde ortadaki kolon ve içindeki kanal su ile dolmakta ve ardından sifon (siphon) etkisi devreye girmektedir. Böylece kupanın içindeki suyun tamamı dökülmektedir (Şekil 3) (Yılmaz ve Misli, 2017).

Şekil 11. Pisagor'un adalet kupası



Şekil 12. Pisagor'un Adalet Kupasındaki suyun dolup boşalması

Pisagor'un Adalet Kupası, bu özelliği ile sanki teknik araştırmalar sonunda üretilen gizemli bir eşya gibi görünmektedir. Sahip olduğu gizem ise, Pisagorcu okulun inanç felsefesini destekler niteliktedir. Kupanın altında bir delik vardır ancak sınırlar aşılmadığı sürece kupa boşalmamaktadır. Adalet Kupası bu haliyle adeta şu mesajı vermektedir: "Aza kanaat getirmeyen çoğu bulamaz." (Yılmaz ve Misli, 2017)

## DÜŞÜNME KUTUSU

Pisagor Teoreminin tersi de doğru mudur? Bir üçgende c, en uzun kenarın uzunluğu olmak üzere, uzunlukları a, b ve c birim olan bir üçgen olsun. Eğer, $a^2 + b^2 = c^2$ ise, bu kenar uzunluklarına sahip olan üçgen her zaman dik açılı bir üçgen midir? (Huston 2017)

## DÜŞÜNME KUTUSU

**$a^n + b^n = c^n$**

Yukarıdaki denklemde n yerine 2 yazıldığında denklem Pisagor teoremine dönüşmektedir. Sonuç olarak bu denklemi sağlayan a, b ve c tam sayıları mevcuttur. Bunlar Pisagor üçlüleri olarak geçmektedir. Kenarlarının uzunluk ölçüsü 1 ile 25 arasındaki tam sayılar olan kaç tane Pisagor üçlüsü vardır?

***Buna göre aşağıdaki ifade doğru mudur?***

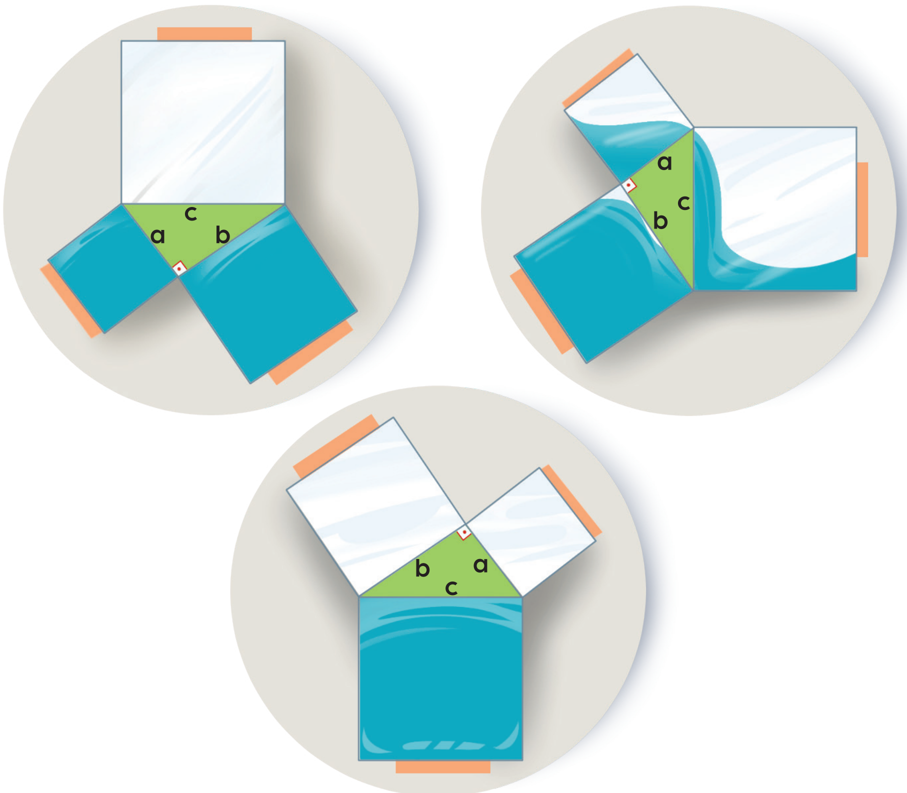
Bu bilgiler doğrultusunda “Eğer n>2 koşulunu sağlayan bir tam sayıysa, verilen denklemin pozitif tam sayılarda çözümü yoktur.” ifadesinin doğru olup olmadığını açıklayınız.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ 1

Kenar uzunluklarının ölçüsü tam sayı olan farklı (3-4-5, 5-12-13, 8-15-17 gibi) dik üçgenlerin varlığı incelenerek bu üçgenler arasındaki ilişkiler araştırılabilir.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ 2

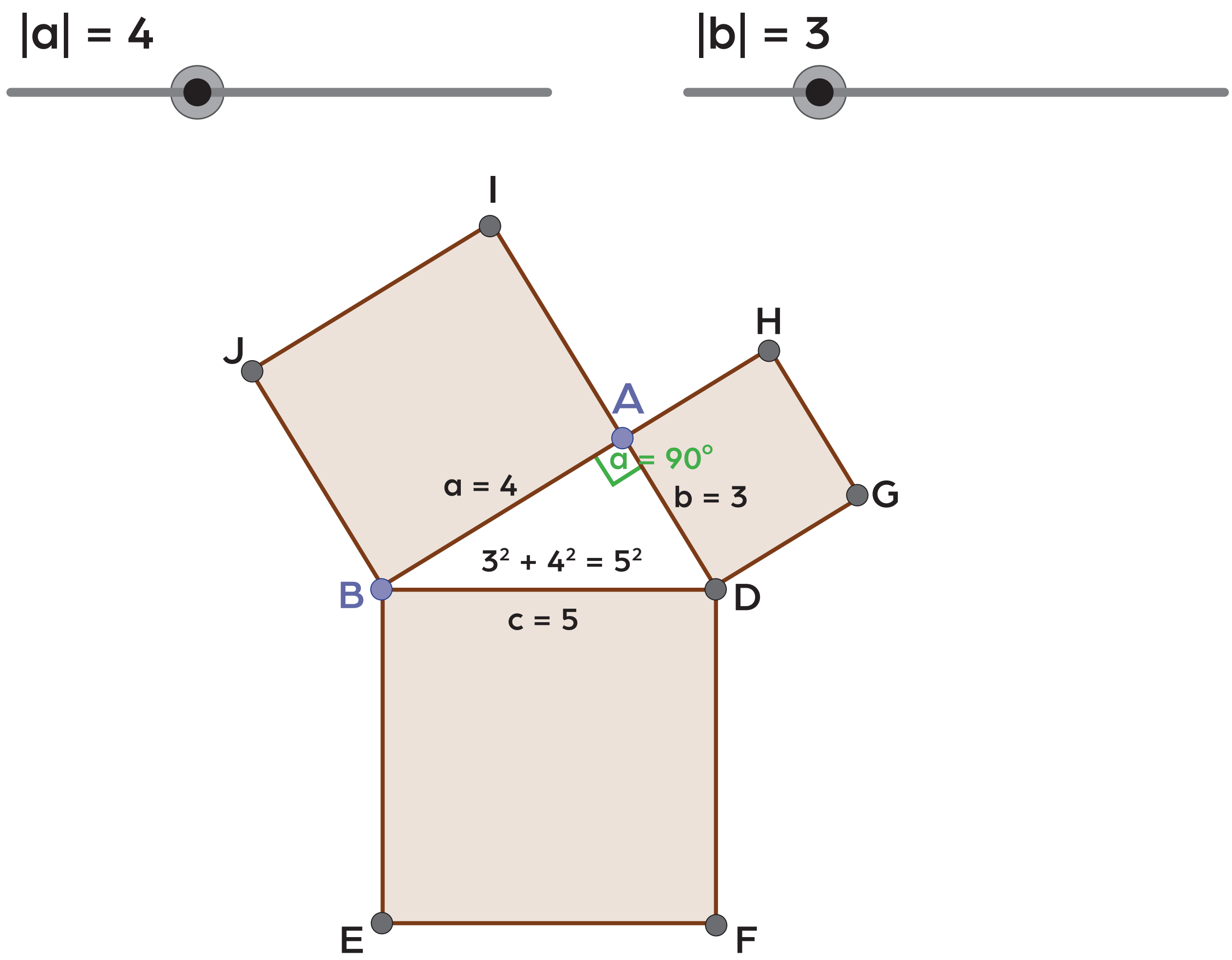
Pisagor teoreminin hacim ile ispatı aşağıdaki şekillerdeki gibi yapılabilir.




Şekil 12. Pisagor Teoreminin hacim ile ispatı

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ 3

Pisagor Teoreminin dinamik geometri ile ispatının modellemesi aşağıda verilmiştir. İspat modelinin yer aldığı dinamik geometri programına aşağıdaki karekodla ulaşılabilir.



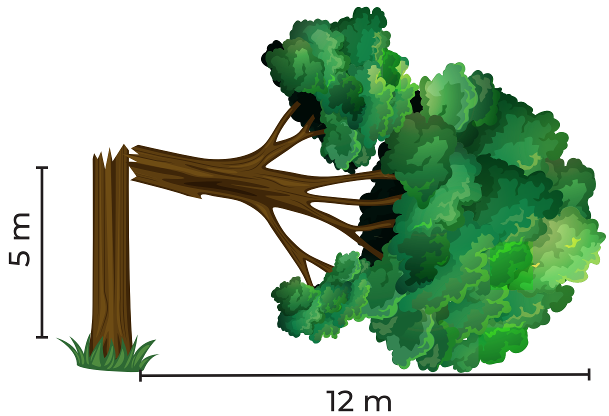

Şekil 13. Dinamik geometri programı ile Pisagor Teoreminin ispatı.

## DEĞERLENDİRME

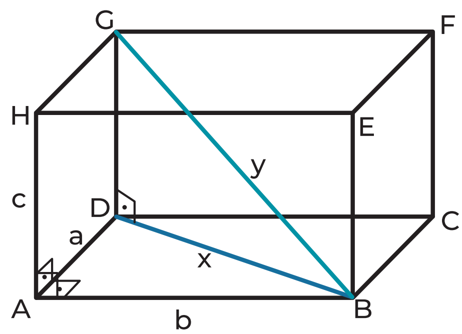
Öğrencilerin geçirdikleri süreç, Pisagor Teoremi için hazırlanan Pisagor Teoremini İspatlıyorum Dereceleme Ölçeği ve Değerlendirme Sorularına verilen cevaplara göre değerlendirilir. Dereceleme ölçeği puanlama anahtarına ilgili karekod okutarak ulaşılabilir.

## DEĞERLENDİRME SORULARI

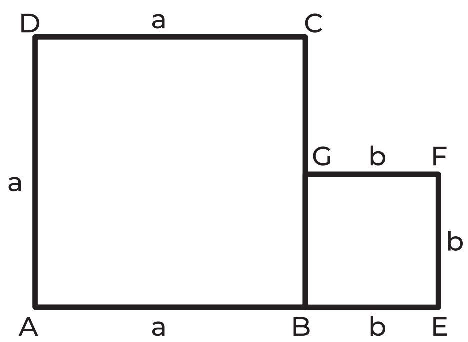
**1.** Aşağıdaki gibi bir ağaca yıldırım düşmüş ve ağaç gövdesinden şekildeki gibi kırılarak devrilmiştir. Ağacın kırılmadan önceki boyu kaç metredir?



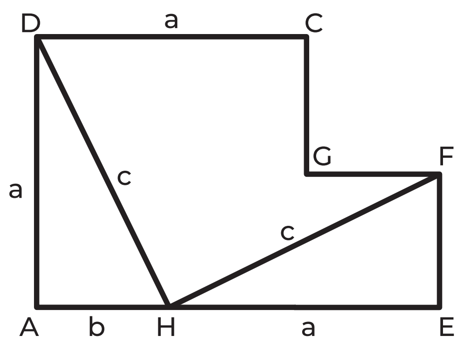

**2.** Ayrıt uzunlukları a, b ve c birim olan dikdörtgenler prizmasının ABCD yüzeyinin yüzey köşegeni x, prizmanın cisim köşegeni y'dir. Buna göre a, b, c, x ve y'nin değerinin tam sayı olduğu bir dikdörtgenler prizması çizilebilir mi? Neden?




**3.** Şekil 1a'da verilen ABCD ve BEFG karelerinden yararlanılarak Pisagor Teoremi'nin ispatını yapınız. Bunun için Şekil 1b'deki gibi c kenarının çizilmesiyle başlanan görsel ispat, teoreme ulaşmak için nasıl devam ettirilmelidir? Açıklayınız.




Şekil 1.a




Şekil 1.b

## KAYNAKLAR

Benjamin, A. (2018). *Matematiğin Sihirli Dünyası.* (Çev. Hakan Doğan, Uğur Doğan, Boğaç Karçıka, Ayhan Dil, Uğur Efem). Nika Yayınevi

Huston, K. (2017). *Matematikçi Gibi Düşünmek.* (Çev. Mehmet Terziler, Tahsin Öner.) Palme Yayıncılık.

Saikia, M. P. (2015). *The Pythagoras Theorem*, Asia Pacific Mathematics Newsletter, 5(2), 5-8.

Yılmaz, O., & Misli, Ç. (2017). Pisagor'un Adalet Kupası, *Fizik Dünyası,* 1(3), 1-8.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÇOK YÜZLÜ CİSİMLER**
**MODÜL/KONU:** **Geometri/Çok Yüzlüler**
**KAZANIMLAR:**

- Platonik cisimlerin özelliklerini keşfeder.
- Euler'in düzgün çok yüzlüler formülünü keşfeder.

**SÜRE:** 2 ders saati
**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu, Ek 1, makas, yapıştırıcı.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bu etkinlikte, öğrencilerin matematiksel kavram ve kuralların farklı temsil biçimlerini birbiriyle ilişkilendirmeleri hedeflenmektedir. Bunları birbirlerine dönüştürmeleri, matematiği diğer derslerle ve günlük yaşamla ilişkilendirmeleri amaçlanmaktadır. Disiplinler arası bağlamda ise etkinlik felsefe ile ilişkilendirilerek öğrencilerin platonik cisimler ile doğanın toprak, su, ateş, hava ve evren ögeleri arasında tutarlı, temellendirilmiş bir ilişki kurmaları ve kurdukları ilişkiyi açıklamaları beklenmektedir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinlikte, öğrencilerin düzgün-yarı düzgün olan ile düzgün olmayan çok yüzlüleri tanımlamaları ve çok yüzlülerin özelliklerini keşfetmeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerin, çok yüzlüleri dış bükey ile iç bükey olmak üzere ayırt edebilmeleri ve dış bükey çok yüzlülerin aralarındaki ilişkileri keşfetmeleri beklenmektedir. Ayrıca etkinlikte öğrencilerin matematiksel yetkinlikleri ile mantıksal muhakeme, akıl yürütme, eleştirel düşünme ve yaratıcılık gibi becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

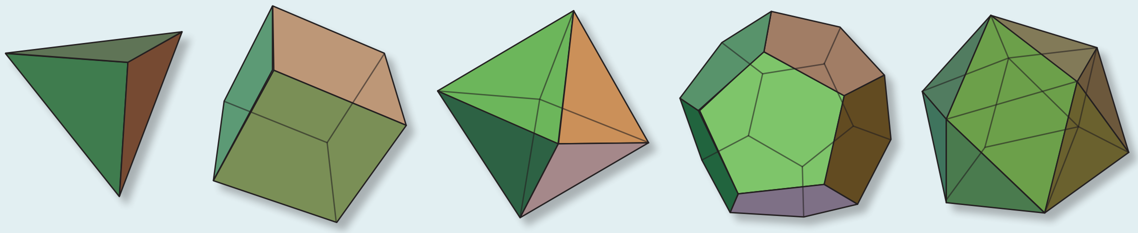
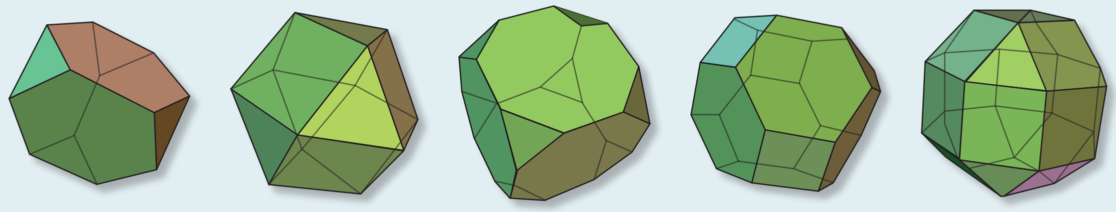
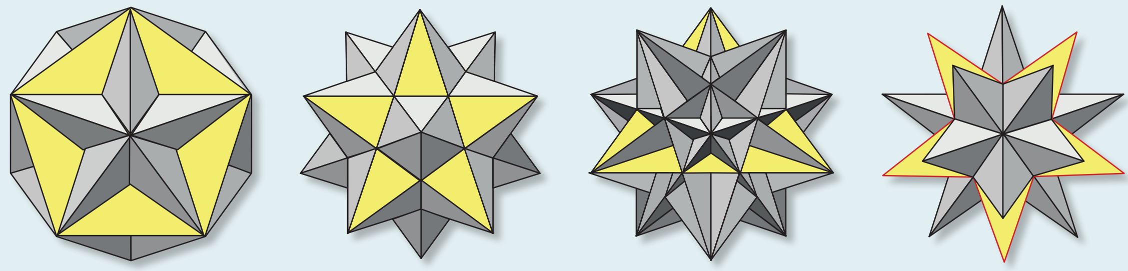
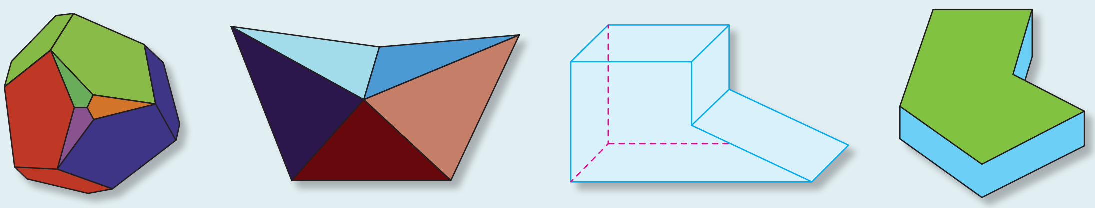
Öğretmen, derste her öğrenciye dağıtmak üzere, dersin öncesinde Etkinlik Formu'nu ve Ek 1 formlarını öğrenci sayısı kadar çıktı alır. Etkinliği zenginleştirmek üzere tablo vb. görsel unsurlara ve bilgilere yönelik bir sunum hazırlanabilir. Dinamik geometri yazılımları aracılığıyla çok yüzlüler ile ilgili tasarımlar yapılarak derste bu tasarımlara yer verilebilir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### Adım 1:

Öğretmen, öğrencilere "çok yüzlü"nün matematiksel olarak ne anlama gelebileceğini sorarak öğrencilerle birlikte beyin fırtınası yapar. Öğretmen bu süreçte öğrencilerin görüşlerini bir kelime bulutu programı yardımıyla görselleştirerek tahtaya yansıtabilir.

Tablo 1. Çok yüzlü cisim örnekleri

| | |
|---|---|
| **1. Grup Düzgün Çok Yüzlüler** | <br>**Hepsi dışbükey çok yüzlüdür.** |
| **2. Grup Yarı Düzgün Çok Yüzlüler** | <br>**Kesik dört yüzlü** · **Küp sekiz yüzlü** · **Kesik küp** · **Kesik sekiz yüzlü** · **Küçük rombi küp sekiz yüzlü**<br>**Hepsi dışbükey çok yüzlüdür.** |
| **3. Grup Düzgün Çok Yüzlüler** | <br>**Büyük oniki yüzlü** · **Küçük yıldızlı oniki yüzlü** · **Büyük yıldızlı oniki yüzlü** · **Büyük yirmi yüzlü**<br>**Hepsi iç bükey çok yüzlüdür.** |
| **4. Grup Düzgün Olmayan Çok Yüzlüler** | <br>**Dış bükey** · **İç bükey** · **Dış bükey** · **İç bükey** |

## Adım 2:

Öğretmen, Etkinlik Formlarını öğrencilere dağıtır. Tahtaya Tablo 1'deki çok yüzlü cisim örneklerini (sadece cisimler görünecek şekilde) yansıtır ve şu soruları sorar:

- Bu cisimler arasında çevrenizde gördükleriniz var mı? Varsa hangileri ve bunları nerede gözlemlediniz?
- Bu cisimlerin gözlemlediğiniz ortak özellikleri nelerdir? Açıklayınız.

Buna benzer sorularla öğrencilerin, verilen cisimlerden düzgün dört yüzlünün üçgen piramit, düzgün altı yüzlünün küp olduğunu fark etmeleri beklenir. Günlük hayattaki gözlemlerini ve ilgili cisimlerde gözlemledikleri ortak yönleri ifade etmeleri için öğrencilere söz hakkı verilir. Ardından öğrencilerin, Tablo 1'de verilen cisimlerin ortak özelliklerinden yola çıkarak çok yüzlü cisimleri tanımlamaları istenir ve öğrencilerin görüşleri alınır. İlgili cisimlerin "her bir yüzü düzlemsel çokgenler ile sınırlanan, ayrıt ve köşeleri de bu çokgenlerin kenar ve köşeleri olan cisimler" olduğunu keşfetmeleri sağlanarak bu cisimlerin "çok yüzlü (polihedron)" olarak tanımlandıkları belirtilir. Çok yüzlülerin, çokgenlerin kenar sayılarında olduğuna benzer şekilde, yüzey sayılarına göre "yüzey sayısı+yüzlü" şeklinde isimlendirildiği açıklanır. Açıklamanın ardından Tablo 1'de verilen cisimlerden bazılarının öğrenciler tarafından bu kurala göre isimlendirilmesi istenir.

**BİLGİ KUTUSU**

Bazı arkeolojik kazılarda binlerce yıl öncesine ait olan taştan üretilmiş düzgün çok yüzlüler bulunmuştur. Örneğin İskoçya'da yapılan bir kazıda, Cilalı Taş Devri'nde yaşayan insanlar tarafından binlerce yıl önce oyulan taş yapıların çok yüzlüler şeklinde olduğu görülmüştür. Bu kazıda bulunan cisimler Oxford Üniversitesi'ndeki Ashmolean Müzesi'nde sergilenmektedir (Şekil 1).

Şekil 1. Platonik cisimlerin ilk örnekleri (Ermiş, 2014)

**Adım 3:**

"Çokgenlerde olduğu gibi çok yüzlülerin de çok yüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçalarından herhangi biri bu çok yüzlünün içerisinde kalmıyorsa konkav (içbükey) çok yüzlü, eğer çok yüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçalarının tamamı bu çok yüzlünün içerisinde kalıyorsa konveks (dışbükey) çok yüzlü" olarak adlandırıldıkları ifade edilir. Bu açıklamanın ardından öğrencilerden Tablo 1'de verilen çok yüzlü cisimleri içbükey ve dış bükey olmak üzere Tablo 1'de verildiği gibi sınıflandırmaları istenir.

**Adım 4:**

Öğrencilere, Tablo 1'de verilen "Bu dört cisim grubu arasında ne gibi farklılıklar olabilir?" diye sorularak Tablo 2'de verilen özelliklerin öğrenciler tarafından keşfedilmesi sağlanır. Ardından ifade edilen özellikler doğrultusunda tüm ayrıt ile yüzleri eş olan ve her köşesinden aynı sayıda yüz geçen çok yüzlülerin "düzgün/düzenli çok yüzlüler"; bütün yüzeyleri düzenli olan ancak aynı çokgen sınıfında olmayan çokgenlerden oluşan ve her köşesinden aynı sayıda yüz geçen çok yüzlülerin "yarı düzgün/düzenli çok yüzlüler" şeklinde tanımlandığı bilgisi verilir. Yüzeyleri düzenli olmayan çokgenlerden oluşan ve tepe noktaları da düzenli olmayan çok yüzlülerin ise "düzgün/düzenli olmayan çok yüzlüler" olarak adlandırıldığı belirtilir (Coşkun, 2013). Bu tanımlardan yola çıkarak öğrencilerden Tablo 1'de verilen cisimleri sınıflandırmaları istenir.

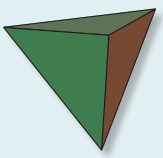
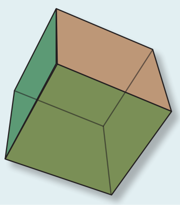
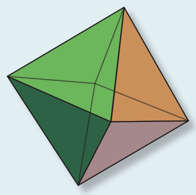
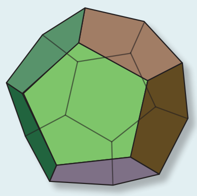
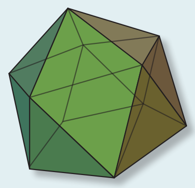
Tablo 2. Çok yüzlülerin çeşitleri ve özellikleri

| 1. Grup Düzgün Çok Yüzlüler | 2. Grup Yarı Düzgün Çok Yüzlüler | 3. Grup Düzgün Olmayan Çok Yüzlüler |
|---|---|---|
| 1. Tüm yüzeyleri aynı büyüklükte ve eşittir.<br><br>2. Tüm yüzeyleri aynı türdeki düzenli/düzgün çokgenlerden oluşur.<br><br>3. Her tepe noktasında birleşen yüzey sayısı aynıdır. (Düzenli tepe noktası) | 1. Tüm yüzeyleri aynı büyüklükte ve eşit değildir.<br><br>2. Tüm yüzeyleri düzenli/düzgün çokgenlerden oluşur.<br><br>3. Her tepe noktasında birleşen yüzey sayısı aynıdır. (Düzenli tepe noktası). | 1. Tüm yüzeyleri aynı büyüklükte ve eşit değildir.<br><br>2. Yüzeyleri her zaman düzenli/düzgün çokgenlerden oluşmaz,<br><br>3. Her tepe noktasında birleşen yüzey sayısı tüm tepe noktalarında birbirine eşit olmayabilir. (Düzensiz tepe noktası) |

### Adım 5:

Öğretmen, EK 1'de verilen düzgün çok yüzlü cisimlerin açık formlarını öğrencilere dağıtır. Öğrencilerden, verilen şekilleri makas izlerini takip ederek kesip çıkarmalarını ister. Ardından kesilen şekillerdeki kulakçıklara yapıştırıcı sürerek düzgün çok yüzlü cisimleri inşa etmelerini ister. Cisimlerin kapalı hallerini inşa ettikten sonra düzgün çok yüzlü cisimler arasından iki cismi nasıl isimlendirildiği yönelik örnek verir. Verdiği örneklerden yola çıkarak öğrencilerin ismini belirtmediği düzgün çok yüzlü cisimlerin nasıl ve hangi özellikleri göz önünde bulundurularak isimlendirilebileceği ile iligili görüşlerini alır. Öğrencilere, düzgün çok yüzlülerin yüzey sayılarına göre "düzgün+yüzey sayısı+yüzlü" şeklinde isimlendirildiklerini keşfettirilir. Öğrencilerin bu cisimleri Tablo 3'te olduğu gibi bu kurala göre isimlendirmeleri beklenir.

Tablo 3. Düzgün çok yüzlülerin isimlendirilmesi

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1. Grup** |  |  |  |  |  |
| **Yüzey sayısı** | 4 | 6 | 8 | 12 | 20 |
| **İsimleri** | Düzgün dört yüzlü (tetrahedron) | Düzgün altı yüzlü (hexahedron) | Düzgün sekiz yüzlü (octahedron) | Düzgün oniki yüzlü (dodecahedron) | Düzgün yirmi yüzlü (isocahedron) |

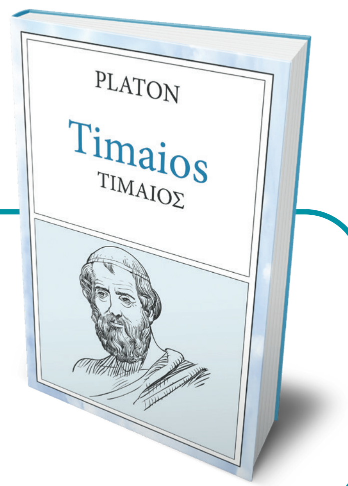
### Adım 6:

Yapılan çalışmanın ardından, Atinalı Theaitetos'in düzgün çokyüzlülerin 5 tanesinin de matematiksel olarak ilk tanımını yaptığı ve başka hiçbir dışbükey düzgün çokyüzlünün olmadığının kanıtının ona atfedildiği belirtilir (Launay, 2018). M.Ö. 360'lı yıllarda Platon'un "Timaus" adlı eserinde düzgün çok yüzlülerden bahsederek doğanın toprak, su, ateş, hava ve evren olmak üzere toplam beş ögeden oluştuğunu ve bu her bir doğal öğenin de düzgün çok yüzlülerle simgelendiğini ifade ettiğinden söz edilir (Ermiş, 2014). Bu açıklamaların ardından öğrencilere "Platon'un yerinde siz olsaydınız düzgün çok yüzlüleri bu beş öğeden hangisine, neden benzetirdiniz?" diye sorulur. Daha sonra öğrencilerden düzgün çok yüzlülerin şekillerini bu beş öğe ile eşlemeleri ve yaptıkları eşlemenin gerekçelerini sunmaları istenir.

Platon'un, bu cisimlerle doğanın temel unsurlarını Şekil 2'de belirtildiği gibi: düzgün dörtyüzlü ile ateş, düzgün sekizyüzlü ile hava, düzgün yirmi yüzlü ile su, düzgün altı yüzlü ile toprak ve düzgün oniki yüzlü ile de evren olacak şekilde ilişkilendirdiği belirtilir. Bu cisimleri ilk tanımlayan Theaitetos olmasına rağmen Platon'un bu beş cismi açıklama çabası nedeniyle ilgili cisimlerin aynı zamanda "platonik cisimler" olarak da adlandırıldığı bilgisi verilir. Ayrıca Öklid'in "Elemanlar" kitabında da platonik cisimlerin tamamen matematiksel olarak tanımlandığı, kitapta beş çokyüzlünün nasıl oluşturulduğunun açıklandığı ifade edilir. Öklid beş platonik cisimden başka düzgün çok yüzlünün olmadığını ispat etmiştir (Launay, 2018).


Şekil 2. Platon'un düzgün çok yüzlüler ile doğanın temel unsurlarına dair yaptığı ilişkilendirme

## BİLGİ KUTUSU




Platon **"Timaus"** adlı eserinde çok yüzlüler için şöyle diyordu:

*"Bu beş öğenin her biri birer eşkenar çok yüzlü olan atomlardan oluşmuştur. Tanrı'nın onların sayıları, hareketleri ve diğer nitelikleri arasında uygun oranlar ayarladığını ve bu oranları tam bir mükemmellik içinde bir araya getirdiğini var saymalıyız."*

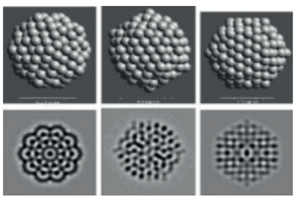
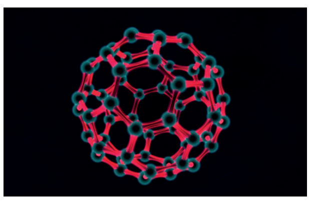
### BİLGİ KUTUSU

Tablo 1'de verilen çok yüzlü cisim örneklerinden 1. grupta yer alan düzgün çok yüzlüler aynı zamanda Platonik Cisimler olarak da adlandırılmaktadır ve uzayda sadece beş tane düzgün çok yüzlü cisim vardır. 2. gruptaki yarı düzgün çok yüzlüler ise Arşimet Katıları olarak bilinmektedir ve on üç tane Arşimet Katısı vardır (Coşkun, 2013). 3. grupta yer alan cisimler ise Kepler Çok Yüzlüleri olarak isimlendirilmektedir ve bu grupta da dört cisim yer almaktadır (Pappas,1989).

### Adım 7:

Öğretmen, Tablo 4'te verilen günlük yaşamda karşılaşılabilecek çok yüzlü cisim örneklerini tahtaya yansıtarak öğrencilere verilen örneklerle çok yüzlüler arasında ilişki kurulup kurulamayacağını sorar. Öğrencilerden cevaplarını gerekçelendirmeleri istenir. Ardından atomların kristal yapı oluştururken Platon'un tanımladığı düzgün çok yüzlüler formunda dizilmekte olduğu; birçok virüs, bakteri ve onlar gibi küçük organizmaların çok yüzlü formlarda görüldüğü ifade edilir. Mimarlıkta sağlam ve estetik yapılar oluşturmak için de çok yüzlüler model alınmaktadır. Örneğin Paris'te bulunan Louvre Müzesi. Günlük hayatta da futbol topu ve zarlar vb. cisimlerin de birer düzgün çok yüzlü cisim örneği olduğu belirtilir. Sonuç olarak bu etkinlikle öğrenciler Platonik cisimlerin doğayı anlamak için insanlara yardımcı olan temel matematiksel objeler olduğu keşfederler. Öğrencilere, yeterli zaman tanınarak onlardan verilen örnekler dışında günlük hayatta gözlemlenebilecek düzgün çok yüzlü örneklerini araştırıp, sınıfla paylaşmaları istenebilir. Örneğin "Grup olarak oynadığımız oyunlarda genelde zar olarak neden küp kullanılır? Farklı bir cisim kullanılabilir mi?" gibi sorular sorularak tartışılabilir. Küpün her bir yüzünün eş karelerden oluşmasının zar atıldığında her bir yüzün gelme şansının aynı olmasını sağladığı, bu açıdan oyunlarda belirsizliği artırmak için düzgün sekizyüzlü, on iki yüzlü ve yirmi yüzlü zarların da kullanabileceği ifade edilir.

Tablo 4. Günlük hayattan çok yüzlü cisim formu örnekleri

| | | | |
|---|---|---|---|
|  Virüs yapısında on iki yüzlü varlığı |  Altın-paladyum atomlarının kristal yapı diziliminde on iki yüzlünün varlığı |  Futbol topu |  Rotterdam kübik evler |
|  Louvre Müzesi |  Çok yüzlü zarlar |  Buckball molekülü |  Megaminx rubik küp |

### Adım 8:

Daha sonra öğrencilerden, oluşturdukları çok yüzlülerin yüzeylerini oluşturan çokgen/lerin adlarını, toplam köşe sayılarını, toplam yüzey sayılarını ve toplam ayrıt sayılarını inceleyerek elde ettikleri bilgiler doğrultusunda Etkinlik Formu'nda verilen Tablo 3'teki boş kısımları doldurmaları istenir. Elde ettikleri verilerden yola çıkarak çok yüzlülerin toplam köşe sayıları, toplam yüzey sayıları ve toplam ayrıt sayıları arasında bir bağıntı olup olmadığı sorularak öğrencilerin görüşleri alınır.

Tablonun sonuna bir sütun daha eklenerek öğrencilerden *"Toplam köşe sayısı+ Toplam yüzey sayısı-Toplam ayrıt sayısı"* formülünü uygulayarak elde ettikleri sonuçları tabloda verilen sütuna yazmaları istenir. Dış bükey çok yüzlülerin yüz sayıları, ayrıt sayıları ve köşe sayıları arasında *"Euler Teoremi"* olarak da bilinen bir bağıntı olduğu ve buna *"Euler Formülü"* dendiği, bu bağıntıya göre dış bükey çok yüzlüler için yapılan bu hesabın her zaman 2'yi verdiği ifade edilir. Öğrencilerden bu bağıntının diğer dışbükey çok yüzlüler için de geçerli olup olmadığını incelemeleri istenebilir.

Tablo 5. Düzgün çok yüzlülerin yüzey, köşe ve ayrıtlarının incelenmesi

| Düzgün çok yüzlünün adı | Yüzeyleri oluşturan çokgenin adı | Toplam köşe sayısı (K) | Toplam yüzey sayısı (Y) | Toplam ayrıt sayısı (A) | K+Y-A |
|---|---|---|---|---|---|
| Düzgün dört yüzlü | Eşkenar üçgen | 4 | 4 | 6 | 2 |
| Düzgün altı yüzlü | Kare | 8 | 6 | 12 | 2 |
| Düzgün sekiz yüzlü | Eşkenar üçgen | 6 | 8 | 12 | 2 |
| Düzgün oniki yüzlü | Düzgün beşgen | 20 | 12 | 30 | 2 |
| Düzgün yirmi yüzlü | Eşkenar üçgen | 12 | 20 | 30 | 2 |

**DÜŞÜNME KUTUSU**

- Sizce platonik cisimler/düzgün çok yüzlüler neden sadece 5 tanedir?
- Düzgün çok yüzlü cisimlerde yüzey sayısı arttıkça bu cisimlerin hangi özelliklerinin değiştiğini açıklayınız.

## DEĞERLENDİRME

Öğretmen, dersin sonunda öğrencilere performans görevi olarak aşağıdaki görevi verir ve öğrencilerle değerlendirme aracını da paylaşır.

## PERFORMANS GÖREVİ

*Düzgün çok yüzlülerde iki çok yüzlünün ayrıt sayısı aynı olduğunda yüz ile köşe sayılarının yer değiştirdikleri görülür. Bu özelliğe çok yüzlülerde duallik (ikilik ilişkisi) denmektedir (Ermiş, 2014).*

*Ayrıca aralarında duallik ilişkisi bulunan çok yüzlülerden herhangi birisinin yüzlerinin simetri merkezleri birleştirildiğinde, diğer çok yüzlü elde edilir. Aynı işlem yeni oluşan çok yüzlü için de tekrar uygulanırsa birinci çok yüzlü elde edilir (Ermiş, 2014).*

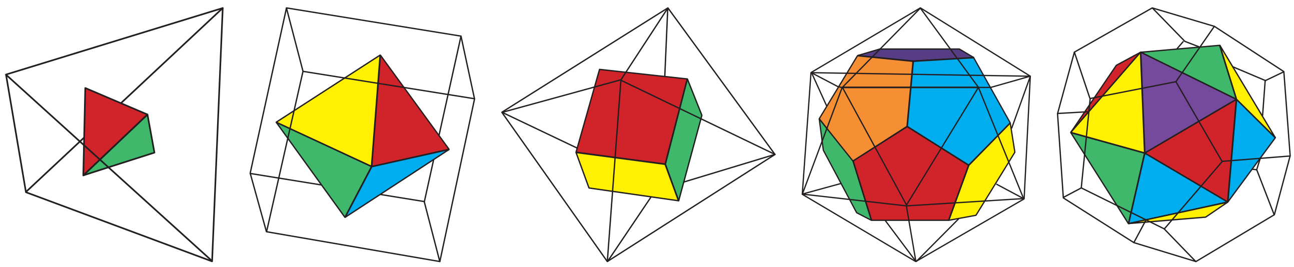
Bu açıklamadan yola çıkarak;

- Hangi düzgün çok yüzlüler arasında duallik ilişkisi olduğunu ve neden bu cisimlerin duallik özelliği gösterdiğini açıklayan bir rapor yazınız.
- Dual düzgün çok yüzlü cisimleri günlük hayatta kullanılabilir, özgün ve yaratıcı birer obje olarak modelleyiniz.

**Yönerge:**

- Çalışmayı bir sonraki derse tamamlayınız.
- Çalışmanız için takıldığınız yerlerde öğretmeninizden yardım alabilirsiniz ya da çeşitli kaynaklardan yararlanabilirsiniz.
- Çalışmanız “Çok Yüzlü Cisimler Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı” ile değerlendirilecektir. Çalışmanızı bu değerlendirme ölçütlerini göz önünde bulundurarak yapınız.

Bu etkinliğe ait Çok Yüzlü Cisimler Analitik Dereceleme Puanlama Anahtarı’na etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz. Verilen performans görevi sonunda öğrencilerin aşağıdaki bilgilere ulaşmaları, çok yüzlüler arasındaki ilişkileri ve bu cisimlerin neden duallik özelliği gösterdiğini doğru bir şekilde açıklamaları beklenmektedir. Öğrencilerden, Şekil 3’te verilen modelleri tasarlamaları ve dual düzgün çok yüzlü cisimleri günlük hayatta kullanılabilir, özgün ve yaratıcı birer obje olarak modellemeleri beklenmektedir.



Şekil 3. Dual platonik cisimler

Örneğin ayrıt sayıları on iki olan küp ile sekiz yüzlünün, sırasıyla altı ve sekiz olan yüz sayıları ile köşe sayıları bu çok yüzlülerin ayrıt sayıları aynı olduğu için karşılıklı olarak yer değiştirebilir.

Bu doğrultuda düzgün altı yüzlü ile düzgün sekizyüzlü ve düzgün oniki yüzlü ile düzgün yirmi yüzlü dual platonik cisimlerdir (Ermiş, 2014).

## GÖRSEL KAYNAKLAR

Ermiş, T. (2014). *Düzgün çok yüzlülerin metrik geometriler ile ilişkileri üzerine.* Doktora Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.

## KAYNAKLAR

Ermiş, T. (2014). *Düzgün çok yüzlülerin metrik geometriler ile ilişkileri üzerine.* Doktora Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.

Coşkun, A. K. (2013). *Düzlemsel panel elemanlarla üretilen geçici yapılarda geometrik modellemelerle mekân çözümlemeleri*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi.

Launay, M. (2018). *Matematiğin Kısa Tarihi*, (Çev. Gülşah Ünal). Say Yayınları.

Pappas, T. (1989). *Matematiğin Zevki.* Wide World Yayını.

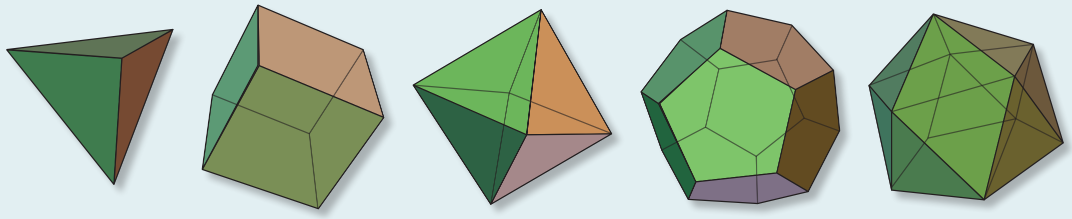
## EKLER

EK 1'de verilen düzgün çok yüzlü cisimlerin açık formlarına etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

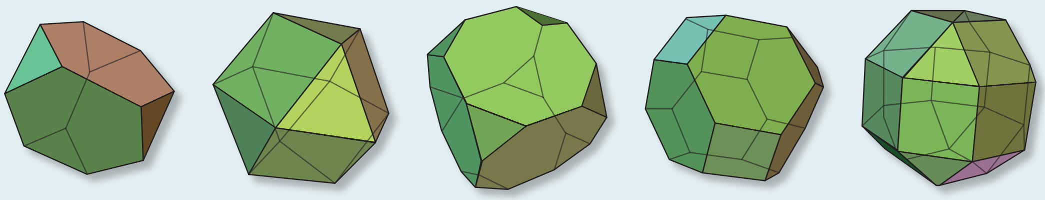
## ETKİNLİK FORMU - 1

Tablo 1.

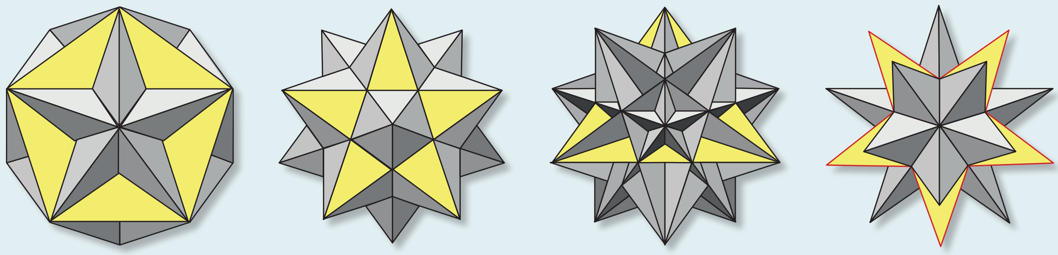
**1. Grup**



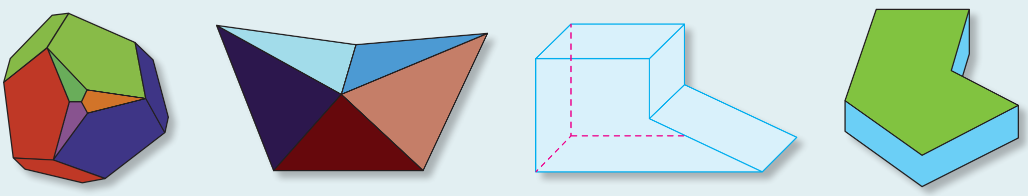
**2. Grup**



**3. Grup**



**4. Grup**



- Tablo 1'de verilen cisimler arasında çevrenizde gördükleriniz var mı? Varsa hangileridir ve bunları nerede gözlemlediniz?
- Bu cisimlerin gözlemlediğiniz ortak özellikleri nelerdir? Açıklayınız.
- Bu cisimleri isimlendirmek isteseniz siz nasıl isimlendirdiniz? Açıklayınız.
- Çok yüzlü cisimleri nasıl tanımlarsınız? Çok yüzlü cisimlerin özelliklerini nasıl ifade edebilirsiniz? Açıklayınız.

*Çok yüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçalarından herhangi biri bu çok yüzlünün içerisinde kalmıyorsa* ***"konkav (içbükey) çok yüzlü",*** *eğer çok yüzlünün herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçalarının tamamı bu çok yüzlünün içerisinde kalıyorsa* ***"konveks (dışbükey) çok yüzlü"*** *olarak tanımlanmaktadır.*

Bu bilgiler doğrultusunda Tablo 1'deki cisimleri iç bükey ve dış bükey çok yüzlü olarak ayırt edip, tabloda cisimlerin altında verilen boşluklara hangi cismin iç bükey veya dış bükey olduğunu belirtiniz. Bu cisimlerin neden iç bükey veya dış bükey olduğunu açıklayınız.

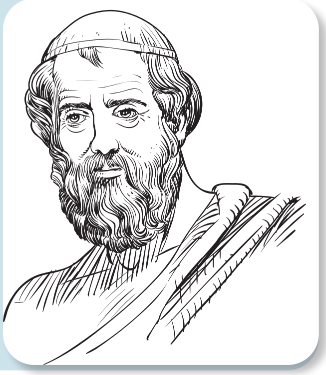
- Tablo 1'de verilen dört cisim grubu arasında ne gibi farklılıklar olduğunu açıklayınız. Ardından Tablo 1'de verilen cisimleri düzgün çok yüzlü, yarı düzgün çok yüzlü ve düzgün olmayan çok yüzlü olarak sınıflayınız. Tablo 1'de 1. grup, 2. grup, 3. grup ve 4. grup olarak verilen cisimlerin hangi çok yüzlü çeşidi olduğunu grup isimlerinin altında verilen boşluklara yazınız. Bu cisimlerin neden düzgün çok yüzlü, yarı düzgün çok yüzlü ve düzgün olmayan çok yüzlü olduklarını açıklayınız.

- Tablo 1'de verilen düzgün çok yüzlü, yarı düzgün çok yüzlü ve düzgün olmayan çok yüzlü modellerini inceleyerek düzgün çok yüzlü, yarı düzgün çok yüzlü ve düzgün olmayan çok yüzlülerin özelliklerini Tablo 2'de belirtiniz.

Tablo 2.

| Çok yüzlüler | | |
|---|---|---|
| **Düzgün Çok yüzlüler** | **Yarı Düzgün Çok yüzlüler** | **Düzgün Olmayan Çok yüzlüler** |
| | | |

- *M.Ö. 360'lı yıllarda Platon "Timaus" adlı eserinde düzgün çok yüzlülerden bahsederek doğanın toprak, su, ateş, hava ve evren olmak üzere toplam beş ögeden oluştuğunu ve bu doğal öğelerin her birini de düzgün çok yüzlülerle simgelendiğini ifade etmiştir.*



- Platon'un yerinde siz olsaydınız düzgün çok yüzlüleri bu beş öğeden hangisine, neden benzetirdiniz? Açıklayınız.
- Düzgün çok yüzlü geometrik cisimleri inceleyerek, çok yüzlülerin yüzeylerini oluşturan çokgen/lerin adlarını, toplam köşe sayılarını, toplam yüzey sayılarını ve toplam ayrıt sayılarını inceleyerek elde ettiğiniz bilgiler doğrultusunda Tablo 3'teki boşlukları doldurunuz.

Tablo 3.

| Düzgün çok yüzlünün adı | Yüzeyleri oluşturan çokgenin adı | Toplam köşe sayısı (K) | Toplam yüzey sayısı (Y) | Toplam ayrıt sayısı (A) |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

- Tablo 3'te ifade ettiğiniz çok yüzlülerin toplam köşe sayıları, toplam yüzey sayıları ve toplam ayrıt sayıları arasında bir bağıntı olup olmadığını inceleyiniz. Eğer bir bağıntı keşfettiyseniz elde ettiğiniz bu bağıntıyı ifade edip açıklayınız.

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÜÇGENLERDE KENAR AÇI BAĞINTILARI**

**MODÜL/KONU:** **Geometri ve Ölçme/Üçgen İnşası**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Geometri alanında çalışmış ünlü bilim insanlarını tanır.
- ❖ Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.
- ❖ Üçgen eşitsizliğini keşfeder.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Matematik hikâyeleri-Leonhard Euler, Thales, Arşimet, Öklid, Ali Kuşçu, Ömer Hayyam/TRT Okul belgesel, dinamik geometri yazılımı, Etkinlik Formu 1, 2, 3, 4, ip yumak, makas, metre.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bilgisayar ve Teknoloji alanında dinamik geometri yazılımı kullanılarak disiplinler arası ilişkiden yararlanılmıştır. Ünlü matematikçilerin hayatına yer verilerek etkinlik Bilim Tarihi ile ilişkilendirilmeye çalışılmıştır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilere üçgende kenar açı bağıntılarını keşfettirmektir. Bu temel amaç doğrultusunda öğrencilere geometri alanındaki ünlü bilim insanlarını tanıtmak, öğrencilerin üçgende kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçülerini ilişkilendirmelerini ve üçgen eşitsizliğini keşfetmelerini sağlamak hedeflenmektedir. Ayrıca öğrencilerin mantıksal muhakeme ve eleştirel düşünme becerilerinin de geliştirilmesi hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesinde malzemeler temin edilir ve etkinlik formları hazırlanır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Dersin giriş kısmında öğrencilere geometri ile ilgili konuların işleneceğinden bahsedilir. Bu sebeple bu alanda çalışmış bilim insanlarını tanımanın önemli olduğu vurgulanır.

- Geometri alanında çalışmış ünlü bilim insanlarını tanıtmak için öğrencilere Etkinlik Formu 1 dağıtılır. Öğrencilerden 5 dakika süreyle ünlü bilim insanlarının fotoğraflarını ve matematiğe olan katkılarını dikkatlice incelemeleri istenir.

- Etkinlik Formu 1 incelendikten sonra, öğrencilerden ünlü bilim insanlarının sadece fotoğraflarını kesmeleri istenir. Bilim insanlarını tanıtan bilgiler öğretmen tarafından toplanır. Öğrencilerin elinde yalnızca 6 bilim insanına ait fotoğraf kalmalıdır.
- Etkinlik Formu 2'de yer alan açınımı verilen küp kesilerek 3 boyutlu hâle getirilir.
- Küp zar gibi atılır ve küpün üst yüzeyine gelen bilgi sesli bir şekilde okunur.
- Öğrencilerden, okunan bilgiyle ilgili olduğunu düşündükleri bilim insanının fotoğrafını yukarı kaldırmaları istenir.
- Küpün üst yüzünde hangi bilim insanı çıktıysa o bilim insanı ile ilgili Matematik Hikâyeleri/TRT Okul Belgesi izlenir.
- Öğrencilerin bu bilim insanları ile ilgili ayrıntılı bilgiler edinmeleri için onlara araştırma görevi verilebilir. Öğrencilerden, kadın matematikçi Hypatia'nın hayatı hakkında araştırma yapmaları ve matematik bilimine olan katkıları hakkında sınıf içerisinde araştırma sonuçlarını sunmaları istenir.

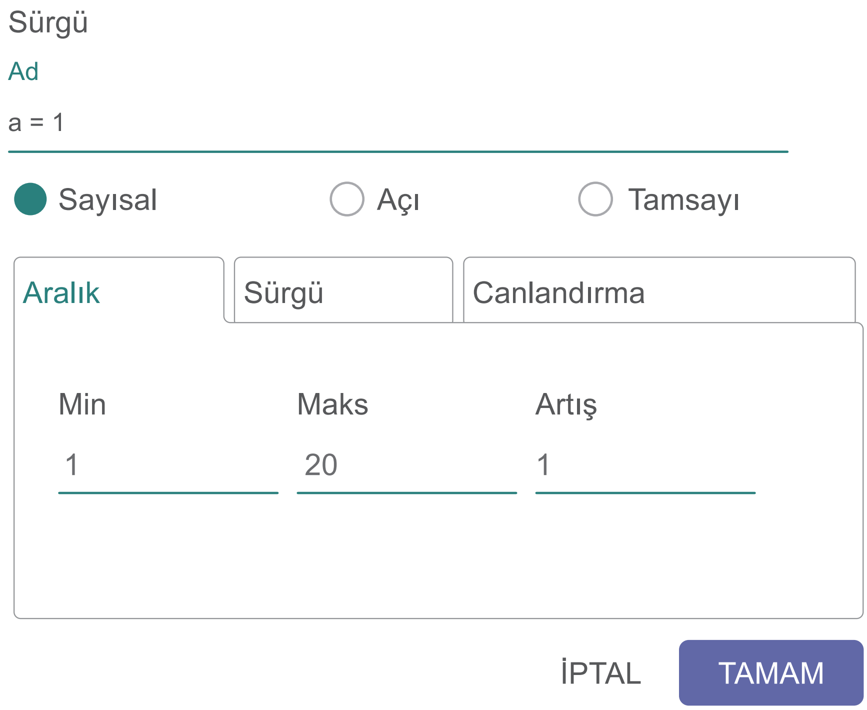
*"Trt Okul Belgeseli Matematik Hikayeleri-Leonhard Euler, Thales, Arşimet, Öklid, Ali Kuşçu ve Ömer Hayyam isimli videolara, etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz".*

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Bilim insanı olmak için ne yapmak gerekir? Neden?
- Bilim insanı denince aklınıza gelen ilk üç özellik nedir?
- Ünlü bilim insanları geometri alanına ne gibi katkılar sağlamışlardır?
- İskenderiye'de matematik okulu açarak matematik ve geometri alanında dersler veren ünlü bilim insanı kimdir?
- İzlediğiniz belgesele göre matematikteki önemli birçok sembolün yaratıcısı olan bilim insanı kimdir?
- Binom Teoremi'ni kullanan ilk bilim insanı kimdir?
- Matematik ve astronomiyi birleştiren ünlü bilim insanı kimdir?
- Ayın ilk haritasını çıkaran matematikçi kimdir?
- Fizik ve matematik alanını birleştiren ünlü bilim insanı kimdir?

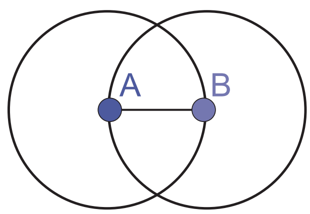
## Üçgende Açı Kenar Bağıntısı

**1. Adım:** a, b ve c isimli 3 farklı sürgü oluşturulur. Örnek sürgü oluşturma çalışmasına aşağıda yer verilmiştir.

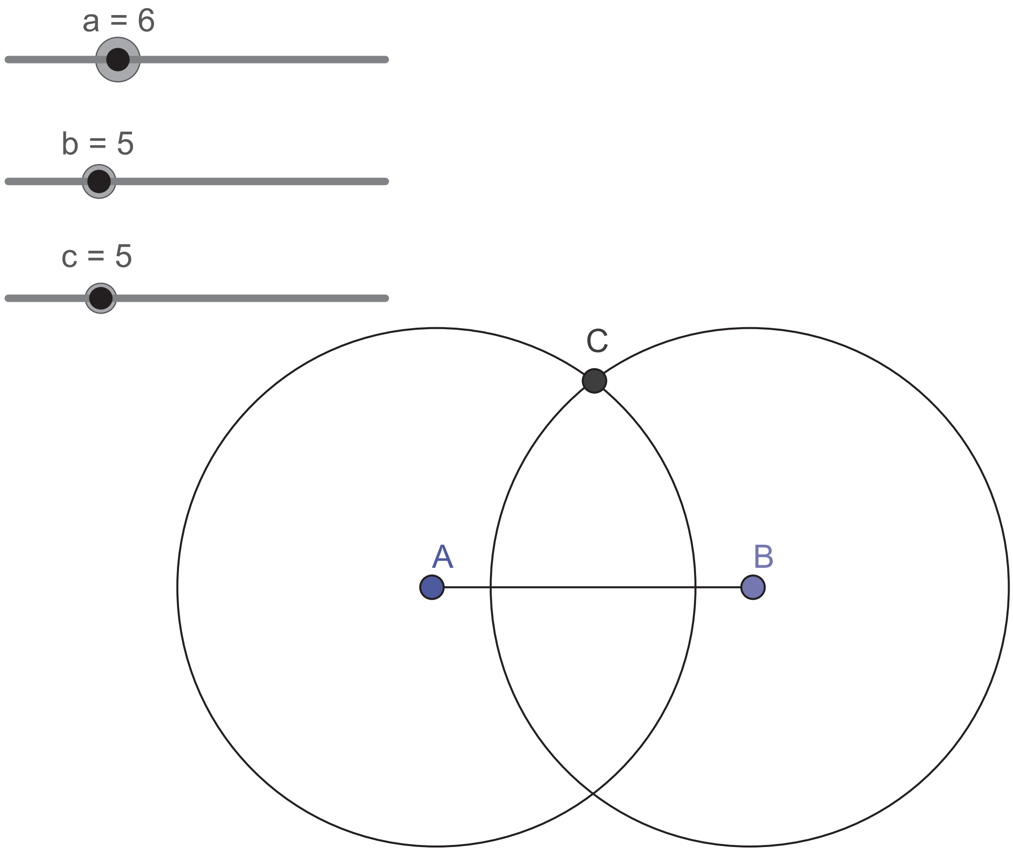



**2. Adım:** Verilen uzunlukta doğru parçası aracı kullanılarak uzunluğu a birim olan bir doğru parçası oluşturulur.

**3. Adım:** Üçgen oluşturabilmek için bir C noktasına ihtiyaç vardır. C noktasını oluşturabilmek için Çember: Merkez & Yarıçap aracı kullanılır. A merkezli çemberin yarı çap uzunluğu a, B merkezli çemberin yarıçapı ise c olarak belirlenir.

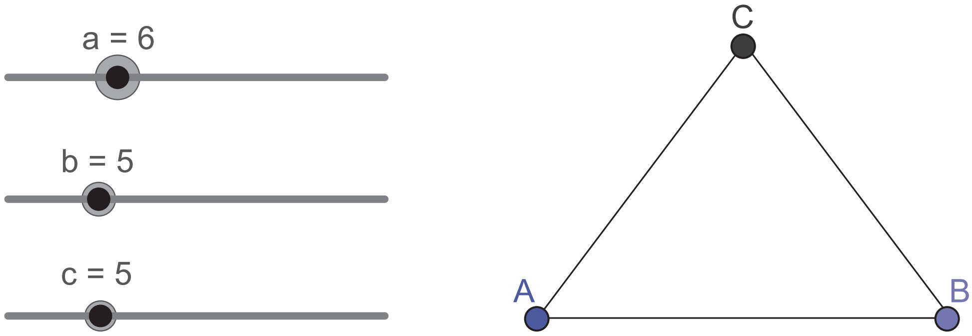



**4. Adım:** Çemberlerin eş yarıçap uzunluğu (Örneğin 1, 2 ve 3 gibi uzunluk birimi seçilerek) sürgüden belirlenerek kesiştirilir. Çemberlerin kesiştikleri nokta C noktası olarak adlandırılır.



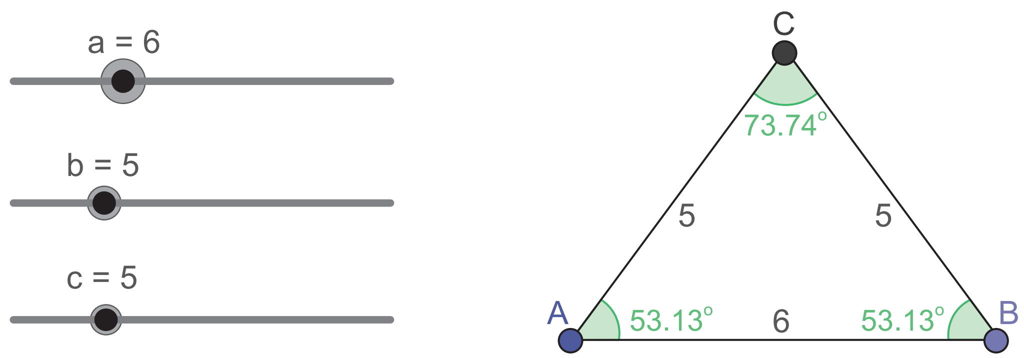

**5. Adım:** Ardından çemberlerin görüntüleri sağ tıklanarak, nesneyi göster aracından kaldırılır.

**6. Adım:** Doğru parçası aracı kullanılarak AC ve BC doğru parçaları oluşturulur.

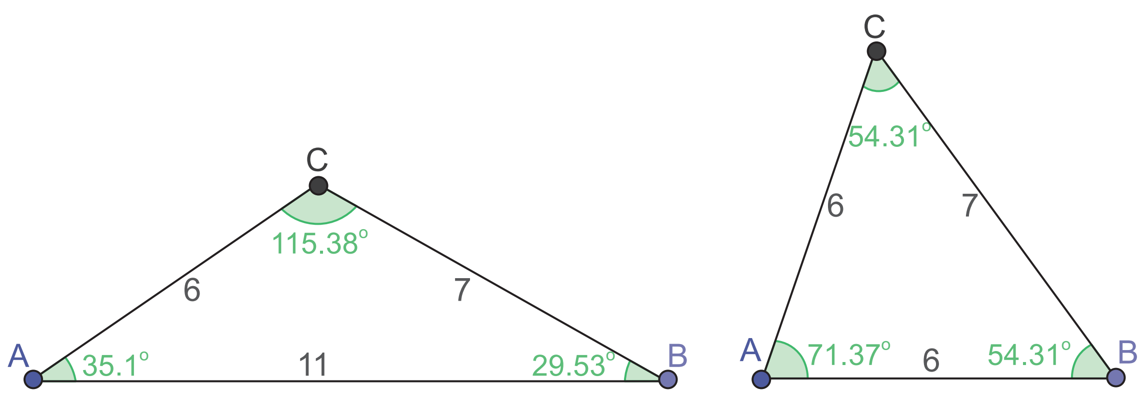


**7. Adım:** Elde edilen üçgenin uzaklık veya uzunluk aracından kenar uzunlukları hesaplanır.

**8. Adım:** Açı aracından üçgenin açıları oluşturulur.




**9. Adım:** a, b ve c kenarları sürgüden hareket ettirilir. Üçgenin kenar uzunluğu ve ilgili kenarın karşısındaki açının ölçüsü hakkında tartışmalar yürütülür.



## ETKİNLİK ZAMANI

Öğrenciler ile dinamik yazılım programında üçgen oluşturulduktan sonra şu tartışma sorularına yanıt aranır.

- a sürgüsünü hareket ettirerek AB kenar uzunluğunu artırdığınızda C açısında nasıl bir değişim gözlenmektedir?
- a sürgüsünü hareket ettirerek AB kenar uzunluğunu azalttığınızda C açısında nasıl bir değişim gözlenmektedir?
- Benzer değişimler b ve c sürgüsü hareket ettirildiğinde de söz konusu mudur? Neden?
- Bir üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?

Sınıf içerisinde tartışma sorularına yanıt verildikten ve üçgenin açılarının ölçüsü ile kenar uzunlukları arasında ilişki bulunduktan sonra üçgen eşitsizliği konusuna devam edilir.

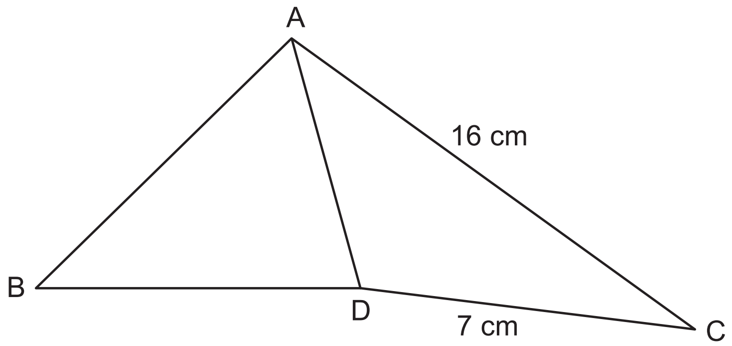
## Üçgen Eşitsizliği

Bu etkinlikte, öğrencilere üçgen eşitsizliğinin keşfettirilmesi hedeflenmektedir. Bu hedef doğrultusunda;

- Sınıf ikişer kişilik gruplara ayrılır.
- Öğrenciler açık bir alana çıkartılır (Okul bahçesi, koridor veya sınıf içerisinde geniş bir alan)
- Her gruba makas, bir yumak ip ve Etkinlik Formu 3 dağıtılır.
- Öğrenciler, Etkinlik Formu 3'te verilen uzunluk ölçüleri doğrultusunda ipler keserek bu uzunluk ölçüleri ile üçgen oluşturulup oluşturulamayacağını incelerler.
- Gruplardan Etkinlik Formu 3'te yer alan soruları düşünerek ortak bir fikir sunmaları istenir.
- Üçgen eşitsizliği genel kuralının bulunması öğrenciler için zor olabileceğinden, bulunamayan durumlar için Etkinlik Formu 4 dağıtılır. Öğrencilerden verilen ipuçları doğrultusunda genel kuralı keşfetmeleri beklenir.

## DÜŞÜNME KUTUSU

Şeklin çevresinin uzunluğu bir tam sayı ise bu uzunluk en az kaç cm olmalıdır?




## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Elmaslar atomik ve moleküler yapısından dolayı, doğada kristal hâlde bulunur. Bunlardan düzgün sekiz yüzlü, elmasın doğada en çok bulunan ve kesilmeye en elverişli şeklidir. Bu şeklin içerisinde üçgen eşitsizliğine ve üçgende açı kenar bağıntısına uygun birçok üçgenin yer aldığını biliyor muydunuz?

## EK ETKİNLİK

Dijital Harita (2 boyutlu dijital harita üzerinde çalışılacaktır) uygulamalarından bir ülke üzerinde üç şehir belirlenir. Üç şehir köşe noktaları olacak şekilde bir üçgen oluşturulur. Üçgenin tüm açılarının ölçüleri hesaplanır. Hangi iki şehir arasının en uzak mesafe ve en kısa mesafe olduğu açı kenar bağıntılarından yararlanılarak bulunur. Ardından mesafe ölç aracı ile gerçek mesafeler hesaplanarak yapılan işlem kontrol edilir.

Üçgen eşitsizliği etkinliği dinamik yazılım programları veya elektronik tablolama programı kullanılarak da yürütülebilir.

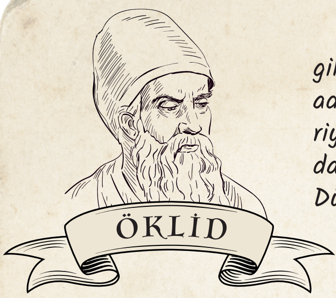
## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin ders sonu performansları, Öz Değerlendirme Formu (Ek1) ve Dereceleme Ölçeği (Ek 2) kullanılarak değerlendirilecektir.

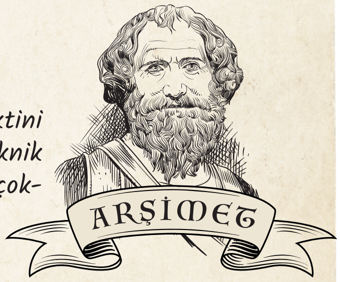
Bu etkinliğe ait "EK 1 Öz Değerlendirme Formu ve EK 2 Dereceleme Formu'na" etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

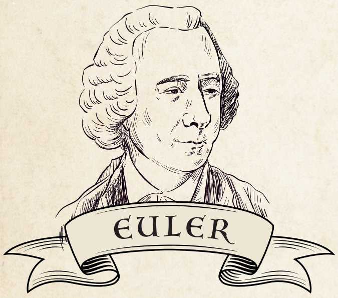
### ÜNLÜ BİLİM İNSANLARI




Eğitimini Platon Akademisi'nde tamamlamıştır. Felsefeyle oldukça ilgilidir. Antik çağın en meşhur matematikçisidir. 40 yaşında Elementler adında o güne kadar yazılmış ilk kapsamlı eseri kaleme almıştır. İskenderiye'de matematik okulu açarak dersler vermiştir. 19. yüzyılın başlarına kadar Öklid geometrisine alternatif geometriler keşfedilmemiştir. Elementler, Dünya'nın en çok okunan kitabı olmuştur.



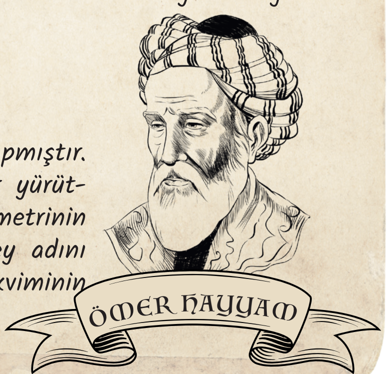

Fizik ve matematiği birleştiren bir bilim insanı olmuştur. Tüm vaktini problem çözmeye harcamıştır. Suyun kaldırma kuvvetini bulmuştur. Teknik bilgisiyle savaş teknolojisine de katkıda bulunmuştur. Pi sayısını düzgün çokgenler yardımıyla 3,14 olarak hesaplamıştır.




Matematiğin Mozart'ı olarak bilinmektedir. 18. yüzyılın matematik alanında çalışan en önemli bilim insanlarından biridir. Güneş'i gözlemleyerek zamanın duyarlı bir şekilde saptanması üzerine çalışmalar yürütmüştür. Matematiğin çok çeşitli alanlarında çalışmıştır. Matematikte önemli bir yeri olan birçok sembolün yaratıcıdır. Ancak bilim dünyasında tanınırlığını en çok sağlayan problem Könisberg Köprüsü Problemi'dir. Euler'in bu çalışmaları Çizge Kuramı ve Topoloji'nin temellerini oluşturmaktadır.


Mısır matematik okulunun ilk öğrencisi ve doğa felsefesinin kurucusudur. Astronomi, felsefe ve matematik ile ilgilenmiştir. Savaş zamanında çeşitli mühendislik çözümleri üretmiştir. Gök olaylarını takip eden ve Güneş tutulmasını önceden tahmin eden bir gökbilimcidir. Matematik ve astronomiyi birleştirmiştir. Piramitlerin yükseklikleri ile ilgilenerek geometrik orantılar ilkesini bulmuştur.

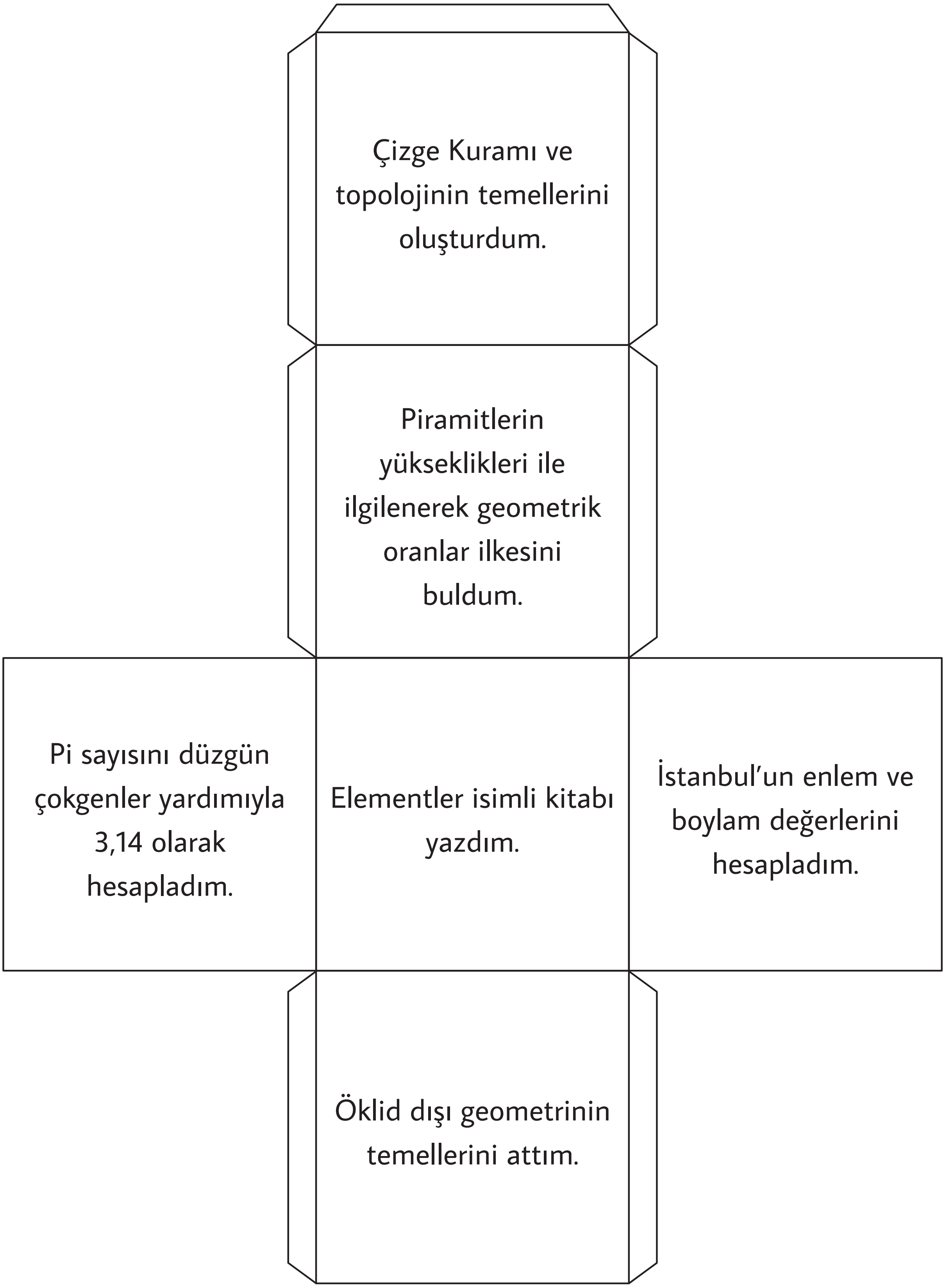

15. yüzyılın önde gelen bilim insanlarından biridir. Güneş saatlerinin yapımı ile ilgilenmiştir ve ayın haritasını çıkaran ilk matematikçidir. Astronomi üzerine çeşitli bilimsel çalışmalarda bulunmuştur. Uluğbey tarafından Semerkant Rasathanesi'nin başına getirilmiştir. Burada astronomi üzerine ciddi çalışmalar yapmıştır. Ayasofya Medresesi'nde matematik ve astronomi dersleri vermiştir. İstanbul'un enlem ve boylam değerlerini hesaplamıştır.




Astronomi, geometri ve matematik alanında önemli çalışmalar yapmıştır. İran'ın dâhisi olarak bilinmektedir. Cebir üzerine önemli çalışmalar yürütmüştür. Binom teoremini kullanan ilk isim olmuştur. Öklid dışı geometrinin temellerini atan ilk matematikçi olmuştur. Bilinmeyen sayılara şey adını vermiştir. Astronomi konusunda da çalışmalar yürütmüştür. Celali takviminin yaratıcısıdır. Ömer Hayyam aynı zamanda çok ünlü bir şairdir.

## ETKİNLİK FORMU - 2

### KİM BU BİLİM ADAMI?



## ETKİNLİK FORMU - 3

### ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ DENEY ZAMANI

Aşağıda sırası ile her bir üçgen için üç kenar uzunluğu verilmiştir.

- Her bir üçgenin kenarları için uygun olan uzunlukta ipler kesiniz (Örneğin 1. adımda 30 cm, 40 cm ve 50 cm uzunluklarında ipler kesilecektir)
- İplerin uçlarına diğer ipin ucu denk gelecek şekilde ipleri yerleştiriniz (İplerin uç uca yerleştirilmesi önemlidir. Herhangi bir ip diğer ipin üzerine gelmeyecektir. İpler doğru parçası yerine kullanıldığı için düz ve gergin şekilde kullanılacaktır.)

**Elinizdeki uzunluklarla (3 uzunluk ölçüsü) ile üçgen şekli elde ediliyor mu? Her bir tabloyu doldurunuz.**

*(Etkinlikte ip yerine uzun çubuklar da kullanılabilir)*

| | a (cm) | b (cm) | C (cm) | Verilen uzunluklar ile üçgen oluşturmak mümkün mü? |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 30 | 40 | 50 | |
| 2. | 50 | 40 | 90 | |
| 3. | 20 | 60 | 70 | |
| 4. | 10 | 20 | 80 | |
| 5. | 60 | 30 | 100 | |
| 6. | 60 | 80 | 100 | |
| 7. | 50 | 120 | 130 | |
| 8. | | | | |
| 9. | | | | |
| 10. | | | | |

Not: Boş bırakılan kutucuklara rastgele uzunluk ölçüleri yazınız. Yazdığınız uzunluk ölçülerine sahip uzunluklar ile üçgen oluşup oluşmadığını tabloda belirtiniz.

**Matematiksel Çıkarım:** Uzunluk ölçüleri verilen bazı doğru parçaları ile üçgen oluşturulabilirken bazılarıyla oluşturulamamaktadır.

- Sizce bunun sebebi ne olabilir?
- Üçgen oluşturabilmek için üçgenin kenar uzunluklarının ölçüleri arasında nasıl bir ilişki olmalıdır? Neden?

## ETKİNLİK FORMU - 4

### ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ

| | A | b | a+b | \|a-b\| | <, >, = | C | Verilen uzunluklar ile üçgen oluşturmak mümkün mü? |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | 30 cm | 40 cm | | | | 50 cm | |
| **2.** | 50 cm | 40 cm | | | | 90 cm | |
| **3.** | 20 cm | 60 cm | | | | 70 cm | |
| **4.** | 10 cm | 20 cm | | | | 80 cm | |
| **5.** | 60 cm | 30 cm | | | | 100 cm | |
| **6.** | 60 cm | 80 cm | | | | 100 cm | |
| **7.** | 50 cm | 120 cm | | | | 130 cm | |
| **8.** | | | | | | | |
| **9.** | | | | | | | |
| **10.** | | | | | | | |

**1.** a+b>c olduğu durumlarda üçgen oluşmakta mıdır?

**2.** a+b=c olduğu durumlarda üçgen oluşmakta mıdır?

**3.** a+b<c olduğu durumlarda üçgen oluşmakta mıdır?

**4.** |a-b|>c olduğu durumlarda üçgen oluşmakta mıdır?

**5.** |a-b|=c olduğu durumlarda üçgen oluşmakta mıdır?

**6.** |a-b|<c olduğu durumlarda üçgen oluşmakta mıdır?

**7.** Diğer kenarlar için de bu eşitsizlikler geçerli midir?

**ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ GENEL KURALI:**

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: ÇOKGENSEL BÖLGELERİN ALANI**
**MODÜL/KONU:** **Geometri ve Ölçme/Çokgenler**
**KAZANIMLAR:**

- ❖ Çokgenlerin özelliklerini açıklar.
- ❖ Düzgün olan ve olmayan çokgenlerin alanlarını tahmin eder.
- ❖ Düzgün olan ve olmayan çokgenlerin alan hesaplamalarına yönelik problem çözer.
- ❖ Farklı alan ölçme yöntemlerini karşılaştırır.

**SÜRE:** 4 ders saati
**KULLANILACAK MATERYALLER:** Dijital geometri tahtası, dinamik yazılımlar, noktalı kâğıt, kareli kâğıt, su, kalem.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Bilişim Teknolojileri ile ilişki kurarak çokgenlerin çizimi ve alan ölçülerinin hesabı yapılır. Çokgenler arası ilişki kurularak matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirme yapılır. Doğada şekli düzgün olmayan nesnelerin alanını ölçmek için yöntem geliştirilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı, öğrencilerin çokgenlerin özelliklerini ve düzgün olan ve olmayan çokgenleri fark ederek onların alanlarını hesaplamada farklı stratejiler izlemelerini sağlamaktır. Öğrencilerin aynı zamanda Pick Teoremi gibi farklı alan ölçme yöntemlerini keşfetmeleri ve uygulamasını yapmalarını sağlarken alan hesaplamaları ile ilgili problemler çözmeleri amaçlanmaktadır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

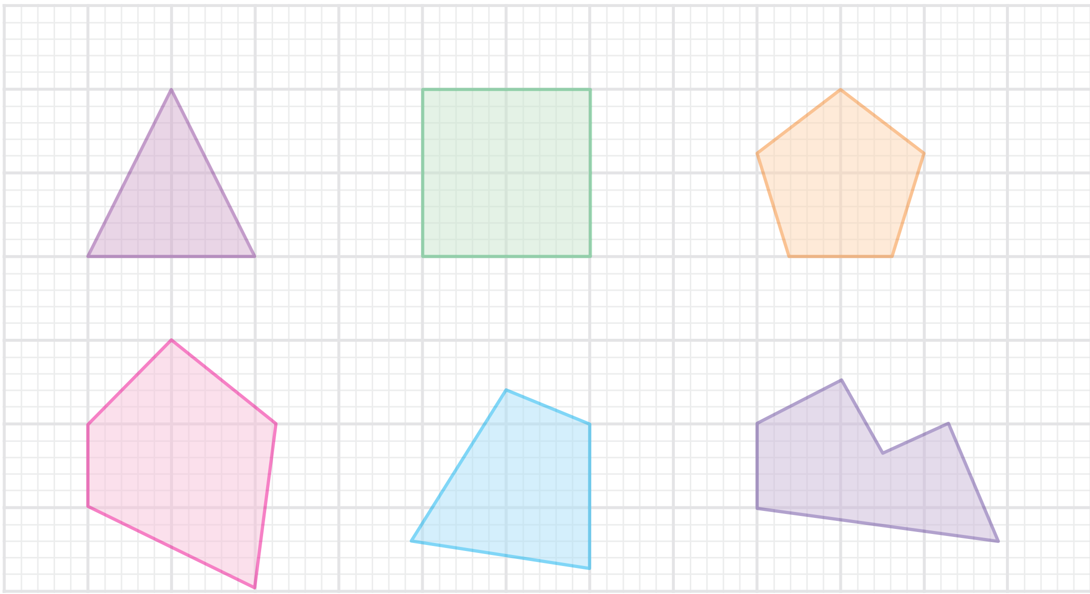
Geometrik temel kavramlara ilişkin, çokgenlerin özellikleri ve çokgenlerin alanını ölçme konusunda öğrencilere bazı sorular yönlendirilir. Çokgenlerin düzgün olmalarının anlamı irdelenir.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere *"Bir üçgenin kenar sayısı artırıldığında şeklin değişen özellikleri neler olurdu?"* sorusu sorulur. Düşünmeleri ve tartışmaları için öğrencilere zaman verilir. Öğrencilere dijital geometri tahtası, dinamik yazılımlar ya da kareli kâğıt üzerinde farklı kenar sayısına sahip çokgen çizimleri yaptırılır.

Öğrenciler sorularla yönlendirilir.

- Öğrencilerden, kareli kâğıt üzerinde ya da dinamik yazılımlarda aşağıda verilen çokgenlere eş ya da benzer çokgenler çizmeleri istenir.



Çizilen çokgenler için öğrencilerden Etkinlik Formu 1'deki tabloları aralarında tartışarak doldurmaları istenir.

- Öğrencilere "Düzgün olan ve olmayan çokgenler sizce hangileridir?" sorusu yöneltilir.
- Düzgün olmayan çokgenlerin alan ölçülerini hesaplarken hangi yöntem izlenebilir?
- Öğrencilerden, bu çokgenlerin alan ölçülerini bulmaya yönelik tahminlerde bulunmaları istenir.
- Öğrenciler tahminde bulunurlarken birim karelerden yararlanabilecekleri sonucuna ulaşırlar.
- Alan ölçüsünün kolaylıkla hesaplanabileceği şekilde farklı çokgenlere ayırarak da verilen çokgenlerin alan ölçülerinin hesaplanabileceği durumlarına yer verilir.
- Düzgün olan ve olmayan çokgenlerin alan ölçülerini hesaplamada farklı yöntemlerin neler olabileceği üzerine tartışılır.

Düşünme sorusundaki soru yöneltilerek cevaplar tartışılır.

**DÜŞÜNME KUTUSU**

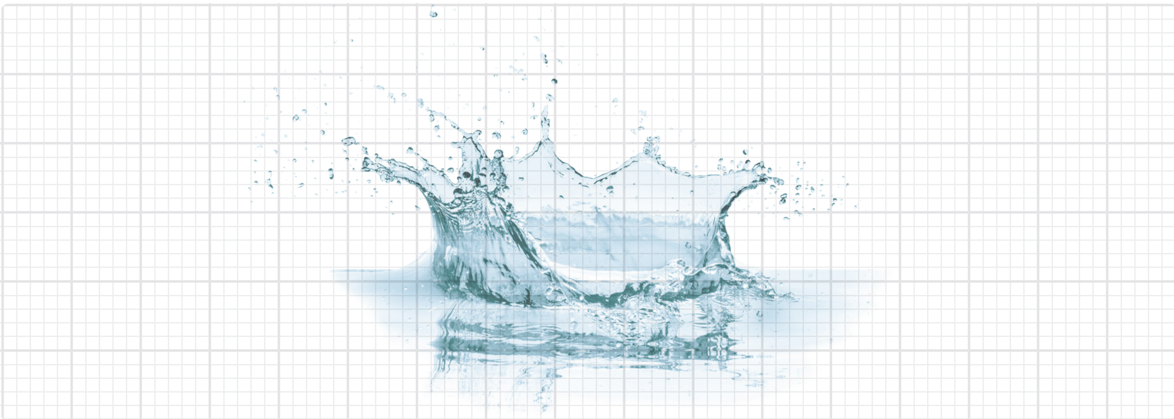
- Bir çokgenin düzgün olması için bu çokgen hangi özelliklere sahip olmalıdır?
- Düzgün bir beşgen içine aynı anda birbirine eş 5 tane eşkenar üçgen, birbirine eş 5 tane eşkenar dörtgen ve 1 tane düzgün beşgeni yerleştirebilir misiniz?

## PROBLEMLER

Şekli düzgün olmayan nesnelerin ya da şekillerin alanlarının nasıl bulunabileceği sorusu öğrencilere yönlendirilir. Problemlerle devam edilir.

### Problem 1:

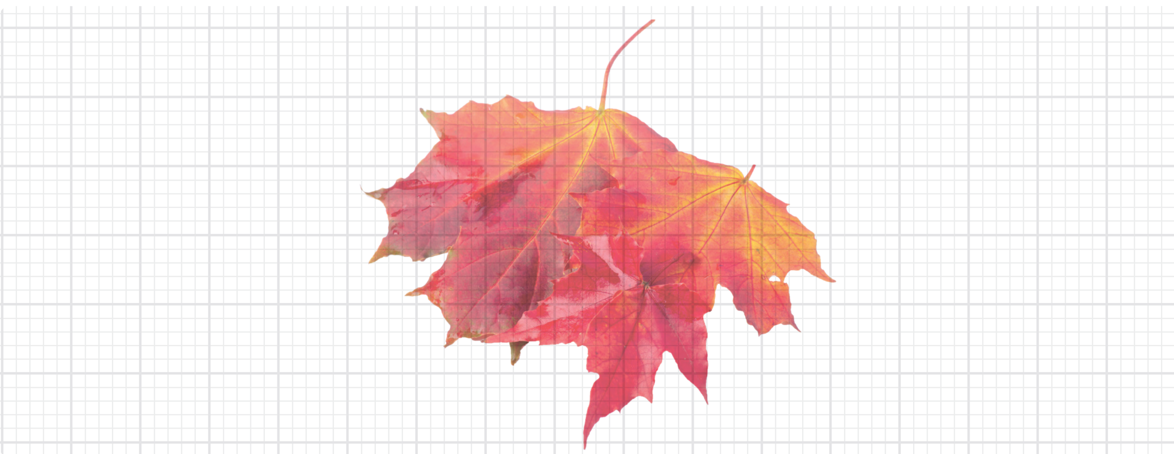
Belli bir yükseklikten kareli bir zemine dökülen suyun oluşturduğu bölgenin alan ölçüsünü nasıl hesaplayabiliriz?



Şekil 1. Suyun dökülmesi sonucu zeminde oluşan bölge

### Problem 2:

Doğada yer alan ve şekli düzgün olmayan nesnelerin (örneğin yaprakların) alan ölçülerini hesaplarken hangi yöntemleri kullanabiliriz?



Şekil 2. Yaprak

## PİCK TEOREMİ İLE DÜZGÜN OLMAYAN ÇOKGENLERİN ALAN ÖLÇÜLERİNİ HESAPLAMA

Etkinlik Formu 2 öğrencilere dağıtılır. Tabloda noktalardan yararlanılarak çizilen düzgün olmayan çokgenler verilmiştir. Çokgenlerin içinde ve kenarları üzerinde yer alan toplam nokta sayıları ile çokgenlerin alan ölçülerine yer verilmiştir. Öğrencilerden verilen nokta sayılarını kullanarak ilgili çokgenlerin verilen alan ölçülerini veren kuralı elde etmeleri istenir. Öğrencilere sunulacak yönerge şöyledir:

- Düzgün olmayan bu çokgenlerin alan ölçülerini bulmada kareli kâğıttan yararlanılmıştır.
- Öncelikle verilen çokgenin içindeki nokta sayısı hesaplanır. Ardından çokgenin üzerindeki nokta sayısı hesaplanır.
- Böylece öğrencilerin farklı bir yöntem olan Pick Teoremine ulaşmaları sağlanır.

**Alan =** Şeklin içinde yer alan toplam nokta sayısı + Kenarlar üzerindeki toplam nokta sayısının yarısı – 1

**A:** Alan

**İ:** Şeklin içinde yer alan toplam nokta sayısı

**K:** Kenarlar üzerindeki toplam nokta sayısı

**A=** İ + K/2-1

- Düzgün olmayan çokgenler çizdirilir ve alanları Pick Teoremi ile hesaplattırılır.
- Öğrencilerden Pick Teoremi ile kareli kâğıtta yapılan alan ölçme yöntemlerini karşılaştırmaları istenir.

## BİLGİ KUTUSU

Avusturyalı matematikçi Georg A. Pick'in (1859-1942) adını taşıyan teorem nokta sayarak çokgenlerin alan ölçüsünü kolaylıkla hesaplamayı sağlar. Teoremi kullanabilmemiz için çokgenin köşeleri noktalar üzerinde olmalı ve çokgenin bir kenarı diğer kenarını kesmemelidir. Bu şartlar sağlandığı sürece bu teoremi kullanabiliriz.

## DÜŞÜNME KUTUSU

- Düzgün olmayan çokgenlerin alan ölçülerini, bu çokgenleri üçgensel bölgelere ayırarak bulabilir miyiz?
- 8 noktayla alan ölçüsü en az kaç birim karelik alan çevrilebilir?
- Alan ölçüsü 6 birim kare olan çokgensel bölgeyi en az sayıda noktayı kullanarak oluşturunuz.

## DEĞERLENDİRME

Bu etkinliğe ait "Çokgensel Bölgelerin Alanı Dereceleme Ölçeği"ne etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 1

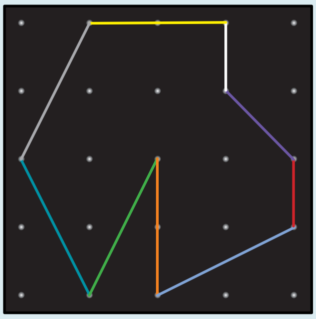
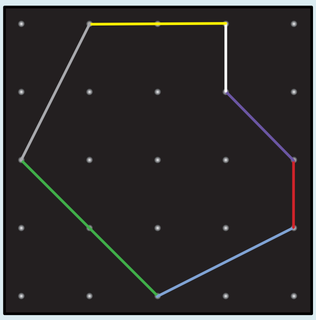
1. Çokgenler için aşağıdaki tabloda bulunan boşlukları doldurunuz.

| Adı | Kenar sayısı | Köşe sayısı | Bir köşesinden çizilen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısı | İç açılarının ölçüleri toplamı | Dış açılarının ölçüleri toplamı |
|---|---|---|---|---|---|
| **Üçgen** | | | | | |
| **Dörtgen** | | | | | |
| **Beşgen** | | | | | |
| **Altıgen** | | | | | |
| **...** | | | | | |
| **n-gen** | n | | | | |
| | | | | | |

2. Düzgün çokgenler için aşağıdaki tabloda bulunan boşlukları doldurunuz.

| Adı | Kenar sayısı | Köşe sayısı | Bir İç Açısının Ölçüsü | Bir Dış Açısının Ölçüsü | Bir Köşeden Çizilen Köşegen Sayısı | Köşegen Sayısı |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Üçgen** | | | | | | |
| **Dörtgen** | | | | | | |
| **Beşgen** | | | | | | |
| **Altıgen** | | | | | | |
| **...** | | | | | | |
| **n-gen** | n | | | | | |

## ETKİNLİK FORMU - 2

| Çokgen | Çokgenin İçindeki Toplam Nokta Sayısı | Çokgenin Kenarları Üzerindeki Toplam Nokta Sayısı | Çokgenin Alan Ölçüsü |
|---|---|---|---|
|  | 4 | 10 | 8 |
|  | 6 | 11 | 10,5 |
|  | 3 | 9 | 6,5 |
|  | 3 | 9 | 10,5 |

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

## ETKİNLİK ADI: FARKLI YÖNDEN GÖRÜNÜMLER

**MODÜL/KONU: Geometri Ölçme/Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri**

**KAZANIMLAR:**

- Birim küplerden üç boyutlu geometrik cisimler inşa eder.
- İnşa edilen bir geometrik cismin kaç adet birim küpten oluştuğunu açıklar.
- Birim küplerden oluşan farklı yapıların farklı yönlerden görünümlerini izometrik kâğıda çizer.
- Farklı yönlerden görünümleri verilen bir yapıyı birim küplerle oluşturur.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Boya kalemleri, etkileşimli tahta, geçmeli birim küp veya dijital matematik uygulamaları, Etkinlik Formu 1, Etkinlik Formu 2, kareli kâğıt, kameralı cep telefonu, izometrik kâğıt

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Matematikte boyut kavramı ile ilişkilendirmeler yapılarak boyut kavramının ne olduğu, 3 boyut ile anlatılmak istenenin ne olduğu ve 2 boyutun düzlemde ne ifade ettiği gibi konulara değinilmiştir. Ayrıca 3 boyutlu bir cismin, izometrik kâğıtta çizimlerine yer verilerek uzamsal ilişkilendirmeler de yapılmıştır.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı; öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini geliştirmektir. Bu temel amaç doğrultusunda hazırlanan etkinlikler ile akıl yürütme, iletişim, problem çözme, mantıksal muhakeme ve eleştirel düşünme becerilerinin de geliştirilmesi hedeflenmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesinde birim küpler ile boya kalemleri temin edilir ve etkinlik formları hazırlanır.

## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğrencilere dersin giriş kısmında *“Şimdi bir düşünce deneyi yapacağız. Bizler 3 boyutlu bir dünyada yaşıyoruz eğer 2 boyutlu bir dünyada yaşasaydık neler olurdu?”* sorusu yöneltilir ve öğrencilere tersine beyin fırtınası yaptırılır. Öğrencilerden bu soruya yönelik yanıtlarını Etkinlik Formu 1’e yazmaları istenir.

Boyut kavramının ne olduğu ve matematikle ilişkisi, 3 boyutla anlatılmak istenenin ne olduğu ve 2 boyutun düzlemde ne ifade ettiği gibi hususlar Sokratik tartışma yöntemi ile tartışılır.

### *Üç Boyutlu Geometrik Yapı Oluşturma*

Boyut kavramının tartışılmasının ardından sınıf 2 kişilik gruplara ayrılır. Her gruba 40 (eşit sayıda 4 renk kullanılır) adet küp dağıtılır. Her bir öğrenci 20 (eşit sayıda 4 renk) adet küp alır. Öğretmen tarafından aşağıda yer alan etkinlik yönergesi öğrencilere açıklanarak etkinliğe başlanır.

### Yönerge

- Her masada 2 öğrenci olacaktır. Buna göre öğrenciler birbirlerinin çalışmalarını görmeyecekleri şekilde masalara yerleştirilir.
- Her öğrenciden, sırası ile en az 10 en fazla 20 küp kullanmak şartı ile arkadaşına göstermeden 3 boyutlu bir yapı oluşturması istenir.
- Yapıyı oluşturan öğrenci, oluşturduğu yapının bir açıdan fotoğrafını çeker.
- Oluşturulan 3 boyutlu yapı gösterilmeden diğer grup üyesine sadece bu yapının fotoğrafı gösterilir.
- Öğrenciler fotoğraflarda gördükleri 3 boyutlu yapıları ellerindeki birim küplerle oluşturmaya çalışırlar. Yapıyı oluşturduktan sonra öğrencilere;

### DÜŞÜNME KUTUSU

1. Gördüğünüz fotoğraftaki şekli oluşturabilmek için kaç farklı model oluşturabilirsiniz?
2. İnşa edilen geometrik cisim kaç adet birim küpten oluşmaktadır? gibi sorular yöneltilir. 3 boyutlu geometrik şeklin inşasını yaptıktan sonra öğrencilerden asıl yapı ile oluşturdukları yapıları karşılaştırmaları istenir. Gruptaki her kişi için bu işlem tekrarlanır.

### *Farklı Yönlerden Görünüm*

"Farklı yönlerden görünüm nedir? (Ön, arka, üst, alt, sağ ve sol)" sorusu üzerine tartışılır ve 3 boyutlu cisimlerin farklı yönlerden görünümlerinin izometrik kâğıda nasıl çizileceğinden bahsedilir.

#### 1. Adım:

- Sınıf 2 kişilik gruplara ayrılır.
- Her gruba yirmişer adet (4 eşit renk) birim küp dağıtılır.
- Gruplardan 20 küpü kullanarak grup olarak bir yapı oluşturmaları istenir.
- Ardından her gruba kareli kâğıt (1 cm'lik) ve izometrik kâğıt dağıtılır.
- Gruplardan kareli kâğıda küplerle oluşturdukları 3 boyutlu cismin farklı yönlerden (ön, arka, sağ, sol, üst, alt) izometrik görünümlerini her yön için farklı rengi kullanmak şartıyla çizmeleri istenir.

### DÜŞÜNME KUTUSU

Çizimlerin ardından;

1. Farklı yönlerden çizimler arasındaki benzerlikler nelerdir? Neden? Bu durum matematiksel olarak nasıl açıklanabilir?
2. Farklı yönlerden çizimler arasındaki farklılıklar nelerdir? Neden?
3. İzometrik kâğıtta küp çizilebilir mi?
4. Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıtta çizerek izometrik kâğıttaki çizimleriniz ile karşılaştırınız.

### 2. Adım:

İkişer kişilik gruplardaki her bir öğrenciye yirmişer adet (4 renk) küp dağıtılır.

- Her masada 2 öğrenci olacaktır. Buna göre öğrenciler birbirlerinin çalışmalarını görmeyecekleri şekilde masalara yerleştirilir.
- Grup üyelerinin her birinden istedikleri kadar küpü kullanarak karmaşık yapıda bir 3 boyutlu geometrik cisim oluşturmaları ve bu cismi birbirlerine göstermemeleri istenir.
- Ardından oluşturdukları geometrik cisimlerin üstten, sağdan, soldan ve önden görünümlerini 2 boyutlu düzleme çizmeleri istenir (Renkli kuru kalemlerle).
- Gruptaki öğrencilerden, oluşturdukları geometrik yapının farklı yönlerden izometrik çizimlerini değiş tokuş yapmaları istenir.
- Öğrencilerden, değiş tokuş yaptıkları 4 farklı açıdan (üst, sağ, ön, sol) izometrik çizimleri yapılmış geometrik şekli, birim küplerle inşa etmeleri istenir.
- Her öğrenci tarafından inşa edilen yapının doğru oluşturulup oluşturulmadığı kontrol edilir. Yapılar oluşturulduktan sonra düşünme kutusunda yer alan sorular sınıf içerisinde tartışılır.

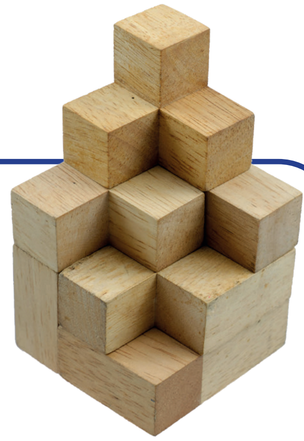
### DÜŞÜNME KUTUSU

1. Geometrik yapıyı oluştururken nasıl bir strateji kullandınız? Neden?
2. Farklı görünümleri verilen geometrik cismi en hızlı şekilde inşa etmek için nasıl bir yol izlenebilir? soruları yöneltilir.

3 farklı yön (üst, sağ, ön) ve 2 farklı yön (ön, sağ) ile işlemler tekrarlanarak, soruların zorluk seviyesi artırılır. Öğrenciler 3 farklı yönden ve 2 farklı yönden izometrik görünümü verilen yapıyı oluşturmaya ve bu yapıda kaç birim küp kullanıldığını bulmaya çalışırlar.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Soma Küpleri Danimarkalı Piet Hein tarafından icat edilmiştir (1905-1996). Soma küplerinin asıl amacı düzensiz yapıları kullanarak düzenli yapılar oluşturmaktır. Soma küpünün 7 düzensiz parçası bulunmaktadır. Bu 7 parça kullanılarak bir küp elde edilebilmektedir.



## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

- Öğrencilere, önce Etkinlik Formu 2 dağıtılır. Etkinlik yönergesi Etkinlik Formu 2'de açıklanmıştır.
- Etkinlik Formu 2'nin tamamlanmasının ardından öğrencilere Etkinlik Formu 3 dağıtılır. Etkinlik yönergesi Etkinlik Formu 3'te açıklanmıştır.
- Bu etkinliğe ait Etkinlik Formu 1, 2, 3 formlarına ve etkinliğe ait cevap anahtarına etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## DEĞERLENDİRME

Sınıfta yapılan grup etkinlikleri ardından öğrencilere grup performans değerlendirme formu dağıtılır. Öğrencilerden grup içi performanslarını değerlendirmeleri istenir. Ayrıca kazanımlar Dereceleme Ölçeği (Ek 2) kullanılarak değerlendirilecektir.

Bu etkinliğe ait "Ek 1 Grup Süreç Değerlendirme ve Ek 2 Dereceleme Formu'na" etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU - 3

### 2 BOYUTLU DÜNYAMIZ

Dünyamız 2 boyutlu olsaydı neler olurdu?

BİREYSEL YETENEKLERİ FARK ETTİRME PROGRAMI

# KRİPTOLOJİ

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: KAPAN OYUNU**

**MODÜL/KONU:** **Kriptoloji/Şifreleme Yöntemleri**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Verilen şifreli bir metni uygun deşifre tekniğini kullanarak çözer.
- ❖ Verilen şifreleme yöntemlerinden yararlanarak bir şifre oluşturur.
- ❖ Kendine özgü bir şifreleme yöntemi geliştirir.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Etkinlik bilişim alanında yapılan kriptoloji çalışmaları ile ilişkilendirilmiştir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin şifreleme yöntemlerini ayırt etmeleri, verilen şifrelemeye uygun deşifre çalışmalarını yapmaları ve kendilerine özgü bir şifreleme yöntemi geliştirmelerini sağlamaktır. Etkinliğin öğrencilerin algoritmik düşünme ve teknolojiyi kullanma becerilerinin gelişimine katkı sunacağı düşünülmektedir.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Öğretmen, ‘KAPAN’ oyununu oynatabilmek için sınıf, okul binası, bahçe veya bilgisayar programı gibi kullanması gereken ortamlar için gerekli planlamaları etkinlik öncesinde yapmalıdır. Etkinlik Formu’ndaki yönergeleri, etkinliği yapmayı düşündüğü ortama ve öğrencileri ayıracağı grup sayısına uygun olacak şekilde şifreli soruları önceden ayarlamalıdır.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

- ➢ Öğretmen, öğrencilere Atatürk’ün *‘Hayatta En Hakiki Mürşit İlimdir.’* sözünün Vigenere şifreleme yöntemi ile şifrelenmiş halini gösterir. Öğrencilerden şifreli metinde ne yazıyor olabileceğini tahmin etmelerini ister.

**V K Ş O G Ö O Ö İ V K Ğ Z V F Ç H M I U Ö Z Y F Ç O F Ğ**

- Öğretmen, öğrencilere ***"Bugüne kadar hangi şifreleme yöntemlerini öğrendiniz?"*** diye sorar. Öğrencilerden günlük yaşamlarında nerelerde şifrelemeden yararlandıklarına dair örnekler vermelerini ister. Öğretmen öğrencilerden gelen cevaplardan yola çıkarak bilgisayar, cep telefonu, internete erişim, banka kartları ve anahtarlar gibi örnekler verir.
- Örneklerin ardından öğretmen öğrencilere ***"Şifreleme olmasaydı ne gibi durumlarla karşılaşılabilirdik?"*** diye sorar. Şifrelemenin insanlık tarihi kadar eski ve çok temel bir ihtiyaç olduğundan bahseder. Ardından ***"Şifreleme günlük hayatımızda nerelerde kullanılmaktadır? Neden?"*** sorusunu sorar.
- Öğretmen, etkinlikte kullanacağı şifreleme yöntemlerden biri olan Vigenere şifrelemenin tarihi ve yöntemi hakkında bilgi verir.

## BİLGİ KUTUSU

Vigenere şifreleme yöntemi, 1553 yılında İtalyalı Giovan Batista Belaso tarafından geliştirilmiştir. Bu şifreleme yöntemi, 1586 yılında Fransız bir diplomat ve araştırmacı olan Blaise de Vigenère tarafından biraz daha geliştirilerek Vigenére Şifresi adını alıp yayımlanmış ve uzun yıllar kullanılmıştır. 1854-1863 yılları arasında matematikçi Charles Babbage ile Avusturya ordusunda görev yapan kriptograf Friedrich Kasiski tarafından uzun yıllar sonra kırılmıştır (Obaid, 2016).

**Vigenere Şifreleme Yöntemi:** Alfabedeki harfler 0'dan başlayarak numaralandırılır.

| A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |

| M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | |

Anahtar bir kelime seçilir. Örneğin anahtar kelime "YÜZ" olsun. Anahtar kelimenin harflerine denk gelen sayılar anahtar sayılarını oluşturur.

| **Anahtar Kelimesi** | Y | Ü | Z |
|---|---|---|---|
| **Anahtar Sayıları** | 27 | 25 | 28 |

Şifrelenecek metin belirlenir. Örneğin "MATEMATİK" kelimesini şifreleyelim. Şifrelenecek metnin harflerine denk gelen sayılar belirlenir.

| **Mesaj** | M | A | T | E | M | A | T | İ | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 15 | 0 | 23 | 5 | 15 | 0 | 23 | 11 | 13 |

Şifrelenecek metnin harflerinin sayısı kadar anahtar kelimenin harfleri tekrarlı yazılır.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M | A | T | E | M | A | T | İ | K |
| Y | Ü | Z | Y | Ü | Z | Y | Ü | Z |

Şifrelenecek kelimenin harflerinin sayı değerleri ile anahtar kelimenin harflerinin sayı değerleri toplanır. Toplanan değer alfabedeki harf sayısı olan 29'a bölünür ve kalan sayı şifrelemede kullanılır.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Mesaj** | 15 | 0 | 23 | 5 | 15 | 0 | 23 | 11 | 13 |
| **Anahtar** | 27 | 25 | 28 | 27 | 25 | 28 | 27 | 25 | 28 |
| **Toplam** | 42 | 25 | 51 | 32 | 40 | 28 | 50 | 36 | 41 |
| **29 ile bölümünden kalan** | 13 | 25 | 22 | 3 | 11 | 28 | 21 | 7 | 12 |
| **Şifreli metin** | K | Ü | Ş | Ç | İ | Z | S | G | J |

Vigenere yöntemi ile şifrelenmiş bir metni çözmek için ise bu yöntemin tam tersi uygulanır. Vigenere yöntemini kullanılarak "YÜZ" anahtarı ile şifreli metin "KÜŞÇİZSGJ"yi çözelim. Şifreli metindeki harflerin sayı değeri "13 25 22 3 11 28 21 7 12" ve anahtar kelimenin harflerinin sayı değeri "27 25 28"dir. Şifreli metnini bulurken harflerinin sayı değerlerinden, anahtar kelimenin harflerinin sayı değerlerinin farkı alınır. Sonuç 29'dan küçük bir doğal sayı ise o sayıya karşılık gelen harf alınır, eğer fark negatif bir sayı ise elde edilen sayıya 29 eklenir. Böylece 29'dan küçük bir doğal sayı bulunur. Bu sayının harf karşılığı şifreli harfin çözümü olur.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Şifreli metin** | K | Ü | Ş | Ç | İ | Z | S | G | J |
| | 13 | 25 | 22 | 3 | 11 | 28 | 21 | 7 | 12 |
| **Anahtar** | Y | Ü | Z | Y | Ü | Z | Y | Ü | Z |
| | 27 | 25 | 28 | 27 | 25 | 28 | 27 | 25 | 28 |
| **FARK** | -14 | 0 | -6 | -24 | -14 | 0 | -6 | -8 | -16 |
| **29 ile bölümünden kalan** | 15 | 0 | 23 | 5 | 15 | 0 | 23 | 11 | 13 |
| **Mesaj** | M | A | T | E | M | A | T | İ | K |

### Vigenere Tablosunu Kullanarak Şifre Çözme:

- Vigenere ile şifrelenecek veya çözülecek bir metin için Tablo 1'i kullanabiliriz. Bir metni şifrelemek için ilgili metindeki harf ile o harfe denk gelen anahtar harf satır ve sütunun kesişimi alınarak bulunabilir. Örneğin M harfini Y anahtarı ile şifreleyelim. M sütunu ile Y satırının kesiştiği yerde K olduğundan M harfinin şifresi K harfi olacaktır.
- Öğretmen, Ek-1'de bulunan Vigenere tablosunu öğrencilere vererek öğrencilerin gerekli çalışmaları yapmak üzere tablodan yararlanmalarını sağlayabilir.

Tablo 1. Türk alfabesi için oluşturulmuş vigenere tablosu

| | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z |
| **B** | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A |
| **C** | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B |
| **Ç** | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C |
| **D** | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç |
| **E** | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D |
| **F** | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E |
| **G** | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F |
| **Ğ** | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G |
| **H** | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ |
| **I** | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H |
| **İ** | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I |
| **J** | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ |
| **K** | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J |
| **L** | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K |
| **M** | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L |
| **N** | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M |
| **O** | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N |
| **Ö** | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O |
| **P** | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö |
| **R** | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P |
| **S** | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R |
| **Ş** | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S |
| **T** | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş |
| **U** | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T |
| **Ü** | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U |
| **V** | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü |
| **Y** | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V |
| **Z** | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y |

- Öğretmen, öğrencilerden şifreleme yapmak için mesaj ve anahtar kelimeleri belirlemelerini ister. Daha sonra belirledikleri metni Vigenere şifreleme yöntemi ile şifrelemelerini ister. Her öğrenci Vigenere şifreleme yöntemi ile şifreledikleri metinleri ve kullandıkları anahtarları arkadaşlarıyla takas ederek şifrelenmiş metinleri bulmaya çalışır.
- Öğretmen öğrencilerden, “MATEMATİK” kelimesini Vigenere yöntemiyle veya bilinen yöntemlerin dışında kendilerine özgü bir yöntemle şifrelemelerini ister. Öğrencilerin ortaya koydukları yeni şifreleme yöntemleri üzerine fikirler sunulduktan sonra bunlar üzerinde tartışılır.
- Öğretmen, öğrencilere Vigenere şifreleme yöntemlerinin kullanıldığı “KAPAN” oyununu aşağıdaki gibi anlatır. Daha sonra öğrencilere Etkinlik Formu’ndaki yönergeleri verir ve oyunu öğrencilere oynatır.

## "KAPAN" OYUNU

- Kapan oyunu, birbirini takip eden şifreleri çözerek oynanan bir şifreleme oyunudur. Kartları sıra ile bulabilmek için kartların üzerlerine bir sonraki kartın yeri şifreli olarak yazılır. Şifrelerin çözümünden en son karta ulaşıldığında en son kar üzerinde üzerinde anahtarın temsili olarak bulunduğu yerin( örneğin sınıfın anahtarının )yeri yazılıdır. Anahtarın yerini bulan oyunu kazanır.
- Öğretmen, şifreleri Şekil 1'deki gibi kartlara yazar. Kartları sırayla sınıfın, okul binasının veya okul bahçesinin uygun olan yerlerine görünmeyecek şekilde saklar.
- 1. kartın cevabı 2., 2. kartın cevabı 3., 3. kartın cevabı 4., 4. kartın cevabı da 5. kartın yerini gösterir. 5. kartta ise temsili olarak sınıfın veya okulun anahtarının yeri vardır.
- Öğretmen, 1. kartı öğrencilere vererek oyunu başlatır. Anahtarın yerini bulan oyunu başarıyla tamamlamış olur.

**1. KART**
**ŞİFRE**
N İ Ğ V R M U S Y K
C İ O Ö V İ H F Ü Ğ
N C B C L K M C
**ANAHTAR:** BİLSEM

**2. KART**
**ŞİFRE**
İ R I A O O Ş L İ İ
T G S F P N Ö İ Ş F
O Ü
**ANAHTAR:** KRİPTO

**3. KART**
**ŞİFRE**
Ç Ç P A İ S R Ç V T
I B A B O E G M N
**ANAHTAR:** ALAN TURİNG

**4. KART**
**ŞİFRE**
Ç Ş K İ H Ü A Ü
**ANAHTAR:** Pİ

**5. KART**
**ŞİFRE**
İ S Ğ A K O G P R M
P C C P J D Ş U C V
F Ş Ğ D O I B F M S
**ANAHTAR:** PİSAGOR

Şekil 1. Şifrelerin bulunduğu kartlar

Kapan oyununda kullanılan kartların üzerinde Vigenere şifreleme yapmak için mesajlar, şifre ve kullanılan anahtar aşağıda verilmiştir.

**1. Kart:** **Mesaj:** MATEMATİK SINIF DEFTERİNİN ARASINDA
**Şifre:** NİĞVRMUSYKMCİOÖVİHFÜĞNCBCLKMC
**Anahtar:** BİLSEM

**2. Kart:** **Mesaj:** YAZI TAHTASININ ÜZERİNDE
**Şifre:** NİĞVRMUSYKMCİOÖVİHFÜĞNCBCLKMC
**Anahtar:** KRİPTO

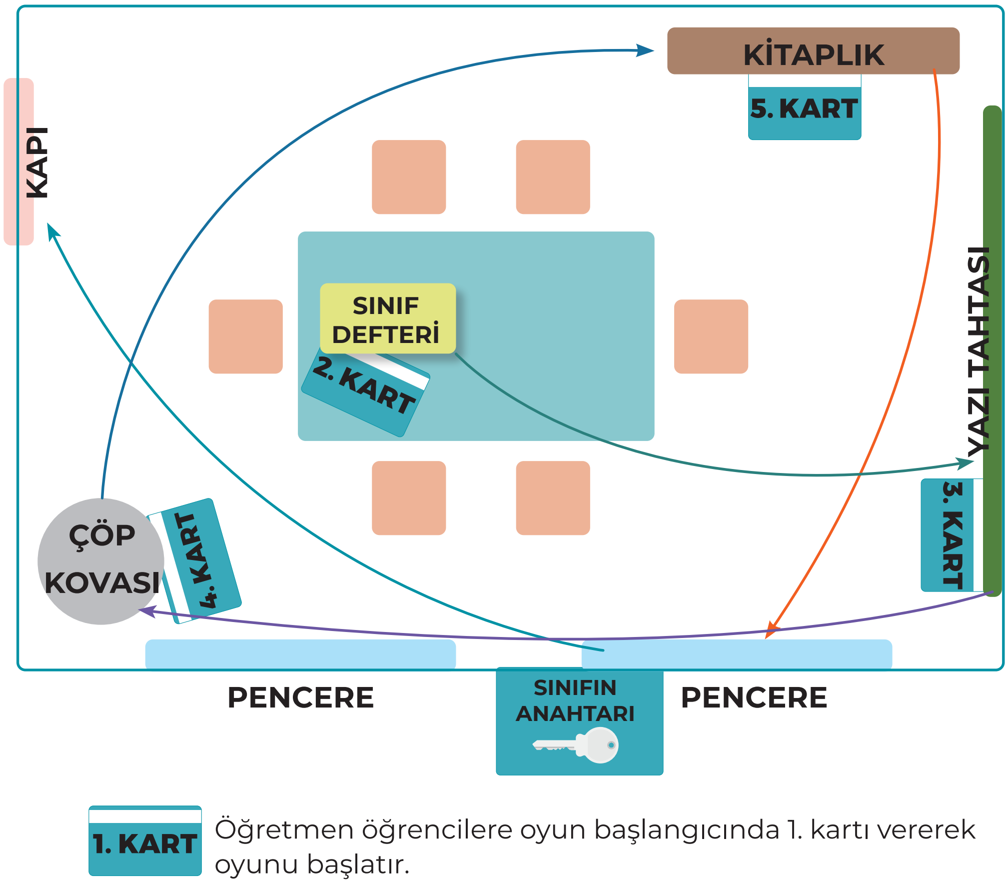
**3. Kart:** **Mesaj:** ÇÖP KOVASININ ALTINDA
**Şifre:** İRIAOOŞLİİTGSFPNÖİŞFOÜ
**Anahtar:** ALAN TURİNG

**4. Kart:** **Mesaj:** KİTAPLIKTA
**Şifre:** ÇÇPAİSRÇVTIBABOEGMN
**Anahtar:** Pİ

**5. Kart:** **Mesaj:** PENCERENİN DIŞINDA

**Şifre:** İ S Ğ A K O G P R M P C C P J D Ş U C V F Ş Ğ D O I B F M S

**Anahtar:** PİSAGOR




Şekil 2. Örnek "Kapan Oyunu" planı

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilere, geçirdikleri süreci değerlendirmek için hazırlanan Kapan Oyunu etkinliği dereceleme ölçeği uygulanır. Dereceleme ölçeği puanlama anahtarına karekod okutularak ulaşılabilir.

## KAYNAKLAR

Külekçi, Ş., Kiraz, M. S. ve Uludağ, U. (2011). *Kripto Çocuk-1 Sayılar ve Şifrebilim*, TÜBİTAK BİLGEM Ulusal Elektronik ve Kriptoloji Araştırma Enstitüsü.75-80.

Obaid, Z. H. (2016). *Kriptoloji yöntemlerini karşılaştıralım,* Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi.

## EK ETKİNLİK ÖNERİSİ

Öğrencilerin Vigenere şifreleme yöntemi ile şifrelenmiş metinleri Mors alfabesi kullanarak birbirlerine göndermesi yoluyla problem çözme etkinliği yapılabilir.

## ETKİNLİK FORMU - 1

| | **A** | **B** | **C** | **Ç** | **D** | **E** | **F** | **G** | **Ğ** | **H** | **I** | **İ** | **J** | **K** | **L** | **M** | **N** | **O** | **Ö** | **P** | **R** | **S** | **Ş** | **T** | **U** | **Ü** | **V** | **Y** | **Z** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z |
| **B** | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A |
| **C** | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B |
| **Ç** | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C |
| **D** | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç |
| **E** | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D |
| **F** | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E |
| **G** | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F |
| **Ğ** | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G |
| **H** | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ |
| **I** | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H |
| **İ** | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I |
| **J** | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ |
| **K** | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J |
| **L** | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K |
| **M** | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L |
| **N** | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M |
| **O** | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N |
| **Ö** | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O |
| **P** | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö |
| **R** | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P |
| **S** | S | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R |
| **Ş** | Ş | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S |
| **T** | T | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş |
| **U** | U | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T |
| **Ü** | Ü | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U |
| **V** | V | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü |
| **Y** | Y | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V |
| **Z** | Z | A | B | C | Ç | D | E | F | G | Ğ | H | I | İ | J | K | L | M | N | O | Ö | P | R | S | Ş | T | U | Ü | V | Y |

## ETKİNLİK FORMU - 2

### 1. KART

**ŞİFRE**

N İ Ğ V R M U S Y K
C İ O Ö V İ H F Ü Ğ
N C B C L K M C

**ANAHTAR:** BİLSEM

### 2. KART

**ŞİFRE**

İ R I A O O Ş L İ İ
T G S F P N Ö İ Ş F
O Ü

**ANAHTAR:** KRİPTO

### 3. KART

**ŞİFRE**

Ç Ç P A İ S R Ç V T
I B A B O E G M N

**ANAHTAR:** ALAN TURİNG

### 4. KART

**ŞİFRE**

Ç Ş K İ H Ü A Ü

**ANAHTAR:** Pİ

### 5. KART

**ŞİFRE**

İ S Ğ A K O G P R M
P C C P J D Ş U C V
F Ş Ğ D O I B F M S

**ANAHTAR:** PİSAGOR

BİREYSEL YETENEKLERİ FARK ETTİRME PROGRAMI

# OLASILIK

Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: OLASI DURUMLAR**

**MODÜL/KONU:** **Olasılık/Olasılık Kavramına Giriş**

**KAZANIMLAR:**

- ❖ Bir olayın olma olasılığını hesaplar.
- ❖ Bağımlı ve bağımsız olaylar arasındaki farkı açıklar.
- ❖ Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.

**SÜRE:** 2 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Kalem, kâğıt, hesap makinesi, bilgisayar, akıllı tahta.

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Genetik alanında yapılan hesaplamalarda kullanılan olasılık işlemleriyle Biyoloji dersi ilişkilendirilir. Günlük yaşamda olasılığın kullanım alanları ilişkilendirilir.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin temel amacı, öğrencilerin bir olayın olma olasılığını hesaplamalarını, bir olayın olmasının diğer olayı etkileyip etkilememe durumunu fark etmelerini ve bağımlı ve bağımsız olayların olasılıklarını hesaplamalarını sağlamaktır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Olay, kesin olay ve imkânsız olay kavramlarına yer verilir. Olasılığın 0 ile 1 arasında değiştiği ve günlük hayatta kullanım alanları açıklanır. Olasılığa neden ihtiyaç duyulduğu konusunda tartışma açılır.

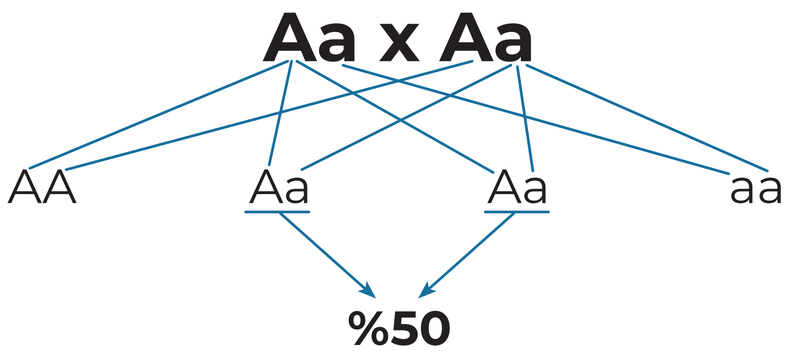
## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

### Mendel Deneyi ve Olasılık

Ünlü bilim insanı Gregor Mendel'in kalıtım hesaplamaları yaparken ebeveynlerin genleri arasında çaprazlama yaparak çeşitli olasılık hesaplamalarını işe koştuğu bilinmektedir.

*"Kıvırcık saç baskın A, düz saç ise çekinik a genleriyle taşınmaktadır. Anne ve babanın heterozigot kıvırcık saçlı olduğu bir ailede çocuğun heterozigot kıvırcık saçlı olma ihtimali nedir?"* sorusu üzerinde tartışılır ve genler üzerinde çaprazlama yapılarak olasılık değeri hesaplanır.

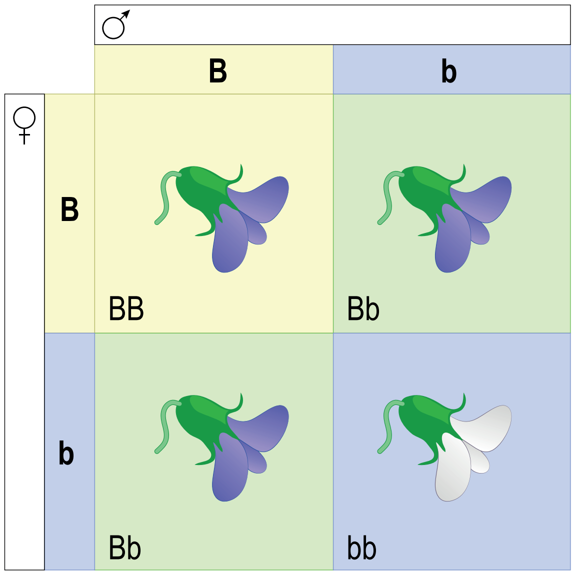
**Aa:** Heterozigot gen **AA:** Homozigot gen **A:** Baskın gen **a:** Çekinik gen




Şekil 3'te verilen Bb heterozigot polen ile Bb heterozigot polen çaprazlamasında oluşan genlerin (mavi ve beyaz) olma olasılıkları hesaplanır.

**B:** Baskın (mavi) **b:** Çekinik (beyaz)

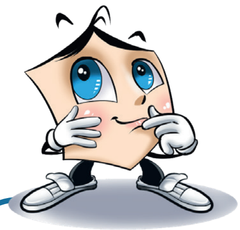
**Bb x Bb**




Şekil 1. Biyolojik kalıtım

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

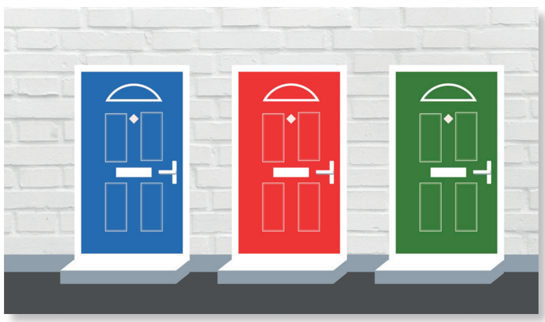
Hava tahminlerinde, kuantum fiziğinde ve genetik çalışmalarında olasılık hesaplamalarından sıklıkla faydalanılmaktadır.



## DÜŞÜNME KUTUSU

**Monthy Hall Problemi**

Monthy Hall Problemi Amerika'da bir televizyon yarışmasında kullanılan olasılık bulmacasıdır. Bulmacada 3 kapı vardır, kapılardan birinin arkasında araba diğer ikisinin arkasında ise keçi bulunmaktadır. Yarışmacıya arabayı bulabilmesi için bazı seçenekler sunulur. Buna göre,



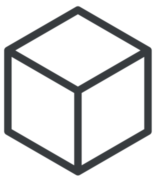
Şekil 2. Monthy Hall problemi

- Yarışmacının arkasında araba olan kapıyı seçme olasılığı nedir? (Cevap: 1/3)
- Sunucu kapıların arkasında ne olduğunu biliyordur. Sunucu bir kapıyı açar, kapının arkasında keçi vardır. Yarışmacıya yeni bir kapı seçmesi için ikinci bir şans verilir. Yarışmacının ilk seçimini değiştirmesi durumunda arabayı kazanma olasılığı ne olur? (Cevap: 2/3)

| Olay | Olayların Birbirlerini Etkileme Durumu |
|---|---|
| Bir madeni paranın yazı gelme olayı ile bir zarın üst yüzeyine asal sayı gelme olayı | |
| İki madeni para atıldığında ikisinin de tura gelme olayları | |
| 3 mavi ve 5 yeşil top olan torbadan çekilen top geri atılmamak şartıyla rastgele art arda iki top çekilme olayları | |
| İki zar atıldığında zarlardan birinin üst yüzüne 6 geldiği bilindiğine göre diğerinin üst yüzünde 4 olma olayları | |

Alınan yanıtlarla hangi durumların bağımlı hangi durumların ise bağımsız olay olarak ifade edildiği üzerine konuşulur.

## PROBLEMLER



Şekil 3. Küp

Şekil 4. Metal para

**Problem 1:** *"Her bir yüzeyinde B, İ, L, S, E, M harflerinin yazılı olduğu küp şeklindeki hilesiz bir zarla bir madeni para aynı anda atılıyor. Buna göre zarın üst yüzüne gelen harfin S ve paranın tura olma olasılığı nedir?"* problemi öğrencilere yönlendirilir. Her iki olayın birbirlerini etkileme durumu öğrencilere sorulduktan sonra olayların olma olasılığı hesaplanır.

**Problem 2:** *"Hilal öğretmenin sınıfında 12 kız ve 10 erkek öğrenci vardır. Ulusal bir matematik yarışması için sınıftan 2 öğrenci seçmek isteyen Hilal öğretmen öğrencileri rastgele bir şekilde ve art arda seçmek ister. Seçilen öğrencilerden birincinin kız, ikincinin erkek olması ihtimali nedir?"* problemi öğrencilere yönlendirilir. Her iki olayın birbirlerini etkileme durumu öğrencilere sorulduktan sonra olayların olma olasılığı hesaplanır.

Her iki problem ele alınarak bağımlı ve bağımsız olasılık üzerine konuşulur. Günlük hayattan bağımlı ve bağımsız olaylara yer verilerek olayların olma olasılıkları hesaplanır.

## DEĞERLENDİRME

Etkinlik Formu verilir. Bu etkinliğe ait Olası Durumlar Öz Değerlendirme Formu etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## ETKİNLİK FORMU

**Soru 1:** 5 mavi ve 6 yeşil top olan torbadan çekilen topun geri atılma ve atılmama durumlarında rastgele ve art arda iki topun çekilme olaylarını ayrı ayrı inceleyin ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırın.

**Soru 2:** İki zar birlikte atıldığında birinin üst yüzünde 6 diğerinin üst yüzünde ise 4 olma olaylarının olasılığını hesaplayınız.

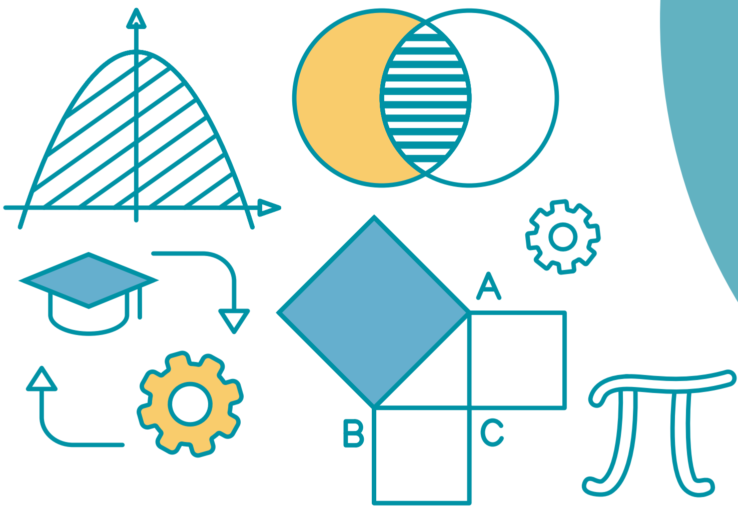
**Soru 3:** İki madeni para birlikte atıldığında birinin üst yüzüne yazı diğerinin üst yüzüne tura gelme ihtimali nedir?

**Soru 4:** Bir madeni para ve bir zarın birlikte atılması deneyinde paranın üst yüzüne tura ve zarın üst yüzüne gelen sayının 4'ten küçük olması ihtimali nedir?

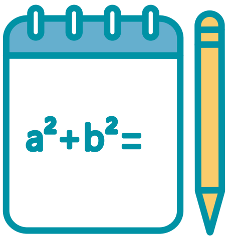
**Soru 5:** Tabloda yer alan olayların birbirlerini etkileme durumlarını ve olasılıklarını belirleyiniz.

| Olay | Birbirlerini Etkileme Durumu (bağımlı/bağımsız) | Olasılık Değeri |
|---|---|---|
| Bir madeni paranın atılması durumunda üst yüzüne tura gelme olayı ile bir zarın üst yüzüne asal sayı gelme olayı olasılığı | | |
| İki madeni para atıldığında ikisinin de üst yüzüne yazı gelme olaylarının olasılığı | | |
| 3 sarı ve 6 yeşil top olan torbadan çekilen top geri atılmamak şartıyla rastgele ve art arda iki top çekilme olayında birincinin sarı ikincinin yeşil gelme olasılığı | | |
| İki zar atıldığında birinin üst yüzünde 5 olduğu bilindiğine göre diğerinin üst yüzünde 3'ten küçük sayı olma olayının olasılığı | | |

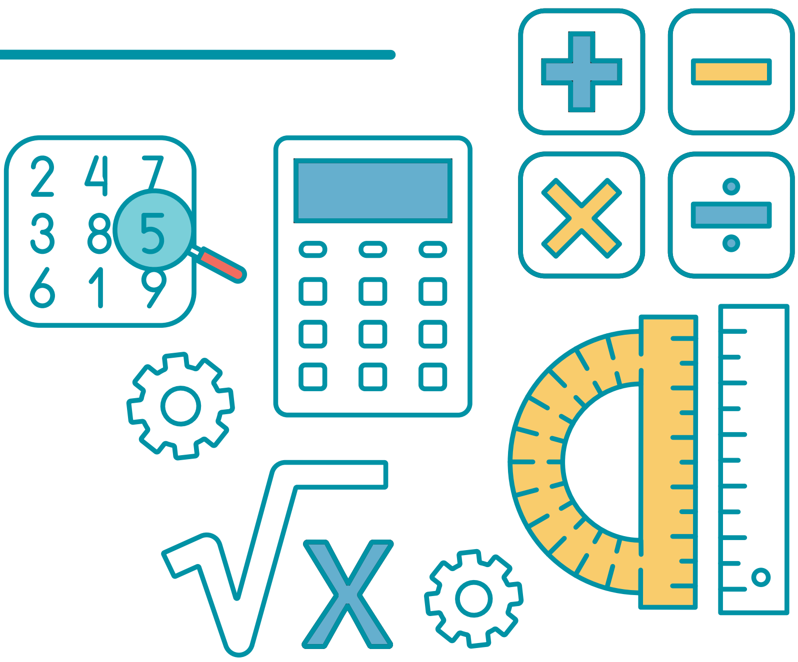
**Soru 6:** Her ikisi de AB kan grubuna sahip olan anne ve babanın çocuklarının da aynı kan grubuna sahip olma olasılığı nedir?




BİREYSEL YETENEKLERİ FARK ETTİRME PROGRAMI




# VERİ İŞLEME



Etkinlikle ilgili tüm materyallere ulaşmak için karekodu okutunuz.

**ETKİNLİK ADI: BİLİMSEL ARAŞTIRMANIN TEMELİ: VERİ**

**MODÜL/KONU:** **Veri İşleme/Bilimsel Araştırmaya İlk Adımlar**

**KAZANIMLAR:**

- Veri toplamayı gerektiren araştırma sorularını oluşturur.
- Araştırma sorularına ilişkin verileri toplar.
- Araştırma verilerini sıklık tablosu, çizgi ve sütun grafiği ile gösterir.
- Bir araştırmanın verilerinden elde edilen bulguları yorumlar.

**SÜRE:** 4 ders saati

**KULLANILACAK MATERYALLER:** Etkinlik Formu 1, 2, 3, 4

## MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME VEYA DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

İletişim alanında kullanılmakta olan emojilerden yararlanılarak disiplinler arası ilişki kurulmuştur.

**ETKİNLİĞİN AMACI:** Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin araştırma becerisini kazanmalarını sağlamaktır. Bu temel amaç doğrultusunda öğrencilerin araştırma soruları oluşturma, veri toplama, verileri düzenleme ve yorumlama becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca öğrencilerin mantıksal muhakeme ve eleştirel düşünme becerilerinin de geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

## HAZIRLIK AŞAMASI

Ders öncesinde malzemeler temin edilir ve etkinlik formları hazırlanır.

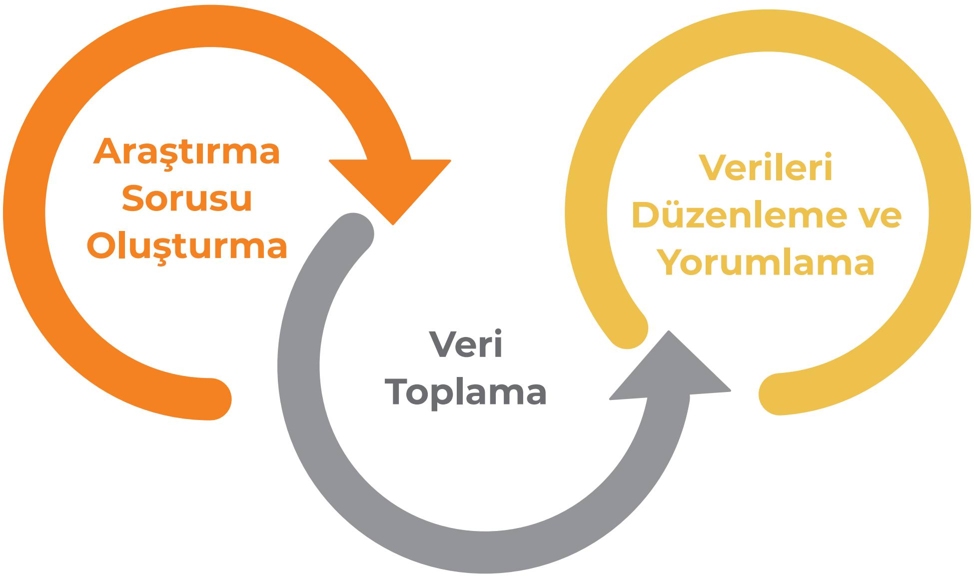
## ÖĞRENME ÖĞRETME SÜRECİ

Öğretmen derse başlarken;

- Araştırma nedir?
- Neden araştırmaya ihtiyaç duyarız?
- Her konu araştırılabilir mi? Neden?
- Hangi konular araştırılabilir? Örnekler veriniz.

Şeklinde sınıfa tartışma soruları yöneltir. Bu tartışmalar büyük grup tartışması yöntemi ile sınıf içerisinde tartışılır.

Ardından yapılacak derste gerçek bir araştırma süreci yürütüleceğinden bahsedilir. Araştırma sürecinin temel basamakları öğrencilere gösterilir.




## Araştırma Sorusu Oluşturma

Öğrencilerden, veri toplamaya yönelik bir araştırma sorusu oluşturmaları istenir. Öğrencilerden gelen bütün cevaplar doğru veya yanlış olmasına bakılmaksızın tahtaya yazılır. Bir sorunun veri toplamaya yönelik bir araştırma sorusu olması için hangi kriterleri taşıması gerektiği ve verinin ne olduğuna yönelik tartışmalar yürütülür. Öğrencilere veri toplamaya yönelik araştırma sorusu kriterleri tablosu dağıtılır (Etkinlik Formu 1). Bu kriterlere göre tahtaya yazılan her sorunun araştırma sorusu olup olmadığı değerlendirilir.

## 1. Araştırma Sorusu Köşesi Etkinliği

Araştırma Sorusu Köşem adlı etkinlik için sınıf içerisinde iki köşe oluşturulur. Köşelerden biri "araştırma sorusu" diğeri de "araştırma sorusu değil" şeklinde isimlendirilir. Öğrencilere etkinliğin yönergesi açıklanır.

### Yönerge

- Tüm öğrencilerden ayağa kalkmaları istenir.
- Öğrencilere çeşitli sorular okunur. (Tablo 1)
- Öğrencilerden okunan soru araştırma sorusu ise araştırma sorusu köşesine gitmeleri istenir.
- Öğrencilerden okunan soru araştırma sorusu değil ise araştırma sorusu değil köşesine gitmeleri istenir.
- Köşelerdeki tüm öğrencilerden her bir soru için neden o köşede yer aldıklarına dair gerekçelerini belirtmeleri istenir.
- Her bir soru için süreç aynı şekilde yürütülür.

Öğrencilere Tablo 1'de yer alan sorular sorulur. Yönergeye göre etkinlik tamamlanır.

Tablo 1. Araştırma sorusu köşesi etkinliği soruları

| Sorular | Araştırma Sorusuna Uygunluk Durumu | Gerekçesi |
|---|---|---|
| En küçük çift asal sayı kaçtır? | Araştırma sorusu değildir. | Tek bir cevabı vardır, araştırmaya uygun değildir. |
| 4. sınıf öğrencisi Matesis'in en sevdiği rakam nedir? | Araştırma sorusu değildir. | Belirli bir gruba yönelik yöneltilmiş bir soru değil, birden fazla olası yanıtının olması nedeniyle araştırmaya uygun değildir. |
| Bilim ve Sanat Merkezimizin 4. sınıf öğrencileri, en çok hangi atölye çalışmasına katılmak istemektedirler? | Araştırma sorusudur | Açıktır, örneklem grubu hakkında bilgiler verilmiştir, veri toplanabilir niteliktedir. |
| Bilim ve Sanat Merkezi öğrencisi Matesis kurumda en çok hangi atölye çalışmasına katılmak istemektedir? | Araştırma sorusu değildir. | Tek bir cevabı vardır, araştırmaya uygun değildir. |
| Bilim ve Sanat merkezimize devam eden 5. sınıf öğrencilerinin en sevdiği müzik türü nedir? | Araştırma sorusudur. | Açıktır, örneklem grubu hakkında bilgiler verilmiştir, veri toplanabilir niteliktedir. |
| Matesis'in en sevdiği müzik türü nedir? | Araştırma sorusu değildir. | Belirli bir gruba yönelik yöneltilmiş bir soru değil, birden fazla olası yanıtının olması nedeniyle araştırmaya uygun değildir. |

### 2. Araştırma Sorusu Oluşturma:

Öğrencilere, araştırma konularının yer aldığı Etkinlik Formu 2 dağıtılır ve öğrencilerden buna göre uygun araştırma sorularını oluşturmaları istenir. Öğrencilerin, araştırma sorularını oluştururken araştırma sorusu oluşturma kriterlerine uygun sorular hazırlamalarına dikkatleri çekilir.

## Veri Toplama ve Verileri Düzenleme

Veri toplama ve toplanan verileri düzenlemek için emojiler konusu hakkında bir araştırma gerçekleştirecekleri öğrencilere söylenir. Bilgi kutusunda emojiler hakkında yer alan bilgiler araştırmaya geçmeden önce öğrencilere sunulur.

## BİLGİ KUTUSU

Türk Dil Kurumu'na göre iletişim kavramının ilk tanımı "Duygu, düşünce veya bilgilerin akla gelebilecek her türlü yolla başkalarına aktarılması, bildirişim, haberleşme, komünikasyon" şeklinde yapılmıştır (http://www.tdk.gov.tr/). Günümüzde, dijital ortamlarda gerçekleşen yazılı iletişimde duygu ve düşüncelerin ifade edilmesi için simgeler (emojiler) kullanılmaktadır.

Cep telefonlarında kullanılan emojiler ilk defa, 1999 yılında DoCoMo şirketi çalışanı Shigetaka Kurita tarafından geliştirilmiştir. Emojiler Manga sanatı kullanılarak geliştirilen ve duygu ile düşünceleri ifade eden dijital resimlerdir.

Emojilerin geçirdikleri değişim ve anlamlarına ulaşmak için Jerrmy Burge tarafından kurulan https://emojipedia.org/sitesine bakabilirsiniz.

### 1. Adım:

Öğrencilere emojiler ile ilgili bilgiler sunulduktan sonra, emoji konusu ile ilgili bir araştırma sorusu belirlenir. Emoji kullanımı ile ilgili araştırma yapmak için bir mesajlaşma uygulaması sınıf içerisinde ortak karar ile seçilir. Mesajlaşma uygulamasında en sık kullanılan emoji araştırma grubuna sorularak bulunmaya çalışılır. Hazırlanabilecek olası araştırma sorusu örneklerine maddeler hâlinde yer verilmiştir.

- Bilim ve Sanat Merkezine devam eden 5. sınıf öğrencilerinin mesajlaşma uygulamasında en sık kullandıkları emoji(ler) nedir?
- Bilim ve Sanat Merkezine devam eden ortaokul öğrencilerinin mesajlaşma uygulamasında en sık kullandıkları emoji(ler) nedir?
- Bilim ve Sanat Merkezine devam eden kız öğrencilerin en sık kullandıkları emoji(ler) nedir?
- Bilim ve Sanat Merkezine devam eden erkek öğrencilerin en sık kullandıkları emoji(ler) nedir?

### 2. Adım:

Öğrenciler ile ortak bir karar alınarak araştırma sorusu belirlendikten sonra, veri toplama ve toplanan verileri düzenleme aşamasına geçilir. Öğrencilere Etkinlik Formu 3 dağıtılır.

### 3. Adım:

Öğrenciler arasında görev dağılımı gerçekleştirilir (Örneğin hangi sınıflardan ya da hangi kişilerden verileri kimlerin toplayacağı gibi).

### 4. Adım:

Öğrenciler, ilk olarak topladıkları verileri Etkinlik Formu 3'te yer alan çetele tablosuna kaydederler. Çetele tablosunda yer alan veriler sayılarak ve sınıflandırılarak düzenlenir.

### 5. Adım:

Veriler Etkinlik Formu 3'te çizgi veya sütun grafiği ile gösterilerek özetlenir.

### 6. Adım:

Sonuçlar grafiğe bakılarak yorumlanır.

## Tartışma

Seçilen araştırma sorusuna göre sınıf içerisinde tartışmalar gerçekleştirilir.

Örneğin "Bilim ve Sanat Merkezine devam eden 5. sınıf öğrencilerinin mesajlaşma uygulamasında en sık kullandıkları emoji nedir?" araştırma sorusu üzerine bir veri toplandıysa,

- 5. sınıfa devam eden öğrencilerin en sık kullandıkları 5 emoji nedir?
- 5. sınıfa devam eden öğrencilerin en çok kullandıkları emoji hangisidir?
- 5. sınıfa devam eden öğrencilerin en sık kullandıkları 5 emojinin kullanım yüzdeleri nasıl değişmektedir? gibi sorular üzerinden tartışmalar gerçekleştirilir.

Aynı çalışma en az kullanılan emojiler üzerinden de gerçekleştirilebilir.

## BUNLARI BİLİYOR MUSUNUZ?

Emojiler günümüzde iletişim dili olarak birçok kişi tarafından kullanılmaktadır. Dolayısıyla emojiler insanların yazma ve duygularını ifade etme alışkanlıklarını büyük ölçüde etkilemiştir. Hatta o kadar etkilemiştir ki tuşlarının üzerinde emoji karakterlerinin bulunduğu bir bluetooth klavye üretilmiştir (Sarıgül, 2015).

## DÜŞÜNME KUTUSU

Bir gününüzü nasıl geçirdiğinizi bir kâğıda yazınız. Ardından yazdıklarınızı şekiller ve sembolller kullanarak ifade etmeye çalışınız.

Hangi durumda daha kısa bir anlatım gerçekleştirdiniz? Bu açıdan bakıldığında grafiklerin hayatımızda ne gibi kolaylıklar sağladığı söylenebilir?

## EK ETKİNLİK

- Sınıf 3 kişilik gruplara ayrılır.
- Her gruptan veri toplanabilir bir araştırma sorusu oluşturmaları istenir.
- Grupların araştırma soruları kontrol edildikten sonra her grup iş bölümü yaparak veri toplama aşamasına geçer.
- Toplanan veriler düzenlenerek grafik oluşturulur. Grafik sınıfta (karton ya da dijital materyaller gibi diğer materyallerle) sunularak verilerin yorumlanır.
- Ayrıca başka bir araştırma konusu olarak kavram karmaşası yaratan emojiler hakkında öğrencilerden araştırma sorusu hazırlayarak veri toplamaları ve topladıkları verileri grafikle göstermeleri istenebilir.

## DEĞERLENDİRME

Öğrencilerin ders sonu performansları, Öz Değerlendirme Formu (Ek 1) ve Dereceleme Ölçeği (Ek 2) kullanılarak değerlendirilecektir.

Bu etkinliğe ait "Ek 1 Öz Değerlendirme Formu ve Ek 2 Dereceleme Formu'na" etkinlik karekodunu okutarak ulaşabilirsiniz.

## KAYNAKÇA

Sarıgül, T. (2015, Kasım 13). *Dünyanın Yeni Ortak Dili Emoji İçin Klavye.* TÜBİTAK Bilim Genç. https://bilimgenc.tubitak.gov.tr/makale/dunyanin-yeni-ortak-dili-emoji-icin-klavye

## ETKİNLİK FORMU - 1

### ARAŞTIRMA SORUSU OLUŞTURMA KRİTER TABLOSU

Araştırma sorularınızı aşağıda yer alan kriter tablosuna göre değerlendiriniz.

| **Araştırma Sorusu Kriterleri** | ✔ | ✘ |
|---|---|---|
| Araştırma sorusu açık bir şekilde ifade edilmiştir. | | |
| Çalışma grubu net bir şekilde belirtilmiştir. | | |
| (Sınıf, yaş, cinsiyet, il ve okul gibi) | | |
| Araştırma sorusu veri toplamayı gerektirmektedir. | | |
| Sorunun tek bir cevabı yoktur. | | |
| Soru araştırmanın konusuna ve amacına uygundur. | | |
| Araştırma sorusu verilerle yanıtlanabilecek niteliktedir. | | |

## ETKİNLİK FORMU - 2

### ARAŞTIRMA SORUSU OLUŞTURMA KRİTER TABLOSU

Aşağıda çeşitli konuların ve araştırma amaçlarının verildiği senaryolara uygun araştırma sorularını oluşturunuz.

**Araştırma Konusu -1**

Bilsem öğrencisi Matesis, merkezdeki öğrencilerin en çok hangi atölyeye katılmak istediklerini belirlemek için bir araştırma yapmak istiyor. Bu konuya uygun araştırma sorularını oluşturunuz.

**Araştırma Sorusu**

**1.** ..........................................................................................

**2.** ..........................................................................................

**3.** ..........................................................................................

**4.** ..........................................................................................

**5.** ..........................................................................................

**Araştırma Konusu -2**

Matesis'in Bilim ve Sanat Merkezinde yürüttüğü çevre projesinde, çiçeklendirme çalışması yapılacaktır. Matesis okuldaki öğrencilerden fikir toplayarak okul bahçesine dikilecek çiçekleri belirlemek istiyor. Matesis'in yapmak istediği araştırmaya uygun araştırma sorularını oluşturunuz.

**Araştırma Sorusu**

**1.** ..........................................................................................

**2.** ..........................................................................................

**3.** ..........................................................................................

**4.** ..........................................................................................

**5.** ..........................................................................................

## ETKİNLİK FORMU - 3

**VERİLERİ TOPLAMA VE DÜZENLEME**

**İsim Soyisim:** ..........................................................................................

**ARAŞTIRMA SORUSU:** ..........................................................................................

| ÇETELE TABLOSU | |
|---|---|
| **Emojiler (Öğrenci tarafından çizilecek)** | **Çetele** |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Aşağıda yer alan kareli alana sütun veya çizgi grafiği çiziniz.

## GÖRSEL KAYNAKÇA

Aşağıda ID numaraları verilmiş olan görseller telif bedeli ödenerek www.shutterstock.com sitesinden alınmıştır. ID numaraları olmayan görseller yayınevi ressamı ve grafikeri tarafından oluşturulmuştur.

| Sayfa No | ID |
|---|---|
| 32 | 1363138382 |
| 42 | 1138659887 |
| 44 | 1810164517 |
| 59 | 1801453948 |
| 77 | 1913321356 |
| 77 | 1758681446 |
| 102 | 1484255921 |
| 102 | 394821904 |
| 104 | 1484255921 |
| 104 | 1484255921 |
| 104 | 1484255921 |
| 106 | 1650062782 |
| 133 | 1077958832 |
| 165 | 605595467 |
| 165 | 1376383196 |
| 165 | 1185711745 |
| 181 | 1354750604 |
| 185 | 136015466 |
| 195 | 641016604 |
| 196 | 400165234 |
| 196 | 696174760 |
| 206 | 176862104 |
| 209 | 285227669 |
| 211 | 1901111704 |
| 216 | 17144947 |
| 216 | 1261294123 |
| 216 | 344555984 |
| 216 | 1150587686 |
| 232 | 402674380 |
| 238 | 730562110 |
| 238 | 1031045308 |
| 238 | 1719645733 |
| 239 | 1854016063 |
| 254 | 1673952049 |
| 279 | 1178997136 |
| 290 | 1835783170 |
| 291 | 1176554137 |
| 292 | 462955279 |
| 306 | 727090801 |
| 307 | 1056337916 |
| 308 | 1189839634 |
| 314 | 88369741 |
| 316 | 1460357999 |
| 317 | 1993612958 |
| 327 | 752645389 |
| 334 | 1835815342 |
| 334 | 250743148 |
| 339 | 1161804748 |
| 340 | 1579197268 |
| 340 | 1918024580 |
| 343 | 787367308 |
| 350 | 145476616 |
| 368 | 1916999069 |
| 373 | 1500673037 |
| 380 | 1266622969 |
| 391 | 399855754 |
| 393 | 1632393892 |
| 393 | 1614442552 |
| 393 | 1722072151 |
| 402 | 129502964 |
| 403 | 681042100 |
| 407 | 140527684 |
| 415 | 1920904877 |
| 416 | 1169896180 |
| 426 | 129557066 |
| 426 | 1241628964 |
| 426 | 203389897 |
| 426 | 1892720098 |
| 426 | 1270501453 |
| 426 | 735666226 |
| 432 | 1314675875 |
| 440 | 1011109585 |
| 440 | 1266622960 |
| 440 | 1434537704 |
| 440 | 1275001303 |
| 440 | 1314031652 |
| 446 | 374830135 |
| 446 | 1929682184 |
| 453 | 1973835455 |
| 454 | 623111885 |
| 467 | 1881849649 |
| 467 | 774310066 |
| 468 | 1992150683 |
| 468 | 565553812 |
| 475 | 1751377064 |